

Fakulta informačních technologií

Vysoké učení technické v Brně

# VLNĚNÍ, ODRAZ A LOM NA ROZHRANÍ DVOU PROSTŘEDÍ

## Abstrakt

Projekt se zabývá odrazem a lomem vlnění na rozhraní optických prostředí. Značná část projektu je věnována Fresnelovým zákonům popisujícím rozdělení intenzity mezi odražené a zalomené vlnění. Cílem projektu je vytvořit aplikaci demonstrující zmíněné fyzikální zákony a jevy.

**Klíčová slova** - Fresnelovy rovnice, Brewsterův úhel, Snellův zákon, odraz, lom, vlnění, optika

## Obsah

<b>1</b>	<b>Fyzikální základ vizualizace</b>	<b>2</b>
1.1	Vlnění . . . . .	2
1.2	Optická prostředí a rozhraní mezi nimi . . . . .	3
1.3	Průchod vlnění přes rozhraní . . . . .	3
1.4	Rozdělení intenzity odraženého a lomeného vlnění . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Návrh a ovládání aplikace</b>	<b>7</b>
2.1	Simulační rovina . . . . .	7
2.2	Režimy zobrazení . . . . .	7

# 1 Fyzikální základ vizualizace

Cílem této sekce je popsat fyzikální jevy a zákony, které vizualizační program demonstruje.

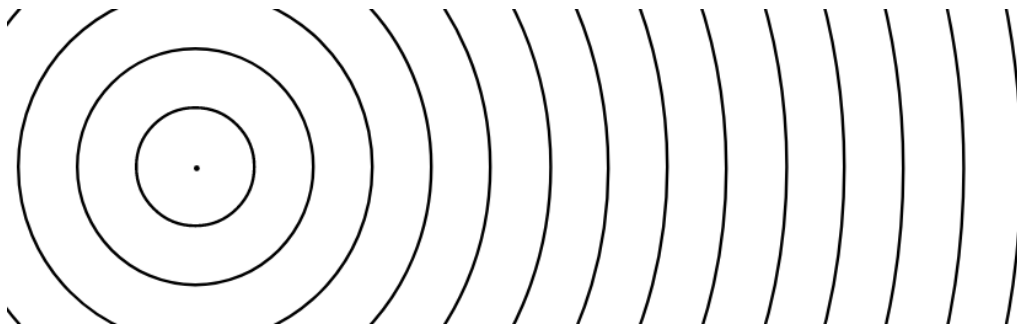
## 1.1 Vlnění

Vlněním se označuje šíření vzruchu prostředím. Vlnění lze vždy popsat jako funkci polohy a času. Rovnice 1 ukazuje, že libovolnou funkci  $u$  tvaru argumentu  $t - \frac{z}{v}$ , kde  $t$  je čas a  $z$  je poloha, lze považovat za vlnovou funkci.

$$u(z, t) = u\left(t - \frac{z}{v}\right) \quad (1)$$

### 1.1.1 Základní vlastnosti vlnění

Dle média (přenašeče), ve kterém se vlnění šíří, můžeme vlnění rozdělit do dvou hlavních kategorií – mechanická vlnění a elektromagnetická vlnění. Šířením vlnění dochází k přesunu energie, ne hmoty (média), ve kterém se vlnění šíří. Obrázek 1 ukazuje, jak lze dělit vlnění dle tvaru vlnoploch. Vlnoplocha je množina bodů, které kmitají se stejnou fází.



Obrázek 1: Platí sice, že bodový zdroj vždy vytváří kruhové/sférické vlnoplochy (vlevo), v dostatečné vzdálenosti od zdroje, ale můžeme kruhové vlnoplochy aproximovat rovinou (vpravo).

Vlnění dále můžeme dělit podle vzájemné orientace směru šíření a směru kmitání:

- Podélným nazýváme to vlnění, kde vektor směru šíření a vektor kmitání jsou rovnoběžné. Příklad takového vlnění je šíření zvuku vzduchem nebo ohýbající se klasy obilí ve větru.
- Příčná vlnění kmitají kolmo na směr šíření. Příkladem takového vlnění jsou vlny na vodní hladině nebo všechna elektromagnetická vlnění.

Všechna vlnění lze charakterizovat těmito základními veličinami:

- Vlnová délka  $\lambda$  [m] - je dráha, kterou vlna urazí za 1 sekundu; tato dráha je ale závislá na médiu, ve kterém se šíří
- Fázová rychlost  $v$  [m · s<sup>-1</sup>] - je vektor určující směr a rychlost šíření vlnění; je také závislý na médiu, ve kterém se vlnění šíří

Vlnění můžeme dále dělit podle funkce, která jej popisuje, na periodické (opakující se) a neperiodické (jednorázové). Periodická vlnění lze navíc charakterizovat těmito veličinami:

- Perioda  $T$  [s] - udává čas, který uběhne za jeden cyklus periodického vlnění
- Frekvence  $f$  [s<sup>-1</sup>] - udává počet cyklů periodického vlnění za sekundu
- Úhlová frekvence  $\omega$  [s<sup>-1</sup>] - je příbuzná frekvenci; liší se definičním vztahem a použitím

- Vlnové číslo  $\sigma$  [ $m^{-1}$ ] - udává počet vlnových délek na metr
- Úhlové vlnové číslo  $k$  [ $m^{-1}$ ] - je příbuzné vlnovému číslu; liší se definičním vztahem a použitím

Rovnice 2 popisují přepočty mezi základními veličinami.

$$T = \frac{\lambda}{v} ; T = \frac{1}{f} ; T = \frac{2\pi}{\omega} ; v = \frac{f}{\sigma} ; v = \frac{\omega}{k} \quad (2)$$

### 1.1.2 Polarizace vlnění

Polarizace je vlastnost příčného vlnění. Polarizace blíže popisuje geometrickou orientaci směrového vektoru šíření a vektoru kmitání. Elektromagnetické vlnění je tvořeno vektorem elektrického a magnetického pole, které jsou vždy na sebe kolmé. Obě složky se ale mohou otáčet kolem směrového vektoru šíření.

Vlnění nazýváme lineárně polarizované, pokud se tyto složky neotáčí a kmitají stále ve stejné rovině. V kruhově/elipticky polarizovaném světle se složky otáčejí s konstantní úhlovou rychlostí. Pokud je vlnění tvořeno mixem různě polarizovaných paprsků, říkáme, že je nepolarizované.

Většina běžného světla je nepolarizované (například světlo ze slunce, ohně nebo klasické žárovky). Nepolarizované světlo lze polarizovat pomocí optického elementu polarizátoru nebo odrazem pod Brewsterovým úhlem [2].

## 1.2 Optická prostředí a rozhraní mezi nimi

K popisu prostředí pro potřeby optiky se zavádí bezrozměrná veličina zvaná index lomu. Rovnice 3 definuje index lomu  $n$  jako podíl rychlosti světla ve vakuu  $c$  [ $m \cdot s^{-1}$ ] a rychlosti v daném prostředí  $v$  [ $m \cdot s^{-1}$ ]. Jinak řečeno, index lomu popisuje, kolikrát pomaleji se elektromagnetické vlnění šíří v daném prostředí pomaleji než ve vakuu.

$$n = \frac{c}{v} \quad (3)$$

O prostředí s vyšším indexem lomu říkáme, že je opticky hustší než prostředí s nižším indexem lomu (řidší prostředí). Většina běžných materiálů má index lomu v intervalu 1 až 4. Vakuum má dle definice index lomu 1, vzduch velmi blízko 1, sklo 1,5 až 1,9. Indexy lomu pro různé materiály se zjišťují měřeními a lze je najít ve fyzikálních tabulkách.

Index lomu lze popsat i přesněji jako komplexní funkci frekvence vlnění. Reálná část této funkce také popisuje relativní rychlost šíření vlnění. Imaginární část pak popisuje útlum vlnění v daném prostředí.

## 1.3 Průchod vlnění přes rozhraní

Optickým rozhraním nazýváme plochu spojující dvě prostředí s různým indexem lomu. Rozhraní vždy ovlivní procházející vlnění. Dochází zde ke dvěma fyzikálním jevům: odrazu a lomu vlnění. Tedy, část vlnění se od rozhraní odrazí zpět a část vlnění projde skrz rozhraní.

### 1.3.1 Odraz na rozhraní

Zákon odrazu 4 popisuje, že úhel dopadajícího paprsku  $\Theta_i$  od normály rozhraní v místě dopadu se rovná úhlu odraženého paprsku  $\Theta_r$ , přičemž paprsek zůstává v prvním prostředí.

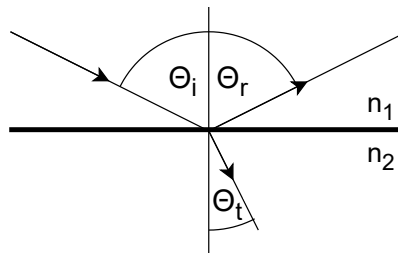
$$\Theta_i = \Theta_r \quad (4)$$

### 1.3.2 Lom na rozhraní

Část vlnění, která se neodrazí podle zákona odrazu, projde skrze rozhraní. Za rozhraním ale nepokračuje přímočaře. Místo toho se zalomí podle Snellova zákona [1]. Snellův zákon 5 popisuje vztah mezi indexem lomu prvního prostředí  $n_1$ , indexem lomu druhého prostředí  $n_2$ , úhlem dopadu  $\Theta_i$  a úhlem zalomeného paprsku  $\Theta_t$ . Oba úhly se, tak jako u zákona odrazu, měří od normály rozhraní.

$$n_1 \cdot \sin \Theta_i = n_2 \cdot \sin \Theta_t \quad (5)$$

Ze zákona plyne, že při šíření z hustšího prostředí do řidšího se paprsek zalomí od normály (úhel zalomeného paprsku bude větší než úhel dopadu). Naopak při šíření z řidšího prostředí do hustšího, se paprsek zalomí směrem k normále (úhel zalomeného paprsku bude menší než úhel dopadu), tento případ lze vidět i na nákresu 2.



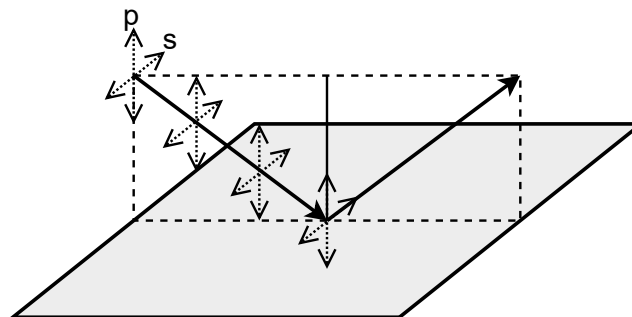
Obrázek 2: Paprsek dopadající na optické rozhraní (tlustá čára) pod úhlem  $\Theta_i$  se částečně odrazí pod stejným úhlem zpět  $\Theta_r$  a částečně se zalomí do úhlu  $\Theta_t$  podle Snellova zákona. Vzhledem k tomu, že se paprsek zalomil směrem k normále (svislá čára), lze říct, že index lomu prvního prostředí  $n_1$  je vyšší než index lomu druhého prostředí  $n_2$ .

## 1.4 Rozdělení intenzity odraženého a lomeného vlnění

Rozdělení intenzity odraženého a lomeného vlnění je velmi závislé na úhlu dopadu, indexech lomu a polarizaci vlnění. V závislosti na nastavení těchto veličin můžeme pozorovat různé fyzikální jevy.

### 1.4.1 Polarizace s a p

Pro účely určení rozdělení intenzity dopadajícího vlnění rozlišujeme polarizaci s a p. Nákres 3 ukazuje geometrický vztah mezi rovinou dopadu a polarizacemi s a p.



Obrázek 3: Při dopadu na optické rozhraní (světle šedá rovina) je pro určení odražené intenzity důležitá polarizace vlnění vzhledem k rovině dopadu (čárkovaná rovina). P-polarizované vlnění kmitá v rovině dopadu. S-polarizované vlnění kmitá kolmo na rovinu dopadu.

### 1.4.2 Fresnelovy rovnice pro koeficient odrazu

Koeficient odrazu je bezrozměrná veličina popisující, jaká část intenzity dopadajícího vlnění se odrazí. Fresnelovy rovnice pro s-polarizované [6](#), respektive pro p-polarizované [7](#), vlnění popisují koeficient odrazu  $R_s$ , respektive  $R_p$ , v závislosti na indexech lomu prvního prostředí  $n_1$ , druhého prostředí  $n_2$  a úhlu dopadu  $\Theta_i$  a úhlu lomu  $\Theta_t$ .

$$R_s = \left| \frac{n_1 \cdot \cos \Theta_i - n_2 \cdot \cos \Theta_t}{n_1 \cdot \cos \Theta_i + n_2 \cdot \cos \Theta_t} \right|^2 \quad (6)$$

$$R_p = \left| \frac{n_1 \cdot \cos \Theta_t - n_2 \cdot \cos \Theta_i}{n_1 \cdot \cos \Theta_t + n_2 \cdot \cos \Theta_i} \right|^2 \quad (7)$$

Vztahy [8](#) ukazují, že, aby byl dodržen zákon zachování energie, koeficient odrazu a lomu musí sumovat do 1.

$$\begin{aligned} R_s + T_s &= 1 \\ R_p + T_p &= 1 \end{aligned} \quad (8)$$

Fresnelovy rovnice lze použít i na libovolné nepolarizované vlnění rozložením vlnění na s a p složky a spočítáním koeficientů odrazu odděleně. Pro ideálně nepolarizované vlnění (polarizace je ve všech směrech stejná), není třeba rozkládat vlnění na složky, koeficient odrazu v tomto případě lze zjednodušit podle vztahu [9](#).

$$R = \frac{R_s + R_p}{2} \quad (9)$$

### 1.4.3 Brewsterův úhel

Z Fresnelových rovnic pro p-polarizované vlnění [7](#) vyplývá, že existuje úhel, zvaný Brewsterův úhel  $\Theta_B$ , kdy je koeficient odrazu nulový, a tudíž se veškeré p-polarizované zalomí bez jakéhokoli lomu. Rovnice [10](#) popisuje, jak závisí Brewsterův úhel  $\Theta_B$  na indexech lomu prvního prostředí  $n_1$  a druhého prostředí  $n_2$ .

$$\Theta_B = \arctan \left( \frac{n_2}{n_1} \right) \quad (10)$$

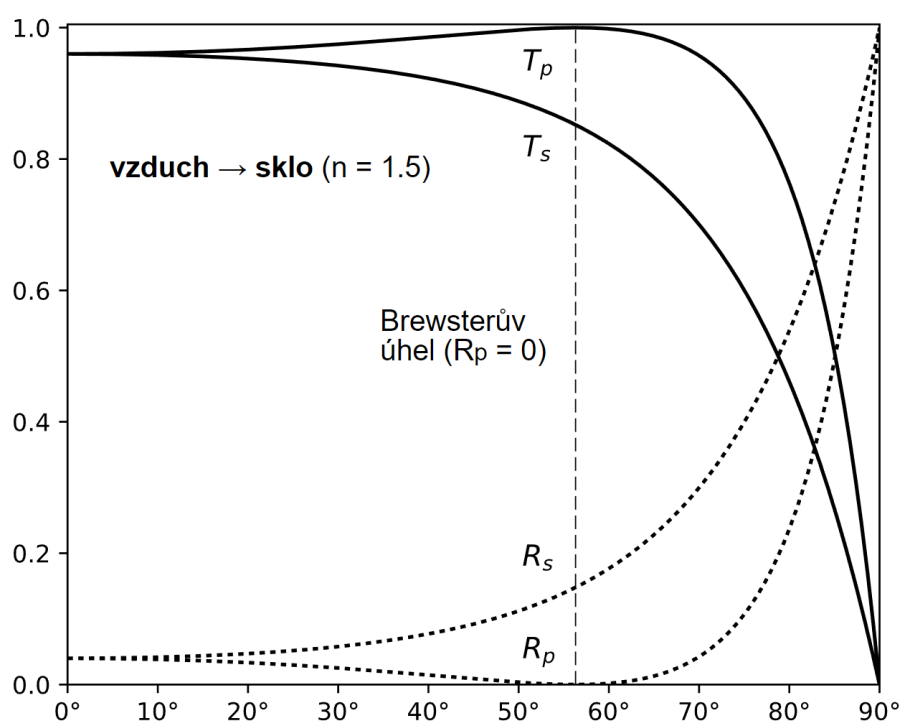
Při dopadu nepolarizovaného vlnění pod Brewsterovým úhlem dojde k odrazu pouze s-polarizované složky, čehož lze využít k polarizaci vlnění. Graf [5](#) ukazuje Brewsterův úhel v průbězích koeficientů odrazu a lomu v závislosti na úhlu dopadu.

### 1.4.4 Úplný odraz

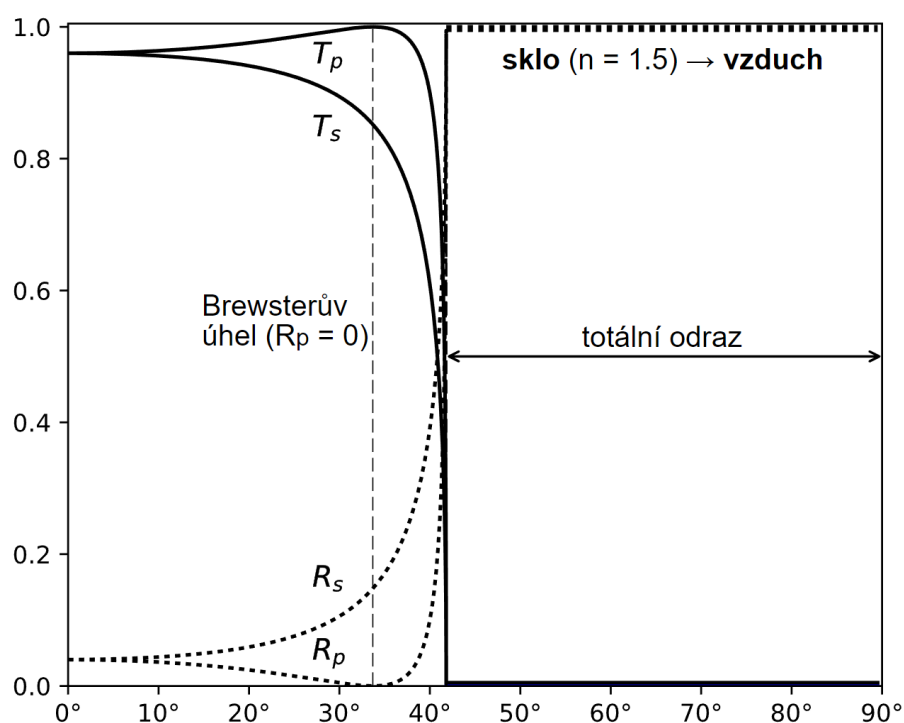
Při průchodu z opticky hustšího do opticky řidšího prostředí lze sledovat fyzikální jev zvaný úplný odraz. Při úplném odrazu se veškeré vlnění, nezávisle na polarizaci, odráží zpět do hustšího prostředí. Aby došlo k úplnému odrazu, musí být úhel dopadu větší než úhel kritický úhel. Rovnice [11](#) popisuje, jak závisí kritický úhel  $\Theta_c$  na indexech lomu prostředí. Z rovnice vyplývá, že, aby byl kritický úhel definovaný, index lomu prvního prostředí  $n_1$  musí být vyšší než index lomu druhého prostředí  $n_2$ .

$$\Theta_c = \arcsin \left( \frac{n_2}{n_1} \right) \quad (11)$$

V grafu [4](#) lze vidět totální odraz v průbězích koeficientů odrazu a lomu v závislosti na úhlu dopadu.



Obrázek 4: Koefficienty odrazu a lomu (osa y) na rozhraní vzduch-sklo v závislosti na úhlu dopadu (osa x). Při nízkém úhlu se většina intenzity lomí, při vysokém úhlu se většina odráží.



Obrázek 5: Koefficienty odrazu a lomu (osa y) na rozhraní sklo-vzduch v závislosti na úhlu dopadu (osa x). Při nízkém úhlu se většina intenzity lomí. Pokud je úhel dopadu větší než kritický úhel, veškeré vlnění se odráží.

## 2 Návrh a ovládání aplikace

Pro demonstraci výše uvedených fyzikálních jevů byla implementována demonstrační aplikace. Cílem této sekce je popsat, jakým způsobem byla vizualizační aplikace navržena a jak se ovládá.

### 2.1 Simulační rovina

Po spuštění aplikace je vidět simulační rovina rozdělená svislou čarou. Tato rovina představuje řez prostorem, svislá čára představuje rozhraní mezi dvěma optickými prostředími. Toto rozhraní je tedy kolmé na simulační rovinu. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na rozhraní lze měnit indexy lomu levého a pravého prostředí.

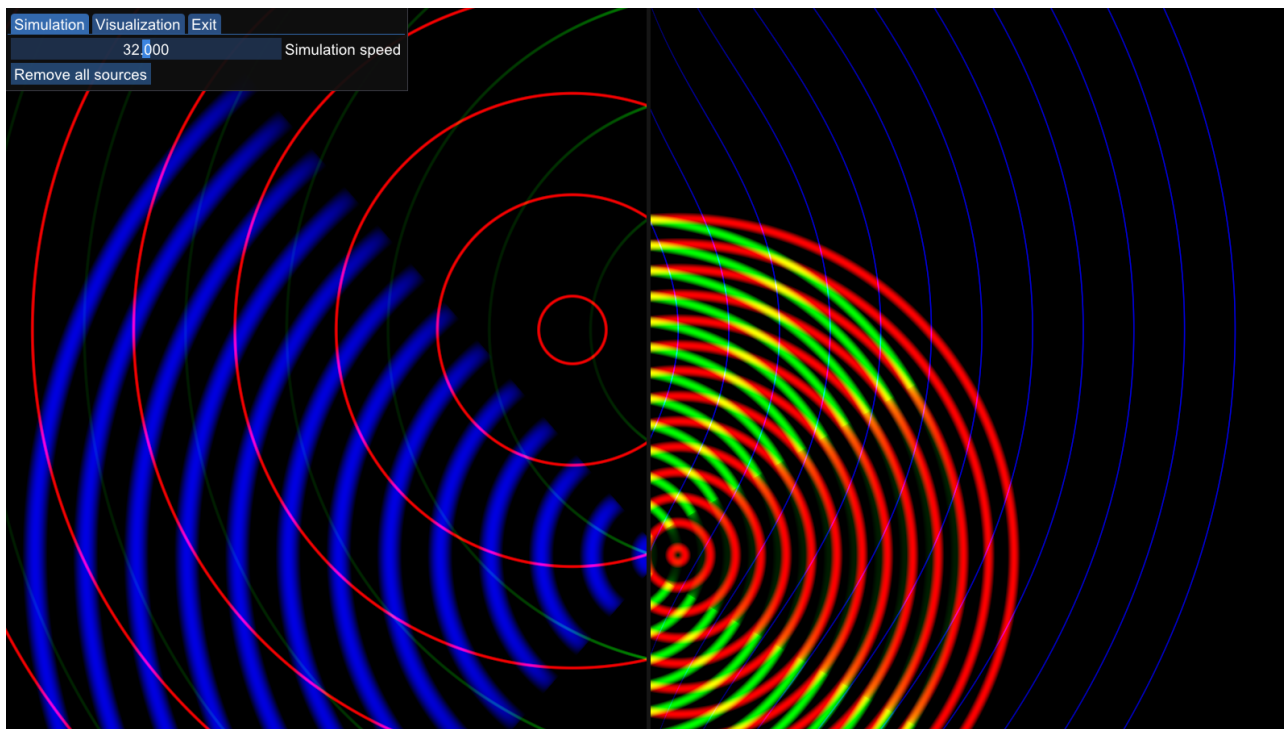
Intenzita vlnění v bodě roviny je vyjádřena barvou daného bodu. Po spuštění aplikace je barva roviny konstantní, protože v simulaci není žádný zdroj vlnění. Bodový zdroj vlnění lze přidat pravým klikem do libovolného místa v rovině. Zdrojů vlnění může být v simulaci současně více. Pravým klikem na existující zdroj vlnění lze zapnout sledování paprsků od zdroje ke kursoru myši.

Po přidání zdroje vlnění lze pozorovat šíření vlnění v prostoru. Kromě interference s ostatními zdroji vlnění lze pozorovat výše popsané fyzikální jevy na rozhraní.

### 2.2 Režimy zobrazení

V základním zobrazení se intenzita zobrazuje na škále černá-bílá. V záložce "vizualizace" vlevo nahoře lze přepnout i do režimu, který rozlišuje, zda jde o vlnění přímé, odražené nebo zalomené. To umožňuje lépe pochopit interferenční obrazce vznikající z vícero zdrojů a odrazů. Obrázek 6 ukazuje aplikaci v tomto režimu. Zobrazování jednotlivých typů vlnění jde také úplně vypnout.

Dále je možné přepnout ze zobrazování sumy s a p polarizace na zobrazování pouze s nebo pouze p polarizace. Přepínáním těchto režimů lze vidět rozdíly odražení těchto složek.



Obrázek 6: Ukázka aplikace v režimu, který odlišuje přímé vlnění (červená), odražené (zelená) a lomené (modrá).



## Reference

- [1] BORN, M., WOLF, E., BHATIA, A. B., CLEMMOW, P. C., GABOR, D. et al. *Principles of Optics*. Cambridge University Press, 2019.
- [2] BREWSTER, D. On the laws which regulate the polarisation of light by reflexion from transparent bodies. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. The Royal Society. prosinec 1815, sv. 105, s. 125–159. DOI: 10.1098/rstl.1815.0010.