

一、填空题 (每小题 4 分, 共 36 分)

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x \ln(1+x)} =$ _____.

2. $d(\tan 2x) =$ _____ $d(2x)$.

3. 不定积分 $\int e^{3x} dx =$ _____.

4. 定积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x \cos x + \sin^4 x) dx =$ _____.

5. 曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 + y + z = 1 \end{cases}$ 在 yOz 平面上的投影曲线为_____.

6. 函数 $f(x) = \frac{\sin(\pi x)}{(x-1)(x-\pi)}$ 的可去间断点为_____.

7. 若广义积分 $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$ 发散, 则 $p \in$ _____.

8. 曲线 $y = 3x - x^3$ 的凸区间为_____.

9. 曲线 $y = \frac{2x^2}{x^2 - 6}$ 的水平渐近线为_____.

二、解答下列题 (每小题 6 分, 共 18 分)

1. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $x + e^{xy} = y$ 确定, 求 y' .

2. 求由曲线 $y = \sin x$ 与 $y = \cos x$ 及直线 $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{2}$ 所围的封闭图形的面积

3. 求平行于 x 轴, 且经过点 $A(4, 0, -2)$ 和 $B(5, 1, 7)$ 的平面 π 的方程.

三、计算下列各题 (每题 8 分, 共 32 分)

1. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{2x} \sin t^2 dt}{\sin x - x}$

2. 若 $\begin{cases} x = te^{2t} \\ y = t + t^2 \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$.

3. 计算不定积分 $\int x \arctan x dx$.

4. 计算定积分 $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$.

四、解答下列各题（第一题 8 分，第二题 6 分，共 14 分）

1. 设平面区域 D 由曲线 $y^2 = 2x$, $x = 0$ 及 $y = 1$ 围成, 求 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体体积.

2. 证明: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx$, 并求 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$ 值.

19B

一、填空题(本题共 9 小题, 每小题 4 分, 满分 36 分)

1、 $\int \sec x dx =$ _____.

2、 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x dx =$ _____.

3、 设 $f(x) = x \cos x$, 则 $f^{(2020)}(0) =$ _____.

4、 函数 $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 18x + 5$ 在 $[0, 2]$ 上的最小值是_____。

5、 曲线 $y = 12x^2 - x^4$ 在区间_____内是凹的.

6、 $\int_{-1}^1 (x^2 - x\sqrt{4-x^2}) dx =$ _____.

7、 $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x} =$ _____.

8、曲线 $\begin{cases} z = x + y \\ x = 0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周所成的旋转面方程是_____.

9、函数 $f(x) = \frac{x^4}{x-1}$ 的铅直渐近线为_____.

二、计算题(本题共 3 小题, 每小题 8 分, 满分 24 分)

1、已知 $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + \arcsin x$, 求 dy

2、计算不定积分 $\int x \sin(3x + 2) dx$

3、计算定积分 $\int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}$

三、计算题(本题共 3 小题, 每小题 8 分, 满分 24 分)

1、计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin t^2 dt}{x^3}$

2、计算定积分 $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\cos x}{\sqrt{1 - \sin x}} dx$

3、求过坐标原点 $O(0,0,0)$ 与点 $P(3,4,-6)$ 并且与平面 $2x + 5y - 3z = 7$ 垂直的平面方程。

四、计算题(本题共 2 小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

1、求由曲线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 与直线 $3x - 2y - 4 = 0$ 所围成的平面图形的面积。

2、求由 $y = \ln x$ 、 $y = -1$ 和 $x = e$ 所围成的平面图形绕 y 轴旋转一周所成立体的体积。