МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(НИЯУ МИФИ)

Институт интеллектуальных кибернетических

систем

Кафедра Кибернетики

Отчет по Лабораторной работе 1
“Фазовые портреты кусочно-линейных систем”
по курсу
«Методы анализа динамических систем»
Вариант 2

Выполнил студент группы М22-501: Верендеев И.М.

Проверил: Ктитров С.В

Москва 2022

Цель работы

Изучение особенностей фазовых портретов кусочно-линейных систем и практическое освоение компьютерных способов построения фазовых портретов нелинейных систем.

Условия задачи

Исследуется нелинейная система 2-го порядка с двузначной кусочно-линейной функцией (Рис. 1), которая находится в структурной схеме (Рис. 2). Входной сигнал отсутствует.

Линейная часть:

$$W(p) = \frac{k}{p(Tp+1)}$$

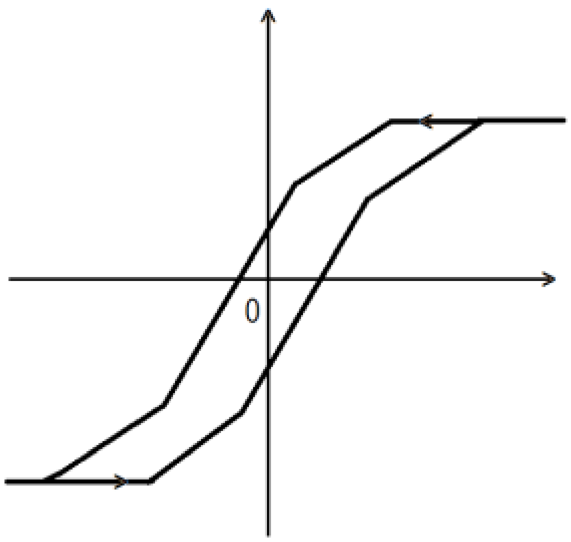


Рис. 1 – Двузначная кусочно-линейная функция

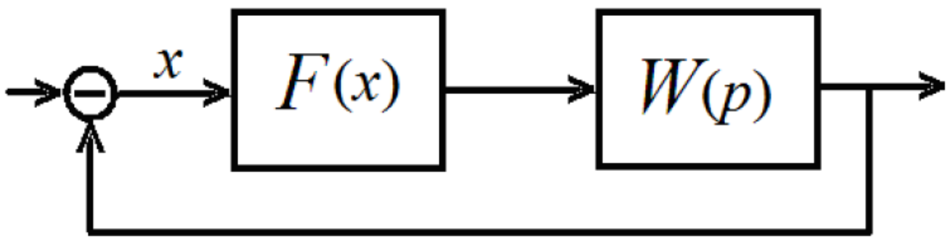


Рис. 2 – Структурная схема

Подготовка к работе

Рассмотрим данную двузначную кусочно-линейную функцию:

$x' > 0$:

$$F(x) = \begin{cases} -p_1, & x < -b; \\ k_1 x - p_2, & -b < x < -\text{c}; \\ k_2 x - p_3, & -c < x < b; \\ k_1 x + p_4, & b < x < a; \\ p_1, & a < x; \end{cases}$$

$x' < 0$:

$$F(x) = \begin{cases} -p_1, & x < -a; \\ k_1 x - p_4, & -a < x < -b; \\ k_2 x + p_3, & -b < x < \text{c}; \\ k_1 x + p_2, & \text{c} < x < b; \\ p_1, & b < x; \end{cases}$$

Рассмотрим входную структурную схему:

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -\dfrac{(k * F(x) + y)}{T} \end{cases}$$

Рассмотрим 6 случаев для данной двузначной кусочно-линейной функции, подставляя в полученную систему дифференциальных уравнений.

1) $x' > 0; x < -b;$
2) $x' > 0; -b < x < -d;$
3) $x' > 0; -d < x < c;$
4) $x' > 0; c < x < a;$
5) $x' > 0; a < x$
6) $x' < 0; x < -a;$
7) $x' < 0; -a < x < -c;$
8) $x' < 0; -c < x < d;$
9) $x' < 0; d < x < b;$
10) $x' < 0; b < x;$

$x' > 0$

1) $\frac{dy}{dt} = -\frac{1}{T}(-kp_1 + y), x < -b;$
2) $\frac{dy}{dt} = -\frac{1}{T}(k(k_1 * x - p_2) + y), -b < x < -d;$
3) $\frac{dy}{dt} = -\frac{1}{T}(k(k_2 * x - p_3) + y), -d < x < c;$
4) $\frac{dy}{dt} = -\frac{1}{T}(k(k_1 * x + p_4) + y), \text{c} < x < a;$
5) $\frac{dy}{dt} = -\frac{1}{T}(kp_1 + y), a < x;$

$x' < 0$

6) $\frac{dy}{dt} = -\frac{1}{T}(-kp_1 + y), x < -a;$

7) $\frac{dy}{dt} = -\frac{1}{T}(k(k_1 * x - p_4) + y), -a < x < -c;$

8) $\frac{dy}{dt} = -\frac{1}{T}(k(k_2 * x + p_3) + y), -c < x < d;$

9) $\frac{dy}{dt} = -\frac{1}{T}(k(k_1 * x + p_2) + y), d < x < b;$

10) $\frac{dy}{dt} = -\frac{1}{T}(kp_1 + y), b < x;$

В лабораторной работе взяты следующие значения:

$$p_1 = -9.2, p_2 = 5.2, p_3 = 4, p_4 = 2$$
$$k_1 = 0.8, k_2 = 2$$
$$a = 9, b = 5, \text{c} = 1$$

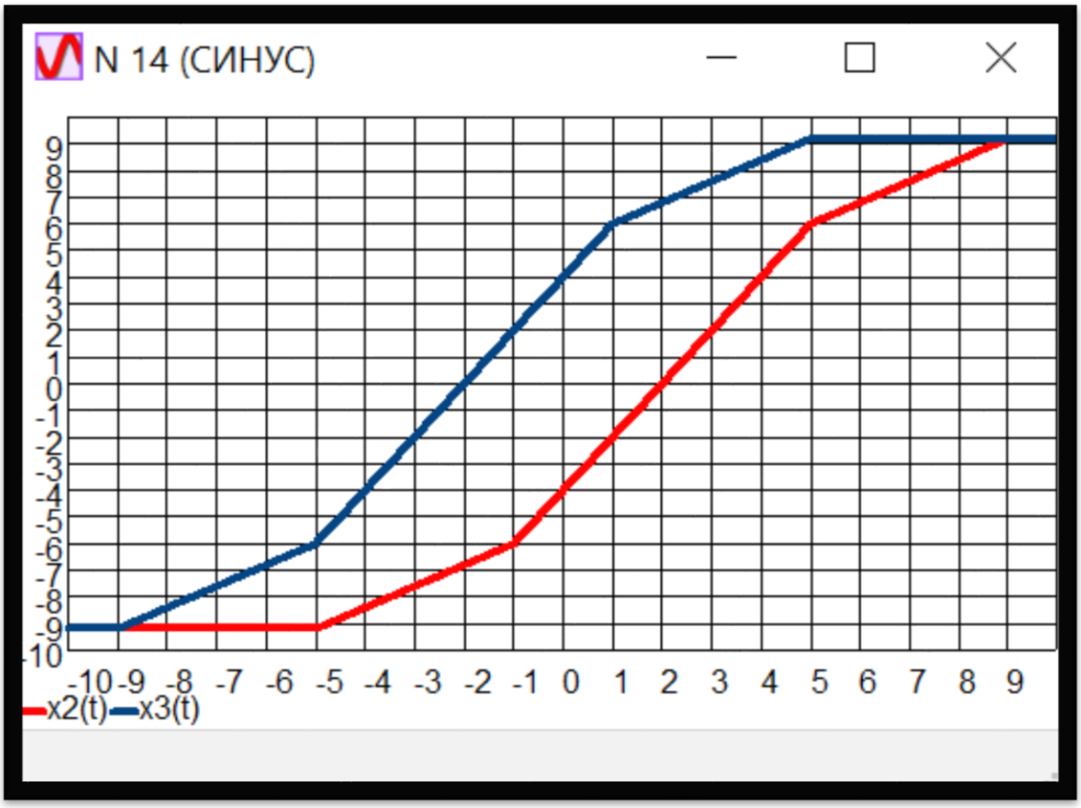
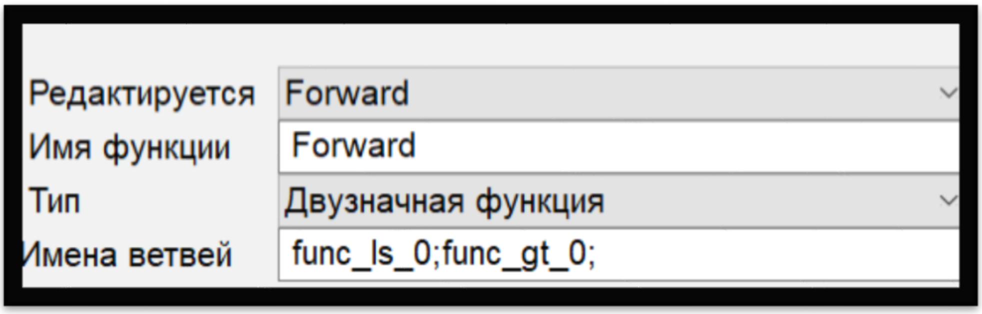


Рис. 3 – Рисунок нелинейности

Моделирование с помощью программы Sinus

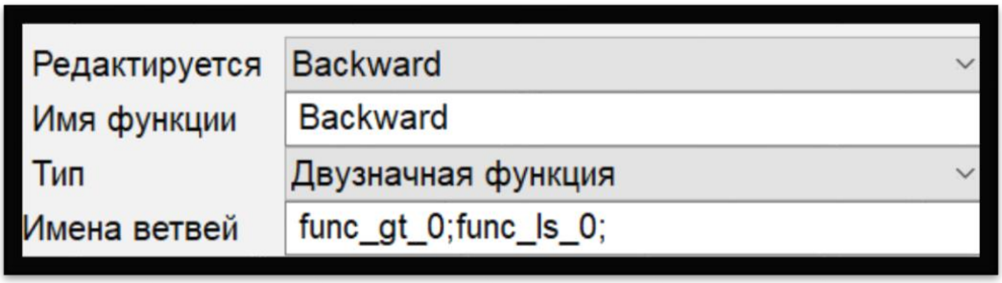
	переменная	тип	правая часть	начальное	минимум	максимум
1	gt	==	func_gt_0(t)			
2	ls	==	func_ls_0(t)			
3	k	==	1			
4	T	==	1			
5	func_gt_0	(?)=	function_x_dir_gt_0(?)			
6	func_ls_0	(?)=	function_x_dir_ls_0(?)			
7	x_forward	'=	y_forward	-2	−1e+25	1e+25
8	y_forward	'=	−(y_forward + k* Forward(x_forward)) / T	-5	−1e+25	1e+25
9	x_backward	'=	y_backward	0	−1e+25	1e+25
10	y_backward	'=	−(y_backward + k * Backward(x_backward))/T	0	−1e+25	1e+25

Рис. 4 – Задание уравнений



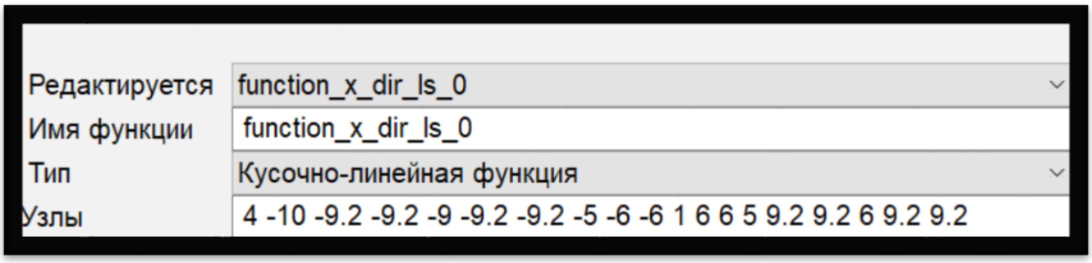
Редактируется	Forward
Имя функции	Forward
Тип	Двузначная функция
Имена ветвей	func_ls_0;func_gt_0;

Рис. 5 – Задание двузначной функции для предложенного направления



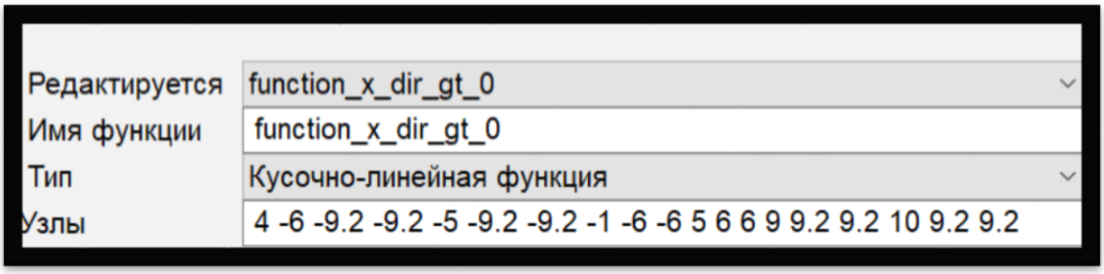
Редактируется	Backward
Имя функции	Backward
Тип	Двузначная функция
Имена ветвей	func_gt_0;func_ls_0;

Рис. 6 – Задание двузначной функции для направления обратного предложенному



Редактируется	function_x_dir_ls_0
Имя функции	function_x_dir_ls_0
Тип	Кусочно-линейная функция
Узлы	4 -10 -9.2 -9.2 -9 -9.2 -9.2 -5 -6 -6 1 6 6 5 9.2 9.2 6 9.2 9.2

Рис. 7 – Задание кусочно-линейной функции ветвь (x’ <0 – для предложенного направления, x’>0 – для обратного направления)



Редактируется	function_x_dir_gt_0
Имя функции	function_x_dir_gt_0
Тип	Кусочно-линейная функция
Узлы	4 -6 -9.2 -9.2 -5 -9.2 -9.2 -1 -6 -6 5 6 6 9 9.2 9.2 10 9.2 9.2

Рис. 8 – Задание кусочно-линейной функции ветвь (x’ <0 – для обратного, x’>0 – направления для предложенного направления)

Определяем направление методом пробной точки:

1) (-7, 1) $\frac{dy}{dt} = -(-5+1) = 4 > 0$
2) (-1, 1) $\frac{dy}{dt} = -(2+1) = -3 < 0$
3) (7, 1) $\frac{dy}{dt} = -(5+1) = -6 < 0$

4) (7, -1) $\frac{dy}{dt} = -(5-1) = -4 < 0$

5) (1, -1) $\frac{dy}{dt} = -(-2-1) = -3 > 0$

6) (-7, -1) $\frac{dy}{dt} = -(-5-1) = 6 > 0$

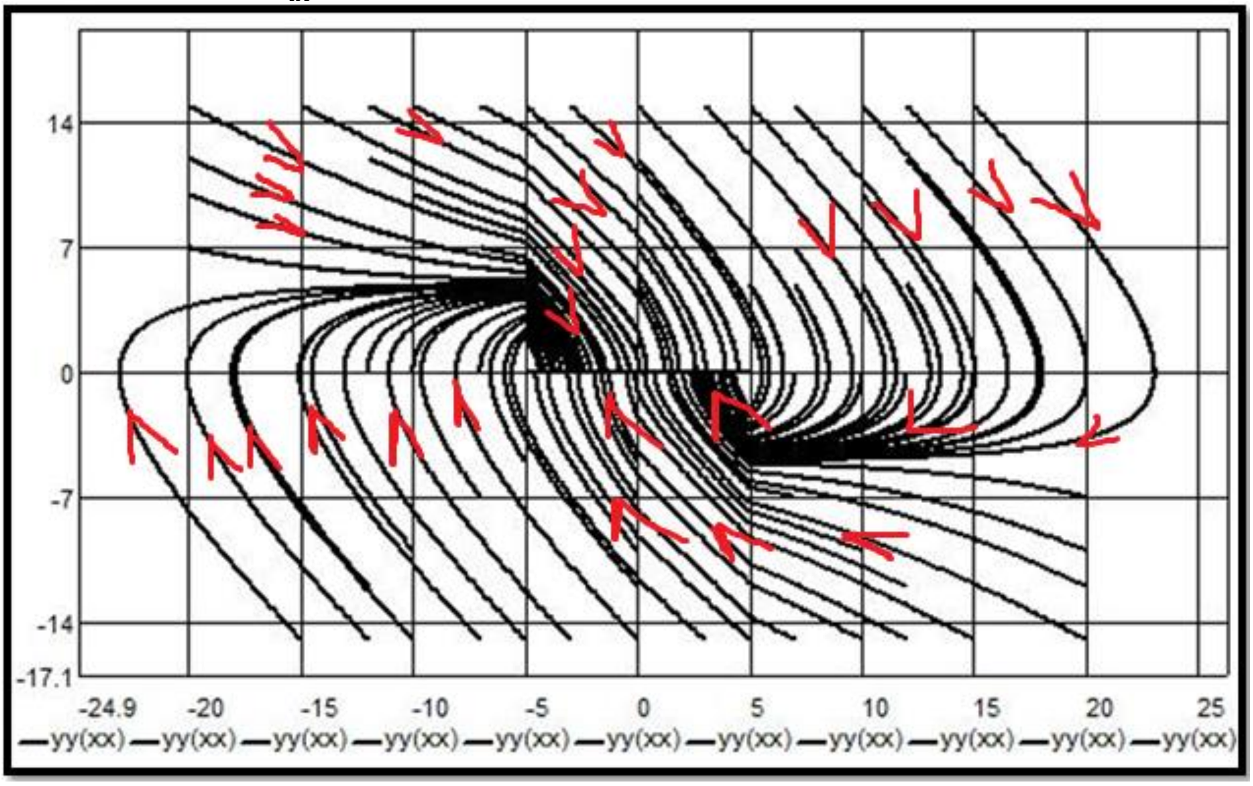


Рис. 12 – Фазовый портрет обратное направление

Заключение

В данной лабораторной работе были изучены особенности фазовых портретов кусочно-линейных систем и практически освоены компьютерные способы построения фазовых портретов нелинейных систем путем исследования нелинейной системы 2-го порядка с двузначной кусочно-линейной функцией без входного сигнала.

На начальном этапе были написаны уравнения, описывающие выданную кусочно-линейную функцию. Затем была записана система дифференциальных уравнений для предложенной структурной схемы. Были определены границы областей многолистного фазового портрета. Каждой из областей поставлено в соответствие дифференциальное уравнение.

Затем была задана исходная система дифференциальных уравнений с помощью программы Синус (рис. 3 – рис. 6) и построен фазовый портрет (рис. - 7). Далее была смоделирована система с обратным направлением стрелок (рис. 8 – рис. 11) и построен фазовый портрет (рис. - 12).

Для фазовых портретов было оценено направление движения по фазовой траектории в каждой области методом пробных точек.

По полученному фазовому портрету можно увидеть, что исходная система дифференциальных уравнений с двузначной кусочно-линейной функцией имеет периодический режим работы.