博弈模型汇总与整理

朱易凡

在一场博弈中,决策矩阵参数之间的大小关系决定了博弈的类型,也决定了 博弈双方的策略,下表是一个标准的决策矩阵。

博弈者 A\博弈者 B	L	R
U	a, b	c, d
D	e, f	g, h

一、 智猪博弈

当满足 $a \ge c \cdot c \ge g \cdot b \ge d \cdot h \ge f$ 时,这个博弈属于智猪博弈,以下为一个智猪博弈的例子。

舍友\寝室长	整理	不整理
整理	-10, 10	-10, 20
不整理	10, 10	0, 0

假设寝室里有寝室长和舍友两个人,两个人可以选择整理或不整理寝室,且选择了整理寝室会产生-10 收益的时间成本。假如两人中有其中一个选择了整理寝室,那么寝室就会整洁舒服,使两个人都获得收益,但是由于期末考核的时候,寝室长是寝室的代表,在宿管阿姨眼里任劳任怨,因此寝室长可以额外获得 20 收益,而舍友只能多获得 10 收益。

对于舍友来说,不论寝室长是否选择整理寝室,都是不整理寝室收益更高,因此舍友的策略是不整理。寝室长在已知舍友会采取不整理的策略时,整理的收益更高,因此寝室长会采取整理的策略。综上所述,该博弈的纳什均衡是:寝室长整理寝室,舍友不整理寝室。

这个博弈启示我们,能力越大,责任越大。

二、斗鸡博弈(懦夫博弈)

当满足 c>a, e<g, d<b, f>h 时,这个博弈属于斗鸡博弈,以下为一个斗鸡博弈的例子。

球队甲∖球队乙	归化	不归化
归化	-100, -100	50, -50
不归化	-50, 50	10, 10

中超有两支旗鼓相当的球队,一开始都没有选择归化外国球员,因此在比赛中他们只能打出一般的观赏效果。但是如果其中一支球队花大价钱请来姆巴佩作为归化球员,就能把没有归化球员的球队打趴下。如果都选择归化球员,则依然是平手,但是要支付高额工资。

假设球队甲归化的概率是 a,则有-100a+50a=-50(1-a)+10(1-a),解得a=44.4%,因此该博弈的纳什均衡是:甲和乙都有44.4%的概率选择归化。

这个博弈启示我们,本来不归化好好的,一旦有人归化,就会引起竞争,产 生无意义内耗。

三、囚犯困境

当满足 $a \ge c \cdot c \ge g \cdot b \ge d \cdot f \ge h$ 且 $a \le g \cdot b \le h$ 时,这个博弈属于囚徒博弈,以下为一个囚徒博弈的例子。

渔民甲\渔民乙	滥捕	节制
滥捕	0, 0	80, -40
节制	-40, 80	20, 20

假设渔村里面有两位渔民,但是渔村的渔业资源很有限,当两人节制捕捞时,分别能获得 20 收益;但如果其中一人滥捕,就可以白嫖对方 60 收益并据为己有;如果两人都滥捕,则渔业资源很快就会耗尽,两人都无法获利。

对于渔民甲来说,不论渔民乙的策略如何,都是选择滥捕比节制收益高,因此该博弈的纳什均衡是:双方都会选择滥捕。

显然的是,如果双方能信任对方,都选择节制,都可以获得更多收益。人与 人之间,应该要更多的相互信任才是。

四、性别战

当满足 a>g>c、h>b>d 且 c=e、d=f 时,这个博弈属于性别战博弈,以下为一

个性别战博弈的例子。

选手 A\选手 B	开龙	推塔
开龙	30, 50	10, 20
推塔	20, 10	50, 30

在 LPL(英雄联盟职业联赛)比赛中,队伍团战取得了胜利,此时选手 A 觉得应该推塔,选手 B 觉得应该开龙,假如他们选择一样的策略,一方会觉得合理,但是另一方会不理解;但是假如双方各自选择不一样的策略,则会导致决策权不清晰,给对手留下反扑的机会。

该博弈的纳什均衡是:都选择开龙,或都选择推塔。假如决策是同时做出的,则很难达到纳什均衡;假如决策有先后顺序,则当其中一人做出决策后,另一个人会选择纳什均衡策略。

这个博弈启示我们:一个队伍应该有清晰的指挥权所属,当指挥权不清晰时, 一般先做出决策的人会更加有优势。

五、监督博弈

当决策矩阵满足 H<W<V, W>C-F 时, 该博弈属于监督博弈。

雇主\雇员	摸鱼	不摸鱼
监管	-C+F, -F	V-W-C, W-H
不监管	−W, W	V-W, W-H

假设雇主发给雇员的工资为 W, 初始状态下, 收益为(-W, W)。如果雇员不摸鱼,则可以以消耗精力成本 H, 为雇主创造剩余价值 V; 如果雇主选择监管,则需要付出成本 C; 如果雇员不摸鱼,则雇主的监管毫无意义,如果雇员摸鱼,雇主就会拒绝发工资并解雇雇员,雇主获得赔付违约金 F。

以下为一个监督博弈的例子。

老师\学生	不听课	听课
考试	-C+F, -F	V-C, -V
不考试	0, 0	V, -V

在课上,老师可以选择组织考试来检测学生有没有听课。假设老师考试的概率为 a,学生不听课的概率为 b,在均衡时有 a=V/F,b=C/F,老师的期望收益是 (1-C/F)*V。

根据以上计算结果,我们可以得到启示:老师在教学的时候,可以通过提高犯错成本 F 或降低考试成本 C 来降低学生不听课的概率(事实如此,因为考试不过会挂科,用学在浙大直接考试很方便);学生可以通过降低犯错成本 F 或提高课堂反馈 V 来降低老师考试的概率。

六、猎鹿博弈

当满足 a>g、a>e、b>h、b>d 且 g>c、h>f 时,这个博弈属于猎鹿博弈,以下为一个猎鹿博弈的例子。

运动员甲\运动员乙	高难度	低难度
高难度	10, 10	0, 3
低难度	3, 0	5, 5

双人跳水运动员可以选择高难度动作或低难度动作,如果两人选择一样的动作,可以因为出色的配合获得 10/5 分;但如果选择了不一样的动作,高难度动作运动员无法一个人完成,会被判 0,而另一个运动员勉强完成动作,可以获得 3 分。

该博弈的均衡是:都选择高难度或都选择低难度。但是明显都选择高难度对于双方都更有利。

该博弈启示我们:人与人之间应该通力合作,寻求最优解。