

V části a díky přímé úměrnosti tlaku na objemu při ději 1-2 můžeme vztah stavových veličin v bodech 1, 2 takto:

$$kp_1 = p_2$$

$$kV_1 = V_2$$

A z toho:

$$p_2V_2 = nRT_2 = k^2p_1V_1 = k^2nRT_1 \implies T_2 = k^2T_1$$

Teď sestavíme zbytek soustavy:

$$V_2 = V_3$$

$$p_1V_1 = p_3V_3$$

Práce vykonaná tímto cyklem je:

$$W_a = (V_2 - V_1)\frac{p_1 + p_2}{2} + (V_1 - V_3)\frac{p_1 + p_3}{2}$$

Postupným dosazováním rovnic výše se dostaneme ke chtěnému výsledku:

$$\begin{aligned} W_a &= (V_2 - V_1)\frac{p_1 + p_2 - p_1 - p_3}{2} = \frac{1}{2}V_1(k-1)(p_2 - p_3) = \frac{1}{2}V_1(k-1)\left(kp_1 - \frac{p_1V_1}{V_3}\right) = \frac{1}{2}p_1V_1(k-1)\left(k - \frac{V_1}{V_2}\right) \\ &= \frac{1}{2}p_1V_1(k-1)\left(k - \frac{1}{k}\right) = \frac{1}{2}p_1V_1\left(k^2 - k - 1 + \frac{1}{k}\right) \end{aligned}$$

Protože teploty v bodech 1 a 2 známe, za k je dosadíme a získáme:

$$W_a = \frac{1}{2}nRT_1\left(\frac{T_2}{T_1} - \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} + \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} - 1\right)$$

V části b to je podobné, jen přibude rovnice:

$$kp_1 = p_3$$

$$kV_1 = V_3$$

$$k^2T_1 = T_3$$

$$V_1 = V_2$$

$$V_3 = V_4$$

$$p_2 = p_3$$

$$p_1V_1 = p_4V_4$$

A práci vypočítáme též podobným způsobem:

$$\begin{aligned} W_b &= (V_4 - V_1)\left(p_2 - \frac{p_1 + p_4}{2}\right) = \frac{1}{2}(V_3 - V_1)\left(2p_3 - p_1 - \frac{p_1V_1}{V_4}\right) \\ &= \frac{1}{2}V_1(k-1)\left(2kp_1 - p_1 - \frac{p_1V_1}{V_3}\right) = \frac{1}{2}p_1V_1(k-1)\left(2k - 1 - \frac{1}{k}\right) = \frac{1}{2}p_1V_1\left(2k^2 - 3k + \frac{1}{k}\right) \end{aligned}$$

A teď zase upravíme do požadovaného tvaru:

$$W_b = \frac{1}{2}nRT_1\left(2\frac{T_3}{T_1} - 3\sqrt{\frac{T_3}{T_1}} + \sqrt{\frac{T_1}{T_3}}\right)$$