1 Úloha 2

Pro bod 1 a 2 si musíme nejdříve odvodit vzorec z definičního vztahu měrné tepelné kapacity c_V, který zní:

$$c_V = \frac{\mathrm{d}Q}{m\,\mathrm{d}T}$$

Po dosazení vzorce ze zadání a úpravách tohoto vztahu jsme schopni vyřešit tuto diferenciální rovnici:

$$(aT^2 + bT + c) = \frac{\mathrm{d}Q}{m\,\mathrm{d}T}$$

$$\int m(aT^2 + bT + c)\,\mathrm{d}T = \int 1\,\mathrm{d}Q$$

$$Q(T) = mT\left(\frac{1}{3}aT^2 + \frac{1}{2}bT + c\right) + C$$

Teď jsme schopni zjistit vydané teplo jako rozdíl tepla uloženené v tělese před a po ochlazení:

$$Q_1 = Q(90 + 273{,}15) - Q(10 + 273{,}15) \doteq 2672.5m\,\mathrm{J}$$

$$Q_2 = Q(50 + 273{,}15) - Q(10 + 273{,}15) \doteq 1325.46m\,\mathrm{J}$$

Bod 3 je mnohem přímočařejší, protože počítáme s konstantní měrnou tepelnou kapacitou a tedy můžeme použít vzorec běžný na středních školách:

$$Q_3 = m \cdot \frac{c_{90^\circ\mathrm{C}} + c_{10^\circ\mathrm{C}}}{2} \cdot (90 - 10) \doteq 2672.36m\,\mathrm{J}$$

Důvod, proč výsledek bodu 2 není polovinou výsledku v bodě 1, je celkem zřejmý z mého postupu – při výpočtu v bodech 1 a 2 jsme nepracovali s lineární, ale kubickou funkcí. To je taky důvod, proč se, i když vůči velikosti výsledků celkem málo, liší i výsledky v bodech 1 a 3. Větší je pak výsledek v bodě 1, protože v intervalu $\langle 10 + 273{,}15\,; 90 + 273{,}15\rangle$ je jak teplo v tělese $Q(t)$, tak měrná tepelná kapacita $c_V(T)$ rostoucí (měrná tepelná kapacita $c_V(T)$ má extrém až v bodě $\frac{-b}{2a} \doteq 4291\,\mathrm{K}$).