## 1 Část a

Abychom vždy tipli více než polovinu správně stačí nám následující strategie. Víme, že máme úplný graf hráčů a víme, jaký stupně mají hráči v podgrafu výher. V každém kroku si vybereme jakéhokoli hráče v s počtem výher  $w_v$ . Pak budeme jednat následovně:

- Pokud  $w_v < \frac{n-1}{2},$  pak bude pro všechny hry hráče vtipovat prohru.
- Pokud  $w_v > \frac{n-1}{2}$ , pak bude pro všechny hry hráče v tipovat výhru.
- Pokud  $w_v = \frac{n-1}{2}$ , pak buď bude tipovat pro všechny hry hráče v výhru, nebo prohru. Nemůže tipovat oboje zároveň.
- Jakmile se zeptáme na všechny hry hráče v, odstraníme hráče v a jeho hrany z úplného grafu a aktualizujeme počet výher ostatních hráčů podle Samových odpovědí. Tím získáme úplný graf o počtu hráčů n-1 a strategii opakujeme, dokud n=1.

Je zřejmé, že pokud máme počet hráčů n sudý, nemůže nastat podmínka  $w_v = \frac{n-1}{2}$ , tím pádem v kroku, kdy je počet hráčů sudý, musíme tipnout více než polovinu správně. Pro liché n tipneme alespoň polovinu správně. To však nevadí, protože pro každý graf o počtu grafů  $n \geq 2$  získáme alespoň v jednom kroku sudý počet hráčů, tím pádem nutně počet správně tipnutých odpovědí je více než polovina. Tím je důkaz u konce.