

RAPPORT DE STAGE

Analyse de sensibilité pour un modèle de propagation des phéromones d'insectes ravageurs

Auteur :
Zhang Minghe

Encadrants:
Thibault MALOU
Simon LABARTHE



Sommaire

1 Introduction	2
1.1 Contexte scientifique	2
1.2 Mathématiques de la propagation de phéromones	2
1.2.1 Modèle de propagation 3D	3
1.2.2 Modèle de panache gaussienne	3
1.3 Modèle de propagation 2D	4
1.3.1 Formalisation du modèle	4
1.3.2 schéma volume fini	4
1.4 Analyse de sensibilité	5
1.4.1 Analyse globale	5
1.4.2 Analyse locale	7
1.4.3 Analyse de sensibilité pour des données spatialisées	7
1.5 Ondelette pour la décomposition de données 2D	8
1.5.1 Transformée en ondelette continue	8
1.5.2 Exemple du vent	11
1.6 Problématique du stage	11
2 Formalisation du cas test	12
2.1 Cas test	12
2.1.1 Paysage étudié avec les données d'occupation des sols	12
2.1.2 Données de vent	14
2.1.3 Terme source	15
2.1.4 Réalisation de la simulation numérique du modèle de propagation des phéromones	16
2.2 Quantification des incertitudes	16
2.2.1 Coefficient de perte	17
2.2.2 Modélisation multi-échelle des incertitudes liées au champs de vent	17
2.2.3 Stratégie d'échantillonage	20
3 Résultats	21
3.1 Analyse de sensibilité locale	21
3.1.1 Effet des variations sur le paramètre de vent	21
3.1.2 Effet des variations sur le coefficient de perte	23
3.2 Analyse de sensibilité globale	23
4 Conclusion	24

1 Introduction

Ce stage est réalisé dans la cadre de projet PheroSensor au sein de l'unité MaIAGE de l'INRAE, qui vise à détecter et localiser des insectes ravageurs à partir de capteurs de phéromone. L'objectif principal de ce stage consiste à étudier la sensibilité d'un modèle de réaction-diffusion-convection représentant la propagation de phéromones dans l'environnement aux incertitudes liées aux paramètres environnementaux du modèle (vent, paramètre de dépot).

Le projet de stage se décompose en trois parties principales :

- Étude du modèle de dispersion atmosphérique des phéromones et réaliser la simulations numériques en utilisant le modèle et la méthode des volumes finis déjà implémentés.
- Modéliser des incertitudes relatives aux paramètres environnementaux: des perturbations à différentes échelles du champ de vent sont modélisées en utilisant des décompositions en ondelettes, et un modèle hiérarchique est proposé pour les incertitudes relatives aux coefficients de perte.
- Réalisation d'une analyse de sensibilité (locale et globale) portant sur les paramètres environnementaux, notamment les coefficients de perte et les paramètres liés à la modulation de la turbulence du vent.

Dans la suite de l'introduction, on va introduire les théories et méthodes qu'on utilisera pendant le stage.

1.1 Contexte scientifique

Dans le cadre du déploiement du Programme Prioritaire de Recherche "cultiver et protéger autrement", dont l'objectif est d'établir une agriculture dépourvue de pesticides, la problématique des ravageurs demeure incontournable.

Les insectes causent la destruction d'un tiers des récoltes annuelles mondiale. Changement climatique et intensification des échanges commerciaux font de la détection précoce des insectes ravageurs invasifs un défi majeur pour une action optimale avant infestation.

L'objectif du projet PheroSensor est de détecter et localiser les insectes grâce aux phéromones émises par les ravageurs, la localisation des insectes se faisant par combinaison d'un modèle de propagation de phéromone et des données de ces capteurs. Des capteurs de phéromones d'insectes ravageurs seront déployés en plein champs, et les séries temporelles de concentration de phéromone seront utilisées pour inférer la localisation des insectes émetteurs par résolution d'un problème inverse défini à partir d'un modèle de propagation de phéromones. Ce modèle de propagation de phéromones dépend de paramètres environnementaux, en particulier du vent et de coefficients de perte des phéromones sur la végétation, qui peuvent s'avérer difficile à estimer. L'objectif de ce stage est de réaliser une analyse de sensibilité du modèle de propagation à ces paramètres environnementaux. Cette analyse de sensibilité permettra de mieux anticiper l'impact des variations des paramètres environnementaux sur la résolution du problème inverse, en termes de comportement et de précision.

1.2 Mathématiques de la propagation de phéromones

Dans cette partie, on va introduire un modèle de propagation d'espèces chimique présenté dans l'article [5] de John M. Stockie, c'est un modèle classique pour la propagation de polluant. On

va prendre ce modèle pour modéliser la propagation de phéromones. Supposons que l'espèce chimique n'influe pas la dynamique de l'atmosphère, dans la suite, on va présenter le modèle de propagation 3D.

1.2.1 Modèle de propagation 3D

On va se concentrer dans un premier temps sur la concentration massique (ou densité) à l'emplacement $\mathbf{x} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ et au temps t . Le modèle est basé sur l'équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = S$$

avec

$C(\mathbf{x}, t)$ la densité de phéromones à (x, y, z) .

$S(\mathbf{x}, t)$ le terme source .

$\vec{J}(\mathbf{x}, t)$ est une fonction vectorielle qui représente le flux massique de phéromones dû aux effets combinés de la diffusion \vec{J}_D et de l'advection \vec{J}_A .

Où

$$\vec{J}_D = -\mathbf{K}\nabla C$$

avec $\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_x & & \\ & K_y & \\ & & K_z \end{pmatrix}$ le tenseur de diffusion.

$$\vec{J}_A = C\vec{u}$$

avec \vec{u} la vitesse de vent.

Finalement, on aura

$$\vec{J} = \vec{J}_D + \vec{J}_A = -\mathbf{K}\nabla C + C\vec{u}$$

et l'équation devient :

$$\partial_t C - \nabla \cdot (\mathbf{K}\nabla C) + \nabla \cdot (C\vec{u}) = S \quad (1)$$

avec les conditions aux bord :

$$C(0, y, z) = 0, \quad C(\infty, y, z) = 0, \quad C(x, \pm\infty, z) = 0, \quad C(x, y, \infty) = 0, \quad \frac{\partial C}{\partial z}(x, y, 0) = \tau_{loss}C$$

La première condition c'est qu'on suppose qu'il n'y a pas de contaminant à $x < 0$. La dernière condition représente le dépôt de phéromone au sol, où τ_{loss} représente le coefficient de perte.

1.2.2 Modèle de panache gaussienne

STOCKIE a présenté aussi le modèle de panache gaussienne dans l'article, qui est un modèle simplifié obtenu sous quelques hypothèses simplificatrices :

- Le contaminant est émis à un débit constant Q à partir d'une source ponctuelle unique $\vec{x} = (0, 0, H)$ située à une hauteur H au-dessus de la surface du sol, le terme source peut s'écrire :

$$S(\mathbf{x}) = Q\delta(x)\delta(y)\delta(z - H)$$

où δ est une distribution de dirac.

- La vitesse du vent est uniforme et alignée avec l'axe des x positif de sorte que $\vec{u} = (u_0, 0, 0)$ pour une certaine constante u_0 .
- La diffusion est isotrope de sorte que $K_x(x) = K_y(x) = K_z(x) = K(x)$.
- La vitesse du vent est suffisamment grande pour que la diffusion dans la direction x soit beaucoup inférieure à l'advection, alors le terme $K_x \partial_x^2 C$ peut être négligé.
- $\tau_{loss} = 0$

Après avoir résolu l'équation (1) de la manière exacte, on obtient :

$$C(r, y, z) = \frac{Q}{4\pi u r} \exp\left(-\frac{y^2}{4r}\right) \left[\exp\left(-\frac{(z-H)^2}{4r}\right) + \exp\left(\frac{(z+H)^2}{4r}\right) \right]$$

avec

$$r = \frac{1}{u_0} \int_0^x K(\xi) d\xi$$

Dans la suite de ce manuscrit, nous allons utiliser une autre simplification du modèle 3D pour étudier la propagation de phéromones : un modèle 2D obtenu en moyennant la concentration C selon l'axe des z . Le modèle sera présenté dans la prochaine partie.

1.3 Modèle de propagation 2D

On s'intéresse maintenant à la concentration de phéromones après la propagation sur le paysage, on va présenter le modèle de propagation 2D.

1.3.1 Formalisation du modèle

Le modèle est assez similaire que l'équation (1), mais avec une partie "réaction" en plus, correspondant à la décomposition des phéromones pendant leur propagation. En notant τ_{loss} le coefficient de perte, on a :

$$\partial_t C - \nabla \cdot (\mathbf{K} \nabla C) + \nabla \cdot (C \vec{u}) + \tau_{loss} C = S \quad (2)$$

1.3.2 schéma volume fini

Pour la simulation, la méthode utilisée est la méthode des volumes finis, qui est déjà implémentée. Je vais donc simplement présenter la partie relative à la diffusion et à l'advection dans ce schéma.

Opérateur de diffusion

On note $D : C \mapsto \nabla \cdot (\mathbf{K}(x, y) \nabla C(x, y)) \quad \forall (x, y) \in \Omega$, opérateur de diffusion, le solveur D^{solver} satisfait :

$$\begin{aligned} D^{solver} C(x_i, y_j) &\approx \frac{1}{|\Omega_{i,j}|} \int_{\Omega_{i,j}} \nabla \cdot (\mathbf{K}(x, y) \nabla C(x, y)) dx dy \\ &= \frac{1}{|\Omega_{i,j}|} \left(\Delta y \left(\mathbf{K}_{i+\frac{1}{2},j} \frac{C_{i+1,j} - C_{i,j}}{\Delta x} - \mathbf{K}_{i-\frac{1}{2},j} \frac{C_{i,j} - C_{i-1,j}}{\Delta x} \right) \right) \\ &\quad + \frac{1}{|\Omega_{i,j}|} \left(\Delta x \left(\mathbf{K}_{i,j+\frac{1}{2}} \frac{C_{i,j+1} - C_{i,j}}{\Delta y} - \mathbf{K}_{i,j-\frac{1}{2}} \frac{C_{i,j} - C_{i,j-1}}{\Delta y} \right) \right) \end{aligned}$$

Opérateur d'advection

On note $A : C(x, y) \mapsto \nabla \cdot (U(x, y)C(x, y)) \forall (x, y) \in \Omega$, opérateur d'advection, le solveur A^{solver} satisfait :

$$\begin{aligned} A^{solver}C(x_i, y_j) &\approx \frac{1}{|\Omega_{i,j}|} \int_{\Omega_{i,j}} \nabla \cdot (U(x, y)C(x, y)) dx dy \\ &= \frac{1}{|\Omega_{i,j}|} \left(\Delta y \left(C_{i+\frac{1}{2}, j} u_{i+\frac{1}{2}, j} - C_{i-\frac{1}{2}, j} u_{i-\frac{1}{2}, j} \right) + \Delta x \left(C_{i, j+\frac{1}{2}} v_{i, j+\frac{1}{2}} - C_{i, j-\frac{1}{2}} v_{i, j-\frac{1}{2}} \right) \right) \end{aligned}$$

La méthode des volumes finis aide à résoudre l'équation (2) numériquement avec les paramètres environnementaux comme τ_{loss} et le vent, sur qui on va faire l'analyse de sensibilité.

1.4 Analyse de sensibilité

Dans le modèle (2), les paramètres environnementaux comme \vec{u} ou τ_{loss} sont souvent difficiles à estimer ou à déterminer précisément. Il est donc essentiel de connaître la sensibilité du modèle de propagation à ces paramètres afin d'analyser l'impact des incertitudes concernant ces paramètres sur les sorties du modèle de propagation.

Comme évoqué précédemment, les paramètres environnementaux clés incluent les coefficients de perte en fonction de l'occupation du sol, ainsi que la vitesse et la direction du vent. Dans le modèle de propagation des phéromones, lorsqu'elles traversent un type de sol donné, une partie des phéromones adhère à la végétation. Le coefficient de perte est utilisé pour quantifier la quantité de phéromones perdue, ce qui s'avère difficile à estimer. De même, les données de vent fournies par MétéoFrance perdent des informations relatives aux petites échelles. Il est donc nécessaire d'introduire un paramètre pour intégrer ces informations sur les petites échelles.

Dans de telles situations, il devient nécessaire d'effectuer une analyse de sensibilité pour évaluer l'impact de ces paramètres sur les résultats globaux.

L'analyse de sensibilité peut être divisée en deux catégories principales dans notre étude : l'analyse de sensibilité locale et l'analyse de sensibilité globale. Ces deux approches visent à étudier comment les variations des paramètres d'un modèle affectent sa sortie, mais elles diffèrent par leur portée et leurs objectifs.

1.4.1 Analyse globale

L'analyse de sensibilité globale examine l'influence des paramètres sur l'ensemble de l'espace des paramètres, sans se limiter à un point spécifique.

L'objectif principal de l'analyse de sensibilité globale est de comprendre comment les paramètres interagissent et affectent la sortie du modèle sur l'ensemble de leur plage de variation. Elle permet d'identifier les paramètres clés qui ont un impact significatif sur le modèle et d'explorer les interactions complexes entre les paramètres.

Il existe diverses méthodes pour évaluer la sensibilité, et dans ce modèle, nous optons pour l'indice de Sobol. La méthode de Sobol constitue en une analyse de sensibilité fondée sur la variance, ce qui permet d'évaluer la contribution de chaque paramètre à la variance totale. Ici on introduit

$X_i, i = 1, \dots, d$, les paramètres à étudier et d est la dimension de l'espace des paramètres. Y est la fonction d'évaluation, c'est à dire la sortie du modèle pour les paramètres (X_i).

L'indice de Sobol utilise une décomposition fonctionnelle de la variance de la fonction, on introduit d'abord la variance conditionnelle :

$$\mathbb{V}_i(Y) = \mathbb{V}[\mathbb{E}(Y|X_i)], \quad \mathbb{V}_{ij} = \mathbb{V}[\mathbb{E}(Y|X_i, X_j)] - \mathbb{V}_i(Y) - \mathbb{V}_j(Y)$$

et la variance totale :

$$\mathbb{V}(Y) = \sum_{i=1}^d \mathbb{V}_i(Y) + \sum_{i < j}^d \mathbb{V}_{ij}(Y) + \dots + \mathbb{V}_{1,\dots,d}(Y) \quad (3)$$

Donc les indices de Sobol sont :

$$S_i = \frac{\mathbb{V}_i(Y)}{\mathbb{V}(Y)}, \quad S_{ij} = \frac{\mathbb{V}_{ij}(Y)}{\mathbb{V}(Y)}$$

S_i correspond au terme de premier ordre qui renseigne sur la contribution du i -ème paramètre, et S_{ij} correspond au terme de second ordre qui renseigne sur la contribution des interactions entre le i -ème et le j -ème paramètre. C'est-à-dire, l'effet donne par la variation du paramètre i et j ne peut pas être exprimé comme la somme de leurs effets uniques.

Les indices d'ordre total est :

$$S_{T_i} = S_i + \sum_j S_{ij} + \sum_{j,k} S_{ijk} + \dots = 1 - \frac{\mathbb{V}[\mathbb{E}(Y|X_{\sim i})]}{\mathbb{V}(Y)}$$

$\mathbb{E}(Y|X_{\sim i})$ représente l'espérance de Y sachant tous les X sauf X_i

Les indices de premier ordre somme au plus 1, et les indices d'ordre total somme au moins 1. S'il n'y a pas d'interactions, alors les indices d'ordre premier et total sont égaux, et les indices d'ordre premier et total somment à 1, comme l'équation ci-dessous (cf Saltelli [3]) :

$$\sum_i S_i + \sum_i \sum_{j>i} S_{ij} + \sum_i \sum_{j>i} \sum_{l>j} S_{ijl} + \dots + S_{i,\dots,k} = 1$$

On peut avoir cette relation grâce à la formule de la variance totale (3).

Après avoir analysé les résultats à l'aide de l'indice de Sobol, nous sommes en mesure d'obtenir la sensibilité de chaque paramètre. Les sensibilités de premier ordre de certains de ces paramètres, qui sont nettement supérieures aux autres, indiquent que la sortie du modèle est plus sensible à ces paramètres. En d'autres termes, ces paramètres exercent un impact plus significatif sur la sortie du modèle que les autres.

De plus, lorsque la sensibilité de second ordre de certains paramètres est plus élevée que celle des autres, cela signale que l'interaction entre ces paramètres doit être prises en compte.

Lorsque la sensibilité totale de certains paramètres est nettement supérieure à celle des autres, cela implique que les variations de ces paramètres auront un impact plus marqué sur la sortie du modèle que les variations d'autres paramètres.

Globalement, les paramètres ayant une sensibilité nettement plus élevée au premier ordre ou dans leur totalité devraient faire l'objet d'une attention accrue dans une analyse plus approfondie.

Ceci peut indiquer que le modèle est fortement sensible à ces paramètres et que leur valeur doit être déterminée avec une grande précision.

Les équations ci-dessus peuvent être généralisées pour calculer des termes d'ordre supérieur. Cependant, notre principal intérêt réside dans les sensibilités de premier ordre S_i . En effet, le calcul des termes supérieurs demande un investissement important en temps de calcul, et leur interprétation s'avère plus complexe.

1.4.2 Analyse locale

L'analyse globale consiste à comparer la sensibilité de plusieurs paramètres simultanément. En revanche, l'analyse de sensibilité locale se concentre sur un point spécifique de l'espace des paramètres, généralement autour d'une configuration de paramètres donnée.

L'objectif principal de l'analyse de sensibilité locale est d'évaluer comment de petites variations d'un paramètre autour d'une configuration de départ particulière affectent la sortie du modèle. Cela permet de comprendre la réponse du modèle à des variations locales des paramètres.

1.4.3 Analyse de sensibilité pour des données spatialisées

Comme mentionné dans l'introduction, on s'intéresse à analyser la sensibilité pour le coefficient de perte, et paramètre de vent. Ces paramètres sont spatialisés, ce qui introduit une difficulté de modélisation supplémentaire [6]. L'intérêt de faire l'analyse de sensibilité aux données spatialisées est :

- Les données spatiales sont souvent associées à une certaine quantité d'incertitude en raison de la variabilité spatiale. En identifiant les paramètres importants, on peut mieux réduire l'incertitude associée à notre modèle spatial.
- L'analyse de sensibilité peut aider à mieux comprendre comment les différentes entrées du modèle interagissent pour produire les résultats observés.
- Les données spatiales peuvent être coûteuses à collecter. L'analyse de sensibilité peut aider à déterminer quels paramètres ou quelles caractéristiques ont le plus d'influence sur les résultats, ce qui peut orienter la collecte de données vers les aspects les plus critiques.

Voici les étapes pour y réaliser :

- **Étape 1** : Définir les paramètres d'entrée à analyser, par exemple α, β, γ .
- **Étape 2** : Quantifier les incertitudes, déterminer la plage des paramètres. $\alpha \in \Omega_1, \beta \in \Omega_2, \gamma \in \Omega_3$.
- **Étape 3** : Échantillonner les paramètres d'entrée, par exemple, prendre d échantillon pour chaque paramètre d'entrée, on obtient $\alpha_1, \dots, \alpha_d \in \Omega_1, \beta_1, \dots, \beta_d \in \Omega_2, \gamma_1, \dots, \gamma_d \in \Omega_3$. Et définir la fonction d'évaluation $Y = f(\alpha_1, \dots, \alpha_d; \beta_1, \dots, \beta_d; \gamma_1, \dots, \gamma_d)$
- **Étape 4** : Réaliser l'analyse de sensibilité et étudier la sensibilité de premier ordre et ordre total pour tous les paramètres d'entrée.

1.5 Ondelette pour la décomposition de données 2D

Afin de formaliser un scénario de test plus réaliste, nous avons besoin d'obtenir des données relatives au vent (vitesse et direction) auprès de l'Institut MétéoFrance. Cependant, le modèle météo du vent a une échelle spatio-temporelle trop vaste avec un échantillonnage d'environ 1.3 km et 1 heure. Cette échelle large conduit à une perte de précision par rapport à la réalité. Comme illustré dans l'image ci-dessous, le modèle météo est régional alors que l'on s'intéresse à des phénomènes à l'échelle du paysage, le petit carré noir représente le paysage qui nous intéresse, avec une distance de 1.3 km entre les deux flèches.



Figure 1: Champs de vent calculé par MétéoFrance dans la région. Les flèches colorées correspondent au vecteur vent : les longueurs et les couleurs des flèches sont normalisées par le module du vecteur vitesse. Le carré noir correspond au paysage que l'on va étudier

Dans ce contexte, il est nécessaire d'incorporer des échelles plus fines, notamment en considérant les petites structures de turbulence. Afin de réaliser cela, nous allons introduire des structures de données à différentes échelles, en utilisant des décompositions en ondelettes du champ de vent. Dans la section suivante, on va présenter comment paramétriser l'échelle plus petit du champ de vent et quantifier l'incertitude de ce paramètre.

1.5.1 Transformée en ondelette continue

Dans cette partie, on va introduire les théories de l'espace des ondelettes[4], qu'on va utiliser dans la partie 2.2.2 pour générer le champs de vent. Supposons $\forall t \in [0, T]$, on a :

$$\vec{u}_t = \Psi a_t \quad (4)$$

où Ψ est la matrice de transformation, \vec{u}_t est le champs de vent et a_t est une matrice qui contient des coefficients des ondelettes. Cette formule permet de passer le champ de vent dans l'espace des ondelettes.

Supposons que ψ est la fonction d'une ondelette, les fonctions des ondelettes sont définies à partir de translations et dilatations/contractions de l'ondelette "mère" ψ :

$$\psi_{x,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}}\psi\left(\frac{t-x}{s}\right)$$

où $x \in \mathbb{R}$ définit la translation temporelle et $s > 0$ est l'échelle de dilatation/contraction.

La transformée en ondelettes continue d'une fonction $f \in L^2(\mathbb{R})$ au point $x \in \mathbb{R}$ et à l'échelle $s > 0$ est définie par :

$$W_f(x, s) = \langle f, \psi_{x,s} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \overline{\psi\left(\frac{t-x}{s}\right)} dt$$

Maintenant on présente l'analyse multirésolution. Supposons qu'on a une fonction $f \in L^2$, l'approximation de f au niveau de résolution j peut être définie par la donnée d'une suite de coefficients qui correspondent à une moyenne locale de f sur des intervalles disjoints de longueur 2^j . Lorsque l'on passe de la résolution j à la résolution $j+1$ le niveau d'approximation est plus grossier, alors que lorsque l'on passe du niveau j au niveau $j-1$ on affine la qualité de l'approximation. De façon plus formelle, l'approximation d'une fonction f à la résolution j correspond à la projection orthogonale de f sur un sous-espace $V_j \subset L^2(R)$ ce qui conduit aux relations suivantes :

- $\forall j \in \mathbb{Z}, \quad V_{j+1} \subset V_j \subset \dots \subset L^2(\mathbb{R})$
- $\forall j \in \mathbb{Z}, \quad f(t) \in V_j \iff f\left(\frac{t}{2}\right) \in V_{j+1}$
- $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\}, \quad \overline{\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j} = L^2(\mathbb{R})$

L'approximation d'une fonction f aux échelles 2^j et 2^{j-1} est définie par la projection $P_{V_j}f$ et $P_{V_{j-1}}f$. Étant donné que $V_j \subset V_{j-1}$, on définit l'espace W_j comme l'espace complémentaire orthogonal de V_j dans V_{j-1} , i.e

$$V_{j-1} = V_j \oplus W_j$$

où V_j est l'espace d'approximation, W_j est l'espace de détail, L'approximation de f à l'échelle 2^{j-1} peut donc se décomposer sous la forme :

$$P_{V_{j-1}} = P_{V_j}f \oplus P_{W_j}f$$

On a les relations suivantes :

- $\bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} W_j = L^2(\mathbb{R})$
- $\forall (j, j') \in \mathbb{Z}^2, \quad j \neq j', \Rightarrow W_j \perp W_{j'}$
- Si $f(t) \in W_j$, alors $f\left(\frac{t}{2}\right) \in W_{j+1}$

Étant donné la base orthonormée des ondelettes :

$$\{\psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}}\psi\left(\frac{t-2^j k}{2^j}\right)\}_{(j,k) \in \mathbb{Z}^2}$$

Les produits scalaires $\langle f, \psi_{x,s} \rangle$ sont appelés les coefficients d'ondelettes dans la base $\psi_{x,s}(t)$, avec ce coefficient et les relations au-dessus, tout signal pourra donc s'écrire sous la forme :

$$f = \sum_j \sum_k \langle f, \psi_{x,s} \rangle \psi_{x,s}$$

et donc on peut aussi avoir :

$$f = P_{V_n} f + \sum_{j=1}^n P_{W_j} f = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \langle f, \phi_{n,k} \rangle \phi_{n,k} + \sum_{j=1}^n \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \langle f, \psi_{j,k} \rangle \psi_{j,k}$$

où ϕ est une fonction d'échelle dans la base orthonormée de l'espace V_j .

Voici un exemple pour la décomposition en multirésolution d'une image 2D [5]:

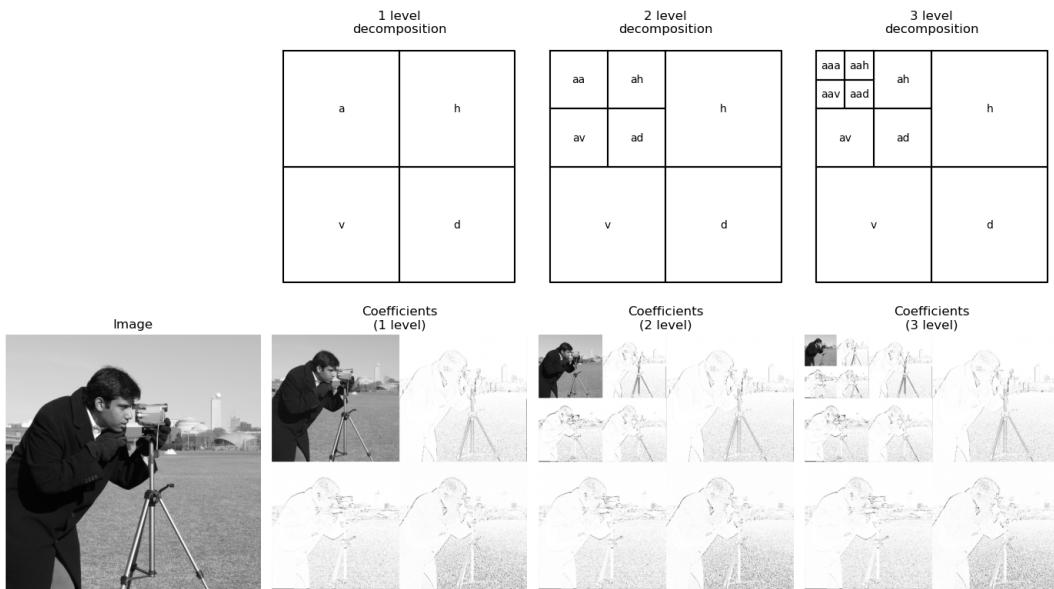


Figure 2: Exemple d'analyse multirésolution et la décomposition en 3 niveau d'ondelette sur une image : image de référence (panel de gauche) est décomposé en 1, 2 et 3 niveaux de résolution (panel de droite). En haut, organisations des décompositions en ondelette pour chaque niveau de résolution : détails horizontaux (h, ah, aah), verticaux (v, av, aav), diagonaux (d, ad, aad) et l'approximation (a, aa, aaa).

C'est un exemple de décomposition en 3 niveaux d'une image. Ici,

- $a \in V_1, h, v, d \in W_1$
- $aa \in V_2, ah, av, ad \in W_2$
- $aaa \in V_3, aah, aav, aad \in W_3$

Donc on a les relation suivantes :

- $a = aa + (ah + av + ad)$; $aa = aaa + (aah + aav + aad)$
- $a + h + v + d = f$

$$-f = aaa + (aah + aav + aad) + (ah + av + ad) + (h + v + d)$$

avec a, aa, aaa appelé approximation de différents niveau d'ondelettes, h, ah, aah sont les détails horizontaux, v, av, aav sont les détails verticaux, d, ad, aad sont les détail diagonaux de différents niveau.

Par conséquent, l'équation (4) nous permet d'avoir la matrice des ondelettes de chaque niveau stocké dans a_t .

1.5.2 Exemple du vent

À présent, notre objectif est de créer un champ de vent qui possède une énergie similaire à celle du champ initial de MétéoFrance. Pour ce faire, nous remplaçons, à chaque niveau d'ondelettes, un bruit constant équivalent à la moyenne de ce niveau d'ondelettes dans le champ initial. Ainsi, on obtient

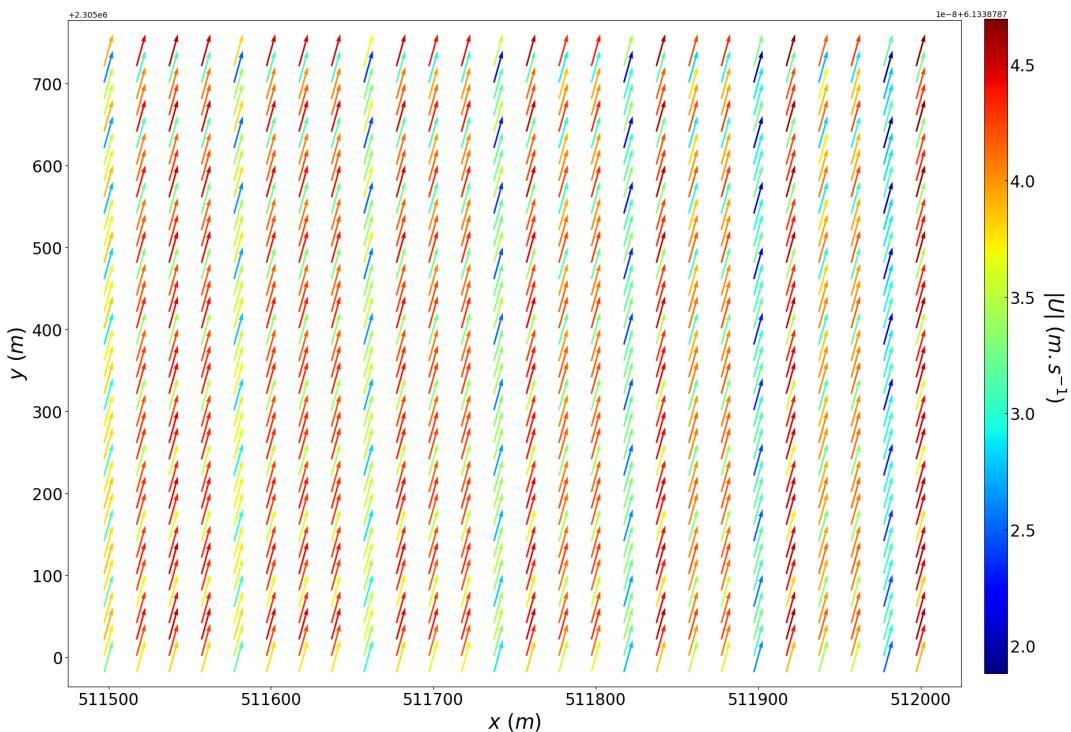


Figure 3: *Exemple du vent généré par les ondelettes. En faisant la décomposition des ondelettes en 3 niveaux, avec des bruits gaussiens constants dans chaque bloc de détails et approximation (cf figure 2), chaque valeur des bruits correspond à la valeur moyenne de chaque bloc de détail et approximation de champs de vent MétéoFrance.*

Dans cette figure, l'effet des ondelettes sur le champ de vent deviennent clairement visibles, résultant des différents niveaux d'ondelettes.

1.6 Problématique du stage

L'objectif de ce stage est d'effectuer l'analyses de sensibilité globale et locale d'un modèle de propagation 2D sur les paramètres environnementaux. Pour y parvenir, il faut :

- Formaliser les cas test, y compris le paysage, données de vent, données d'allocation des culture, le point source. Une fois toutes ces données rassemblées, on peut faire la simulation de dispersion des phéromones.
- Écrire les modèles statistiques sur les champs spatialisés, comme le champ de dépôt et le champ de vent. Par exemple via des modèles hiérarchique.
- Choisir la méthode d'échantillonnage et la méthode pour l'analyse de sensibilité
- Analyser les résultats

Dans la section 2, nous allons définir un cas test qui servira à l'analyse de sensibilité. Dans la section 2.2, nous formaliserons un modèle statistique des incertitudes associées aux différents paramètres d'intérêt. Dans les sections 3.1 et 3.2, nous présenterons les analyses de sensibilité locale et globale du modèle de propagation à ces paramètres.

2 Formalisation du cas test

Cette section vise à présenter les cas tests qui ont été réalisés au cours du stage. L'objectif principal de ces cas tests est de s'assurer du bon fonctionnement de toutes les étapes avant de procéder à l'analyse de sensibilité des paramètres environnementaux. Pour ce faire, plusieurs étapes sont nécessaires. Tout d'abord, il est essentiel de vérifier si le modèle de propagation 2D est adapté au phénomène physique que nous étudions. Ensuite, il convient de paramétriser les coefficients de perte et la turbulence du champ de vent. Enfin, il est primordial de quantifier les incertitudes liées à ces paramètres et de procéder à un échantillonnage approprié. Dans la suite, nous présenterons les cas tests qui répondent à ces besoins spécifiques.

2.1 Cas test

Dans cette partie, on s'intéresse à la réalisation d'un cas test pour la simulation de la propagation de phéromones en utilisant le modèle présenté précédemment comme l'équation (1) et le schéma de volumes finis. Pour ce faire, on va construire les paramètres nécessaires dans la suite de cette partie, notamment les coefficients de perte, le tenseur de diffusion et le champ de vent.

2.1.1 Paysage étudié avec les données d'occupation des sols

Pour le paysage à étudier, on peut visualiser les données d'occupation des sols :

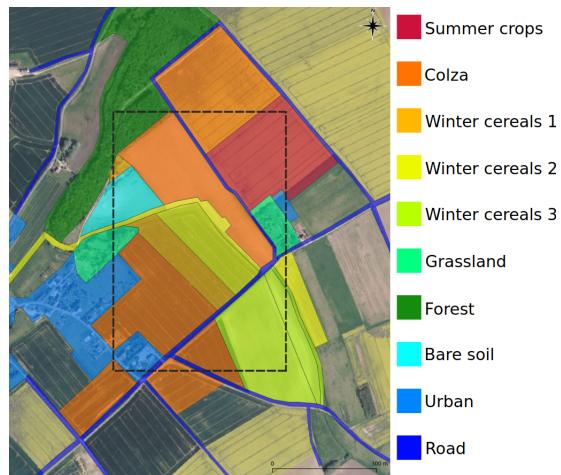


Figure 4: *Pracellaire et occupation du sol.* Dans le paysage d'intérêt, le parcellaire est indiqué (c'est à dire les découpage des parcelles agricoles) et coloré par occupation des sols. Le paysage d'étude a été choisi pour son hétérogénéité (présence de structures urbaines et de différentes cultures).

D'après l'image, il y a 10 types de sols, et le coefficient de perte est différent selon l'occupation des sols. Voici un tableau τ_{loss} :

soil occupation	summer crops	colza	winter cereals	grassland	forest	bare soil	urban	road
τ_{loss} value (s^{-1})	0.0097	0.011	0.0105	0.0099	0.0095	0.01	0.009	0.009

Figure 5: *Valeur de coefficient de perte τ_{loss} en fonction de l'occupation des sols*

Pour formaliser un cas test simple et réaliste, supposons que les coefficients de perte pour les cultures sont les mêmes. Donc, il nous reste 5 types de sol, qui est culture (0.011), sol nu (0.01), forêt (0.0095), urbain (0.009) et route (0.009). En choisissant une partie de paysage total, on a :

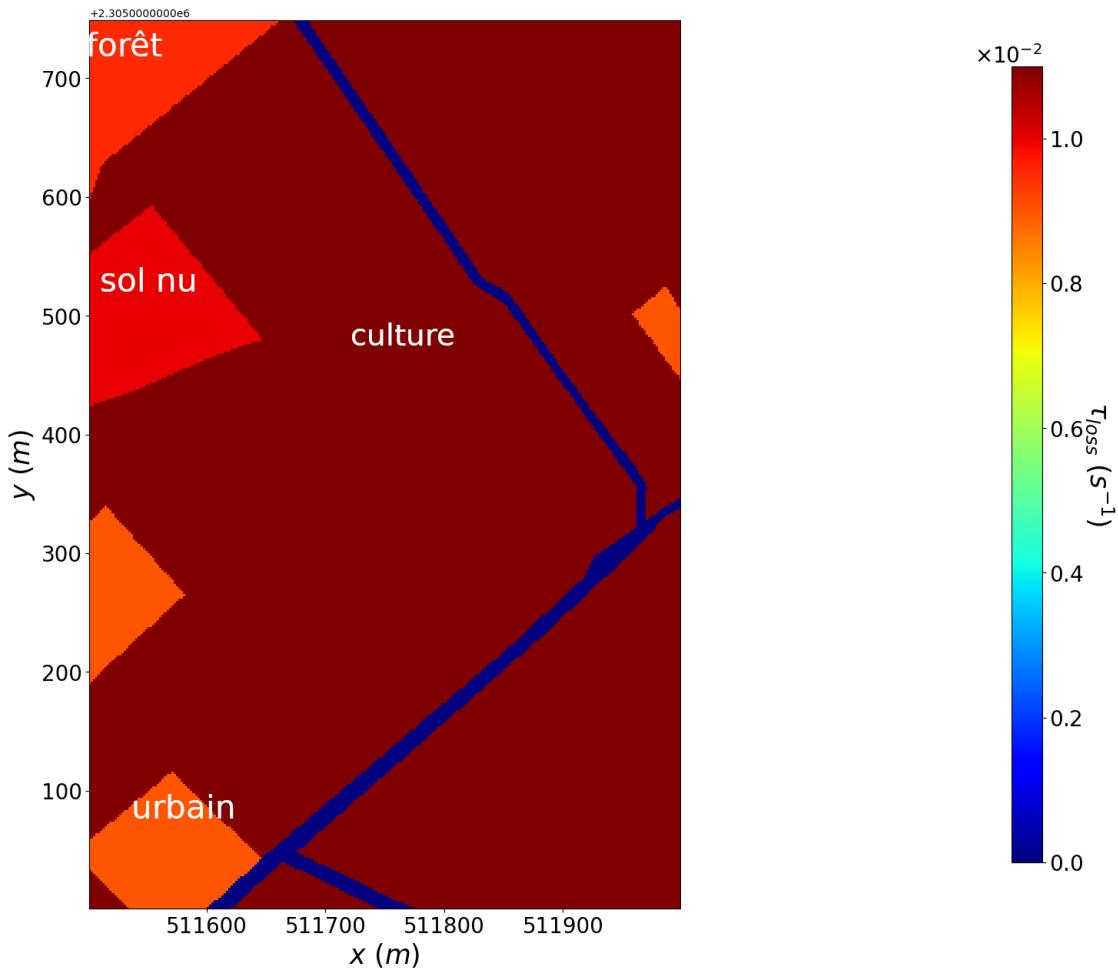


Figure 6: *Coefficients de perte selon l'occupation des sols.* Cette figure représente le parcellaire de la figure 4. Les différentes couleurs montrent les différentes valeurs de coefficient de dépôt comme la culture, le sol nu, le forêt, l'urbain et la route (en bleu). Abscisses et ordonnées en mètres.

On peut visualiser les différents coefficients de perte selon les types de sols.

2.1.2 Données de vent

Selon les données de Météo France, on peut extraire les données de vent pour les 24 heures d'une journée. Ces données comprennent la vitesse et la direction du vent. On peut créer un histogramme pour la vitesse et la direction du vent. En général, la loi de Weibull et la loi lognormale sont les deux lois couramment utilisées pour modéliser la vitesse du vent. Après avoir comparé ces deux lois, comme le montre la figure ci-dessous, on peut conclure que la vitesse du vent suit une loi lognormale. En ce qui concerne la direction du vent, une loi normale est suffisante car il y a deux pics distincts et il est compliqué de modéliser cette distribution par une loi mixte. Les résultats sont les suivants :

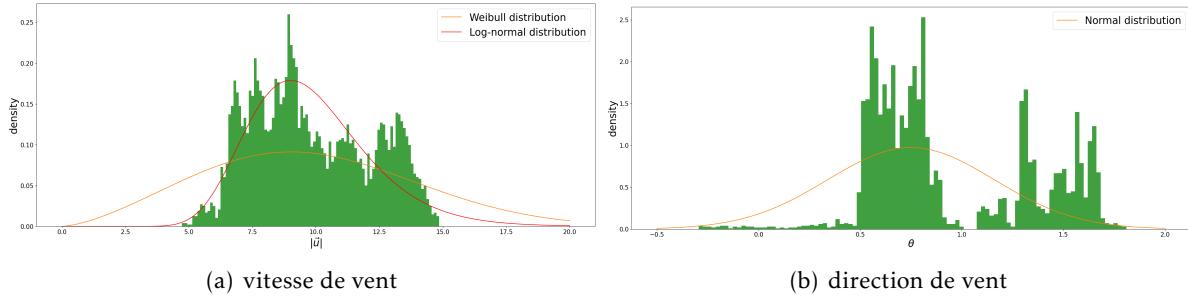


Figure 7: Histogramme du champs de vent calculé par le modèle AROME 0.01° de MétéoFrance sur toute la France entre le 16/11/2022 12h et le 17/11/2022 12h, densités de probabilité calibrées en traits pleins.

D'après les données, on peut aussi visualiser le comportement du vent sur le paysage donnée, on obtient :

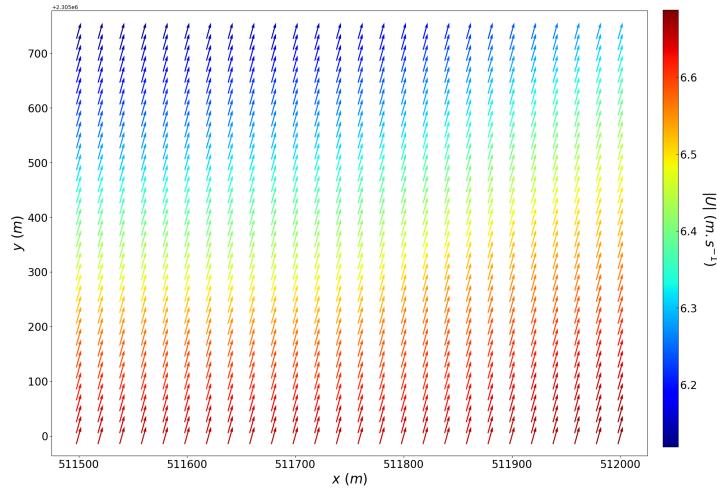


Figure 8: Champ de vent couvrant le paysage d'intérêt, issu de la base de données de MétéoFrance. Cette figure montre les vecteurs de vent dans le paysage étudié, normalisé et coloré selon le module de la vitesse. Ces données sont représentées sur le maillage de calcul de l'EDP : elles ont été obtenues par interpolation linéaires des données MétéoFrance.

2.1.3 Terme source

On suppose que les insectes sont situés dans un cercle de centre et de rayon donnés, et émettent des phéromones pendant un temps donné, comme image présenté ci-dessous :

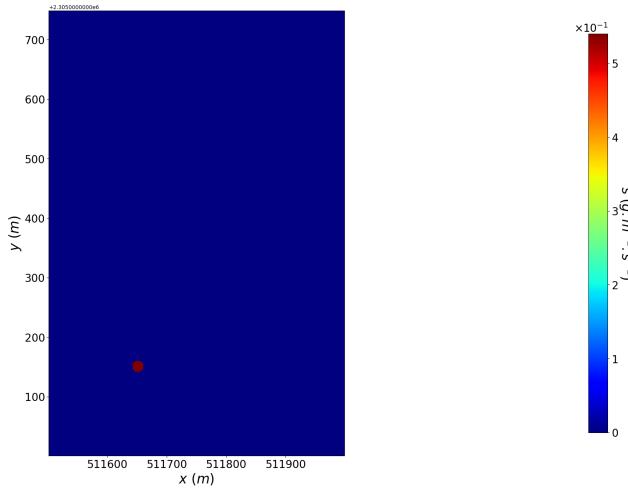


Figure 9: *Terme source dans le paysage. Répartition du taux d'émission de phéromones dans le paysage : le petit cercle rouge correspond à la localisation de la source d'émission, c'est à dire la localisation des insectes émetteurs.*

2.1.4 Réalisation de la simulation numérique du modèle de propagation des phéromones

Une fois on a les paramètres présenté précédemment, il nous reste le coefficients de diffusion, sur laquelle on va prendre $50 \text{ m}^2/\text{s}$. Donc, après avoir le coefficient de diffusion dans le maillage, on peut avoir le résultat de propagation de phéromones, on obtient :

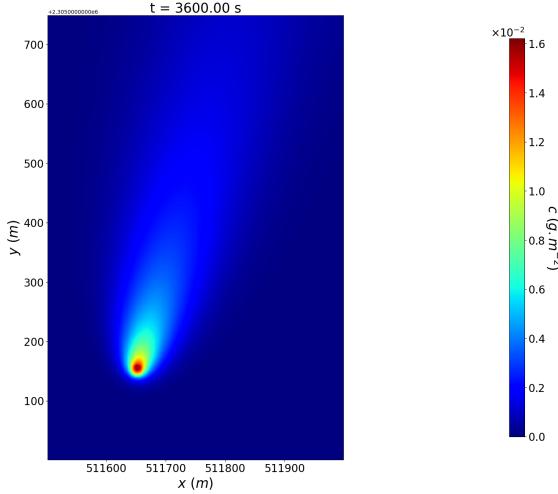


Figure 10: *Carte de concentration de phéromone c au temps final ($t = 3600\text{s}$), obtenue par la résolution du modèle de propagation de phéromone (2) avec comme coefficient de perte τ_{loss} montré sur la figure 6, le champ de vent \vec{u} montré sur la figure 8 et le terme source s montré sur la figure 9.*

2.2 Quantification des incertitudes

Dans cette partie, on se concentre sur la quantification des incertitudes sur les paramètres spatialisés pour faciliter l'analyse de sensibilité. La quantification des incertitudes fournit les paramètres d'entrée nécessaires à l'analyse de sensibilité. En effet, pour effectuer une analyse de sensibilité, il

est essentiel de connaître la distribution des incertitudes associées aux paramètres d'entrée. Cette information permet de générer des échantillons aléatoires de paramètres d'entrée en fonction de leurs distributions, puis d'exécuter le modèle pour évaluer l'impact de ces variations sur la sortie du modèle. Afin de diminuer la complexité du code, on va réduire le nombre de paramètre participant à l'analyse de sensibilité. En d'autres termes, on va choisir les paramètres qui jouent un rôle important dans la suite.

2.2.1 Coefficient de perte

Les coefficients de perte notamment dépendent de l'occupation des sols. Supposons que les coefficients de dépôt sont constants par rapport à l'occupation des sols, on a :

$$\tau_{loss} = \sum_{i=0}^n \tau_i \mathbb{1}_{\Omega_i}$$

avec Ω_i , $i \in [0, \dots, n]$ correspond à la zone de différente occupation des sols.

Comme indiqué dans la partie 2.1.1, il nous reste 5 types de sol. Dans la suite, on va se concentrer principalement sur deux types de sols importants, à savoir la culture et le sol nu. Dans le cadre de l'analyse de sensibilité, ces deux paramètres seront pris en compte. Pour quantifier les incertitudes associées à ces deux paramètres, nous les laisserons varier dans un intervalle régulier avec un ordre de grandeur de 50%. Par exemple, comme coefficient de culture = 0.011 et coefficient de sol nu = 0.01, alors :

$$\text{coeff culture} \sim \mathcal{U}(0.0055, 0.0165)$$

$$\text{coeff sol nu} \sim \mathcal{U}(0.005, 0.015)$$

Ces variations seront utilisées pour générer les coefficients de perte, qui serviront de paramètres d'entrée pour l'analyse de sensibilité.

2.2.2 Modélisation multi-échelle des incertitudes liées au champs de vent

Dans cette partie, notre objectif est d'ajouter des structures aux échelles plus petites dans le champ de vent généré par les données de MétéoFrance. Pour ce faire, on va passer à la base des ondelettes en utilisant une transformation, comme l'indique l'équation (4). On va introduire un modèle hiérarchique afin de capturer une corrélation spatiale et temporelle [7] dans le champ de vent. Le modèle de probabilité pour les ondelettes s'exprime comme suit [1]:

$$[a_0^j, \dots, a_N^j] = [a_0^j, \dots, a_N^j | \theta_j][\theta_j]$$

où a^j est la matrice des coefficients des ondelettes en niveau j , et θ le paramètre complémentaire. D'après le théorème de Bayes, on a :

$$[a_0^j, \dots, a_N^j | \theta_j] = [a_0^j | \theta_0^j] \prod_{t=0}^{T-1} [a_{t+1}^j | a_t^j, \theta_{t+1}^j]$$

Supposons que la distribution conditionnelle pour les ondelettes est à la base d'un modèle linéaire :

$$a_{t+1} = G_a(t+1)a_t + \eta_{t+1}^a \quad (5)$$

où G est une matrice de coefficients de régression, ici on la considère comme identité, η^a est une terme erreur de moyenne nulle. Au cours du temps, on va ajouter un terme erreur η^a pour chaque

niveau d'ondelettes, à la fin on peut obtenir un champ de vent un peu bruité au cours du temps.

On décompose tout d'abord le champ au temps initial en 3 niveaux d'ondelettes, d'après l'équation (5), quand $t = 0$, on a

$$[a_0^j | \theta_0^j = \mu_j] \sim \mathcal{N}(\mu_j, \sigma_j)$$

on remplace à chaque niveau d'ondelettes, un bruit constant gaussien équivalent à la moyenne de ce niveau de résolution (à l'aide de pakage python pywavelet), comme la figure ci-dessous :

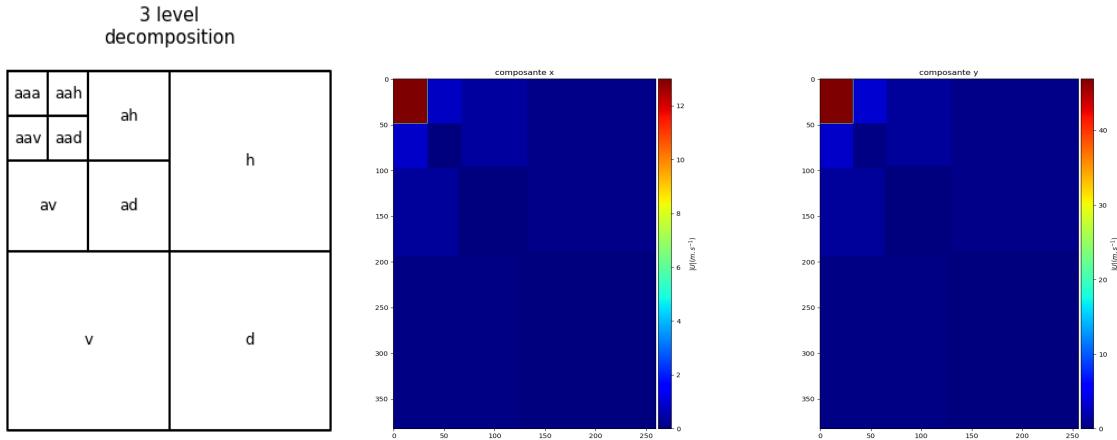


Figure 11: Décomposition en ondelettes : la figure gauche correspond à l'organisation de champs après la décomposition des ondelettes à 3 niveaux comme ce qui est montré dans la figure 2, la figure au milieu montre la décomposition de la composante x du champ de vent de la figure 8 après avoir rempli les bruits constants dans chaque bloc de détails et approximation. Les bruits constantes remplis dans chaque bloc de détail à l'image droite est égale à la valeur moyenne de chaque bloc de détail du champ de vent MétéoFrance. la figure à droite est la même que la figure au milieu mais juste avec la composante y.

Après la recomposition on peut obtenir le champ de vent comme la figure (3), qui est une construction d'un champ de vent au temps initial. La structure à petite échelle dépend de l'énergie du niveau de résolution élevé. Si l'énergie au niveau de résolution élevé est élevée, le champ de vent est plus perturbé. Si l'énergie au niveau de résolution élevé est faible, le champ de vent est plus uniforme.

Conservation de l'énergie

Afin d'intégrer des structures à petite échelle telles que la turbulence dans le champ de vent, nous avons opté pour une approche de conservation d'énergie. En d'autres termes, après l'ajout de l'information dans les échelles plus petites, l'énergie totale du champ de vent reste presque inchangée par rapport au champ initial (obtenu à partir des données de MétéoFrance). Cette conservation de l'énergie nous permet de maintenir la vitesse et la direction du vent relativement pas très perturbées.

Si $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ est un signal, alors l'énergie de signal est définie par :

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt$$

Supposons maintenant le nombre de niveau est égal à 3, Comme $f = P_{V_3}f + \sum_{j=1}^3 P_{W_j}f$, l'énergie du signal f devient

$$\begin{aligned} E &= \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} |P_{V_3}f|^2 + \sum_{j=1}^3 |P_{W_j}f|^2 dt \quad (\text{parce que les ondelettes sont orthogonales}) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \langle f, \phi_{3,k} \rangle \phi_{3,k} \right|^2 + \sum_{j=1}^3 \left| \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \langle f, \psi_{j,k} \rangle \psi_{j,k} \right|^2 dt \end{aligned}$$

Si on veut multiplier chaque niveau d'ondelettes par un coefficient constant w , en conservant l'énergie, alors

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} w_0^2 |P_{V_3}f|^2 + \sum_{j=1}^3 w_j^2 |P_{W_j}f|^2 dt \quad (6)$$

Cette méthode va être utiliser après, car elle nous permet de construire un champ de vent plus réaliste.

Le champ de vent généré par la méthode décrite ci-dessus (cf la figure 11) conserve l'information de tous les niveaux d'ondelettes du champ de vent, basée sur les données de MétéoFrance. Cependant, cela signifie que l'information dans les petites échelles n'est pas suffisante. En effet, le champ de vent devient perturbé lorsque l'énergie des petites échelles est élevée, mais l'énergie du champ de vent MétéoFrance se concentre principalement dans l'approximation, avec une énergie des petites échelles relativement faible. Par conséquent, il est nécessaire de construire un champ de vent qui équilibre l'énergie entre l'approximation et les niveaux d'ondelettes.

Supposons que si on réduit l'énergie de l'approximation, en conservant l'énergie, on ajoute proportionnellement l'énergie dans tous les niveaux d'ondelettes. En utilisant la méthode comme l'équation (6), cela devient :

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = w_0^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |P_{V_3}f|^2 dt + w_1^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{j=1}^3 |P_{W_j}f|^2 dt \quad (7)$$

On peut avoir la relation entre w_0 et w_1 :

$$w_1^2 = \frac{E - w_0^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |P_{V_3}f|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{j=1}^3 |P_{W_j}f|^2 dt}$$

D'après cette relation, on peut construire le champ de vent en variant un seul paramètre w_0 . Ici, la valeur minimale pour w_0 est 0, et w_0 atteint son maximale quand

$$E - w_0^2 \int_{-\infty}^{+\infty} |P_{V_3}f|^2 dt = 0$$

Parce que w_1^2 doit être positif. Donc la valeur maximale pour w_0 est

$$w_{0 \max} = \sqrt{\frac{E}{\int_{-\infty}^{+\infty} |P_{V_3}f|^2 dt}}$$

Pour simplifier la paramétrisation du vent, on va introduire un paramètre θ qui est un poids de $w_{0 \max}$ entre 0 et 1, et des maintenant $w_0 = \theta w_{0 \max}$, comme ça la valeur de w_0 est en proportionnelle avec θ et w_0 varie entre 0 et $w_{0 \max}$ quand θ varie entre 0 et 1. Quand θ est petit, on a plus d'énergie aux petits échelles, et quand θ est grand, on a plus d'énergie dans l'approximation. Voici les différents champ de vent quand on varie θ :

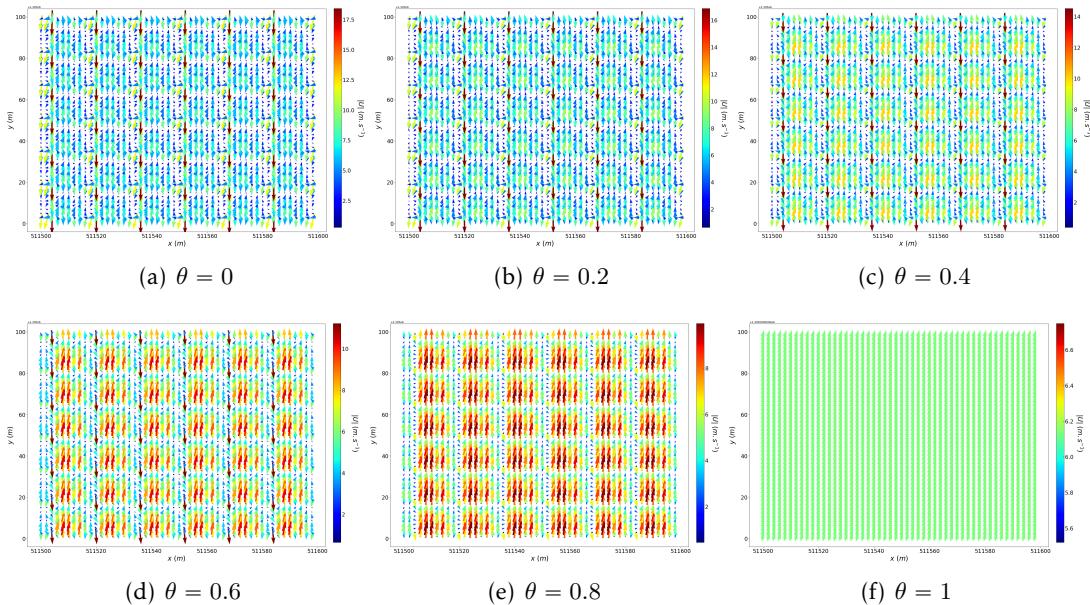


Figure 12: Champ de vent avec paramètre de vent différente, l'image en haut à gauche correspond à $\theta = 0$, ce qui veut dire que l'énergie se concentre tout sur les petites échelles, ça montre que le champ de vent est beaucoup perturbé. L'image en bas à droite correspond à $\theta = 1$, qui dit que l'énergie du vent se concentre tout à l'approximation, l'énergie des petites échelles est nulle, ça montre que le champ de vent est tout à fait uniforme.

Donc pour la quantification de l'incertitude de θ , on fait pareil comme les coefficients de perte, c'est-à-dire,

$$\theta \sim \mathcal{U}(0, 1)$$

qui va servir pour génération de paramètre de vent comme l'entrée du modèle afin de réaliser l'analyse de sensibilité.

2.2.3 Stratégie d'échantillonage

Après avoir quantifié les incertitudes, il nous reste à échantillonner pour générer les paramètres d'entrée nécessaires à l'analyse de sensibilité. Comme on a déjà défini les intervalles pour chaque paramètre d'entrée, nous allons diviser ces intervalles en $N = 128$ parties comme la discréttisation. Pour ce faire, on va utiliser la fonction `saltelli.sample` qui se trouve dans la bibliothèque Python `SaLib`. Cette fonction utilise la méthode FAST99 pour échantillonner le cube de dimension 3 de l'espace des paramètres [2]. Cette fonction va générer $N * (2D + 2)$ échantillon, ici $N = 128$ et $D = 3$ qui est le nombre de paramètre d'entrée dans notre cas.

Pour évaluer la sensibilité, on a besoin de la fonction d'évaluation Y , qui dans notre cas est la

suivante :

$$Y = \frac{1}{T} \sum_i \int_0^T C(x_i, y_i, t) dt$$

avec x_i, y_i la cordonnée de capteur i , T le temps final. Cette fonction va sommer la quantité de phéromones reçu par tous les capteurs au cours de temps. Une fois qu'on a les paramètres d'entrée et la fonction d'évaluation, on peut réaliser l'analyse de sensibilité.

3 Résultats

Dans cette section, on va présenter les résultats obtenus après l'analyse de sensibilité locale et globale.

3.1 Analyse de sensibilité locale

Dans cette partie, on s'intéresse à analyser le résultat sur la sensibilité locale, c'est-à-dire, on étudie sur l'impact donné à la variation d'un seul paramètre (varier un paramètre et fixer les autres).

3.1.1 Effet des variations sur le paramètre de vent

Maintenant on va fixer le coefficient de perte pour la culture et sol nu, avec `coeff culture = 0.11` et `coeff sol nu = 0.1`. On divise l'intervalle $[0, 1]$ pour 11 parties, comme ça la valeur de θ varie dans l'intervalle discrétisé.

On suppose maintenant qu'on pose les capteurs dans ce paysage pour mesurer la concentration de phéromones pendant la propagation, étant donné que la position des capteurs est montrée comme des points colorés dans la figure 13, et on peut aussi voir la concentration de phéromones autour des capteurs pour les différentes valeurs de θ dans les 6 premières images de la figure 13.

Maintenant on s'intéresse aux signaux reçus par les capteurs quand θ augmente (cf figure 13). Nous constatons visuellement qu'il y a plusieurs types d'allures dans ces courbes : certaines décroissent avec θ , alors que d'autres croissent. Nous faisons l'hypothèse que ces différentes allures dépendent de la position spatiale des capteurs, et en particulier de leur positionnement par rapport à la source d'émission. Afin de vérifier cette hypothèse, nous utilisons une méthode de clustering hiérarchique : nous construisons une matrice de dissimilarité 2 à 2 des courbes présentées dans la figure 13 en utilisant la fonction `pdist` de `scipy`, et la dissimilarité cosinus, à partir de laquelle un dendrogramme est construit (figure 13, en bas à droite). Sur ce dendrogramme, trois clusters sont repérés en utilisant la fonction `fcluster` de `scipy`, avec le paramètre $k = 3$. En colorant les récepteurs par cluster (figure 13, panel du haut), on constate que les différentes allures de courbes correspondent effectivement à leur positionnement relatif par rapport à la source. Les capteurs jaunes sont en amont du vent et la quantité de phéromone qu'ils reçoivent décroît lorsque θ augmente. En effet, lorsque θ est petit, les perturbations à petites échelles du vent sont beaucoup plus importantes, résultant en une dispersion relativement homogène des phéromones autour de la source (figure 13, en haut à gauche), y compris en amont de la source. À l'inverse, les capteurs rouges et verts ont un comportement différent : étant positionnés sous le vent, ils reçoivent plus de phéromones quand θ est grand, c'est à dire quand le champ de vent est plus homogène, et surtout structuré par les grandes échelles.

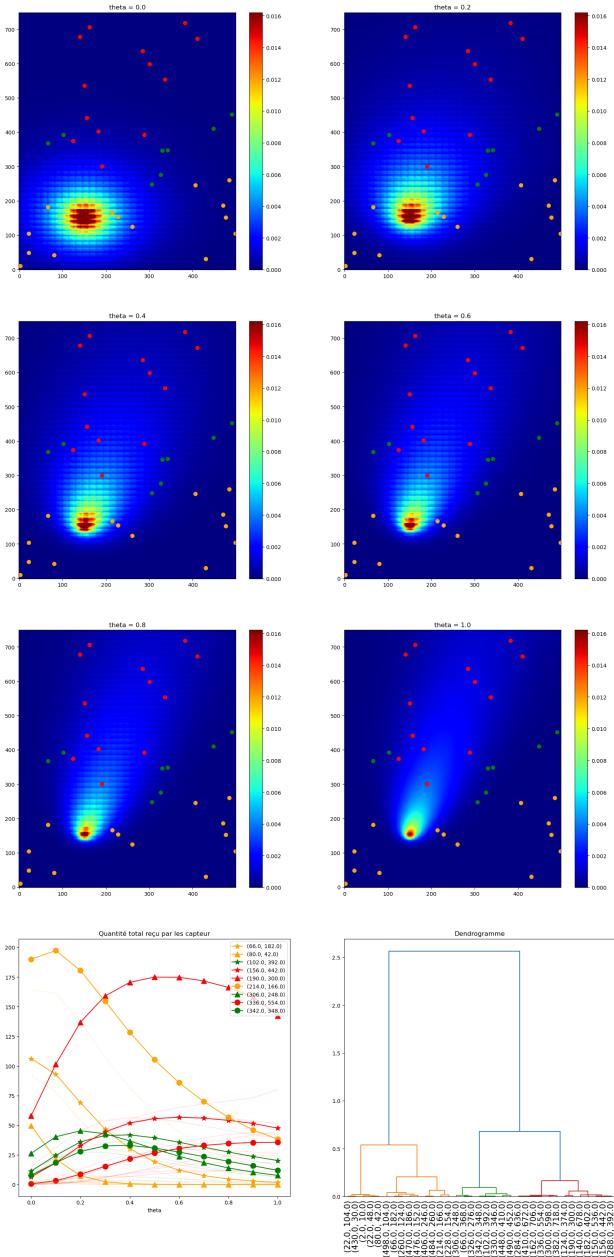


Figure 13: Dendrogramme et clusters des capteurs. La dernière figure (en bas à droite) est le dendrogramme obtenu par clustering hierarchy à partir de la matrice de dissimilarité cosinus, calculée à partir des quantités totales de phéromones reçu par tous les capteurs pour différentes valeur de θ . Trois clusters de capteur sont repérés (jaune vert et rouge), avec les coordonnées des capteurs en abscisse. Les 6 premières figures correspondent à la propagation de phéromones en temps final, avec les capteurs colorés en même couleur avec les clusters définit, alors la première figure est la propagation de phéromones quand $\theta = 0$, la 6-ème figure correspond à la propagation de phéromones quand $\theta = 1$. La figure en bas à gauche nous montre la valeur totale reçue par les 3 capteur représentatifs dans chaque clusters

3.1.2 Effet des variations sur le coefficient de perte

Maintenant, on s'intéresse à voir l'impact des variations du coefficient de perte. On fait varier le coefficient de perte pour la culture, car les cultures sont prépondérantes dans le paysage étudié.

On fixe le coefficient de perte pour le sol nu qui égale à 0.01, et le paramètre de vent $\theta = 1$. On s'intéresse à l'impact des variations du coefficient de perte pour la culture sur la propagation de phéromones. On échantillonne l'intervalle pour `coeff culture` (cf partie 2.2.1) en 10 points uniformément répartis, on obtient :

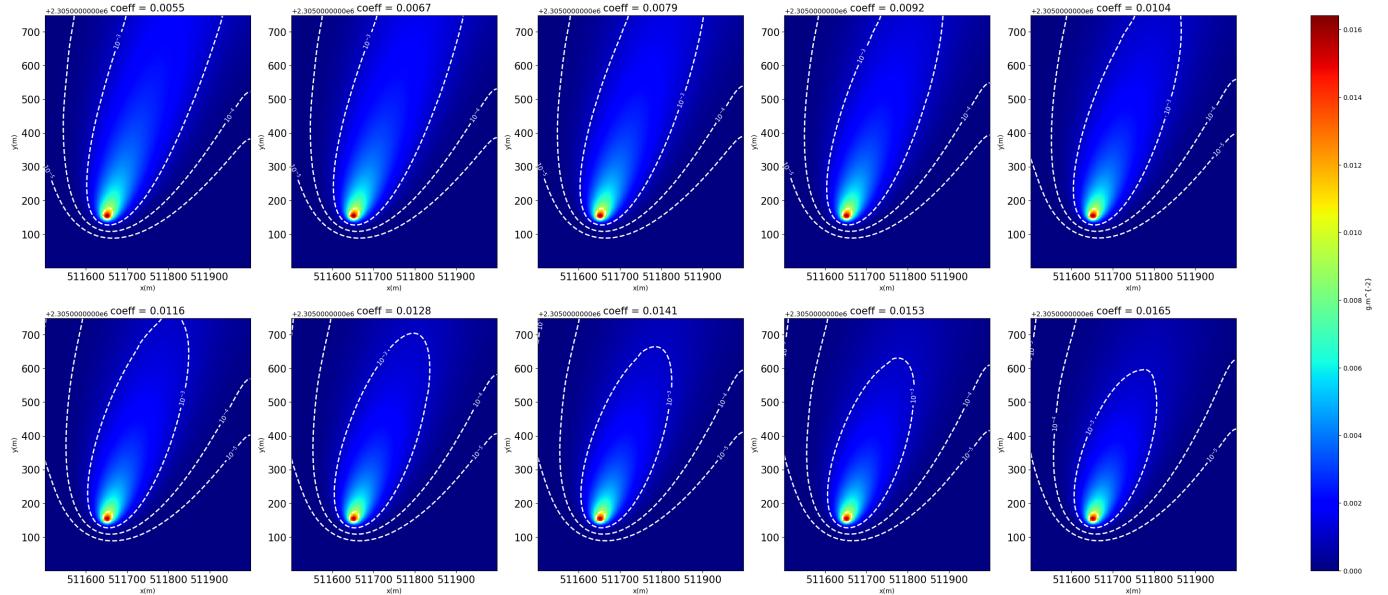


Figure 14: Propagation de phéromones pour différentes valeurs du coefficient de perte pour la culture. La première figure montre la densité de phéromones pendant la propagation quand `coeff culture` est le plus petit, l'inverse pour la dernière figure. Les pointillés représentent les lignes d'isovaleur pour les densités 10^{-3} , 10^{-4} et 10^{-5} .

Dans les 10 images montrées dans la figure 14, les différences de densité de phéromones sont peu visibles : les lignes d'isovaleur permettent de mieux visualiser les différences. On voit que le contour à l'intérieur devient plus en plus petit quand `coeff culture` augmente, cela veut dire que la quantité perdue de phéromones devient grande quand `coeff culture` augmente.

3.2 Analyse de sensibilité globale

Dans cette partie, on s'intéresse à la sensibilité globale, c'est-à-dire on va étudier l'impact donné à la sortie du modèle quand on varie 3 paramètres à la fois.

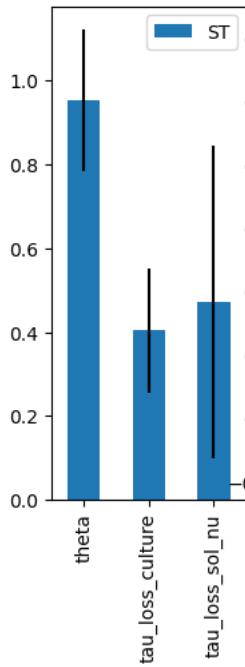


Figure 15: Analyse de sensibilité globale. Ce diagramme montre la valeur de l'indice de Sobol total et l'intervalle de confiance à 95% pour les paramètres de vent θ , coeff culture et coeff sol nu. Cette analyse est fait d'après la modélisation des incertitudes introduite dans la partie 2.2 et en utilisant la stratégie d'échantillonnage de la partie 2.2.3.

D'après les valeurs des indices de Sobol totaux pour les différents paramètres (voir figure 15), on peut dire que le modèle est plus sensible au paramètre de vent θ , et il est moins sensible au coefficient de perte.

4 Conclusion

Dans ce rapport de stage, on a utilisé l'indice de Sobol pour analyser la sensibilité des paramètres environnementaux du modèle de propagation de phéromones. Selon les résultats, la variation des paramètres liés au vent a le plus grand impact sur la sortie du modèle par rapport aux autres paramètres. Cela signifie que le paramètre du vent θ , doit être déterminé avec une grande précision. Par conséquent, il est nécessaire d'évaluer la valeur de θ pour déterminer quelle valeur correspond le mieux à un cas plus réaliste.

Pour approfondir cette analyse, plusieurs approches peuvent être envisagées. Par exemple, dans l'équation (5), il est possible de faire varier le terme d'erreur η_t^a , ce qui aurait un impact sur le comportement du vent au fil du temps. De plus, la matrice G_a peut également être modifiée. Dans le modèle que nous avons étudié, cette matrice est une matrice identité, mais elle pourrait être transformée en une forme de Laplacien, ce qui renforcerait la corrélation spatiale du vent.

En conclusion, il est essentiel de traiter en priorité la valeur du paramètre du vent, suivi des coefficients de perte. Une fois que nous aurons un bon paramètre pour le vent, cela facilitera la résolution du problème inverse, qui consiste à trouver la position optimale des insectes. Cela correspond à l'objectif central du projet PheroSensor.

References

- [1] LM Berliner, CK Wikle **and** RF Milliff. “Multiresolution wavelet analyses in hierarchical Bayesian turbulence models”. *inBayesian inference in wavelet-based models*: Springer, 1999, **pages** 341–359.
- [2] Andrea Saltelli, Stefano Tarantola **and** KP-S Chan. “A quantitative model-independent method for global sensitivity analysis of model output”. *inTechnometrics*: 41.1 (1999), **pages** 39–56.
- [3] Andrea Saltelli **and others**. *Global sensitivity analysis: the primer*. John Wiley & Sons, 2008.
- [4] Jérémie Bigot. “Analyse par ondelettes”. *inCours Université Paul Sabatier*: (2009).
- [5] John M. Stockie. “The Mathematics of Atmospheric Dispersion Modeling”. *inSIAM Review*: 53.2 (2011), **pages** 349–372. doi: 10.1137/10080991X. eprint: <https://doi.org/10.1137/10080991X>. url: <https://doi.org/10.1137/10080991X>.
- [6] Nathalie Saint-Geours. “Analyse de sensibilité de modèles spatialisés: application à l’analyse coût-bénéfice de projets de prévention du risque d’inondation”. phdthesis. Montpellier 2, 2012.
- [7] Noel Cressie **and** Christopher K Wikle. *Statistics for spatio-temporal data*. John Wiley & Sons, 2015.