Investigación Operativa

Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Resistencia

Resolución
Guía de Ejercicios Nº 4

Condiciones:
Q(**X**) es positiva definida (semidefinida) si los valores de los determinantes menores principales de **A** son positivos (no negativos).2 En este caso, se dice que **A** es positiva definida (semidefinida).

Q(**X**) es negativa definida si el valor de los *k*-ésimos determinantes menores principales de **A** tiene el signo $(-1)^k$, *k* _ 1, 2, ..., *n*. En este caso, **A** se llama negativa definida.

Q(**X**) es negativa semidefinida si el *k*-ésimo determinante menor principal de **A** es cero o tiene el signo $(-1)^k$, *k* _ 1, 2, ..., *n*.

Programación restringida 1º y 2º Derivada

1- Hallar $\begin{matrix} x \geq 0 / z = g(x) \rightarrow \min \\ z = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 3)^2 + 5 \end{matrix}$

$$\frac{\partial g^1}{\partial\ x_1} = 2x_1 - 4 \qquad \frac{\partial g^1}{\partial\ x2} = 2x_2 - 6 \qquad \frac{\partial g^2}{(\partial\ x_1)^2} = 2 \quad \frac{\partial g^2}{(\partial\ x2)^2} = 2$$

las derivadas cruzadas $\frac{\partial g^2}{\partial\ x_1 * x_2}. = 0$

Condición necesaria $\nabla f(x,y) = \begin{bmatrix} 2x_1 - 4 \\ 2x_2 - 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\qquad x^o = (2,3)$ punto estacionario

El Hessiano

$$H(x,y) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 4$$

Verificación que es un mínimo:

Condición suficiente que sea definida positiva. Determinantes primer orden = 2 y de segundo orden = 4 => positiva definida
o

X.H.X^T > 0 $\quad (x_1, x_2).\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

Para cualquier valor de Xi excepto Xi = 0 $\quad (2x_1, 2x_2).\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 2x_1{}^2 + 2x_2{}^2 > 0$

Se cumple para cualquier valor de Xi excepto Xi = 0 **--> Se verifica que es positivo por ende: Z(2,3) = 5 Min**

3- Hallar $\begin{array}{l} x \geq 0 / z = g(x) \rightarrow \max \\ z = -(x_1 - 4)^2 - 3(x_2 - 2)^2 + 24 \end{array}$

$\frac{\partial g^1}{\partial x_1} = -2x_1 + 8$ $\frac{\partial g^1}{\partial x2} = -6x_2 + 12$ $\frac{\partial g^2}{(\partial x_1)^2} = -2$ $\frac{\partial g^2}{(\partial x2)^2} = -6$

las derivadas cruzadas $\frac{\partial g^2}{\partial x_1.x_2} .= 0$

Condición necesaria $\nabla f(x,y) = \begin{bmatrix} -2x_1 + 8 \\ -6x_2 + 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ $x^o = (4,2)$ punto estacionario

El Hessiano

$H(x,y) = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -6 \end{bmatrix} = 12$

Condición suficiente que sea definida negativa.
Determinantes primer orden = -2 y de segundo orden = 12 => negativa definida

o verificando

$X.H.X^T < 0$ $(x_1, x_2).\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

Para cualquier valor de Xi excepto Xi = 0 $(-2x_1, -6x_2).\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = -2x_1^{\ 2} - 6x_2^{\ 2} < 0$

Se verifica que es negativo por ende: Z(4,2) = 24 Max

$(-1)^k$ con k= 1, 2 se intercalan signos

-1^1 signo negativo

-1^2 signo positivo

4- Hallar $\begin{array}{l} x \geq 0 / z = g(x) \rightarrow \max \\ z = -x_1^{\ 2} - (x_2 + 1)^2 \end{array}$

$\frac{\partial g^1}{\partial x_1} = -2x_1$ $\frac{\partial g^1}{\partial x2} = -2x_2 - 2$ $\frac{\partial g^2}{(\partial x_1)^2} = -2$ $\frac{\partial g^2}{(\partial x2)^2} = .2$

las derivadas cruzadas $\frac{\partial g^2}{\partial x_1.x_2} .= 0$

Condición necesaria $\nabla f(x,y) = \begin{bmatrix} -2x_1 \\ -2x_2 - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ $x^o = (0,-1)$ Falla no cumple condición de no negatividad. Por este método no se puede determinar

5- Hallar $x \geq 0 / z = g(x) \to \max$

$$z = x_1 + 2x_3 + x_1x_3 - x_1{}^2 - x_2{}^2 - x_3{}^2$$

Es máximo los determinantes menores principales de H tienen valores -2, 4 y -6

Método de Lagrange:

Verificación:

Max: si comenzando con el determinante ppal. mayor de orden (2m+1) los últimos (n-m) determinantes de H^B forman pauta de signos alternativos con $(-1)^{m+1}$

Min: si comenzando con el determinante menor ppal. de orden (2m+1) los últimos (n-m) determinantes tienen signos $(-1)^m$

Matriz hessiana

$$H^B = \begin{bmatrix} O| & P \\ P^T| & Q \end{bmatrix}(m+n).(m+n)$$

$$P = \begin{bmatrix} \nabla g1(x) \\ \ldots \\ \nabla gn(x) \end{bmatrix} mxn \qquad Q = \left\| \frac{\partial^2 L(x_1, \lambda)}{\partial x_1 \partial x_2} \right\| nxm$$ para todo i, j derivadas segunda Xi y cruzadas

Función Lagragiana

$$L(x_{1,}, x_2, \lambda) = f(x) \oplus \sum \lambda_1 (gi(x) - bi).$$

$$Para \min \oplus \longrightarrow +$$

$$para Max \oplus \longrightarrow -$$

1-Hallar $x / z = x_1{}^2 + x_2{}^2 - 2x_1 - 2x_2 + 4 \to Min$

Sujeto a $g(x) = x_1 + x_2 = 4$

P

$$L(x_1,\ x_2,\ \lambda) = x_1{}^2 + x_2{}^2 - 2x_1 - 2x_2 + 4 + \lambda(x_1 + x_2 - 4)$$

Hallar

$$\frac{\partial L}{\partial\ x_1} = \frac{\partial L}{\partial\ x_2} = \frac{\partial L}{\partial\ \lambda} = 0$$

Esto da

$$\frac{\partial L}{\partial\, x_1} = 2\,x_1 - 2 + \lambda = 0 \longrightarrow x_1 = \frac{-\lambda + 2}{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x2} = 2x_2 - 2 + \lambda = 0 \longrightarrow x_2 = \frac{-\lambda + 2}{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = x_1 + x_2 - 4 = 0$$

De 1 y 2 reemplazado en 3 me da $\frac{-\lambda+2}{2} + \frac{-\lambda+2}{2} - 4 = 0 \longrightarrow \lambda = -2$

reemplazo X_1=2 y X_2 = 2

$$X^o = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Verificación:

Matriz Hessiana de frontera acotada:

$$H^B = \left[\begin{array}{c|cc} 0 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{array}\right]$$

Min: si comenzando con el determinante menor ppal. de orden (2m+1) los últimos (n-m) determinantes tienen signos $(-1)^m$

variables = 2
Restricciones = 1

n-m = 1 --> $(-1)^m$ = -1

determinante de orden 3= 0+0+0-2-2-0= -4
0 x 2x 2 + 1 x 0 x 1 + 1 x 0 x 1 - (1 x 2 x 1 + 1 x 1 x 2 + 0 x 0 x 0) = -4 (sarrus)

= 0+0+0-2-2-0= -4

determinante de orden 2 = 0-2= -2

Es min en (2, 2) Z= 4

2-Hallar $x / z = (x_1 - 4)^2 + 3(x_2 - 2)^2 - 4 \rightarrow Min$
Sujeto a $g(x) = x_1 + x_2 = 4$

determinante de orden 3 = 0+0+0-2-6= -8
determinante de orden 2 = 0-1 = -1
Es min en (5/2, 3/2)

5-Hallar $x/z = -x_1^{\,2} - x_2^{\,2} - x_3^{\,2} + 4x_1 + 8x_2 + 16x_3 \rightarrow Max$

Sujeto a $g(x) = x_1 + x_2 + x_3 = 2$

$g(x) = x_1 + 2x_2 = 0$

Resuelto taha 7 edicion

6- **Una compañía planea gastar como maximo 10.000 UM en publicidad. Cuesta 3.000 UM un minuto de publicidad en la TV y 1.000 UM un minuto de publicidad en la radio.**
Si la empresa compra 'x' minutos de comerciales de TV, y 'y' minutos de comerciales en la radio, su ingreso, en miles de UM, está dado por

$$f(x,\, y) = -2\, x^2 - y^2 + x\, y + 8\, x + 3\, y$$

¿Cómo puede la empresa mejorar su ingreso?

$$\text{máx } z = -2\, x^2 - y^2 + x\, y + 8\, x + 3\, y$$
$$\text{sujeto a } 3\, x + y = 10$$

Entonces

$$L(x,\, y,\, \lambda) = -2\, x^2 - y^2 + x\, y + 8\, x + 3\, y - \lambda(10 - 3\, x - y)$$

Hacemos

$$\frac{\partial L}{\partial\, x} = \frac{\partial L}{\partial\, y} = \frac{\partial L}{\partial\, \lambda} = 0$$

Esto da

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -4x + y + 8 - 3\lambda = 0 \qquad (14)$$
$$\frac{\partial L}{\partial y} = -2y + x + 3 - \lambda = 0 \qquad (15)$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 10 - 3x - y = 0 \qquad (16)$$

La ecuación (14) da $y = 3\lambda - 8 + 4x$ y la ecuación (15) da $x = \lambda - 3 + 2y$

Por lo tanto $y = 3\lambda - 8 + 4(\lambda - 3 + 2y) = 7\lambda - 20 + 8y$, ó

$$y = \frac{20}{7} - \lambda$$
$$x = \lambda - 3 + 2\left(\frac{20}{7} - \lambda\right) = \frac{19}{7} - \lambda \qquad (17); \quad (18)$$

Sustituyendo (17) y (18) en (16), obtenemos $10 - 3\left(\frac{19}{7} - \lambda\right) - \left(\frac{20}{7} - \lambda\right) = 0$ ó $4\lambda - 1 = 0$ ó $\lambda = \frac{1}{4}$

Entonces (17) y (18) nos dan

$$\bar{y} = \frac{20}{7} - \frac{1}{4} = \frac{73}{28}$$
$$\bar{x} = \frac{19}{7} - \frac{1}{4} = \frac{69}{28}$$

El hessiano para $f(x, y)$ es

$$H(x,y)=\begin{bmatrix}-4 & 1\\ 1 & -2\end{bmatrix}$$

Ya que cada menor principal de primer orden es negativo y $H_2(x,y)=7 \rangle 0$, $f(x,y)$ es una función cóncava.
La restricción es lineal y, por lo tanto, el Teorema 8 indica que el método del multiplicador de Lagrange da una solución óptima para el problema de programación no lineal.
Por lo tanto, la empresa tendría que comprar 69/28 minutos de tiempo de TV y 73/28 minutos de tiempo de radio.

Dado que $\lambda=\frac{1}{4}$, el gasto de un Δ extra (en miles) (para un Δ pequeño) aumentaría los ingresos en aproximadamente 0,25 UM (en miles).

En general, si la empresa tiene *a* UM para gastar en publicidad, se puede demostrar que $\lambda=\frac{11-a}{4}$

Vemos que si se gasta más dinero en publicidad, el incremento de ingreso por cada UM adicional en publicidad se hace más pequeño.

Verificacion:
Hessiano de frontera acotada

$$H^B=\frac{[0]}{\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}}\cdot\frac{|3 \quad 1}{\begin{bmatrix}-4 & 1\\ 1 & -2\end{bmatrix}}$$

$$H(x,y)=\begin{matrix}0 & 3 & 1\\ 3 & -4 & 1\\ 1 & 1 & -2\end{matrix}$$

Como n = 2 (variables)
y m = 1 (restricciones) entonces como n-m = 1 solo se debe validar H^B debe tener signo $(-1)^2$

$(-1)^{m+1}$

determinante de orden 3: 0 + 3 + 3 - (-4) - (-18) - 0 = 28 (máximo)

Resolver los siguientes ejercicios aplicando el Método de Kuhn-Tucker:

1- Hallar $x/z=-x_1^{\ 2}-x_2^{\ 2}\rightarrow Max$
Sujeto a $g(x)=x_1-2x_2\le -6$
$g(x)=x_1\ge 2 \quad g(x)=-x_1\le -2$ llevo modelo ideal de max

Paso a ecuaciones
Sujeto a $g(x)=x_1-2x_2+s_1=-6$
$g(x)=-x_1+s_2=-2$

Armo Lagragiano

$$L(x_1,\, x_2,\, \lambda_1, \lambda_2, s_1, s_2) = -x_1^{\;2} - x_2^{\;2} - \lambda_1(x_1 - 2x_2 + s_1 + 6) - \lambda_2(-x_1 + s_2 + 2)$$

Hallar

$$\frac{\partial L}{\partial\, x_1} = \frac{\partial L}{\partial\, x_2} = \frac{\partial L}{\partial\, \lambda} = 0$$

Esto da

$$\frac{\partial L}{\partial\, x_1} = -2\,x_1 - \lambda_1 + \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial\, x2} = -2x_2 + 2\lambda_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial\, \lambda_1} = -x_1 + 2x_2 - s_1 - 6 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial\, \lambda_2} = x_1 - s_2 - 2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial\, s_1}.\lambda_1 = \lambda_1.s_1$$

$$\frac{\partial L}{\partial\, s_2}.\lambda_2 = \lambda_2.s_2$$

De las derivadas de s por λ tengo 2^n combinaciones donde n = restricciones
Tengo cuatro combinaciones

$\lambda_2 \neq 0 y s_2 = 0$ $\qquad$ $s_2 = 0 y s_1 = 0$
$\lambda_1 \neq 0 y s_1 = 0$ $\qquad$ $\lambda_1 = 0 y \lambda_2 = 0$

tomo este camino
$\lambda_1 = 0 y \lambda_2 = 0$

de la primer derivada

$-2x_1 = 0$ entonces $X_{1\,=\,0}$

de la segunda
$-2x_2 = 0$ entonces $X_{2\,=\,0}$

de la tercera
$-x_1 + 2x_2 - s_1 - 6 = 0$ entonces $S_{1\,=}$ -6

de la cuarta
$x_1 - s_2 - 2 = 0$ entonces $S_{2\,=}$ -2

En este caso no cumple la condición de no negatividad de S por lo que no puedo determinar la solución.

Tendría que agregar Ri de no negatividad para las Si o probar con otro camino para ver si encuentro solución factible.

$$x^{o} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad S^{o} = \begin{bmatrix} -6 \\ -2 \end{bmatrix} \qquad \lambda^{o} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2- Hallar $x / z = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2 \rightarrow Min$

Sujeto a $g(x) = x_1 + x_2 \geq 8$

$g(x) = -x_1^{\;2} - x_2^{\;2} \geq -49$

Paso a ecuaciones

Sujeto a $g(x) = x_1 + x_2 - s_1 - 8 = 0$

$g(x) = -x_1^{\;2} - x_2^{\;2} - s_2 - 49 = 0$

Armo lagragiano

$$L(x_1,\, x_2,\, \lambda_1, \lambda_2, s_1, s_2) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2 + \lambda_1 (x_1 + x_2 - s_1 - 8) + \lambda_2 \left(-x_1^{\;2} - x_2^{\;2} - s_2 + 49\right)$$

Hallar

$$\frac{\partial L}{\partial\, x_1} = \frac{\partial L}{\partial\, x_2} = \frac{\partial L}{\partial\, \lambda} = 0$$

Esto da

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 2x_1 - 4 + \lambda_1 - \lambda_2 2x_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x2} = 2x_2 - 4 + \lambda_1 - \lambda_2 2x_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = x_1 + x_2 - s_1 - 8 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = -x_1^{\;2} - x_2^{\;2} - s_2 + 49 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial s_1} . \lambda_1 = \lambda_1 . s_1$$

$$\frac{\partial L}{\partial s_1} . \lambda_1 = \lambda_1 . s_2$$

2 elevado al número de restricciones me dan las combinaciones o caminos

$\lambda_2 \neq 0 y s_2 = 0$	$s_2 \neq 0 y s_1 \neq 0$	$s_2 \neq 0 y s_1 = 0$	$s_2 = 0 y s_1 \neq 0$
$\lambda_1 \neq 0 y s_1 = 0$	$\lambda_1 = 0 y \lambda_2 = 0$	$\lambda_1 \neq 0 y \lambda_2 = 0$	$\lambda_1 = 0 y \lambda_2 <> 0$

Tomo la siguiente combinación de las cuatro s1 = 0 y $\lambda 2 = 0$ camino elegido

1) de la primer derivada

$$2x_1 - 4 + \lambda_1 = 0$$

2) de la segunda derivada

$$2x_2 - 4 + \lambda_1 = 0$$

de 1) y 2) x1 = x2

3) de la tercer derivada

$$x_1 + x_2 - s_1 - 8 = 0$$

$2x_1 - 8 = 0$ --> x1 = 4 entonces x2 = 4

de la cuarta derivada

$-x_1^{\ 2} - x_2^{\ 2} - s_2 - 49 = 0$ --> $-16 - 16 - s_2 + 49 = 0$ --> s2 = 17

reemplazo x1 y x2 en 1)

$$2x_2 - 4 + \lambda_1 = 0 --> \lambda_1 = 4$$

$$x^o = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} \qquad S^o = \begin{bmatrix} 0 \\ 17 \end{bmatrix} \qquad \lambda^o = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ej- interpretación:

Fabricar cuatro unidades de cada uno, voy a tener un gasto = 8 .

R1 está saturada $\lambda 1 = 4$

R2 sobran 17 unidades $\lambda 2 = 0$

Z (4,4) = 8

es Min, o no? Realizar verificación

5- Una compañía planea gastar máximo 10.000 UM en publicidad. Cuesta 3.000 UM un minuto de publicidad en la TV y 1.000 UM un minuto de publicidad en la radio.
Si la empresa compra 'x' minutos de comerciales de TV, y 'y' minutos de comerciales en la radio, su ingreso, en miles de UM, está dado por

$$f(x, y) = -2x^2 - y^2 + xy + 8x + 3y$$

¿Cómo puede la empresa mejorar su ingreso?

$$máx\ z = -2x^2 - y^2 + xy + 8x + 3y$$

$$\text{sujeto a } 3x + y \leq 10$$

Convexa separable

Programación Libre.

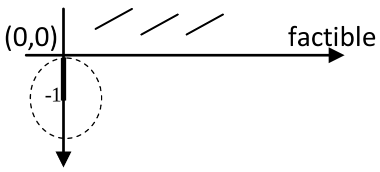
Hallar $x / z = x_1^2 + (x_2 + 1)^2 \rightarrow Min$

Aplicar la ecuación de la circunferencia. Circunferencia con centro en (a,b) y radio Z.

Aplicando la ecuación de la circunferencia $(x_1 - a)^2 + (x_2 - 1)^2$ = r^2 circunferencia centro (a,b) y radio z

$(x_1 - 0)^2 + (x_2 - (-1)^2 = r^2$ a= 0 y b = -1 circunferencia centro en (0, -1)

Optimo Z (0,0) = 1 = r^2



Programación restringida:

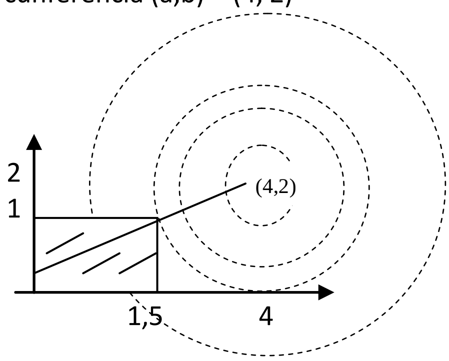
1- Hallar $x / z = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 2)^2 \rightarrow Max, Min$

Sujeto a $g(x) = x_1 \leq 1{,}5$

$g(x) = x_2 \leq 1$

Aplicando la ecuación de la circunferencia $(x_1 - a)^2 + (x_2 - 1)^2$ circunferencia centro (a,b) y radio z

circunferencia (a,b) = (4, 2)



Zmin (1,5 , 1)= 7,25

Zmax (0 , 0)= 20

2- Hallar $x / z = x_1^2 + (x_2 + 1)^2 \rightarrow Min$

Sujeto a $g(x) = 2x_1 + x_2 = 1$

Aplicando la ecuación de la circunferencia $(x_1 - a)^2 + (x_2 - (-1))^2 = r^2$ circunferencia centro (a,b) y radio z

circunferencia (a,b) = (0, -1)

Despejamos la ecuación para dejar en función de x_1 $\rightarrow x_2 = 1 - 2x_1$

$$r^2 = x_1{}^2 + (1 - 2x_1 + 1)^2 \rightarrow x_1{}^2 + (2 - 2x_1)^2 \rightarrow x_1{}^2 + (4 + 4x_1{}^2 - 8x_1) \rightarrow 5x_1{}^2 - 8x_1 + 4$$

operando

$$5x_1{}^2 - 8x_1 + 4 - r^2 = 0 \qquad \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 0 \qquad \frac{8 \pm \sqrt{64 - 20(4 - r^2)}}{10} = 0$$

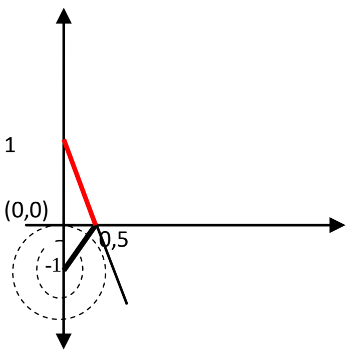
$$20(4 - r^2) = 64 \qquad \rightarrow -r^2 = \frac{-4}{5} \qquad \rightarrow r \cong 0{,}89$$

calculando las raices

$$\frac{8 \pm \sqrt{0)}}{10} = \frac{4}{5} \qquad x_1 = \frac{4}{5} \qquad x_2 = 1 - 2.\frac{4}{5} = \frac{-3}{5}$$

No pertenece al segmento de soluciones factibles (el primer punto que toca la circunferencia a la recta esta en el cuadrante negativo).

El punto optimo es (0,5 , 0) con Z= r^2 = $(089)^2$=1,25



Algoritmos de programación no lineal

Método de búsqueda dicótomo
$x1 = \frac{1}{2}(xR + xL - \Delta)$
$x2 = \frac{1}{2}(xR + xL + \Delta)$

734 taha

$$\text{Maximizar } f(x) = \begin{cases} 3x, & 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{1}{3}(-x + 20), & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

Δ = 0,1

Método dicótomo

Iteración 1

$I_0 = (0, 3) \equiv (x_L, x_R)$

$x_1 = 0.5(3 + 0 - 0.1) = 1.45,\ f(x_1) = 4.35$

$x_2 = 0.5(3 + 0 + 0.1) = 1.55,\ f(x_2) = 4.65$

$f(x_2) > f(x_1) \Rightarrow x_L = 1.45,\ I_1 = (1.45, 3)$

Iteración 2

$I_1 = (1.45, 3) \equiv (x_L, x_R)$

$x_1 = 0.5(3 + 1.45 - 0.1) = 2.175,\ f(x_1) = 5.942$

$x_2 = 0.5(3 + 1.45 + 0.1) = 2.275,\ f(x_2) = 5.908$

$f(x_1) > f(x_2) \Rightarrow x_R = 2.275,\ I_2 = (1.45, 2.275)$

Método de sección dorada
$x1 = xR - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right).(xR - xL)$
$x2 = xL + \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right).(xR - xL)$

Método de la sección dorada

Iteración 1

$I_0 = (0, 3) \equiv (x_L, x_R)$

$x_1 = 3 - 0.618(3 - 0) = 1.146,\ f(x_1) = 3.438$

$x_2 = 0 + 0.618(3 - 0) = 1.854,\ f(x_2) = 5.562$

$f(x_2) > f(x_1) \Rightarrow x_L = 1.146,\ I_1 = (1.146, 3)$

Iteración 2

$I_1 = (1.146, 3) \equiv (x_L, x_R)$

$x_1 = x_2$ **en la iteración** $0 = 1.854,\ f(x_1) = 5.562$

$x_2 = 1.146 + 0.618(3 - 1.146) = 2.292,\ f(x_2) = 5.903$

$f(x_2) > f(x_1) \Rightarrow x_L = 1.854,\ I_1 = (1.854, 3)$

Método del Gradiente:

1- Hallar $\begin{array}{l} x \ge 0 / z = g(x) \to \min \\ z = -(x_1 - 4)^2 + 3(x_2 - 2)^2 - 4 \end{array}$

2- Hallar $\begin{array}{l} x \ge 0 / z = g(x) \to \max \\ z = -x_1^{\ 2} - (x_2 + 1)^2 \end{array}$

Punto inicial como no está definido tomo la solución trivial X^0= (0,0)

Z = f(X^0) = 0 - $(0+1)^2$ = -1

Calcular $\nabla f\left(x^0\right)$

Derivo respecto a Xi

$$\frac{\partial g}{\partial\ x_1}. = -2x_1$$

$$\frac{\partial g}{\partial\ x_2}. = -2(x_2 + 1).1$$

En X^0= (0,0) reemplazando --> $X_1 = 0$, $X_2 = -2$

$\nabla f\left(x^0\right)$ = (0, -2)

Calculo del próximo paso

$$x^1 = x^0 + \Delta x$$
$$x^1 = x^0 + r\nabla f(x^0)$$
$$x^1 = (0{,}0) + r(0{,}-2) = (0{,}-2r)$$

Reemplazo función (determinación tamaño paso). dejo en función de r

h(r) = f (0, -2r) = 0 - $(-2r+1)^2$
h'(r) = -2(-2r+1)--2 = .8r + 4 --> r =1/2

Reemplazo r en el paso X^1

$$x^1 = (0{,}-2r) = (0{,}-1)$$
$$z = f(x^1) = -x_1^{\ 2} - (x_2 + 1)^2 = 0 - (-1+1)^2 = 0$$

Puedo tener condición de parada por un Δ en la diferencia de la función en ambos pasos (opcional)

$$\left|f(x^0) - f(x^1)\right| = \left|-1-0\right| = 1$$

Segunda iteración
Calculo siguiente paso

$$\frac{\partial g}{\partial\ x_1} = -2x_1$$

$$\frac{\partial g}{\partial\ x_2} = -2(x_2 + 1).1$$

En X^1= (0,-1) reemplazando en las expresiones derivadas--> $X_1 = 0$, $X_2 = 0$

$\nabla f\left(x^1\right)$ = (0, 0)

$$x^2 = x^1 + \Delta x$$
$$x^2 = x^1 + r\nabla f(x^1)$$

$x^2 = (0{,}-1) + r(0{,}0)$ como no queda en función de r para el método, no se puede seguir mejorando.