

# Simulación

- “La simulación es la imitación de la operación de un proceso del mundo real o de un sistema a través del tiempo”. **(Banks, 1998, pag 3).**
- “La simulación se refiere a un gran conjunto de métodos y aplicaciones que buscan imitar el comportamiento de sistemas reales, generalmente por medio de una computadora con un software apropiado”. **(Garcia Dunna; Garcia Reyes & Cardenas Barron; 2013; pag. 2).**



# Simulación

- La simulación implica la generación de una historia artificial del sistema y la observación de esa historia artificial para hacer inferencias concernientes al funcionamiento operativo del sistema real que se estudia. (Banks, 1998, pag 3).

# Aplicaciones de la simulación

---

**Procesos de manufacturas:** Ayuda a detectar cuellos de botellas, a distribuir personal, determinar la política de producción.

---

**Plantas industriales:** Brinda información para establecer las condiciones óptimas de operación, y para la elaboración de procedimientos de operación y de emergencias.

---

**Sistemas públicos:** Predice la demanda de energía durante las diferentes épocas del año, anticipa el comportamiento del clima, predice la forma de propagación de enfermedades.

---

**Sistemas de transportes:** Detecta zonas de posible congestionamiento, zonas con mayor riesgo de accidentes, predice la demanda para cada hora del día.



# Aplicaciones de la simulación

- **Construcción:** Predice el efecto de los vientos y temblores sobre la estabilidad de los edificios, provee información sobre las condiciones de iluminación y condiciones ambientales en el interior de los mismos, detecta las partes de las estructuras que deben ser reforzadas.
- **Diseño:** Permite la selección adecuada de materiales y formas. Posibilita estudiar la sensibilidad del diseño con respecto a parámetros no controlables.
- **Educación:** Es una excelente herramienta para ayudar a comprender un sistema real debido a que puede expandir, comprimir o detener el tiempo, y además es capaz de brindar información sobre variables que no pueden ser medidas en el sistema real.
- **Capacitación:** Dado que el riesgo y los costos son casi nulos, una persona puede utilizar el simulador para aprender por sí misma utilizando el método más natural para aprender (el de prueba y error).

# Ventajas de la Simulación

- Analizar sistemas sin necesidad de crearlos y/o en la realidad. Teniendo en cuenta impedimentos económicos, de seguridad, de calidad o éticos.
- El sistema evoluciona muy lentamente o muy rápidamente (comprimir o expandir el tiempo).
- Permite entender el porque de un sistema.
- Explorar posibilidades.
- Diagnosticar problemas -Identificar restricciones.
- Desarrollar entendimiento - Visualizar el plan – Construir consenso – Preparar para el cambio
- Existe una formulación matemática, pero es difícil obtener una solución analítica.

# Desventajas de la Simulación

Entre las posibles desventajas de la simulación se pueden citar:

- El desarrollo de un modelo puede ser costoso, laborioso y lento. Precisa de experiencia.
- Los resultados pueden ser mal interpretados y existe la posibilidad de cometer errores.
- Puede ser usada cuando no corresponda.
- No se puede conocer el grado de imprecisión de los resultados.

# Planteo general de la simulación

- “..permite aproximarse al análisis y evaluación del rendimiento de sistemas antes de que sean contruidos, convirtiéndose así en una herramienta clave de diseño, en cualquiera de sus fases, o para estimar a priori el impacto de los cambios propuestos en sistema ya existentes”. **(Barcelo;1996; prologo).**

## Planteo general de la simulación

- “...estudio de simulación se realiza antes de la construcción del nuevo sistema o de la modificación del antiguo, ayudando así a eliminar o reducir el riesgo de cuellos de botella no previstos, infra o extra utilización de recursos, no satisfacción de especificaciones de diseño, etc..”. **(Barcelo;1996; prologo).**



# Etapas de una simulación

**1. Formulación del problema:** En este paso debe quedar perfectamente establecido el objeto de la simulación. El cliente y el desarrollador deben acordar lo más detalladamente posible los siguientes factores: los resultados que se esperan del simulador, el plan de experimentación, el tiempo disponible, las variables de interés, el tipo de perturbaciones a estudiar, el tratamiento estadístico de los resultados, la complejidad de la interfaz del simulador, etc. Se debe establecer si el simulador será operado por el usuario o si el usuario sólo recibirá los resultados. Finalmente, se debe establecer si el usuario solicita un trabajo de simulación o un trabajo de optimización.

**2. Definición del sistema:** El sistema a simular debe estar perfectamente definido. El cliente y el desarrollador deben acordar dónde estará la frontera del sistema a estudiar y las interacciones con el medioambiente que serán consideradas.

**3. Formulación del modelo:** Esta etapa es un arte y será discutida más adelante. La misma comienza con el desarrollo de un modelo simple que captura los aspectos relevantes del sistema real. Los aspectos relevantes del sistema real dependen de la formulación del problema; para un ingeniero de seguridad los aspectos relevantes de un automóvil son diferentes de los aspectos considerados por un ingeniero mecánico para el mismo sistema. Este modelo simple se irá enriqueciendo como resultado de varias iteraciones.

**4. Colección de datos:** La naturaleza y cantidad de datos necesarios están determinadas por la formulación del problema y del modelo. Los datos pueden ser provistos por registros históricos, experimentos de laboratorios o mediciones realizadas en el sistema real. Los mismos deberán ser procesados adecuadamente para darles el formato exigido por el modelo.

# Etapas de una simulación

**5. Implementación del modelo en la computadora:** El modelo es implementado utilizando algún lenguaje de computación. Existen lenguajes específicos de simulación que facilitan esta tarea; también, existen programas que ya cuentan con modelos implementados para casos especiales.

**6. Verificación:** En esta etapa se comprueba que no se hayan cometido errores durante la implementación del modelo. Para ello, se utilizan las herramientas de debugging provistas por el entorno de programación.

**7. Validación:** En esta etapa se comprueba la exactitud del modelo desarrollado. Esto se lleva a cabo comparando las predicciones del modelo con: mediciones realizadas en el sistema real, datos históricos o datos de sistemas similares. Como resultado de esta etapa puede surgir la necesidad de modificar el modelo o recolectar datos adicionales.

**8. Diseño de experimentos:** En esta etapa se decide las características de los experimentos a realizar: el tiempo de arranque, el tiempo de simulación y el número de simulaciones. No se debe incluir aquí la elaboración del conjunto de alternativas a probar para seleccionar la mejor, la elaboración de esta lista y su manejo es tarea de la optimización y no de la simulación. Debe quedar claro cuando se formula el problema si lo que el cliente desea es un estudio de simulación o de optimización.

# Etapas de una simulación

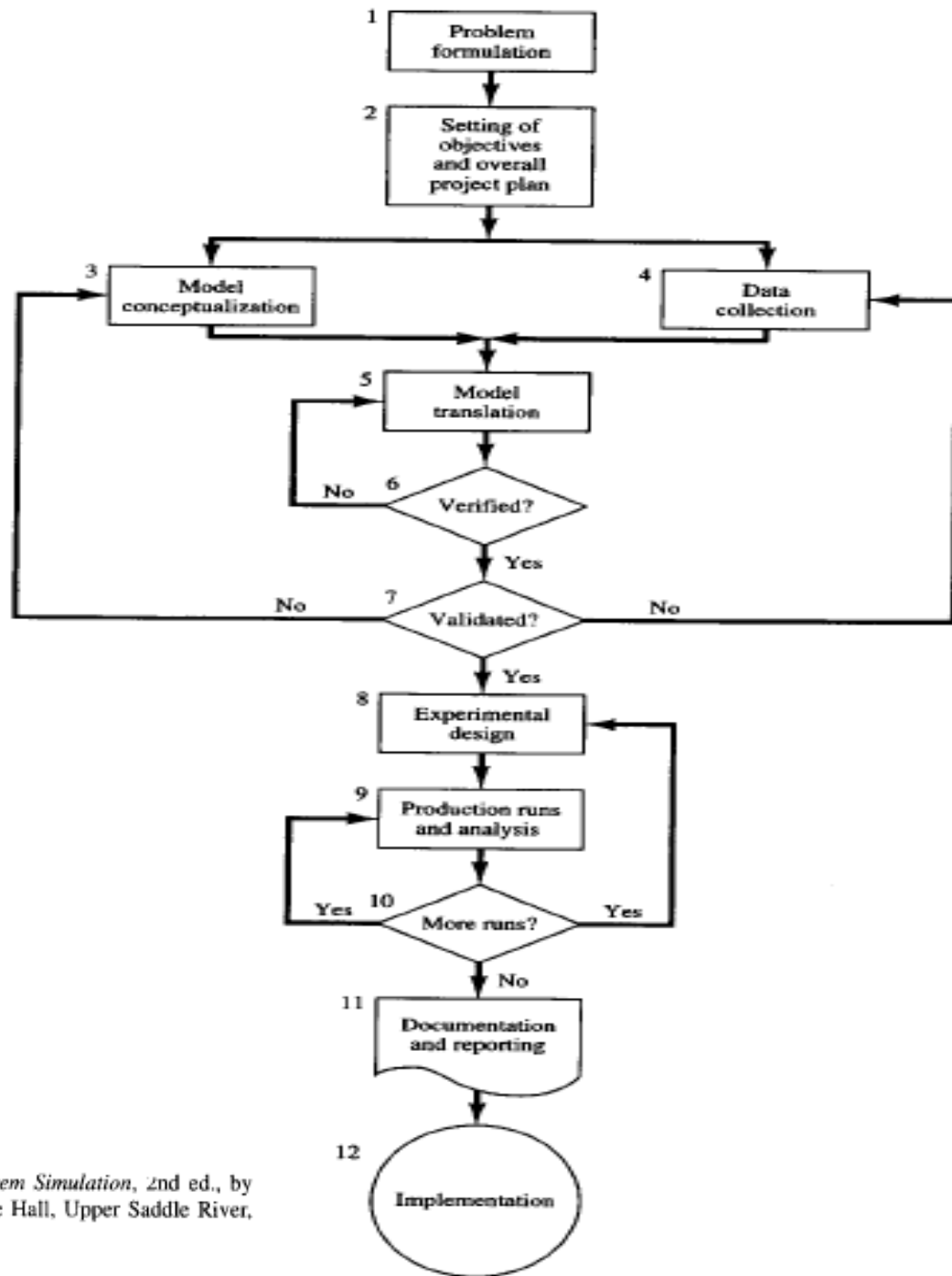
9. **Experimentación:** En esta etapa se realizan las simulaciones de acuerdo el diseño previo. Los resultados obtenidos son debidamente recolectados y procesados.

10. **Interpretación:** Se analiza la sensibilidad del modelo con respecto a los parámetros que tienen asociados la mayor incertidumbre. Si es necesario, se deberán recolectar datos adicionales para refinar la estimación de los parámetros críticos.

11. **Implementación:** Conviene acompañar al cliente en la etapa de implementación para evitar el mal manejo del simulador o el mal empleo de los resultados del mismo.

12. **Documentación:** Incluye la elaboración de la documentación técnica y manuales de uso. La documentación técnica debe contar con una descripción detallada del modelo y de los datos; también, se debe incluir la evolución histórica de las distintas etapas del desarrollo. Esta documentación será de utilidad para el posterior perfeccionamiento del simulador.

# Etapas de una simulación



**Figure 1.1** Steps in a simulation study. (From *Discrete-Event System Simulation*, 2nd ed., by Banks/Carson/Nelson, © 1996. Reprinted by permission of Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J.

# Elementos clave a considerar

Conceptualizar un modelo requiere conocimientos del sistema, juicio de ingeniería y herramientas para la construcción de modelos.

El modelado es un proceso en evolución porque la acción de modelar revela información importante poco a poco.

Un buen modelador debe saber remodelar.

El problema o la declaración del problema es el elemento de control primario (en un modelo basado en la resolución de problemas)

# Números pseudo aleatorios

Tener en cuenta:

- En todo experimento de simulación existe la necesidad de generar *valores de las variables aleatorias* que representan a una cierta distribución de probabilidad.
- Esto se reitera tantas veces como distribuciones de probabilidad existan y tantas que se desean
- La generación de valores se basa en la utilización de números aleatorios.

# Números pseudo aleatorios

Para obtenerlos, se puede utilizar :

- Tener listados
- Obtenerlos por métodos físicos o con calculadora o PC.
- Generarlos a través de algún método basado en una relación de recurrencia.

## Características de los números pseudoaleatorios

---

Estar uniformemente distribuidos.

---

Estadísticamente independientes.

---

Reproducibles.

---

Período largo sin repetición.

---

Generados a través de un método largo.

---

No debe precisar de excesiva capacidad de almacenamiento en la computadora.



# Generación de números pseudo aleatorios

---

Son pseudoaleatorios por que pasan las pruebas estadísticas de aleatoriedad pero son generados por métodos determinísticos.

---

Un generador lineal congruencial (GLC) es un algoritmo que permite obtener una secuencia de números pseudoaleatorios calculados con una función lineal definida a trozos discontinua (el próximo generado es determinado por el último número obtenido .

**Generación  
de números  
pseudo  
aleatorios**

## Métodos:

- Congruencial Mixto
- Congruencial multiplicativo

## Congruencial Mixto

La relación de recurrencia es:

$$X_{n+1} = (aX_n + c) \bmod m$$

donde:

$X_0$  = la semilla ( $X_0 > 0$ )

$a$  = el multiplicador ( $a > 0$ )

$c$  = constante aditiva ( $c > 0$ )

$m$  = el módulo ( $m > X_0$ ,  $m > a$  y  $m > c$ )

# Congruencial mixto

Para los parámetros:

$$a = 5, c = 7, X_0 = 4 \text{ y } m = 8$$

Números pseudoaleatorios del generador  $X_{n+1} = (5X_n + 7) \bmod 8$

$n$	$X_n$	$(5X_n + 7)/8$	$X_{n+1}$	Números uniformes
0	4	$3 + 3/8$	3	3/8
1	3	$2 + 6/8$	6	6/8
2	6	$4 + 5/8$	5	5/8
3	5	$4 + 0/8$	0	0
4	0	$0 + 7/8$	7	7/8
5	7	$5 + 2/8$	2	2/8
6	2	$2 + 1/8$	1	1/8
7	1	$1 + 4/8$	4	4/8

## Congruencial Multiplicativo

La relación de recurrencia es:

$$X_{n+1} = aX_n \bmod m$$

# Congruencial Multiplicativo

Para el generador:

$$X_{n+1} = 3X_n \bmod 100 \text{ y } X_0 = 17$$

$n$	$X_n$	$n$	$X_n$	$n$	$X_n$	$n$	$X_n$
1	51	6	93	11	99	16	57
2	53	7	79	12	97	17	71
3	59	8	37	13	91	18	13
4	77	9	11	14	73	19	39
5	31	10	33	15	19	20	17

# Pruebas estadísticas para N° Aleatorios

Para comprobar si un conjunto de números pseudoaleatorios entre cero y uno cumplen con las propiedades de los números aleatorios

- Prueba de medias
- Prueba de varianza
- Pruebas de Uniformidad
- Pruebas de independencia

# Pruebas de medias

Una de las propiedades que deben cumplir los números del conjunto  $r_i$ , es que el valor esperado sea igual a 0.5, correspondiente a una distribución uniforme.

Se plantean las siguientes hipótesis:

$$H_0: \mu_{r_i} = 0.5$$

$$H_1: \mu_{r_i} \neq 0.5$$

La prueba de medias consiste en determinar el promedio de los  **$n$**  números que contiene el conjunto  $r_i$ , mediante la ecuación siguiente:

$$\bar{r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i$$



# Pruebas de medias

Después se calculan los límites de aceptación inferior y superior con las ecuaciones siguientes:

$$LI_{\bar{r}} = \frac{1}{2} - z_{\alpha/2} \left( \frac{1}{\sqrt{12n}} \right)$$
$$LS_{\bar{r}} = \frac{1}{2} + z_{\alpha/2} \left( \frac{1}{\sqrt{12n}} \right)$$

Si el valor de media calculada se encuentra entre los límites de aceptación, concluimos que *no se puede rechazar* que el conjunto  $r_i$  tiene un valor esperado de 0.5 con un nivel de aceptación indicado

# Pruebas de varianza

Para evaluar si el conjunto de números pseudo aleatorios posee una distribución uniforme debemos considerar la prueba de varianza, que establece las siguientes hipótesis:

$$H_0: \sigma_{r_i}^2 = 1/12$$

$$H_1: \sigma_{r_i}^2 \neq 1/12$$

La prueba de varianza consiste en determinar la varianza de los  $n$  números pseudoaleatorios que contiene el conjunto  $r_i$ , mediante la ecuación siguiente:

$$V(r) = \frac{\sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}{n-1}$$

# Pruebas de varianza

Después se calculan los límites de aceptación inferior y superior con las ecuaciones siguientes:

$$LS_{V(r)} = \frac{\chi^2_{\alpha/2, n-1}}{12(n-1)}$$

$$Ll_{V(r)} = \frac{\chi^2_{(1-\alpha)/2, n-1}}{12(n-1)}$$

Si el valor de  $V(r)$  se encuentra entre los límites de aceptación, decimos que **no se puede rechazar** que el conjunto  $r_i$  tiene una varianza de  $1/12$ , con un nivel de aceptación de  $1 - \alpha$ ; de lo contrario, se rechaza que el conjunto tiene una varianza de  $1/12$ .

# Pruebas de uniformidad

Para probar la uniformidad de los números de un conjunto de números pseudo aleatorios es necesario formular las siguientes hipótesis:

$$H_0: r_i \sim U(0,1)$$

$$H_1: r_i \text{ no son uniformes}$$

# Prueba Chi-cuadrada

La prueba Chi-cuadrada busca determinar si los números del conjunto de números pseudo aleatorios se distribuyen de manera uniforme en el intervalo (0,1).

En este caso determinamos el estadístico de prueba  $\chi_0^2$  y lo comparamos con el valor de tabla  $\chi_{\alpha, m-1}^2$

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(E_i - O_i)^2}{E_i},$$

Si el valor del estadístico de prueba es menor al valor de tablas, entonces no se puede rechazar que el conjunto de números aleatorios sigue una distribución uniforme. En caso contrario, se rechaza que la hipótesis que el conjunto sigue una distribución uniforme.

# Pruebas de Independencia

Para probar la independencia de los números de un conjunto de números pseudo aleatorios, es preciso formular las siguientes hipótesis:

$H_0$ : los números del conjunto  $r_i$  son independientes

$H_1$ : los números del conjunto  $r_i$  no son independientes

Se pueden realizar distintos tipos de pruebas:

- *Prueba de corridas arriba y abajo.*
- *Prueba de corridas arriba y debajo de la media.*
- *Prueba de poker.*
- *Prueba de series.*
- *Prueba de huecos.*

# Pruebas de series

Esta prueba consiste en comparar los números con el propósito de corroborar la independencia entre números consecutivos. Las hipótesis básicas son:

$$H_0 : r_i \sim \text{Independientes}$$

$$H_1 : r_i \sim \text{Dependientes}$$

Se comprueban las hipótesis calculando el estadístico de prueba:

$$\chi^2_0 = \sum_{i=1}^m \frac{(E_i - O_i)^2}{E_i}$$

Si el estadístico de prueba es menor o igual al estadístico de tablas  $\chi^2_{\alpha, m-1}$ , **no podemos rechazar la hipótesis** de independencia entre números consecutivos.