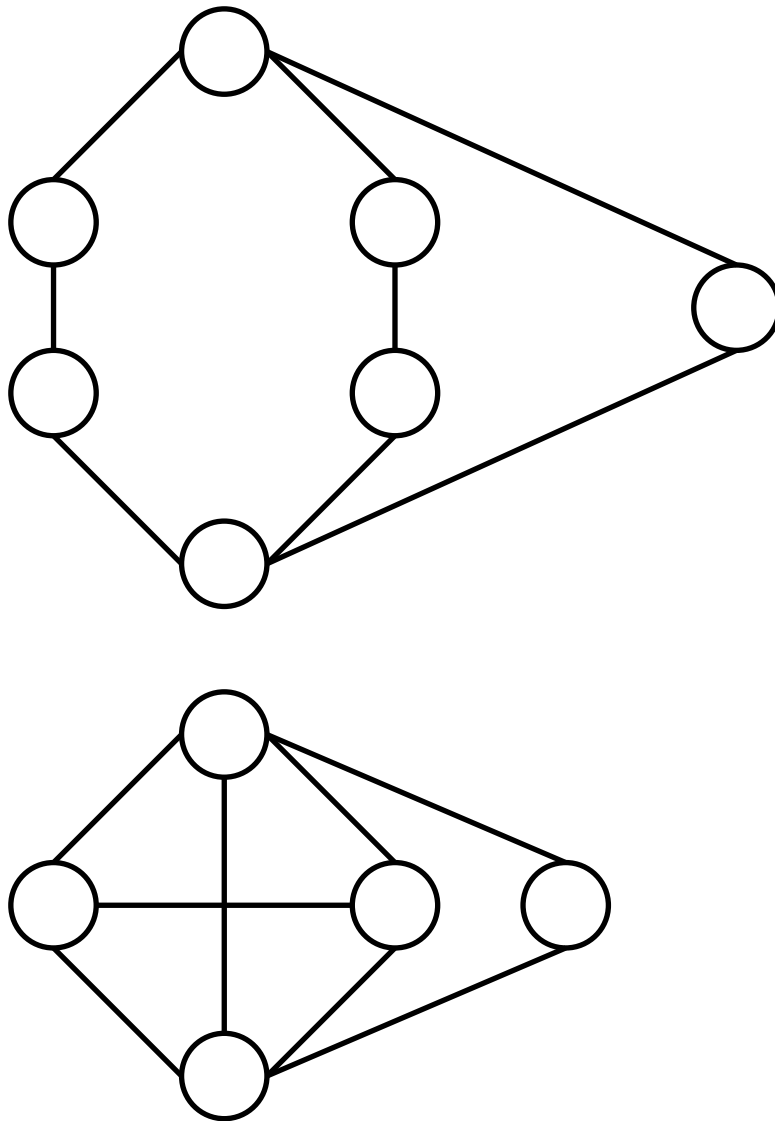


Z "indukčního předpokladu" ze zadání vyplývá, že pro každou  $m$ -tici existuje sépie, která v dané  $m$ -tici má alespoň dva kamarády. Tím pádem nám tato sépie tvoří další cyklus, nějakou  $m'$ -tici (viz 1). Pro tato  $m$  a  $m'$  pak platí, že  $m \geq m'$ , kdy rovnost nastává, když  $m \leq 4$ . Díky tomu s použitím indukční rovnosti ze zadání máme dokázanou úlohu pro  $3 < m < n$ .

Pro dokázání této úlohy pro  $m = 3$  se musíme blíže podívat na čtverice sépií. Pokud se sépie kamarádí se sépiemi, které se v čtverici drží za ramena, pak tyto sépie samotné tvoří trojici. Pokud se však tyto sépie v čtverici nedrží za ramena, pak musí ve čtverici být ještě další kamarádství, které budou potřeba na přeuspořádání sépií (viz 1). Díky těmto dalším kamarádstvím musí platit, že v této čtverici lze vybrat trojici, která se může chytout za ramena.

Tím pádem máme úlohu dokázanou pro všechna  $m$ , kde  $2 < m < n$ . Tím je důkaz u konce.



Obrázek 1: Grafy přátelství pro názornost