《高等数学（工）A（II）》模拟考试卷（二）

一、客观题（本题共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分）

1、$\lim\limits_{(x,y)\to(5,0)}\dfrac{y}{\tan(xy)}=$ ______ 。

2、设 $f(x,y)=xy\ln(x^2+y^2)$，则 $\left.\dfrac{\partial f}{\partial y}\right|_{(1,1)}=$ ______ 。

3、设 $u=\sqrt{1+x+y^2+z^3}$，$\vec{l}=(0,1,0)$，则 $\left.\dfrac{\partial u}{\partial l}\right|_{(1,-2,1)}=$ ______ 。

4、曲面 $\Sigma: z=x^2+y^2$ 在点 $(1,-2,5)$ 处的法线方程为 ______ 。

5、微分方程 $y'+xy+x=0$ 的通解为 ______ 。

6、幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(x+1)^n}{n+1}$ 的收敛域为 ______ 。

7、交换积分次序：$\int_{-1}^{2}dx\int_{x^2}^{x+2}f(x,y)dy=$ ______ 。

8、已知二阶线性微分方程有通解 $y=C_1+C_2e^x$，则方程为 ______ 。

二、计算题(本题共 4 小题，每小题 8 分，满分 32 分)

1、设 $z=f(x,y)$ 由 $x+2y+3z=e^{3x+2y+z}$ 确定，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$、$\dfrac{\partial z}{\partial y}$。

2、判断级数的敛散性：（1）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}[(\dfrac{2}{3})^n+\dfrac{1}{n^{\frac{2}{3}}}]$；　　（2）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln(1+\dfrac{1}{n})$。

3、计算均匀上半圆 $D: x^2+y^2\le 4, y\ge 0$ 的重心坐标。

4、求函数 $y=\dfrac{1}{x+1}$ 在 $x_0=2$ 处的幂级数展开，并且写出收敛域。

三、计算题(本题共 3 小题，每小题 8 分，满分 24 分)

1、设 $z=f(x^2y,3x-2y+1)$，其中 f 有二阶连续偏导数，计算 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

2、求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2+1}{n}x^n$ 的和函数 $s(x)$，并指出收敛域。

3、求 $z=xy$ 在条件 $x^2+y^2=2x$ 下的最大值与最小值。

四、计算题(本题共 2 小题，每小题 6 分，满分 12 分)

1、计算二重积分 $\iint\limits_D x(1+y^3\sqrt{x^2+y^2})dxdy$，其中 D 是由直线 $x+y=0$，$x=2$，$y=2$ 围成的平面三角形区域。

2、讨论 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y}{x^2+y^2} & x^2+y^2\neq 0\\ 0 & x^2+y^2\neq 0\end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处的可微性。

附加题(满分 5 分) 求级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{n^2+n+1}{n!}$ 。