



Obrázek 1: Konstrukce

Ze zadání můžeme snadno odvodit, že $D = (2 : 1 : 0)$, $E = (1 : 2 : 0)$ a $M = (0 : 1 : 1)$. Díky podobnosti trojúhelníků ABC a ADF rychle odvodíme, že $\frac{|BD|}{|DA|} = \frac{|BF|}{|FC|}$, proto tento bod $F = (0 : 1 : 2)$. Následně abychom zjistili bod P , vyjádříme si přímku EM :

$$u + 2v = 0$$

$$v + w = 0$$

Obecná rovnice přímky EM je tedy:

$$2x - y + z = 0$$

Z toho jsme schopni zjistit souřadnice bodu P :

$$2x - y + z = 0$$

$$y = 0$$

$$x + y + z = 1$$

Souřadnice tedy jsou $P = (-1 : 0 : 2)$.

Teď vyjádříme přímku AF :

$$u = 0$$

$$v + 2w = 0$$

Takže obecná rovnice přímky AF je:

$$2y - z = 0$$

Když do toho dosadíme střed úsečky BP , získáme:

$$2 \cdot \frac{1+0}{2} - \frac{2+0}{2} = 1 - 1 = 0$$

Tudíž střed úsečky BP leží na přímce AF , což jsme chtěli ukázat.