

B 题：城市垃圾分类运输的路径优化与调度

随着城市化进程加快，城市生活垃圾问题给社会的可持续发展和人类健康带来了严峻的挑战和威胁。2004 年，我国成为全球垃圾产量最大的国家；2016 年，我国垃圾清运量已超过 2 亿吨；2019 年，超过 3.43 亿吨；2023 年已达到 4 亿吨。巨大的垃圾产生量已逼近我国各城市 and 地区对其处理能力的极限，垃圾管理问题变得越来越突出，这对我国生活垃圾的收集、运输和处理提出了更高的要求。

当前垃圾分类运输成为城市环境治理的关键环节，需考虑不同垃圾类型（如厨余垃圾、可回收物、有害垃圾、其他垃圾）的收集要求、运输车辆的载重与容积限制、中转站的处理能力及运营时间窗口，同时需兼顾运输成本与碳排放控制。如何通过数学建模优化城市垃圾分类运输路径与调度，提升效率并降低成本，是当前城市管理的重要课题。

请根据所给数据资料，解决以下问题：

问题一：单一车辆类型下的基础路径优化与调度

某城区有 n 个垃圾分类收集点，每个收集点每日产生一种类型的垃圾（假设仅考虑“厨余垃圾”单一类型，需由专用车辆运输）。已知各收集点的坐标 (x_i, y_i) 、垃圾产生量 w_i （吨），以及运输车辆的最大载重 Q （吨）和固定发车点（垃圾处理厂，编号为 0）。假设车辆从垃圾处理厂出发，完成所有收集点的运输任务后返回垃圾处理厂，且同一车辆可多次往返（即允许分批运输）。请完成以下任务：

1) 建立数学模型，以最小化每日总行驶距离为目标，确定运输车的数量、每辆运输车的运输路径及任务分配（即哪辆车负责哪些收集点，每趟运输的具体路线）。

2) 若给定 $n = 30$ 个收集点（坐标及垃圾产生量见附件 1）， $Q = 5$ 吨，给出此问题数学模型，设计求解算法，求出最优解，并分析模型的时间复杂度。

3) 讨论模型的局限性（如未考虑交通拥堵、车辆行驶速度差异等），并提出至少一种改进方向。

问题二：多车辆协同与载重约束下的优化

现实中，垃圾分类运输需区分不同垃圾类型（本题中仅考虑 4 类垃圾，即厨余垃圾、可回收物、有害垃圾、其他垃圾），每类垃圾需由专用车辆运输（车辆类型 $k = 1, 2, 3, 4$ 分别对应上述 4 类垃圾）。每类车辆的载重限制 Q_k 、容积限制 V_k 、单位距离运输成本 C_k 不同（参数见附件 2），且每个收集点可能产生多种类型的垃圾（各类型垃圾量 $w_{i,k} \geq 0$ ，满足 $\sum_{k=1}^4 w_{i,k} = w_i$ ）。车辆从处理厂出发，完成同类型垃圾收集后返回处理厂，不同类型车辆可独立调度。

1) 建立以最小化每日总运输成本为目标的多车辆协同运输模型。

2) 若附件 1 中 30 个收集点调整为产生 4 类垃圾（数据见附件 3），且附件 2 中 Q_k, V_k, C_k 给定，说明如何将问题一的算法扩展至本问题（需考虑多车辆调度与类型约束），给出此问题数学模型，分析模型的约束条件变化，并求出最优解。

3) 若增加“车辆每日最大行驶时间”约束，如何修改模型？举例说明时间约束对路径规划的影响（如某车辆因时间不足需拆分任务）。

问题三：含中转站选址与时间窗口的综合优化

为进一步提升效率，考虑在城区规划若干中转站（候选位置 m 个，编号 $n+1, n+2, \dots, n+m$ ）。中转站可对各类垃圾进行临时存储与分拣，每类垃圾在中转站的最大存储量为 S_k 吨，且中转站仅在固定时间窗口 $[a_j, b_j]$ 内允许车辆停靠（ j 为中转站编号）。同时，运输过程需考虑碳排放约束，碳排放尽可能小，碳排放与车辆载重、行驶距离正相关，计算公式为

$$E = \sum_k \sum_{\text{车辆} t} \left(d_{t,k} \cdot \alpha_k + \beta_k \cdot \sum_i w_{i,k,t} \right)$$

其中 $d_{t,k}$ 为车辆 t 的行驶距离， α_k, β_k 为碳排放系数（见附件 2），假设中转站每日均可清空。

1) 建立“中转站选址 - 路径优化 - 碳排放最少”的综合数学模型，目标为最小化运输成本与中转站建设成本之和（中转站建设成本为固定值 T_j ，每个中

转站使用期限为 10 年，选址则产生该成本）。

2) 对于附件 1 中的 30 个收集点，假设候选中转站位置为 5 个（**中转站候选位置及参数见附件 4**），其他参数见附件 2 与附件 3，设计两阶段求解算法：

第一阶段：确定中转站选址与各收集点对应的中转站分配；

第二阶段：针对每个中转站，优化各类型车辆的运输路径。

说明两阶段的关联与协同机制（如中转站选址影响路径长度，路径优化需反应中转站容量限制）。

3) 若实际路网存在单行道、禁行时段等非对称约束（即从点 i 到点 j 的距离与 j 到 i 的距离不同），如何修改距离矩阵并调整模型？对比对称路网与非对称路网下路径优化的复杂度差异（**城市路网矩阵说明见附件 5**）。

说明：垃圾处理厂的工作时间为 6:00—18:00，所有车辆行驶速度均为 40km/h。