

Uvažujme jakoukoli posloupnost splňující podmínky ze zadání. Abychom ukázali, že posloupnost bude od jistého bodu monotónní, stačí nám ukázat, že existuje jen jedna dvojice po sobě jdoucích prvků, jejichž monotónní podposloupnosti mají překryv jen jeden prvek. Pokud totiž existuje jen jedna taková dvojice, pak je zřejmé, že posloupnost je od jistého bodu monotónní.

Pokud totiž podposloupnost  $i$ -tého prvku zahrnuje i první prvek, pak jediný prvek, který podposloupnost zahrnuje a který následuje po  $i$ -tém prvku, je  $i + 1$ -tý prvek. Proto tedy, když podposloupnost  $i + 1$ -tého prvku začíná právě  $i + 1$ -tým prvkem, pak podposloupnost tohoto prvku zahrnuje alespoň  $i + 1$  následujících prvků. Protože to samé platí i o podposloupnostech následujících prvků, je tedy překryv těchto podposloupností alespoň 2, tím pádem od  $i + 1$  tého prvku je celá posloupnost monotónní, což jsme chtěli ukázat. Q. E. D.