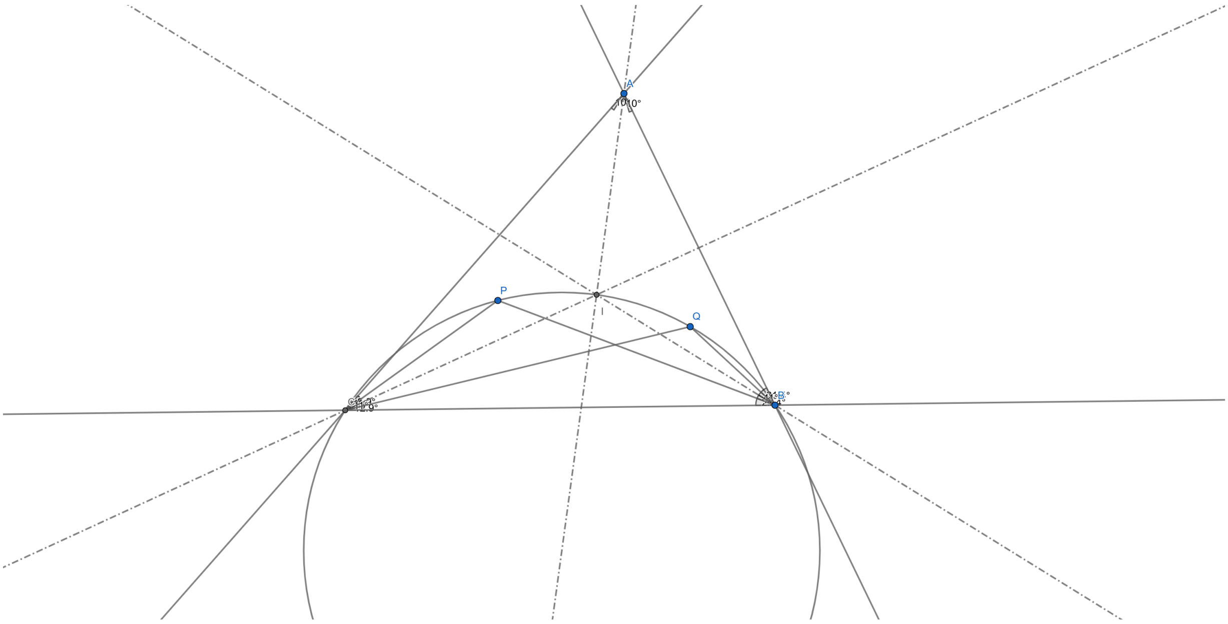

Obrázek 1: Konstrukce řešení

Z podmínky $|AP| = |AQ|$ víme, že trojúhelník APQ je rovnoramenný a že osa strany PQ je osa úhlu při vrcholu A díky vlastnostem kamarádů.

Teď dokážeme, že vepsiště trojúhelníku ABC je jak Švrčkovým bodem trojúhelníku CPQ, tak i BPQ. Víme, že osa úhlu $\angle ACB$ je stejná jako osa úhlu $\angle PCQ$ a že osa úhlu $\angle CAB$ je osa strany PQ. Z toho vyplývá, že průsečík těchto přímek, tedy vepsiště trojúhelníku ABC, je Švrčkovým bodem trojúhelníku CPQ. Obdobně to dokážeme pro BPQ.

Odtud už můžeme ukázat, že $|\angle PCQ| = |\angle PBQ|$:

$$|\angle PCQ| = |\angle PCI| + |\angle ICQ| = |\angle IPQ| + |\angle PQI| = |\angle PBI| + |\angle IBQ| = |\angle PBQ|$$

Z toho vyplývá, že čtyřúhelník $PQBC$ je tětivový, tedy body P, Q, B, C leží na jedné kružnici. Q. E. D.