

GUIA PROGRAMACION LINEAL

2 0 2 1



INGENIERIA EN SISTEMAS DE INFORMACION

UTN – F.R. Resistencia

Asignatura: Investigación Operativa

Nivel: Cuarto año – Primer cuatrimestre

Docente/s:

Comisión unica

Claudia Screpnik

Jorge Ariel Vera

BIBLIOGRAFÍA

Los libros son innumerables.

El tiempo es corto.

Aprendamos a escoger.

Texto Guía

TAHA, Hamdy A. Investigación de Operaciones.

Textos para consulta

HILLIER, F.S. y G.J. LIEBERMAN. Introducción a la Investigación de Operaciones, ed. Mc Graw-Hill
WINSTON, Wayne. Investigación de Operaciones. Grupo Editorial Iberoamérica.

SOFTWARE

1. Linpro
2. Solver (excel)
3. Proglin
4. WinQSB
5. phpsimplex

Guía de trabajos prácticos confeccionado por el J.T.P. Jorge Ariel Vera. Los ejercicios fueron extraídos de diversos libros y trabajos por lo cual están alcanzados por los derechos de autor copyright "©".

Problemas de PROGRAMACION LINEAL:

PAUTAS DE RESOLUCIÓN

Análisis del enunciado, identificación del significado y unidades de las incógnitas para problemas de:

1. Producción
2. Dieta
3. Capacidad
4. Mezcla
5. Producción con alternativas
6. Producción con mermas

En los siguientes ejercicios plantear el problema, indicando variables reales, unidades de las mismas, variables slacks, unidades y significado, funcional con sus respectivas unidades y luego resolver –en caso de tener 2 variables reales – por el método gráfico. En el caso de tener más de dos variables reales solo se deberá realizar el planteo del problema.

Pautas de Resolución por el método Gráfico

1. Transformar las Inecuaciones a Ecuaciones - Agregado de Slacks
2. Graficar cada una de las restricciones.
3. Identificar los semiplanos definidos por cada inecuación; identificar la recta límite.
4. Identificar del **convexo de soluciones**.
5. Graficar el z (funcional) sobre los mismos ejes. Graficar las Rectas de **isocosto o isobeneficio**
6. Identificar de la **Solución óptima**.
7. **Análisis de vértices** - Hallazgo algebraico de las incógnitas para la solución óptima.

ACLARACION:

En todos los ejercicios:

$$X_i \geq 0 \text{ para todo } i \text{ (condición de no negatividad de las variables)}$$

Resolver los siguientes ejercicios por el **Método de Solución Gráfica**.

Ejercicio N°1:

Una cadena de almacenes encarga a un fabricante pantalones y chaquetas deportivas. El fabricante dispone para la confección de 750 m de tejido de algodón y 1000 m de tejido de poliéster. Cada pantalón precisa 1 m de algodón y 2 m de poliéster, cada chaqueta precisa 1,5 m y 1m respectivamente. El precio del pantalón se fija en 50 € y el de la chaqueta en 40 €. ¿Qué número de pantalones y chaquetas debe suministrar el fabricante a los almacenes para que éstos consigan una venta máxima?

Ejercicio N°2:

Se dispone de 210.000 euros para invertir en bolsa. Nos recomiendan dos tipos de acciones. Las del tipo A, que rinden el 10% y las del tipo B, que rinden el 8%. Decidimos invertir un máximo de 130.000 euros en las del tipo A y como mínimo 60.000 en las del tipo B. Además queremos que la inversión en las del tipo A sea menor que el doble de la inversión en B. ¿Cuál tiene que ser la distribución de la inversión para obtener el máximo interés anual?

Ejercicio N°3:

Una compañía posee dos minas: la mina A produce cada día 1 tonelada de hierro de alta calidad, 3 toneladas de calidad media y 5 de baja calidad. La mina B produce cada día 2 toneladas de cada una de las tres calidades. La compañía necesita al menos 80 toneladas de mineral de alta calidad, 160 toneladas de calidad media y 200 de baja calidad. Sabiendo que el coste diario de la operación es de 2000 euros en cada mina ¿cuántos días debe trabajar cada mina para que el coste sea mínimo?

Ejercicio N°4:

Una escuela prepara una excursión para 400 alumnos. La empresa de transporte tiene 8 autocares de 40 plazas y 10 autocares de 50 plazas, pero solo dispone de 9 conductores. El alquiler de un autocar grande cuesta 80 euros y el de uno pequeño, 60 euros. Calcular cuántos de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo más económica posible para la escuela.

Ejercicio N°5:

En Limpieza, S.A., se usan las materias primas I y II para producir dos soluciones limpiadoras domésticas, A y B. La disponibilidad diaria de las materias primas I y II es 150 y 145 unidades, respectivamente. Una unidad de solución A consume 0.5 unidad de materia prima I y 0.6 unidad de materia prima II; una unidad de solución B requiere 0.5 unidad de materia prima I y 0.4 unidad de materia prima II. Las utilidades unitarias de las soluciones A y B son \$8 y \$10, respectivamente. La demanda diaria de la solución A está entre 30 y 150 unidades, y la de la solución B entre 40 y 200 unidades. Calcule las cantidades óptimas de A y B que debe producir para maximizar sus utilidades.

Ejercicio N°6:

En un tambo se ha establecido que el alimento debe contener por lo menos 27 unidades del nutriente A, 21 del nutriente B y 30 del nutriente C. Existen en el mercado dos tipos de alimentos compuestos que proporcionan dichos nutrientes: el M y el N, y que contienen cada kg. de alimento M: 3 unidades de A, 1 unidad de B, y 1 unidad de C, y cada kg. de alimento N: 1 unidad de A, 1 unidad de B, y 2 unidades de C. El precio del alimento M es de 40 \$/kg y el de N es 20 \$/kg. Se tiene que completar cantidad mínima de 100 kg.

Se desea establecer en qué proporción deben suministrarse estos alimentos para cumplir con los requerimientos nutritivos, minimizando el costo de alimentación.

Ejercicio N°7:

En una fábrica de condimentos se desea establecer un programa óptimo de producción. La medida de eficiencia determinada para el mismo es el margen de contribución a gastos generales, tratándose entonces de maximizar ese valor. Se producen 4 tipos de condimentos: C1, C2, C3, C4, cuyas características de proceso y comercialización se detallan en las tablas adjuntas.

Tiempos de procesos (minutos/ kilogramos) y capacidad de equipos.

EQUIPOS	CONDIMENTOS				DISPONIBILIDAD
	C1	C2	C3	C4	(MIN/MES)
Molienda.....	10	16	4	20	28000
Tamizado.....	10	-	10	12	30000
Fraccionamiento.....	20	4	4	12	40000

Características de comercialización:

RUBROS CONSIDERADOS	UNIDAD	CONDIMENTOS			
		C1	C2	C3	C4
Producción mínima.....	kg./mes	200			800
Cantidad de demanda máxima.	kg./mes	1000	500	500	2000
Margen de contribución.....	\$/kg.	200	300	650	500

Condiciones financieras:

Por razones financieras, la empresa **no desea inmovilizar** una cantidad superior a \$1.400.000, en concepto de stock de materias primas.

Las materias primas básicas de los condimentos son importadas y deben mantenerse un cierto stock de las mismas.

Se conocen los **niveles de inmovilización de materia prima**, que son los siguientes: medidos en \$/Kg:

CONDIMENTOS				
C1	C2	C3	C4	

Inmovilización de materia prima..... 500 1000 1000 500

Ejercicio N°8:

Una empresa debe entregar **3 productos**: A, B, y C en una semana.

Los tiempos disponibles en los 3 sectores en los que son procesados los productos, medidos en horas/semanas, son los siguientes

SECTOR	TURNO 1	TURNO 2
Estampado.....	30	35
Armado subconjuntos.....	25	30
Armado final.....	40	35

Standard de producción, medidos en horas/unidad:

SECTOR	TURNO 1			TURNO 2		
	A	B	C	A	B	C
Estampado	0.2	0.3	0.2	0.3	0.5	0.3
Armado subconjuntos	0.15	0.25	0.25	0.2	0.5	0.5
Armado final	0.25	0.3	0.5	0.25	0.3	0.5

El **costo honorario de cada sector**, en ambos turnos, es de \$ 1.500/horas en estampados, \$2.400/horas en armados subconjuntos y \$ 1.600/hora en armado final.

Los **costos de materia prima** y los **precios de venta** de los productos son los siguientes, medidos en \$/unidad:

PRODUCTO	COSTO MATERIA PRIMA	PRECIO DE VENTA
A	3000	3500
B	1500	3500
C	2500	4800

La adquisición de materia prima debe ser hecha antes de empezar la producción, lo que implica un problema financiero para la empresa. La empresa sólo dispone de \$ 500.000, para la compra de la misma.

Obtener la programación de producción que haga máxima la utilidad.

Ejercicio N°9:

Una fábrica de aparatos electrónicos puede tener una producción anual de televisores de pantalla plana mínima de 3000 y máxima de 6000; en lo que se refiere a televisores led la producción fluctúa entre 2000 y 5000 unidades.

Para mantener una calidad óptima en su producto la **capacidad de producción** de cada departamento está limitada de la siguiente forma:

Estampado circuitos: puede producir 7000 TV plana ó 5200 led, por año.

Montaje: 6000 TV plana ó 7000 led, por año.

El costo de producción de un televisor de pantalla plana es de \$ 1.400. y de led es de \$ 2400.

Cada televisor de pantalla plana se vende a \$ 3000, y cada televisor led se vende a \$ 5400. La fábrica desea maximizar las utilidades.

En base a dicha información: escriba un planteamiento para resolver por programación lineal.

Ejercicio N°10:

Un fabricante de pvc está planeando diseñar un nuevo producto a partir de 3 compuestos químicos; Estos compuestos están principalmente formados por tres elementos: A, B y C. La composición y costo unitario de estos químicos se muestran en la siguiente tabla:

Compuesto Químico	1	2	3
Porcentaje A	30	20	40
Porcentaje B	20	60	30
Porcentaje C	40	15	25
Costo por kg	20	30	20

El nuevo producto consiste de 20% del elemento A, al menos 10% del elemento B y al menos 25% del elemento C. Obedeciendo a los efectos colaterales, los compuestos 1 y 3 no deben exceder 30% y 40% del contenido del nuevo producto.

Formular el problema de encontrar la forma de minimizar el costo de la mezcla como un programa lineal.

Ejercicio N°11:

La refinería YPF produce gasolina sin plomo: común y súper que vende a sus estaciones de servicio a \$60 y \$65 el barril respectivamente. Ambos combustibles se obtienen mezclando el refinado nacional y el importado según las características en tabla. Se acepta que la tensión de vapor y el comportamiento antidetonante obedecen la ley de las mezclas. Se desea también que el porcentaje de gasolina súper no supere el 60 % ¿Qué sugiere?

Gasolina	Tensión máxima de vapor	Octanaje mínimo	Demanda máxima (barril/sem)	Entrega mínima (barril/sem)	Refinado	tensión de vapor	Octanaje	Existencia (barriles)	Costo (\$/barril)
Común	23	90	100000	50000	Nacional	25	88	40000	8
Súper	23	95	20000	5000	Importado	15	98	60000	15

Ejercicio N°12:

Una fábrica de aceites industriales se especializa en la fabricación de 3 tipos de aceites, SAE20, SAE40 y SAE60. En la tabla se muestran los requerimientos de producción, la demanda diaria y las utilidades por galón asociadas para los tipos de aceite de la fábrica. La operación de la producción en la planta se limita a 8 hs. diarias y tiene una capacidad máxima de almacenamiento de 3000 galones por día. La mitad de la producción se debe corresponder al aceite SAE40. Se tiene un costo de producción de US\$ 0,5 por galón. La fábrica le gustaría determinar qué volumen diario de producción de los dos aceites maximiza sus utilidades.

Producto	Tiempo de producción (por galón)	Demanda diaria	Precio de venta (por galón)
SAE20	0.005 por hora	Como máximo 500 galones	\$12
SAE40	0.010 por hora	Al menos 400 galones	\$15
SAE60	0.020 por hora	Al menos 200 galones y como máximo 600 galones	\$18

Ejercicio N°13:

Ejemplo política bancaria de préstamos:

Banco Gane está desarrollando una política de préstamo por un máximo de \$12 millones. La tabla siguiente muestra los datos pertinentes acerca de los distintos tipos de préstamos.

Tipo préstamo	Tasa de interés	% de deuda impagable
Personal	0.140	0.10
Automóvil	0.130	0.07
Casa	0.120	0.03
Agrícola	0.125	0.05
Comercial	0.100	0.02

Las deudas impagables no se recuperan y no producen ingresos por intereses.

Para competir con otras instituciones financieras se necesita que el banco asigne un mínimo de 40 % de los fondos a préstamos agrícolas y comerciales. Para ayudar a la industria de la construcción de su región, los préstamos familiares deben ser iguales, cuando menos, al 50% de los préstamos personales para automóvil y para casa.

El banco tiene una política explícita que no permite que la relación general de préstamos impagables entre todos los préstamos sea mayor que 4 por ciento.

Ejercicio N°14:

Desarrollos Alfa posee 800 acres* de terreno en un lago escénico en el corazón de una sierra. Antes se aplicaban pocos o ningún reglamento a los nuevos desarrollos en torno al lago. Las orillas del mismo están hoy pobladas con casas de campo, y debido a la carencia de servicios de alcantarillado, hay muchas fosas sépticas, en su mayor parte mal instaladas. A través de los años, las filtraciones de las fosas sépticas han ocasionado un grave problema de contaminación de agua.

Para mitigar el degradamiento de la calidad del agua, las autoridades municipales aprobaron reglamentos estrictos para todos los desarrollos en el futuro.

1. Sólo se pueden construir casas para una, dos y tres familias, y las casas unifamiliares deben ser al menos el 50% del total.
2. Para limitar la cantidad de fosas sépticas, se requieren tamaños mínimos de lote de 2, 3 y 4 acres para las casas con una, dos y tres familias, respectivamente.
3. Se deben establecer áreas de recreo de 1 acre cada una, en una proporción de una por 200 familias.
4. Para preservar la ecología del lago, no se debe bombear agua subterránea para uso doméstico ni de riego.

Se estima que el 15% del terreno deberá destinarse a la apertura de calles y vías de acceso. El costo de la conexión de agua es proporcional al número de unidades que se construyan pero la comunidad estipula que deben colectarse al menos \$100 000 para que el proyecto sea económicamente factible. Además, la expansión del sistema acuífero más allá de su capacidad actual está limitada a 200 000 galones/día.

De acuerdo a los datos que siguen, ¿qué sugiere?

Unidad Habitacional	Ingreso Neto (\$)	Costo conexión de agua (\$/unidad)	Consumo de agua (gal/unidad)
Sencilla	10000	1000	400
Doble	15000	1200	640
Triple	20000	1400	840
Recreo	-	800	450

Ejercicio N°15:

Una firma que manufactura **routers inalámbricos** tiene que decidir sobre la cantidad a producir de sus dos modelos (M1, M2). Una investigación de mercado indica que a lo sumo 1000 unidades de M1 y 3000 de M2 pueden ser vendidas por mes y como mínimo 100 unidades de cada modelo. El número máximo de horas-hombre disponible es de 5000 por mes. El modelo M1 requiere 4 horas-hombre y uno del modelo M2 requiere 3 horas-hombre. Ambos pasan por un sector de control de calidad donde el modelo 1 tiene una aceptación del 95% y el M2 del 98% tomando 30 min de prueba y disponiendo de 1000 hs hombre semanales.

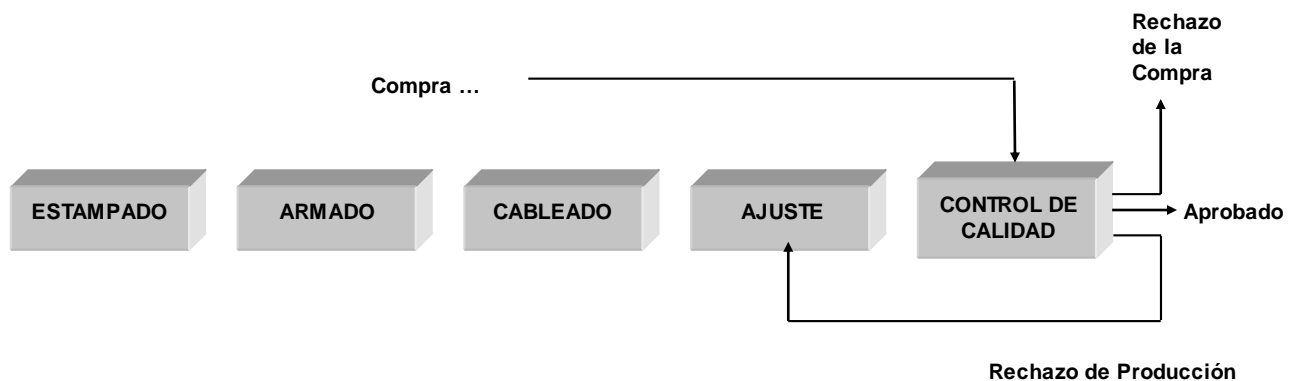
La cantidad de routers del modelo M2 no debe superar el 60% del total fabricado. Las ganancias por unidad son \$400 y \$500 respectivamente, los costos de fabricación de cada modelo son 100 y 200 respectivamente.

Se desea encontrar el número de unidades de cada tipo de que la firma debe producir a fin de maximizar sus ganancias.

Ejercicio N°16:

Una fábrica de automotores cuenta con un taller propio para la producción de tableros de los vehículos que fabrica, tarea que también puede encomendarse a proveedores.

El proceso de fabricación de los tableros es el siguiente, para cualquier tipo de tablero:



Los **tableros comprados** pasan también por el mismo sector de Control de Calidad.

La fábrica necesita 4 tipos de tableros: A, B, C, D, para los que se cuenta con los datos de la siguiente tabla en cuanto a tiempo de proceso en horas/tablero:

TABLERO	TIEMPOS DE					
	Estam- pado	Armado	Cableado	Ajuste	CONTROL DE CALIDAD	
					Producción	Compra
A.....	0.05	0.10	0.20	0.08	0.02	0.03
B.....	0.05	0.12	0.25	0.10	0.03	0.05
C.....	0.05	0.14	0.30	0.06	0.03	0.04
D.....	0.05	0.18	0.25	0.10	0.03	0.04
Disponibilidad de Horas	1 200	3 600	5 000	3 000	3 000	

En la tabla se ha agregado la disponibilidad de horas de los sectores y el tiempo de Control de Calidad de los tableros comprados.

La fábrica necesita 4.000 tableros A, 3.000 tableros B, 8.000 tableros C, y 5.000 tableros D.

Los **costos de producción** y **compra** son los siguientes, datos en \$/unidad:

T A B L E R O S				
	A	B	C	D
Producción.....	5 000	6 000	12 000	10.000
Compra.....	8 000	7 500	18 000	8.000

Un registro de estadística de Control, indica que un 80 % de los tableros comprados es aprobado y el resto es reintegrado por el proveedor.

Con respecto a los tableros producidos por la fábrica, el 90 % es aprobado y el resto debe repetir la operación de ajuste y su posterior Control de Calidad.

Para un tablero reajustado, el porcentaje de aprobación es el mismo indicado.

Se desea: Definir las cantidades a producir y comprar de cada tablero para hacer mínimo el costo total de la operación.

Nota: Si considera más hipótesis para el planteo de este problema, debe escribirlas.

Ejercicio N°17:

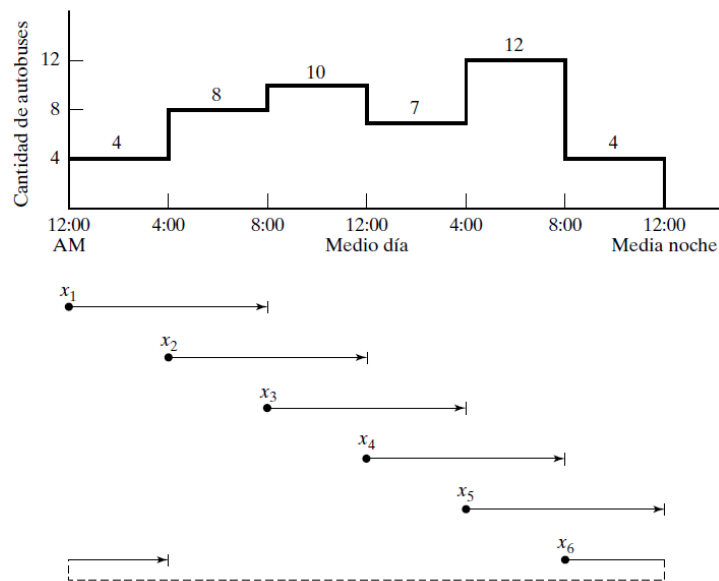


FIGURA 2.21
Cantidad de autobuses en
función de la hora del día

La ciudad de Progreso estudia la factibilidad de un sistema de autobuses para transportación masiva que reduzca el transporte urbano en coche y en consecuencia alivie el problema del smog. El estudio busca determinar la cantidad mínima de autobuses que satisfaga las necesidades de transporte. Después de reunir la información necesaria, el ingeniero de tránsito observa que la cantidad mínima de autobuses varía con la hora del día, y que la cantidad necesaria de vehículos se puede aproximar con valores constantes durante intervalos consecutivos de 4 horas. La figura anterior resume las determinaciones del ingeniero.

Para hacer el mantenimiento diario a cada autobús, este puede trabajar 8 horas sucesivas diariamente.

Determinar la cantidad de autobuses en funcionamiento durante cada turno que satisfaga la demanda mínima y minimice al mismo tiempo la cantidad de autobuses en operación.

I. Resolver los siguientes ejercicios por el **Método Simplex**.

Ejercicio N°1:

$$\begin{aligned} x_1 &\leq 3 \\ x_2 &\leq 6 \\ 6x_1 + 6x_2 &\leq 36 \end{aligned}$$

$$z = 8x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{MAX}$$

Ejercicio N°2:

$$\begin{aligned} -2x_1 + x_2 &\leq 2 \\ x_1 - x_2 &\leq 3 \\ x_1 + x_2 &\leq 5 \end{aligned}$$

$$z = 5x_1 + 4x_2 \rightarrow \text{MAX}$$

Ejercicio N°3:

Cierto fabricante produce sillas y mesas en dos secciones de producción: la sección de montaje y la sección de pintura. La producción de una silla requiere 1 hora de trabajo en la sección de montaje y de 2 horas en la de pintura. Por su parte, la fabricación de una mesa precisa de 3 horas en la sección de montaje y de 1 hora en la de pintura. La sección de montaje sólo puede estar 9 horas diarias en funcionamiento, mientras que la de pintura sólo 8 horas. El beneficio produciendo mesas es doble que el de sillas. ¿Cuál ha de ser la producción diaria para que el beneficio sea máximo?.

Solución: Definimos las variables originales como

x_1 = número de sillas.

x_2 = número de mesas.

La función a maximizar, beneficio obtenido, será:

$$z = x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{MAX}$$

Las restricciones lineales del problema se formulan como:

$$x_1 + 3x_2 \leq 9 \quad (\text{disponibilidad de horas en la sección de montaje})$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8 \quad (\text{disponibilidad de horas en la sección de pintura})$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

		1	2		
Xk	B	A1	A2	A3	A4
X2	2	0	1	2/5	-1/5
X1	3	1	0	-1/5	3/5
Z		0	0	3/5	1/5

Ejercicio N°4:

Una compañía minera opera tres minas. El mineral obtenido en cada una se separa en dos calidades antes de su distribución. Las capacidades de producción diarias de cada mina, así como sus costes de operación diarios son los siguientes:

	Mineral de alta Calidad ton/día	Mineral de baja calidad ton/día	Costo de operación miles Pts/día
Mina 1	4	4	200
Mina 2	6	4	220
Mina 3	1	6	180

La compañía se ha comprometido a entregar 54 toneladas de mineral de alta calidad y 65 de baja en el plazo de una semana. Los contratos de los mineros les garantizan la paga del día completo por cada día o fracción que la mina está abierta. Determinar el número de días que debe funcionar cada mina durante la próxima semana para cumplir el compromiso con un coste mínimo.

Planteo

X_i = "Número de días que se trabaja en la mina i" i con valores [1,2,3]

$Z = 200 X_1 + 220 X_2 + 180 X_3 \rightarrow \text{MIN}$

"Las restricciones son el número de toneladas que hay que entregar"

$4 X_1 + 6 X_2 + X_3 > 54$

$4 X_1 + 4 X_2 + 6 X_3 > 65$

Cuya tabla óptima es:

Ck	Xk	B	200	220	180	A4	A5
			A1	A2	A3		
220	X2	8,0938	0,625	1	0	-0,1875	0,313
180	X3	5,4375	0,25	0	1	0,125	-0,1875
	Z	2.759,375	-17,5	0	0	-18,75	-26,875

Ejercicio N°5:

Problema de la dieta:

Un establecimiento para el engorde de animales de granja compra 2 tipos de alimento para cubrir sus objetivos que tienen las características de la siguiente tabla:

		Alimento tipo		Requerimiento mínimo (kg animal/día)
		I	II	
Componente nutritivo	CN1 (kg/kg)	0.1	0	0.4
	CN2 (kg/kg)	0	0.1	0.6
	CN3 (kg/kg)	0.1	0.2	2
	CN4 (kg/kg)	0.2	0.1	1.7
Precio (\$/kg)		10	4	

¿Cuántos kg de cada uno de los alimentos conviene comprar para minimizar los costos?

II. Tipos de soluciones

¿Cómo reconocer todos los casos que pueden darse en la resolución de un PL?

- **Solución única:** En el último *tableau*, los costes reducidos de las variables no básicas son estrictamente negativos (minimización) o estrictamente positivos (maximización)
- **Soluciones alternativas:** En el último *tableau*, alguno de los costes reducidos de las variables no básicas es igual a cero.
- **Solución no acotada:** Si al efectuar el test de salida de la base, todos los coeficientes de la columna correspondiente a la variable entrante son no positivos.
- **Problema infactible:** Se reconoce porque alguna variable artificial queda en la base en el *tableau* final.

Identifique en las siguientes tablas si es óptimo o el no. Describa el caso que se presenta justificando su elección.

Ejercicio Nº 1

Maximizar $Z = 2X_1 + X_2$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &\leq 10 \\ 2x_1 - x_2 &\leq 40 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

V. Básica	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	Solución
Z	1	-2	-1	0	0	0
S_1	0	1	-1	1	0	10
S_2	0	2	-1	0	1	40

V. Básica	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	Solución
Z	1	0	0	-4	3	80
X_1	0	1	0	-1	1	30
X_2	0	0	1	-2	1	20

Ejercicio Nº 2

$Z = 4X_1 + 14X_2 \rightarrow \text{MAX}$

Sujeto a

$$\begin{aligned} 2X_1 + 7X_2 &\leq 21 \\ 7X_1 + 2X_2 &\leq 21 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

V. Básica	Z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	Solución
Z	1	-4	-14	0	0	0
S ₁	0	2	7	1	0	21
S ₂	0	7	2	0	1	21

V. Básica	Z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	Solución
Z	1	0	0	2	0	42
X ₂	0	0	1	7/45	-2/45	7/3
X ₁	0	1	0	-2/45	7/45	7/3

Ejercicio N° 3

$$\text{Max } Z = 5X_1 + 2X_2$$

Sujeto a:

$$6X_1 + 10X_2 \leq 30$$

$$10X_1 + 4X_2 \leq 20$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

X _k	B	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
Z	10	0	0	0	0,5
X ₃	18	0	7,6	1	-0,6
X ₁	2	1	0,4	0	0,1

Ejercicio N° 4

$$Z = 2X_1 + 2X_2 + X_3 \rightarrow \text{Maximizar}$$

Sujeto a

$$X_1 + 2X_2 + 3X_3 \geq 10$$

$$X_1 - X_2 \geq 5$$

$$X_1 \leq 1$$

V. Básica	C _k	X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	h ₁	h ₂	Solución
X ₃	1	0	0,667	1	-0,33	0	-0,33	0,33	0	3
h ₂	-M	0	-1	0	0	-1	-1	0	1	4
X ₁	2	1	0	0	0	0	1	0	0	1
C _{ij} - Z _j		0	1,33	0	-0,33	1	1,667	0,33	0	5

Ejercicio Nº 5

$$\begin{array}{rclcl} x_1 & + & 2x_2 & \geq & 8 \\ -x_1 & + & 2x_2 & \leq & 4 \\ x_1 & & & \leq & 2 \end{array}$$

$$Z = x_1 - x_2 \rightarrow \text{MAX}$$

V. Básica	Ck	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃	Solución
X ₁	1	1	0	0	0	1	2
X ₂	1	0	1	-0,5	0	-0,5	3
S ₂	0	0	0	1	1	2	0
Cij- Zj		0	0	0,5	0	1,5	-1

Ejercicios Complementarios

Ejercicio N°1:

Una empresa se dedica al **pintado y montaje de heladeras**, lanzando al mercado tres tipos diferentes: A, B, y C.

Existen **distintos proveedores** para las diversas partes de las heladeras: **motor, circuitos eléctricos, elementos plásticos, gabinete**, etc.

Pueden comprarse gabinetes sin pintar o pintados, estos últimos con un recargo de 2300 \$/gabinete, para heladeras C.

Los talleres de la empresa pueden montar 100 unidades de A u 80 unidades de B ó 40 unidades de C por mes. Tienen **una capacidad de pintura** de 60 heladeras mes, independientemente del tipo de la misma.

Los **costos de pintura** son:

1800 \$/gabinete de A.

2000 \$/gabinete de B.

3000 \$/gabinete de C.

Existen contratos firmados para entregar mensualmente 30 unidades de A y 20 unidades de B.

Así mismo se conoce la cantidad de **demanda máxima** de heladeras C: que es de 10 unidades por mes.

La **utilidad** que tiene la empresa por tipo de heladera, cuando realiza el proceso de pintura en sus talleres, es de 15000 \$/heladera A, 2000 \$/heladera B, y 35000 \$/heladera C.

Se desea determinar el plan de producción que maximice el beneficio.

Ejercicio N°2:

Una fábrica debe programar la elaboración de **3 productos** que son procesados en los siguientes sectores: **fundición, maquinado, armado y acondicionado**.

La fundición para los productos 1 y 2 puede ser contratada a otros, pero el producto 3 requiere hoyos (moldes de cerámica) especiales que solamente pueden producirse en la misma fábrica.

Los **costos** de los respectivos procesos en \$/ unidad, son los siguientes:

SECTORES Y PROCESOS	PRODUCTOS		
	1	2	3
Fundición fábrica.....	3.000	5.000	4.000
Fundición contratada.....	5.000	6.000	
Maquinado.....	2.000	1.000	2.700
Armado y acondicionado.....	3.000	2.000	2.000

Los **precios de venta** de los productos son: 15.000, 18.000 y 19.000 \$/unidad, respectivamente.

Los **Standard de producción** en minutos/unidad y la **capacidad de producción** de los sectores, en minutos, son los siguientes:

SECTORES Y PROCESOS	PRODUCTOS			CAPACIDAD
	1	2	3	
Fundición.....	6	10	3	8.000
Maquinado.....	6	3	8	12.000
Armado y acondicionado.	3	2	2	10.000

El **producto 1** tiene una cantidad de **demanda máxima** de 400 unidades.

Se desea establecer el programa de producción que maximice la utilidad bruta de la empresa.

Ejercicio N°3:

Una **pequeña refinería** mezcla **5 tipos de combustible** para producir **2 naftas**: A y B.

El **numero de barriles**, por día, de cada materia prima disponible, el **número de octanos** y el **costo por barril**, se indican en la siguiente tabla:

Materia Prima	NRO. OCTANOS	BARRIL/DÍA	COSTO C/BARRIL
1	70	2 000	800
2	80	4 000	900
3	85	4 000	950
4	90	5 000	1.150
5	99	3 000	2.000

El **número de octanos** de la nafta A debe ser al menos 95 y el de B al menos 85.

Existe un contrato que obliga a entregar diariamente 8000 barriles de nafta B.

La nafta A se vende a 3.780 \$/ barril, y la de B a 2.850 \$/ barril.

Todos los sobrantes no utilizados en las mezclas con un octanaje superior a 85, pueden venderse a 2.750 \$/barril y las de un octanaje menor a 90 se venden a 1.250 \$/barril.

¿Cuál será el programa diario que arroje el máximo beneficio para la refinería?

Ejercicio N°4:

OilCo construye una refinería para elaborar tres productos: diesel, gasolina, y lubricantes. Las demandas en barriles por día de estos productos son 14000, 30000 y 10000 unidades respectivamente.

Irán y Dubái tienen contrato para enviar crudo a OilCo. Debido a las cuotas de producción que especifica la OPEP la nueva refinería puede recibir al menos el 40% de su crudo de Irán y el resto de Dubái.

OilCo pronostica que estas cuotas de demanda y de crudo permanecerán estables durante los diez años siguientes.

Las distintas especificaciones de los dos crudos determinan dos proporciones distintas de productos: un barril de crudo de Irán rinde 0,2 barriles de diésel, 0,25 barriles de gasolina, 0,1 barriles de

lubricante. Los rendimientos correspondientes de crudo de Dubái son: 0,1, 0,6, y 0,15 respectivamente.

Determinar la capacidad mínima de la refinería en barriles de crudo por día.

Ejercicio N°5:

Plantear el siguiente problema:

Un **productor de alimentos para ganado** debe preparar **2 alimentos** A y B que cumplen determinadas restricciones respecto a 2 nutrientes: 1 y 2.

Para formar los alimentos mencionados, puede comprar: pasto fresco, avena y cebada a los siguientes precios en \$/kg.: 3, 15 y 17, respectivamente. El precio de venta de los alimentos es de: 120 \$/kg. para A y 100 \$/kg. para B.

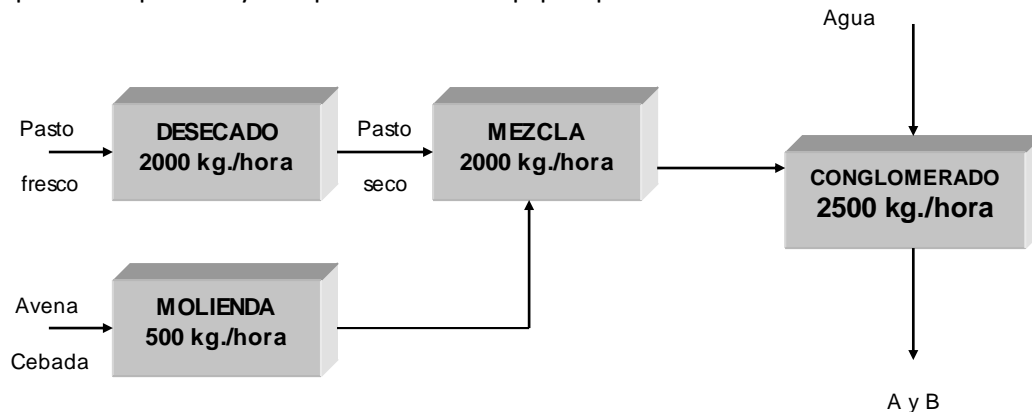
1 kg. de A debe tener: 200 unidades de nutriente 1 y por lo menos 20 unidades del nutriente 2;

1 kg. de B debe tener: a lo sumo 500 unidades de nutriente 1 y entre 40 y 60 unidades del nutriente 2.

En el siguiente cuadro, se encuentran las **unidades de nutriente 1 y 2** por kg. de **pasto seco, avena y cebada**:

MATERIA PRIMA	NUTRIENTE 1	NUTRIENTE 2
Pasto fresco	500	70
Avena	200	20
Cebada	150	18

El esquema del proceso y la capacidad de los equipos que intervienen son:



En el proceso de **secado el pasto** pierde el 45 % de su peso.

En el proceso de **molienda** se pierde el 3 % que se vende a 1 \$/kg.

Cada equipo (Desecado, Molienda, Mezcla, Conglomerado) puede trabajar a lo sumo 8 horas diarias.

Las **horas sobrante de desecado**, se venden a 5 000 \$/hora.

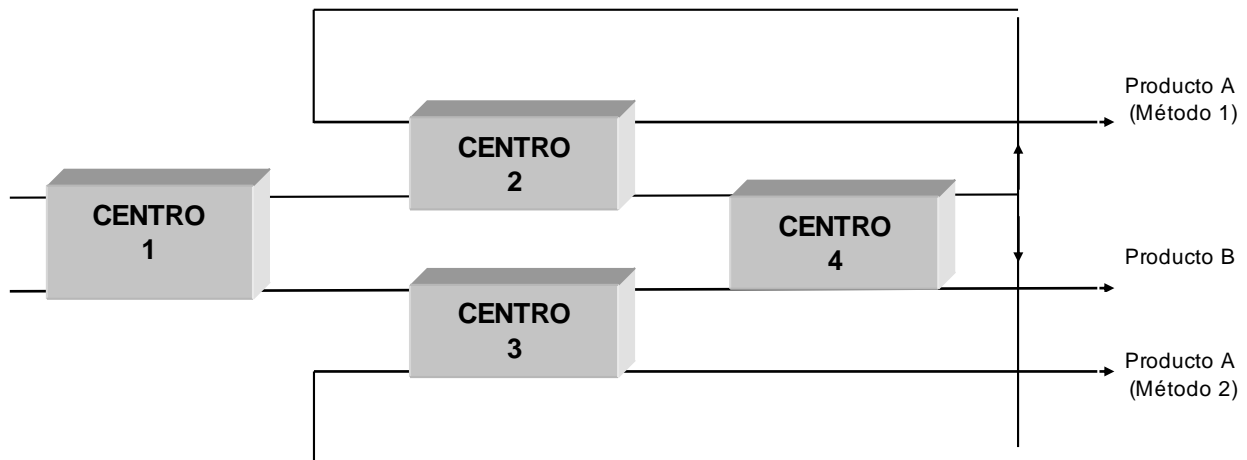
El **conglomerado final** se forma agregando un 10 % de agua.

Definir el programa diario que maximice el beneficio total.

Ejercicio N°6:

Una empresa fabrica y vende **2 productos**: A y B, cuyo diagrama de proceso es el siguiente:

El **producto A** puede seguir cualquiera de los procesos alternativos de producción, mientras que el **producto B** tiene un único proceso de producción.



**Figura
14**

Se dispone de los **elementos de producción**, y se conocen las características de **rendimiento de los productos**, según sus procesos:

PRODUCTO	COSTO	VELOCIDAD DE ENTRADA: en litros/horas	RENDIMIENTO %	COSTO DE PROCESO: en \$/hora
A	1	300	90	1.500
	2 (1ra.vez)	450	95	2.000
	4	250	85	1.800
	2 (2da.vez)	400	80	2.200
	3	350	75	2.500
B	1	500	90	3.000
	3	480	85	2.500
	4	400	80	2.400

A continuación, el **costo de la materia prima**, el **precio de venta** y la **demanda máxima**

PRODUCTO	COSTO DE LA MATERIA PRIMA en \$/litro	PRECIO DE VENTA en \$/litro	DEMANDA MAXIMA en litro/día
A	50	200	1.750
B	60	180	1.500

•**Disponibilidad de equipos:**

Al realizarse el estudio, se verifico que los **Centros:** 1 y 4, pueden funcionar como máximo 16 horas netas por día y los **Centros:** 3 y 2, solamente 12 horas netas por día.

•**Distribución:**

Los medios de despacho de la empresa están limitados a una capacidad conjunta para A y B de 2 500 litros diarios.

•**Objetivos:**

Se pide determinar la mezcla de ventas que maximice el margen de beneficios.

•**Observación:**

Se sugiere plantear el problema adoptando como incógnitas las cantidades de cada producto obtenida al final del proceso (ejemplo: Xk litros de materia prima de B).