Nejprve uvažujme, že máme balíček n karet splňující podmínky ze zadání a že chceme tento balíček upravit tak, abychom dostali n+1 karet splňující zadání. Jako první musíme splnit podmínku, že na každý kartě musí být n+1 symbolů. Protože už v tomto balíčku platí, že každé dvě karty sdílí právě jeden symbol, nezbývá nám, než na každou kartu přidat další symbol, čímž vytvoříme celkem n nových symbolů. Jakmile pak chceme přidat novou kartu, na tuto novou kartu přidáme těch n nově vytvořených symbolů, což můžeme, protože tyto nové symboly jsou pro každou kartu původního balíčku jedinečné. Následně vytvoříme nový symbol, abychom doplnili počet symbolů na této kartě do n+1. Po tomto kroku jsme splnili všechny podmínky.

Tím pádem abychom rozšířili balíček n karet na n+1 karet, musíme přidat alespoň n+1 symbolů. Tento vztah můžeme vyjádřit rekurentně:

$$s(n+1) = s(n) + n + 1$$

Zbývá nám tedy se ujistit, že s(1) = 1, což zřejmě platí, a zjistíme, že explicitní vyjádření tohoto vztahu je známý vztah:

$$s(n) = \frac{1}{2}n(n+1)$$

Tento vztah tedy určuje optimální počet symbolů na balíčku n karet.