Protože ta zárovka se součtem zlomků nám umožňuje jednoduše získat ekvivalentní úpravou nerovnici s harmonickým průměrem, zkusíme zjistit, jaké hodnoty má aritmetický průměr hodnot ve jmenovateli:

$$\frac{(b+2c+d)+(c+2d+a)+(d+2a+b)+(a+2b+c)}{4}=\frac{4a+4b+4c+4d}{4}=a+b+c+d$$

Z toho vyplývá, že nerovnice v zadání je jen upravená AH nerovnost (nerovnost mezi aritmetickým a harmonickým průměrem), tudíž pro důkaz stačí upravit nerovnici do tvaru běžnou pro AH nerovnost:

$$(a+b+c+d)\cdot\left(\frac{1}{b+2c+d}+\frac{1}{c+2d+a}+\frac{1}{d+2a+b}+\frac{1}{a+2b+c}\right)\geq 4$$

$$\frac{(b+2c+d)+(c+2d+a)+(d+2a+b)+(a+2b+c)}{4}\cdot\left(\frac{1}{b+2c+d}+\frac{1}{c+2d+a}+\frac{1}{d+2a+b}+\frac{1}{a+2b+c}\right)\geq 4$$

$$\frac{(b+2c+d)+(c+2d+a)+(d+2a+b)+(a+2b+c)}{4}\geq\frac{4}{\frac{1}{b+2c+d}+\frac{1}{c+2d+a}+\frac{1}{d+2a+b}+\frac{1}{a+2b+c}}$$

Tento tvar již zřejmě vyplývá z AH nerovnosti, která vychází z nerovnosti mezi průměry.