

## 信息与软件工程学院

# 程序设计与算法基础II

主讲教师,陈安龙

## 第4章 串

- > 串的基本概念
- > 串的存储实现
- > 定长顺序串
- > 堆串
- > 块链串
- ➤ Brute-Force模式匹配算法
- > KMP模式匹配算法

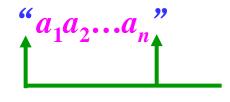
## 4.1 串的基本概念

串(或字符串)是由零个或多个字符组成的有限序列。

串 ⊂ 线性表

串中所含字符的个数称为该<mark>串的长度</mark>,含0个字符的串称为空串,用Φ表示。

串的逻辑表示, $a_i$  (1≤i≤n) 代表一个字符:



双引号不是串的内容,起标识作用

**串相等**: 当且仅当两个串的长度相等并且各个对应位置上的字符都相同时, 这两个串才是相等的。

#### 如:

```
"abcd" \neq "abc"
```

"abcd" ≠ "abcde"

所有空串是相等的。

子串:一个串中任意个连续字符组成的子序列(含空串)称为该串的子串。

例如,"abcde"的子串有:

""、"a"、"ab"、"abc"、"abcd"和"abcde"等

真子串是指不包含自身的所有子串。

#### 串抽象数据类型=逻辑结构+基本运算(运算描述)

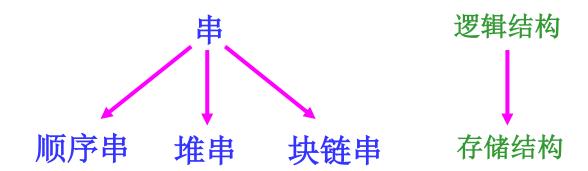
- (1) StrAsign(S,chars): 初始条件:chars是字符串常量操作结果:生成一个值等于chars的串S
- (2) StrInsert(S,pos,T): 初始条件:串S和T存在,1≤pos≤StrLength(S) +1 操作结果:在串S的第pos个字符之前插入串T
- (3) StrDelete(S,pos,len): 初始条件: 串S存在,1≤pos≤StrLength(S) -len +1 操作结果: 从串S中删除第pos个字符起长度为len的子串
- (4) StrCopy(S,T): 初始条件: 串S存在操作结果:由串T复制得串S

- (5) StrEmpty(S):始条件:串S存在 操作结果:若串S为空串,则返回TRUE,否则返回FALSE
- (6) StrCompare(S,T): 初始条件: 串S和T存在 操作结果:若S>T,则返回值>0;若S=T,则返回值=0;若S<T,则返回值<0
- (7) StrLength(S): 初始条件: 串S存在 操作结果:返回串S的长度,即串S中的元素个数
- (8) StrClear(S): 初始条件: 串S存在操作结果:将S清为空串
- (9) StrCat(S,T): 初始条件: 串S和T存在操作结果:将串T的值连接在串S的后面

- (10) SubString(Sub,S,pos,len)
  - 初始条件: 串S存在, 1≤pos≤StrLength(S)且1≤len≤StrLength(S)-pos+1
  - 操作结果:用Sub返回串S的第pos个字符起长度为len的子串
- (11) StrIndex(S,T,pos): 初始条件: 串S和T存在,T是非空串,1≤pos≤StrLength(S) 操作结果:若串S中存在与串T相同的子串,则返回它在串S中第pos个字符之后第1次出现的位置;否则返回0
- (12) StrReplace(S,T,V): 初始条件: 串S,T和V存在,且T是非空串操作结果:用V替换串S中出现的所有与T相等的不重叠子串
- (13) StrDestroy(S): 初始条件: 串S存在; 操作结果:销毁串S

## 4.2 串的存储结构

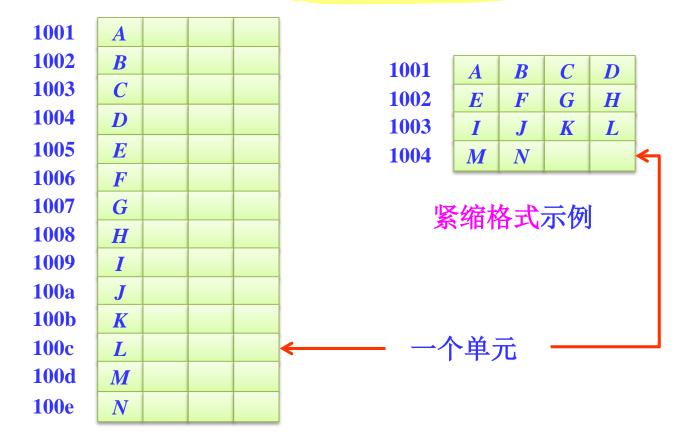
串中元素逻辑关系与线性表的相同,串可以采用与线性表类似的存储结构。



#### 4.2.1 串的顺序存储及其基本操作实现

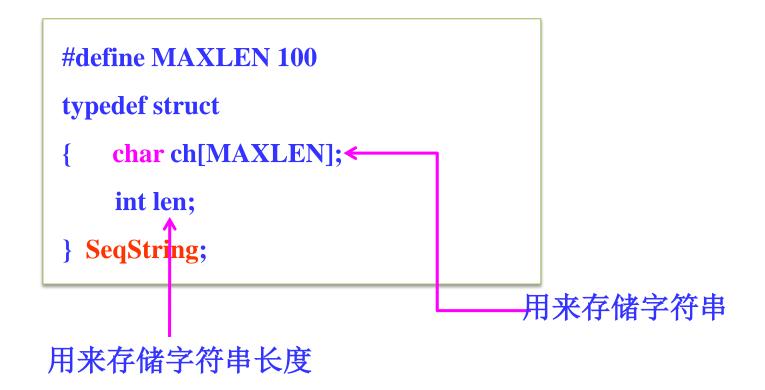
#### 串的顺序存储(顺序串)有两种方法:

- 每个单元(如4个字节)只存一个字符,称为非紧缩格式(其存储密度小)。
- 每个单元存放多个字符,称为紧缩格式(其存储密度大)。



非紧缩格式示例

#### 对于非紧缩格式的顺序串,其类型定义如下:



## 【算法4-1】: 顺序串的插入算法

```
请大家完成:如果s->len+t.len<=MAXLEN,插入
int StrInsert(SeqString *s,int pos, SeqString t)
                                          后需要保存s和t的所有字符,如何改写算法?
  //在字符串s的下标为pos位置插入字符串t
  if(pos <= 0 \parallel pos > s - > len) return 0;
```

```
if(s->len+t.len<=MAXLEN) // 插入后长度<=MAXLEN, t串和s串的字符都能保存
{ for (i=s->len+t.len-1; i>=t.len+pos;i--) s->ch[i]=s->ch[i-t.len];
 for (i=0; i<t.len; i++) s->ch[i+pos]=t->ch[i];
  s->len=s->len+t.len;
else if (pos+t.len<=MAXLEN) { //插入后能保存t串的所有字,但不能存储s串所有字符
     for (i=MAXLEN-1; i>t.len+pos-1;i--) s->ch[i]=s->ch[i-t.len];
     for (i=0;i<t.len; i++) s->ch[i+pos] = t.ch[i];
      s->len=MAXLEN;
else { for (i=0;i<MAXLEN-pos;i++) s->ch[i+pos]=t.ch[i]; //插入后只能保存t串的部分字
      s->len = MAXLEN;
return 1;
```

#### 【算法4-2】: 顺序串的删除函数

```
int StrDelete(SeqString *s, int pos, int k) /*在串s中删除从序号pos起k个字符*/
  int i;
  if (pos<0 || pos>(s->len-k)) return 0;
  for (i=pos+k;i<s->len;i++)
     s->ch[i-k]=s->ch[i];
   s->len=s->len - k;
   return 1;
```

## 【算法4-3】 串比较运算StrCompare (s, t)的算法。例如:

#### 解: 算法思路如下:

- (1) 比较s和t两个串共同长度范围内的对应字符:
  - ① 若s的字符>t的字符,返回1;
  - ② 若s的字符<t的字符,返回-1;
  - ③ 若s的字符=t的字符,按上述规则继续比较。
- (2) 当(1) 中对应字符均相同时,比较s和t的长度:
  - ① 两者相等时,返回0;
  - ② s的长度>t的长度,返回1;
  - ③ s的长度<t的长度,返回-1。

```
int StrCompare (SeqString s, SeqString t)
   int i, comlen;
   if (s.length<t.length) comlen=s.length; //求s和t的共同长度
   else comlen=t.length;
                                       //在共同长度内逐个字符比较
   for (i=0;i<comlen;i++)
       if (s.data[i]>t.data[i])
          return 1;
       else if (s.data[i]<t.data[i])
          return -1;
   if (s.length==t.length)
                              //s==t
       return 0;
   else if (s.length>t.length)
                              //s>t
       return 1;
   else return -1;
                              //s<t
   所有共同长度内的字符相同, 哪个长哪个大
```

#### 4.2.2 堆串

以一组地址连续的存储单元存放串值字符序列,存储空间在程序执行过程中动态分配。系统将一个地址连续、容量很大的存储空间作为字符串的可用空间,每当建立新串时,系统就从该空间中分配大小和字符串长度相同的空间存储新串值。

所有串名的存储映像构成一个符号表,在串名和串值之间建立对应关系,称为串名的存储映像。

堆串的存储映象示例: a='a program', b='string', c='process', free=23。

Heap[MAXSIZE]

free=23

| a |   | p | r | 0 | g | r | a | m | S | t | r | i | n | g |  |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
| p | r | 0 | c | e | S | S |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |

符号表

| 符号名 | len | start |
|-----|-----|-------|
| a   | 9   | 0     |
| b   | 7   | 9     |
| c   | 7   | 16    |
|     |     |       |
|     |     |       |

2020年3月24日

## 用C语言中的"堆"实现堆串,其定义为:

```
typedef struct
 char * ch;
 int len;
} HString;
其中: len域指示串的长度, ch域指示串的起始地址。
```

#### 堆串的基本操作

#### (1) 串赋值函数

```
StrAssign(HString *s; char *tval) /*将字符常量tval的值赋给串s */
  int len, i=0;
  if (s->ch!=NULL) free(s->ch); 释校原来的毕
  while (tval[i]!='\0') i++;
  len=i;
  if (len) { s->ch=(char *)malloc(len);
          if (s->ch==NULL) return(0);
          for (i=0;i<len;i++) s->ch[i]=tval[i];
  } else s->ch=NULL; s->len=len;
  return(1);
```

2020年3月24日

#### (2) 串插入函数

```
StrInsert(HString *s, HString *t, int pos) /*在串s中序号为pos的字符之前插入串t */
{ int i; char *temp;
 if (pos<0 || pos>s->len || s->len==0) return(0);
 temp=(char *)malloc(s->len + t.len);
 if (temp==NULL) return(0);
 for (i=0;i<pos;i++) temp[i]=s->ch[i];
 for (i=0;i<t.len;i++) temp[i+pos]=t.ch[i];
 for (i=pos;i<s->len;i++) temp[i + t.len]=s->ch[i];
 s->len+=t.len;
 free(s->ch);
 s->ch=temp;
  return(1);
```

## (3) 串删除函数

```
StrDelete(HString *s, int pos, int len) /*在串s中删除从序号pos起len个字符 */
{ int i; char *temp;
 if (pos<0 \parallel pos>(s->len - len)) return(0);
 temp=(char *)malloc(s->len - len);
                                   罗州除区国前的字符复制过来
 if (temp==NULL) return(0);
 for (i=0;i<pos;i++) temp[i]=s->ch[i];
 for (i=pos;i<s->len - len;i++) temp[i]=s->ch[i+len];
 s->len=s->len-len; free(s->ch);s->ch=temp;
 return(1);
```

#### (4) 串复制函数

```
StrCopy(HString *s, HString *t) /*将串t的值复制到串s中 */
  int i;
  s->ch=(char *)malloc(t.len);
  if (s->ch==NULL) return(0);
  for (i=0;i<t.len;i++) s->ch[i]=t.ch[i];
  s->len=t.len;
  return(1);
```

### (5) 判空函数

```
StrEmpty(HString s) /*若串s为空(即串长为0),则返回1,否则返回0 */
{
    if (s.len==0) return(1);
    else return(0);
}
```

### (6) 串比较函数

```
StrCompare(HString s, HString t) /*若串s和t相等返回0,若s>t返回1,若s<t返回-1 */
  int i;
  for (i=0;i<s.len&&i<t.len;i++)
  if (s.ch[i]!=t.ch[i]) return(s.ch[i] - t.ch[i]);
  return(s.len - t.len);
```

## (7) 求串长函数

```
StrLength(HString s) /*返回串s的长度 */
{
    return(s.len);
}
```

### (8) 清空函数

```
StrClear(HString *s) /*将串s置为空串 */
   if (s->ch!=NULL) free(s->ch);
  s->ch=NULL;
  s->len=0;
  return(1);
```

## (9) 连接函数

```
StrCat(HString *s, HString *t) /*将串t联接在串s的后面 */
  int i; char *temp;
  temp=(char *)malloc(s->len + t.len);
  if (temp==NULL) return(0);
  for (i=0;i<s->len;i++) temp[i]=s->ch[i];
  for (i=s->len;i<s->len + t.len;i++) temp[i]=t.ch[i-s->len];
  s->len+=t.len; free(s->ch);s->ch=temp;
  return(1);
```

## (10) 求子串函数

```
SubString(HString *sub, HString *s, int pos, int len) /*将串s中序号pos起len个字符复制到sub中 */
   int i;
   if (sub->ch!=NULL) free(sub->ch);
   if (pos<0 || pos>s.len || len<1 || len>s.len-pos) {
     sub->ch=NULL;
     sub->len=0;
     return(0);
  else {sub->ch=(char *)malloc(len);
       if (sub->ch==NULL) return(0);
       for (i=0;i<len;i++) sub->ch[i]=s.ch[i+pos];
       sub->len=len; return(1);
```

## (11) 定位函数

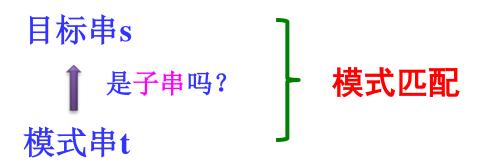
```
StrIndex(HString s, int pos, HString t) /*求串t在串s中的位置 */
  int i=pos; int j=0;
  if (s.len==0) return(0);
 while (i<s.len && j<t.len)
   if (s.ch[i]==t.ch[j]) { i++;
      j++;
   else { i=i-j+1;
     j=0;
  if (j>=t.len) return(i-j);
  else return(0);
```

#### 4.2.3 块链串

```
#define BLOCK_SIZE <每结点存放字符个数>
typedef struct Block{
 char ch[BLOCK_SIZE];
 struct Block *next;
} Block;
typedef struct {
                          len
  Block *head;
  Block *tail;
     len;
  int
                      请同学们模仿堆串实现相应的算法
BLString;
```

2020年3月24日 Design By Chen Anlong 29

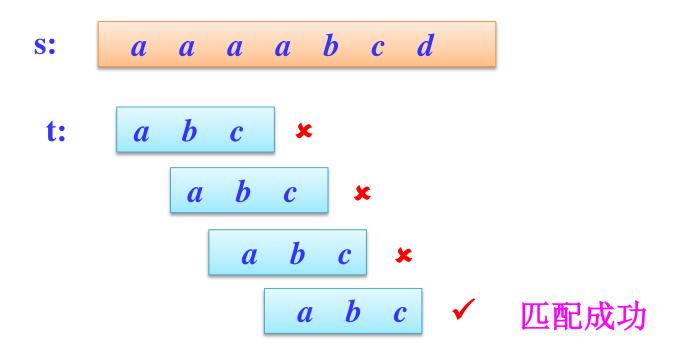
## 4.3 串的模式匹配



- ✓ 成功是指在目标串s中找到一个模式串t—t是s的子串,返回t在s中的位置。
- ✓ 不成功则指目标串s中不存在模式串t—t不是s的子串,返回-1。

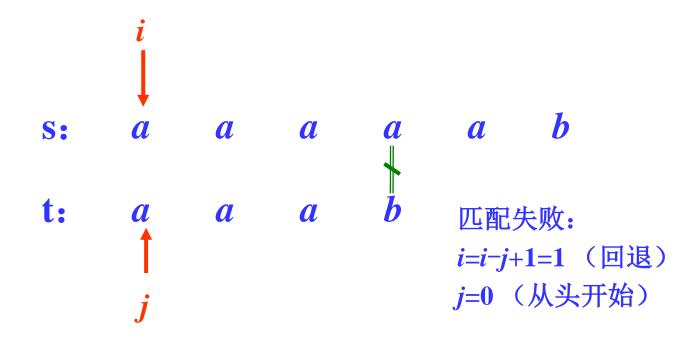
#### 4.3.1 Brute-Force算法

Brute-Force简称为BF算法,亦称简单匹配算法。采用穷举的思路。

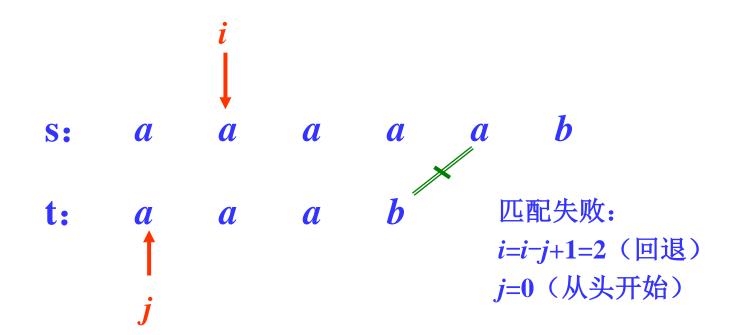


算法的思路是从s的每一个字符开始依次与t的字符进行匹配。

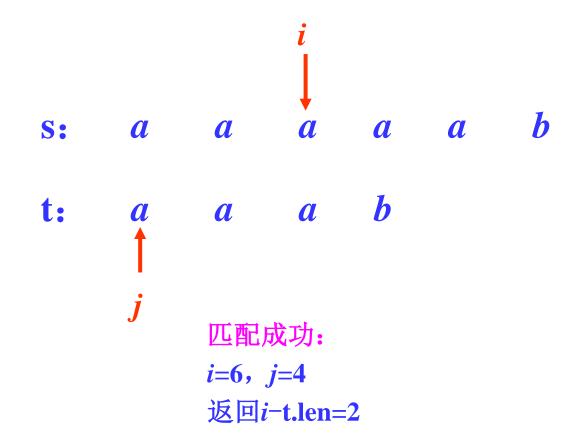
例如,设目标串s="aaaaab",模式串t="aaab"。s的长度为n(n=6),t的长度为m(m=4)。BF算法的匹配过程如下。



#### i=1, j=0



#### i=2, j=0



#### 对应的BF算法如下:

```
int StrIndex(SeqString s, int pos, SeqString t)
   int i, j, start;
   if(t.len==0) return(0);
   start = pos; i=start; j=0;
  while (i<s.len && j<t.len)
                          //继续匹配下一个字符
      if (s.ch[i]==t.ch[j])
                          //主串和子串依次匹配下一个字符
         i++;
         j++;
                          //主串、子串指针回溯重新开始下一次匹配
      else
                          //主串从下一个位置开始匹配
      { i=i-j+1;
                          //子串从头开始匹配
        j=0;
  if (j>=t.len) return(i-t.len); //返回匹配的第一个字符的下标
  else
                           //模式匹配不成功
  return(-1);
```

#### BF算法分析:

- ✓ 算法在字符比较不相等,需要回溯(即i=i-j+1):即退到s中的下一个字符开始进行继续匹配。
- ✓ 最好情况下的时间复杂度为O(m)。
- ✓ 最坏情况下的时间复杂度为 $O(n \times m)$ 。
- ✓ 平均的时间复杂度 $\bigcirc O(n \times m)$ 。

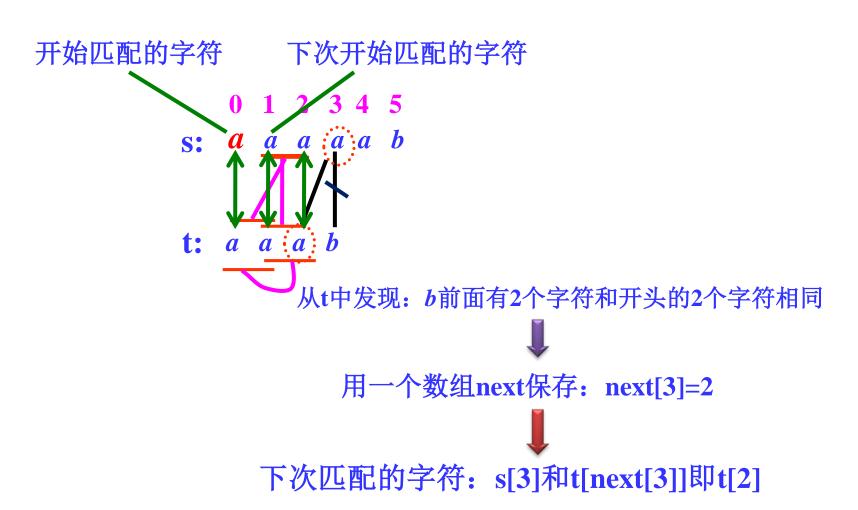
## 4.3.2 KMP算法

KMP算法是D.E.Knuth、J.H.Morris和V.R.Pratt共同提出的,简称KMP算法。

该算法较BF算法有较大改进,主要是消除了主串指针的回溯,从而使算法效率 有了某种程度的提高。

#### KMP算法用next数组保存部分匹配信息的演示

目标串s= "aaaaab", 模式串t= "aaab"。



# KMP算法部分匹配时的两个特征

- (1) 模式滑动到第k个字符,有  $t_{j-k} \sim t_{j-1} = s_{i-k} \sim s_{i-1}$
- (2) 再观察失配时,有  $t_0 \sim t_{k-1} = t_{i-k} \sim t_{i-1}$

两式联立可得:  $t_0 \sim t_{k-1} = s_{j-k} \sim s_{j-1}$ 

# next[j]是指t[j]字符前有多少个字符与t开头的字符相同。

模式串t存在某个k(0<k<j),使得以下成立:

$$"t_0t_1...t_{k-1}" = "t_{j-k}t_{j-k+1}...t_{j-1}"$$
  
开头的 $k$ 个字符  $t[j]$ 前面的 $k$ 个字符

例如,
$$t = \begin{aligned} &0 &1 &2 &3 &4 \\ &a &b &a &b &c \end{aligned}$$
 考虑 $t[4] = \begin{aligned} &c &c &c \end{aligned}$  考虑 $t[4] = \begin{aligned} &c &c \end{aligned}$  有 $t_0 t_1 = t_2 t_3 = \begin{aligned} &c &c \end{aligned}$  中  $k = 2$  所以 $next[4] = k = 2$ 。

#### 归纳起来,定义next[j]数组如下:

$$max\{k \mid 0 < k < j, 且 " $t_0 t_1 ... t_{k-1}$ " = " $t_{j-k} t_{j-k+1} ... t_{j-1}$ " } 当此集合非空时 next[ $j$ ]=  $-1$  当 $j$ = $0$ 时 其他情况$$

t= "aaab" 对应的next数组如下:

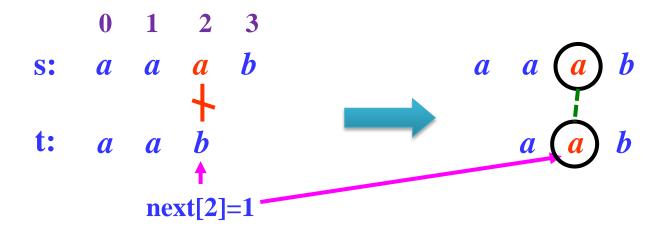
| j       | 0  | 1 | 2 | 3 |
|---------|----|---|---|---|
| t[j]    | a  | a | a | b |
| next[j] | -1 | 0 | 1 | 2 |

$$t_0 = t_1 = "a" t_0 t_1 = t_1 t_2 = "aa"$$

## next[j]的含义

#### (1) next[*j*]=*k*表示什么信息?

说明模式串t[j]之前有k个字符已成功匹配,下一趟应从t[k]开始匹配。



#### (2) next[j]=-1表示什么信息?

说明模式串t[j]之前没有任何用于加速匹配的信息,下一趟应从t的开头即 $j++\Rightarrow j=0$ 开始匹配。如t="abcd",next[0]=-1;next[1]=next[2]=next[3]=0。

#### 由模式串t求next值的算法:

```
void GetNext(SeqString t, int next[])
   int j, k;
   j=0; k=-1; next[0]=-1;
   while (j<t.len-1)
        if (k==-1 || t.ch[j]==t.ch[k])
            j++; k++;
            next[j]=k;
        else k=next[k];
```

#### KMP算法:

```
int KMPIndex(SeqString s,SeqString t)
   int next[MAXLEN], i=0, j=0;
   GetNext(t,next);
   while (i<s.len && j<t.len)
       if (j==-1 \parallel s.ch[i]==t.ch[j])
                                              没有有用信息或两
         i++;
                                              个字符相等时,继
                           //i、j各增1
         j++;
                                              续比较后面的字符
                           //i不变,j后退
       else j=next[j];
   if (j>=t.len)
                           //返回匹配模式串的首字符下标
     return(i-t.len);
   else
                           //返回不匹配标志
     return(-1);
     主串位置不变, 子串重新定位(右移)
```

2020年3月24日

#### KMP算法分析

设串s的长度为n,串t长度为m。

在KMP算法中求next数组的时间复杂度为O(m),在后面的匹配中因主串s的下标不减即不回溯,比较次数可记为n,所以KMP算法平均时间复杂度为O(n+m)。

最坏的时间复杂度为 $O(n \times m)$ 。

# 【例(补充)】已知字符串S为"abaabaabacacaabaabcc",模式串t为

"abaabc",采用KMP算法进行匹配,第一次出现"失配"(s[i] != t[j])时,i=j=5,则下次开始匹配时,i和j的值分别是\_\_\_\_。

A.
$$i=1$$
,  $j=0$  B. $i=5$ ,  $j=0$  C. $i=5$ ,  $j=2$  D. $i=6$ ,  $j=2$ 

说明:本题为2015年全国考研题

| $\boldsymbol{j}$ | 0  | 1        | 2 | 3 | 4        | 5 |
|------------------|----|----------|---|---|----------|---|
| t[j]             | a  | <b>b</b> | a | a | <b>b</b> | c |
| next[j]          | -1 | 0        | 0 | 1 | 1        | 2 |

#### 选C

# 思考题

上述KMP算法仍然存在什么缺陷?

设目标串s="aaabaaaab",模式串t="aaaab"。KMP模式匹配过程。

#### 求t的next:

| j       | 0  | 1 | 2 | 3 | 4        |
|---------|----|---|---|---|----------|
| t[j]    | a  | a | a | a | <b>b</b> |
| next[j] | -1 | 0 | 1 | 2 | 3        |

| j       | 0  | 1 | 2 | 3 | 4        |
|---------|----|---|---|---|----------|
| t[j]    | a  | a | a | a | <b>b</b> |
| next[j] | -1 | 0 | 1 | 2 | 3        |

| j       | 0  | 1 | 2 | 3 | 4        |
|---------|----|---|---|---|----------|
| t[j]    | a  | a | a | a | <b>b</b> |
| next[j] | -1 | 0 | 1 | 2 | 3        |

$$0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8$$
 $s: a \ a \ a \ b \ a \ a \ a \ b$ 
 $j=2$ 
 $t: a \ a \ a \ a \ b$ 
 $j=2, j=next[2]=1$ 

| j       | 0  | 1 | 2 | 3 | 4        |
|---------|----|---|---|---|----------|
| t[j]    | a  | a | a | a | <b>b</b> |
| next[j] | -1 | 0 | 1 | 2 | 3        |

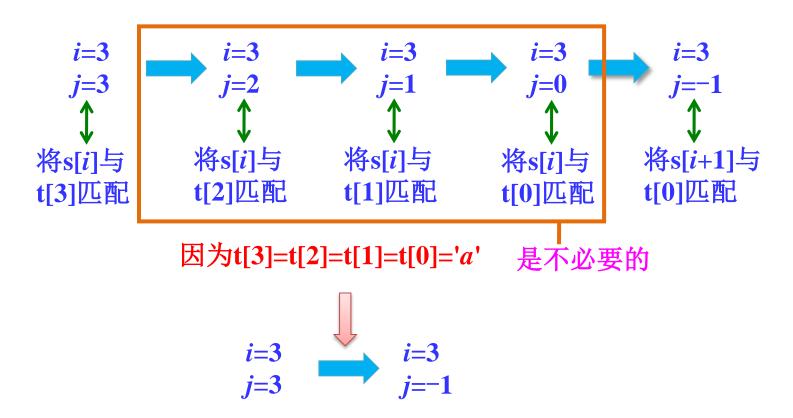
| j       | 0  | 1 | 2 | 3 | 4        |
|---------|----|---|---|---|----------|
| t[j]    | a  | a | a | a | <b>b</b> |
| next[j] | -1 | 0 | 1 | 2 | 3        |

$$0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8$$
 $s: a \ a \ a \ b \ a \ a \ a \ b$ 
 $j=0$ 
 $t: a \ a \ a \ a \ b$ 
 $j=0, j=next[0]=-1$ 

| j       | 0  | 1 | 2 | 3 | 4        |
|---------|----|---|---|---|----------|
| t[j]    | a  | a | a | a | <b>b</b> |
| next[j] | -1 | 0 | 1 | 2 | 3        |

| j       | 0  | 1 | 2 | 3 | 4        |
|---------|----|---|---|---|----------|
| t[j]    | a  | a | a | a | <b>b</b> |
| next[j] | -1 | 0 | 1 | 2 | 3        |

#### 前面的匹配过程:



# 4.2.3 改进的KMP算法

将next改为 nextval:

| j          | 0  | 1  | 2  | 3  | 4        |
|------------|----|----|----|----|----------|
| t[j]       | a  | a  | a  | a  | <b>b</b> |
| next[j]    | -1 | 0  | 1  | 2  | 3        |
| nextval[j] | -1 | -1 | -1 | -1 | 3        |

$$\therefore$$
 nextval[1]=nextval[0]=-1

$$t[4]='b' \neq t[next[4]]='a'$$

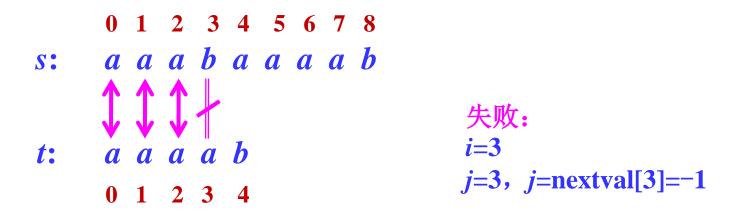
∴ nextval[4]=next[4]

- **✓** nextval[0]=-1
- ✓ 当t[j]=t[next[j]]时: nextval[j]=nextval[next[j]]
- ✓ 否则: nextval[j]=next[j]

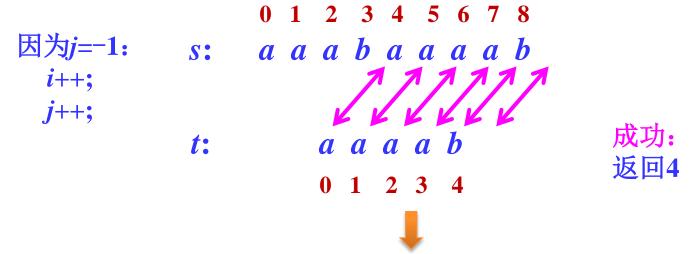
用nextval取代next,得到改进的KMP算法。

#### 使用改进后的KMP算法示例:

| j          | 0  | 1  | 2  | 3  | 4        |
|------------|----|----|----|----|----------|
| t[j]       | a  | a  | a  | a  | <b>b</b> |
| nextval[j] | -1 | -1 | -1 | -1 | 3        |



| j          | 0  | 1  | 2  | 3  | 4        |
|------------|----|----|----|----|----------|
| t[j]       | a  | a  | a  | a  | <b>b</b> |
| nextval[j] | -1 | -1 | -1 | -1 | 3        |



改进后的KMP算法进一步提高模式匹配的效率。

## 改进后求nextval的值

```
void GetNextval(SeqString t,int nextval[]) //由模式串t求出nextval值
   int j=0,k=-1;
   nextval[0]=-1;
   while (j<t.len)
      if (k ==-1 || t.ch[j]==t.ch[k])
      { j++;k++;
          if (t.ch[j] != t.ch[k]) nextval[j]=k;
          else nextval[j]=nextval[k];
      else k=nextval[k];
```

## 改进后的KMP算法

```
//修正的KMP算法
int KMPIndex1(SeqString s,SeqString t)
  int nextval[MaxSize],i=0,j=0;
  GetNextval(t,nextval);
  while (i<s.len && j<t.len)
       if (j==-1 || s.ch[i]==t.ch[j])
       { i++; j++; }
       else j=nextval[j];
  if (j>=t.len) return(i-t.len);
  else return(-1);
```

