

Jako první formulujeme vzorec pro obsah lichoběžníku ze zadání $S(k)$. Nejprve však musíme zjistit výšku tohoto lichoběžníku. Protože ze zadaných hodnot vyplývá, že se musí jednat o rovnoramenný lichoběžník, výšku zjistíme přes Pythagorovu větu:

$$v = \sqrt{3^2 - \frac{(k-3)^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{-k^2 + 6k + 27} = \frac{1}{2}\sqrt{-(k+3)(k-9)}$$

Ted' můžeme konečně formulovat vzorec pro obsah lichoběžníku:

$$S(k) = \frac{1}{4}(k+3)\sqrt{-(k+3)(k-9)}$$

Abychom zjistili maximum obsahu $S(k)$, musíme tento vzorec zderivovat:

$$S'(k) = \frac{(k-6)(k+3)}{2\sqrt{-(k+3)(k-9)}}$$

Protože extrémy funkce $S(k)$ jsou v bodech, kdy $S'(x) = 0$, jen v bodě 6 může být extrém. Musíme si však ověřit, že tento bod je opravdu extrém a jestli se jedná o maximum.

Prvně si uvědomíme, že funkce $S(k)$ má definiční obor $\langle -3, 9 \rangle$. Výraz $\sqrt{-(k+3)(k-9)}$ má zřejmě jenom tři extrémy, z nichž v bodech -3 a 9 je globální minima a zbývající je globální maximum. A protože v definičním oboru bude výraz $k+3$ vždy kladný, funkce $S(k)$ bude mít stejně extrémů a stejný počet globálních maxim. A protože extrém, který jsme našli, je v bodě 6, nikoliv v bodech -3 či 9, našli jsme globální maximum.

Proto maximálního obsahu dosáhneme, když $k = 6$, kdy pozemek bude mít obsah $S(6) = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.