1 Část a

Jako první provedeme substituci $x = -y$. Tím pak dostaneme nerovnost:

$$y^{2n} + y^{2n-1} + \cdots + y + 1 > \frac{1}{2}$$

Tato nerovnice zřejmě platí pro všechna $y \geq 0$. Díky tomu můžeme provést úpravu:

$$\frac{y^{2n+1} - 1}{y - 1} > \frac{1}{2}$$
$$\frac{2y^{2n+1} - 2 - y + 1}{y - 1} > 0$$
$$\frac{2y^{2n+1} - y - 1}{y - 1} > 0$$

Pokud předpokládáme, že $y < 0$, pak platí:

$$2y^{2n+1} - y - 1 < 0$$
$$y(2y^{2n} - 1) < 1$$

Pro $y \leq -\sqrt[2n]{\frac{1}{2}}$ je levá strana nerovnosti je záporná, tím pádem nerovnost zřejmě platí. A protože $\sqrt[2n]{\frac{1}{2}} < 1$, musí tato nerovnost též platit v intervalu $\left\langle -\sqrt[2n]{\frac{1}{2}}; 0\right)$, jelikož oba činitele na levé straně budou v tomto intervalu menší než 1. Proto tedy tato nerovnost platí pro všechna reálná čísla. Tím jsme tuto nerovnost dokázali.