Casos especiales

Casos especiales

1. Problema infactible
2. Región no acotada, pero objetivo acotado
3. Problemas con restricciones redundantes
4. Múltiples soluciones

Caso Especial 1: Problema infactible

Se trata de problemas en los que no se puede determinar la región factible, es decir no hay ningún punto que satisface todas las restricciones. Este caso suele presentarse cuando nos hemos equivocado al formular el problema lineal

Caso Especial 1: Problema infactible

Resolver

$$\text{Max } Z = 2x + y$$

Sujeto a

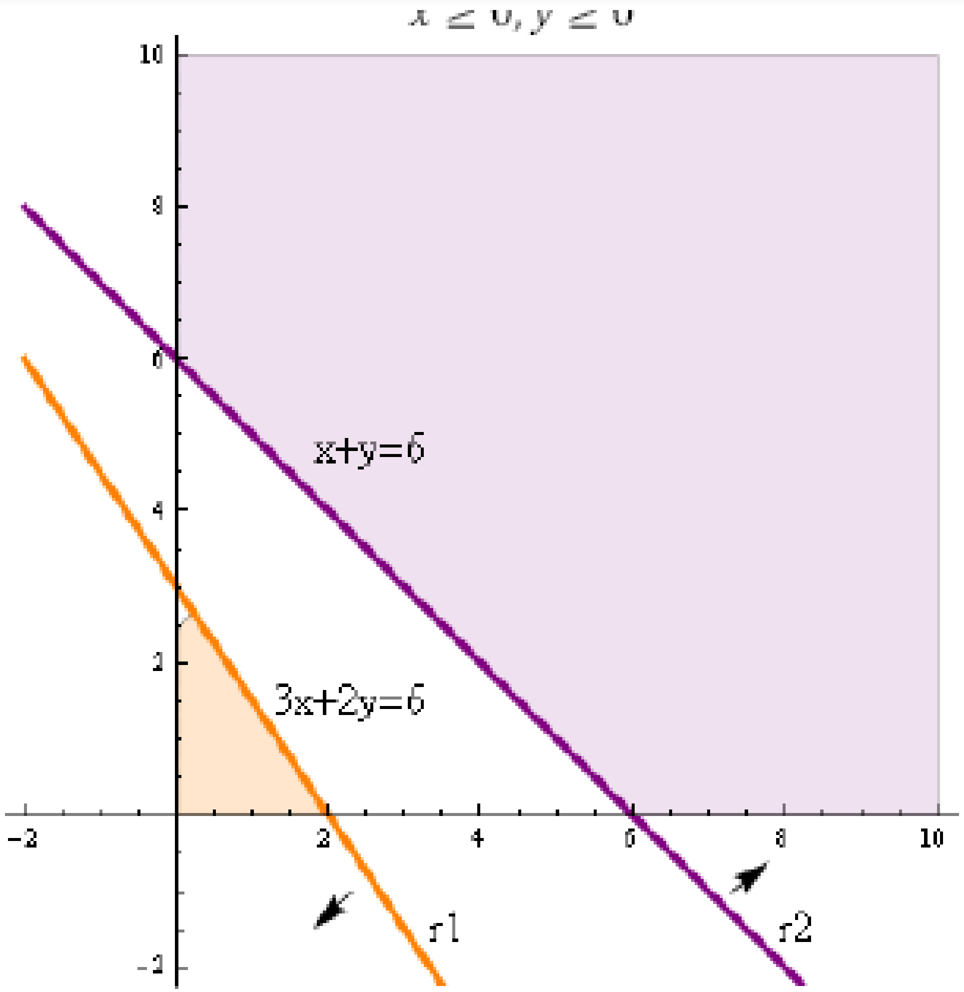
$$x + y \geq 6$$

$$3x + 2y \leq 6$$

$$X \geq 0, Y \geq 0$$

Caso Especial 1: Problema infactible

Como se ve en la figura las restricciones R1 y R2 no tienen ningún punto en común por lo que el problema no tiene solución



Max Z = 2x1 + x2

Sujeto a

$x1 + x2 \geq 6$

$3x1 + 2x2 \leq 6$

$X1 \geq 0, x2 \geq 0$

Agrego las slacks

R1: x1 + x2 - x3 + x5 = 6

R2: 3x1 + 2x2 + x4 = 6

Caso Especial 1: Problema infactible

Tabla 3			0	0	0	0	-1
Xk	**Cb**	**Base**	**X1**	**X2**	**X3**	**X4**	**X5**
X5	-1	3	-1 / 2	0	-1	-1 / 2	1
X2	0	3	3 / 2	1	0	1 / 2	0
Z		-3	1 / 2	0	1	1 / 2	0

Se reconoce porque alguna variable de artificial queda en la base en el tableau final.

Caso Especial 1: Problema infactible

Consideremos el siguiente problema:

$$\max z = 3x_1 + 2x_2$$

s.a:

$$\begin{aligned} 3x + 2y &\le 120 \\ x + y &\le 50 \\ x &\ge 30 \\ y &\ge 30 \\ x, y &\ge 0 \end{aligned}$$

Caso Especial 1: Problema infactible

Sin soluciones factibles

Consideremos el siguiente problema:

$$\max z = 3x_1 + 2x_2$$

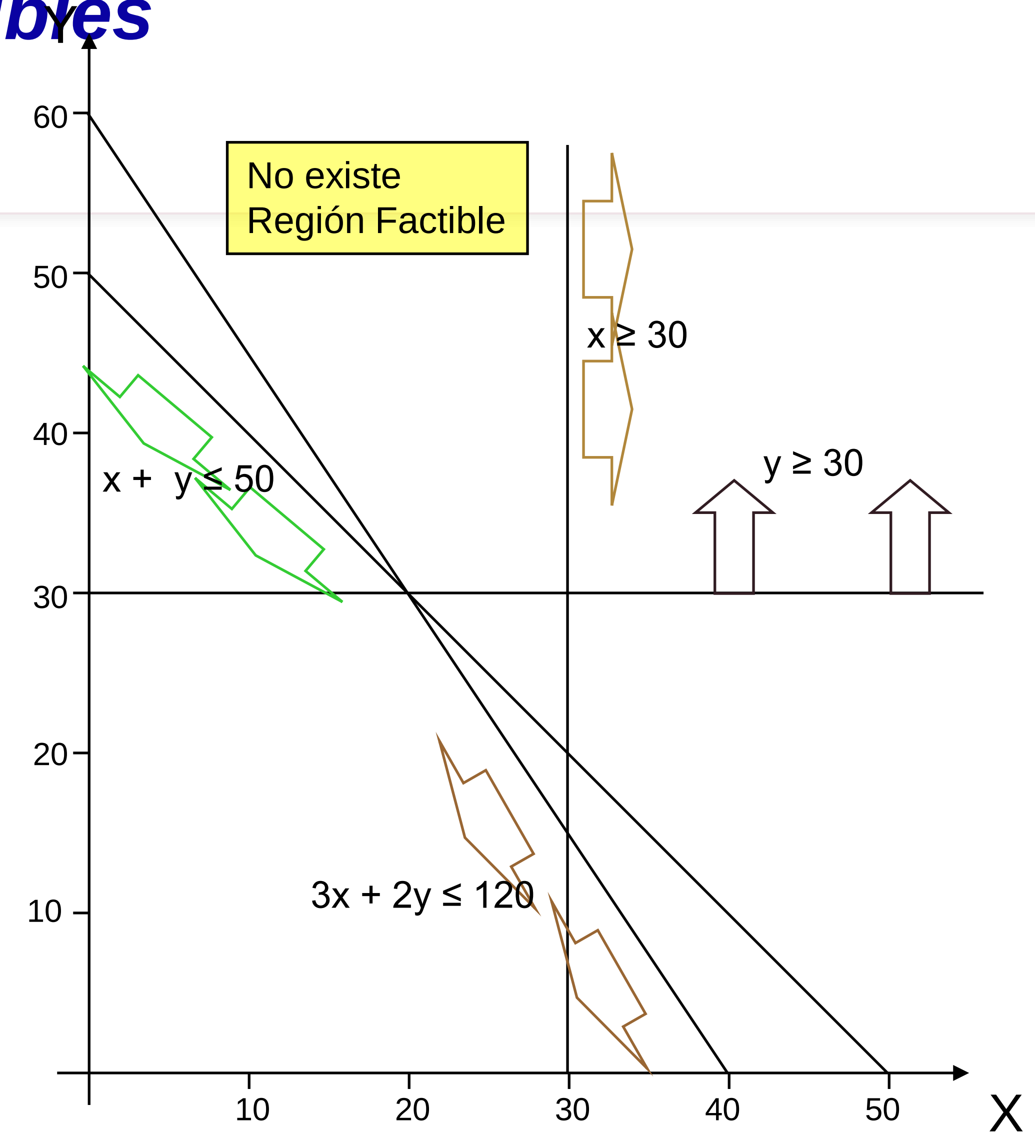
s.a: $3x + 2y \leq 120$

$x + y \leq 50$

$x \geq 30$

$y \geq 30$

$x , y \geq 0$



No existe región factible

Caso Especial 1: Problema infactible

Tabla 4			0	0	0	0	0	0	-1	-1
Base	**Cb**	**P0**	**P1**	**P2**	**P3**	**P4**	**P5**	**P6**	**P7**	**P8**
P2	0	30	0	1	0	0	0	-1	0	1
P4	0	0	0	0	-1 / 3	1	0	1 / 3	0	-1 / 3
P1	0	20	1	0	1 / 3	0	0	2 / 3	0	-2 / 3
P7	-1	10	0	0	-1 / 3	0	-1	-2 / 3	1	2 / 3
Z		-10	0	0	1 / 3	0	1	2 / 3	0	1 / 3

Caso 2: Región no acotada, pero objetivo acotado

Este caso se presenta cuando no es posible elegir un punto de la región factible como punto óptimo ya que siempre es posible encontrar otro punto que mejore el valor de la función objetivo obtenido con el punto anterior

Caso 2: Región no acotada, pero objetivo acotado

Resolver

$$\text{Max } Z = x + 3y$$

Sujeto a

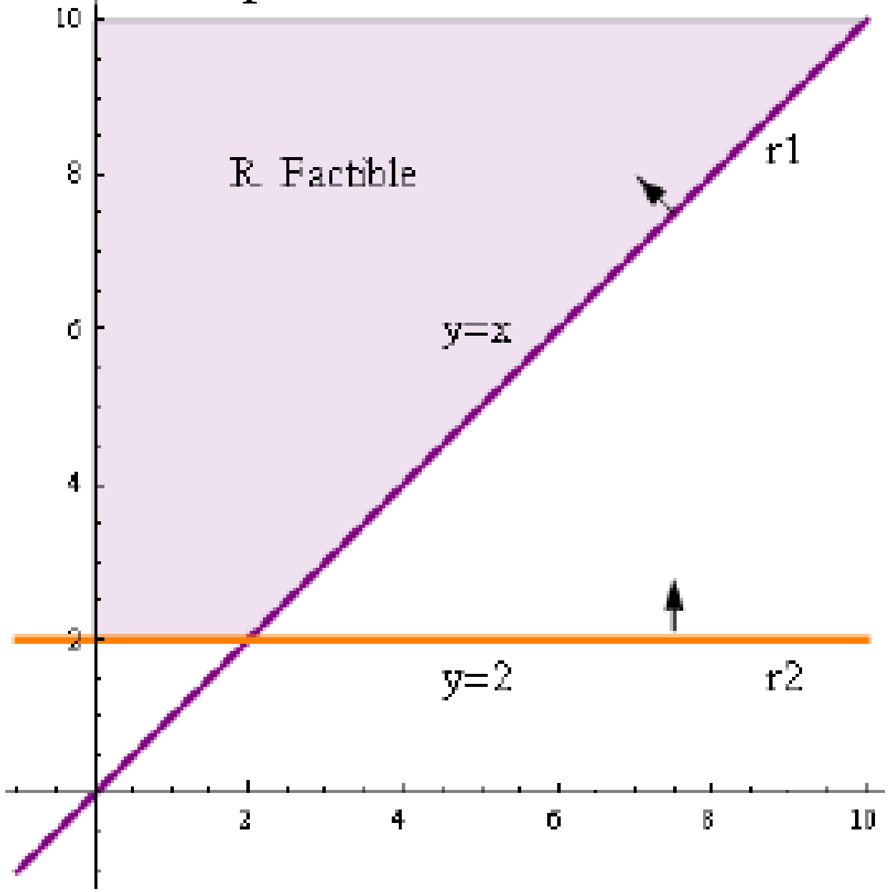
$$y \geq x$$

$$y \geq 2$$

$$X \geq 0,\ Y \geq 0$$

Caso 2. Región no acotada, pero objetivo acotado

En el ejemplo se ve como la región factible es ilimitada y como el problema es de maximización, dado un punto de la región factible siempre es posible encontrar otro cuyo valor de z sea mayor y por tanto no es posible determinar la solución del problema.



Max Z = x + 3y

Sujeto a

$y \geq x$

$y \geq 2$

$X \geq 0, Y \geq 0$

Caso 2. Región no acotada, pero objetivo acotado

Tabla			1	3	0	0
Base	**Cb**	**P0**	**P1**	**P2**	**P3**	**P4**
P3	0	2	1	0	1	-1
P2	3	2	0	1	0	-1
Z		6	-1	0	0	-3

Caso 2: Región no acotada, pero objetivo acotado

Otro caso

$$\max z = 2x - y$$

$$\text{s.a:} \quad x - y \leq 1$$

$$2x + y \geq 6$$

$$x, y \geq 0$$

Caso 2: Región no acotada, pero objetivo acotado

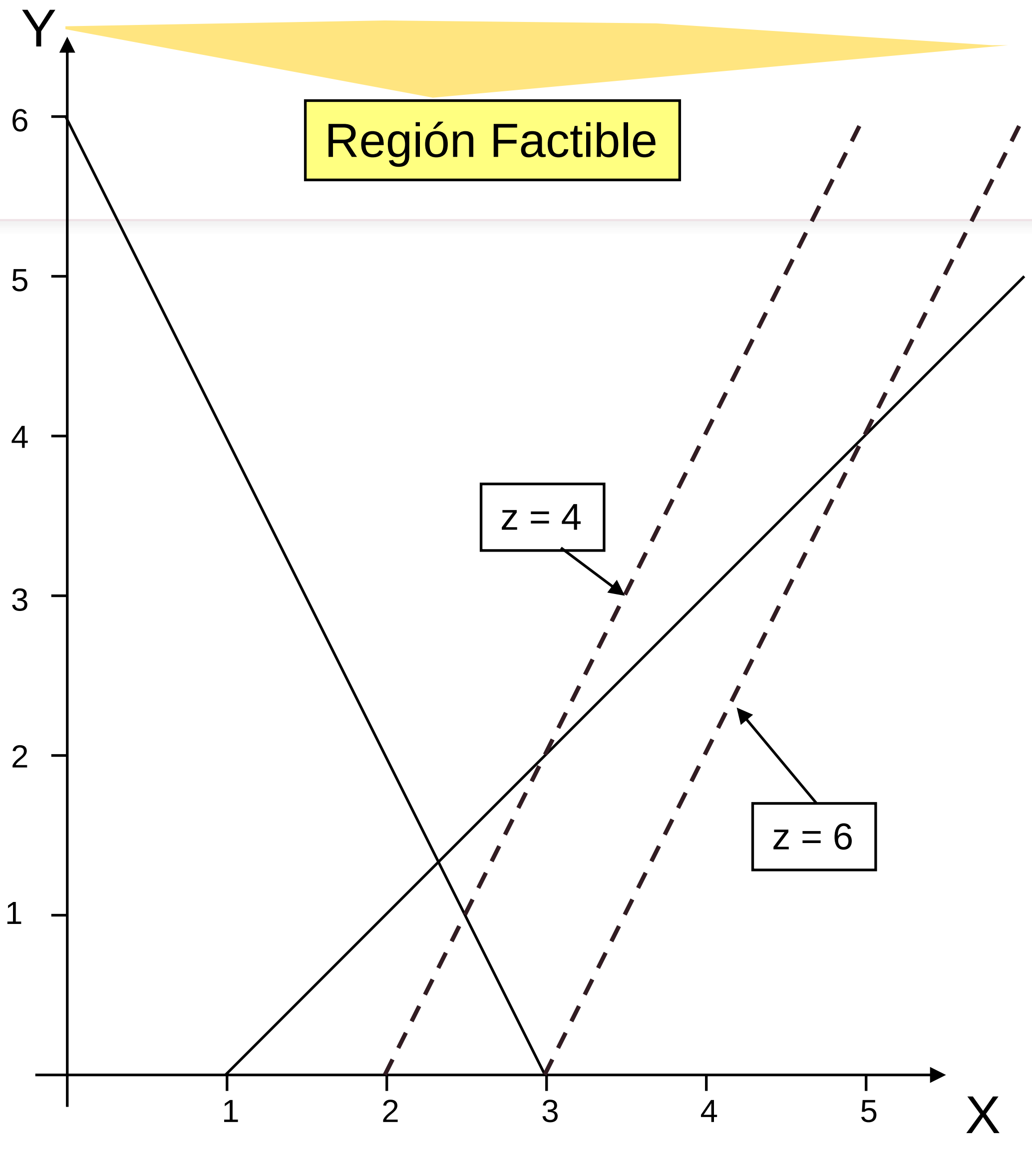
PPL no acotado

$$\max z = 2x - y$$

s.a: $x - y \leq 1$

$2x + y \geq 6$

$x, y \geq 0$



La región factible es no acotada. Se muestran en el gráfico las rectas de nivel para z = 4 y z = 6. Pero podemos desplazar las rectas de nivel hacia la derecha indefinidamente sin abandonar la región factible. Por tanto, el valor de z puede crecer indefinidamente.

Caso 2: Región no acotada, pero objetivo acotado

abla 1			2	-1	0	0
Base	**Cb**	**P0**	**P1**	**P2**	**P3**	**P4**
P1	2	2.33333	1	0	0.3333333	-0.3333333
P2	-1	1.33333	0	1	-0.6666666	-0.3333333
Z		3.33333	0	0	1.3333333	-0.3333333

Caso 3. Problemas con restricciones redundantes

Este caso se presenta cuando el problema tiene restricciones que no intervienen en la determinación de la región factible. Una restricción redundante no influye en la solución de un problema pero si puede dificultar su resolución ya que aumenta el tamaño del mismo.

Caso 3. Problemas con restricciones redundantes

Resolver

Max $Z = 2x + 5y$

sujeto a:

$$3x + y \leq 6$$

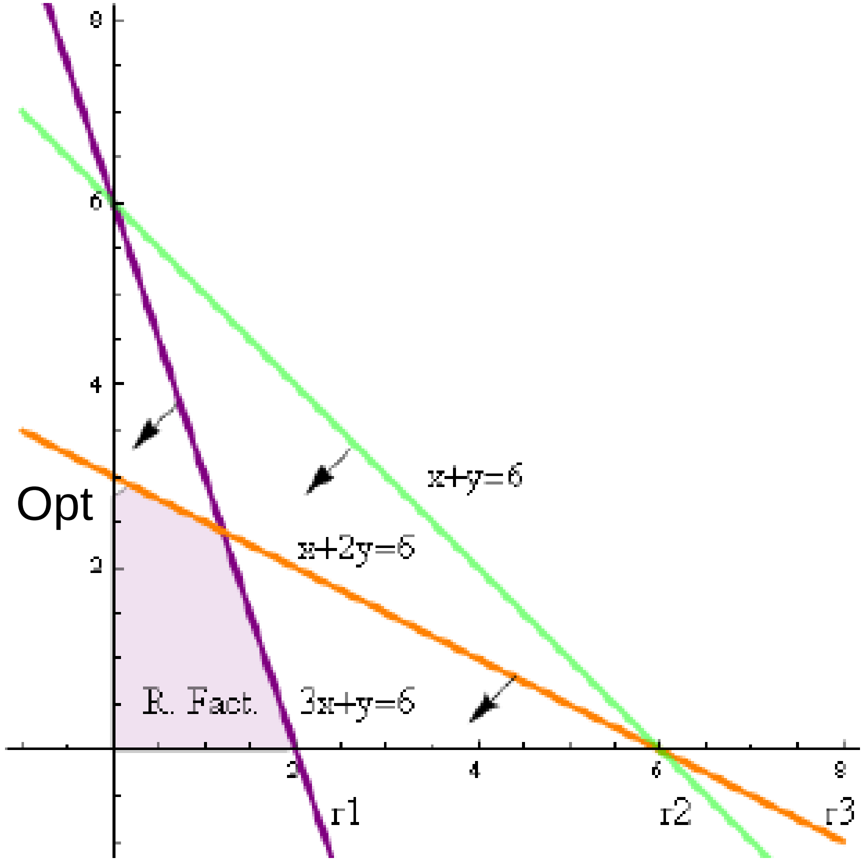
$$x + y \leq 6$$

$$x + 2y \leq 6$$

$$x \geq 0,\ y \geq 0$$

Caso 3: Problemas con restricciones redundantes

En el ejemplo observamos que la región factible queda determinada únicamente por las restricciones R1 y R3 , no interviniendo en su determinación la restricción R2. Por tanto R2 es una restricción redundante.



$$Max \;\; z = 2x + 5y$$

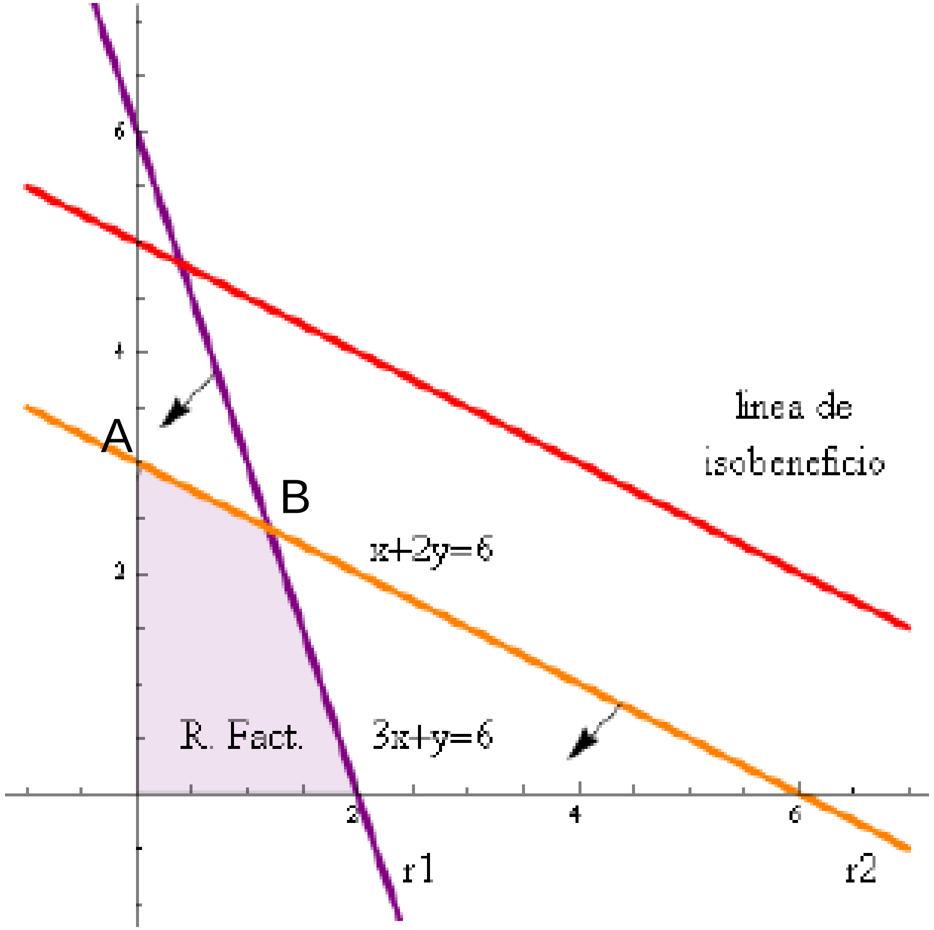
$$\text{sujeto a} \quad \begin{array}{c} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 6 \\ x + 2y \leq 6 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{array}$$

Caso 3: Problemas con restricciones redundantes

Tabla 2			2	5	0	0	0
Base	**Cb**	**P0**	**P1**	**P2**	**P3**	**P4**	**P5**
P3	0	3	2.5	0	1	0	-0.5
P4	0	3	0.5	0	0	1	-0.5
P2	5	3	0.5	1	0	0	0.5
Z		15	0.5	0	0	0	2.5

Caso 4: Múltiples soluciones

Este caso se presenta cuando una de las restricciones es paralela a la función objetivo.



Max Z = 2x + 4y

Sujeto a

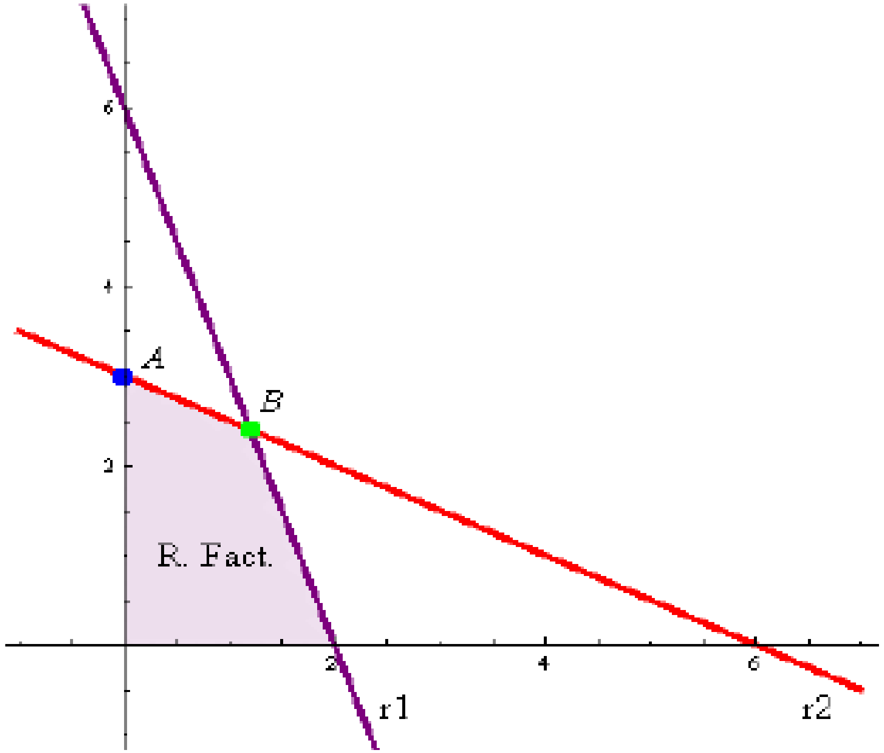
$$3x + y \leq 6$$

$$x + 2y \leq 6$$

$X \geq 0, Y \geq 0$

Caso 4: Múltiples soluciones

En ejemplo se observa que es paralela a la función objetivo por lo que al trazar la línea de isobeneficio y acercarla al origen de coordenadas, vemos que es tangente a la región factible en el punto *A* y en el punto *B* y por ello en los infinitos puntos del segmento *AB.* Por ello el problema tiene infinitas soluciones óptimas.



Caso 4: Múltiples soluciones

Solución Simplex

Tabla Optima			2	4	0	0
Base	**Cb**	**Sol**	**X1**	**X2**	**X3**	**X4**
X3	0	3	5 / 2	0	1	-1 / 2
X2	4	3	1 / 2	1	0	1 / 2
Z		12	0	0	0	2

Una variable que no esta en la base en la línea de Z tiene valor!

Número infinito de soluciones óptimas

Consideremos el siguiente problema:

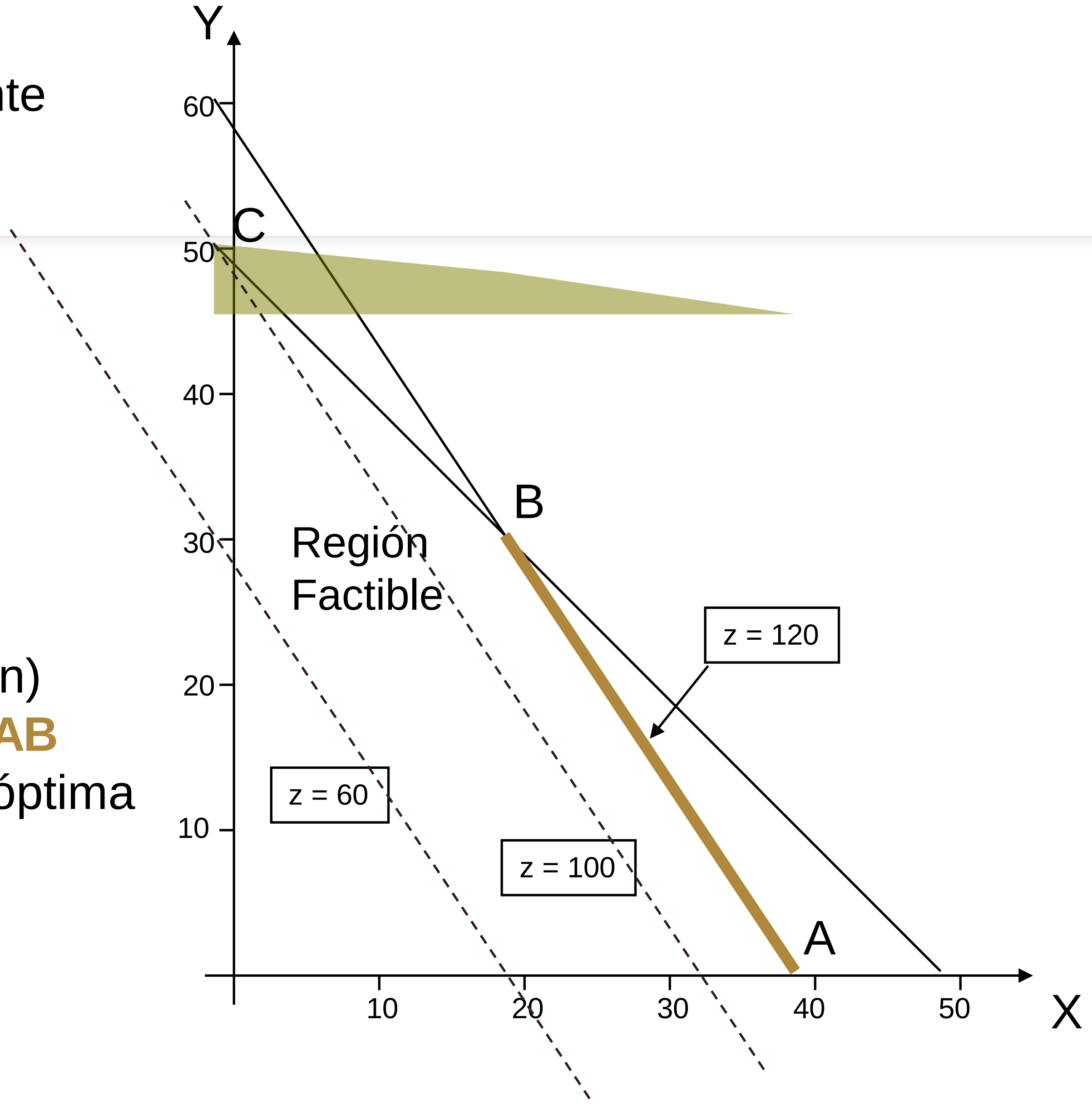
$$\max z = 3x + 2y$$

s.a: $3x + 2y \leq 120$

$x + y \leq 50$

$x , y \geq 0$

Cualquier punto (solución) situado en el segmento **AB** puede ser una solución óptima de z =120.



Conclusiones

De los casos anteriormente descritos se puede deducir que un problema lineal puede tener

- 0 soluciones (si el problema es infactible),
- 1 solución
- o infinitas soluciones en PL Continua y varias pero finitas en PLEntera.

Lo que no es posible es que el problema tenga un número finito de soluciones diferentes de 1 solución.