一、客观题（本题共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分）

1、设函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1-\sqrt{1+xy}}{xy} & (x,y)\neq(0,0)\\ a & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ 在 $(0,0)$ 点连续，则 $a=$ ________ 。

2、设 $z=\ln\dfrac{y}{x}+\dfrac{\arctan y^2}{\sqrt{1+\ln(1+y^2)}}$ ，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$ ________ 。

3、交换积分次序 $I=\int_0^1 dx\int_{x^2}^{x} f(x,y)dy=$ ________ 。

4、曲面 $z^3=xy$ 在点 $P_0=(-1,1,-1)$ 处的法线方程为 ________ 。

5、微分方程 $\dfrac{dy}{dx}=e^{x-y}$ 满足条件 $y(0)=0$ 的特解为 ________ 。

6、幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-3)^n}{n}(x+1)^n$ 的收敛域为 ________ 。

7、设 $f(x,y,z)=x^2y^2+yz^3$ ， $\vec{l}=(1,1,1)$ ，则 $\left.\dfrac{\partial f}{\partial l}\right|_{(1,1,1)}=$ ________ 。

8、微分方程 $\boldsymbol{y}'-\dfrac{2}{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{y}=-\boldsymbol{x}$ 的通解为 ________ 。

二、判断级数的敛散性(本题共 2 小题，每小题 4 分，满分 8 分)

1、 $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{n}\tan\dfrac{\pi}{n^2}$ ；　　2、 $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n+1)^2\cdot 2^n}$ 。

三、计算题(本题共 3 小题，每小题 8 分，满分 24 分)

1、求微分方程 $y''-2y'-3y=3x+1$ 的通解。

2、设 $z=z(x,y)$ 由方程 $\sin(xy)+xz^2-3yz=2$ 确定，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 、 $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ 。

3、将 $f(x)=\ln x$ 在 $x_0=3$ 处展开成幂级数，并且写出收敛域。

四、计算题(本题共 3 小题，每小题 8 分，满分 24 分)

1、设 $z=f(2y^2-3xy,4x^2)$ ，其中 f 有二阶连续的偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ ， $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ 。

2、计算 $\iint\limits_D (3y-1)d\sigma$ ，其中 D 是由直线 $y=-x$ ， $x+2y=3$ 及 x 轴围成。

3、求函数 $z=x^3-4x^2+2xy-y^2+1$ 的极值。

五、计算题(本题共 2 小题，每小题 6 分，满分 12 分)

1、求级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{3^n}$的和。

2、计算二重积分：$I=\iint_D e^{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$，其中$D=\{(x,y)\,|\,1\le x^2+y^2\le 4\}$。

附加题（本题 5 分）：求幂级数 $x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\cdots+\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}+\cdots$ 的和函数。