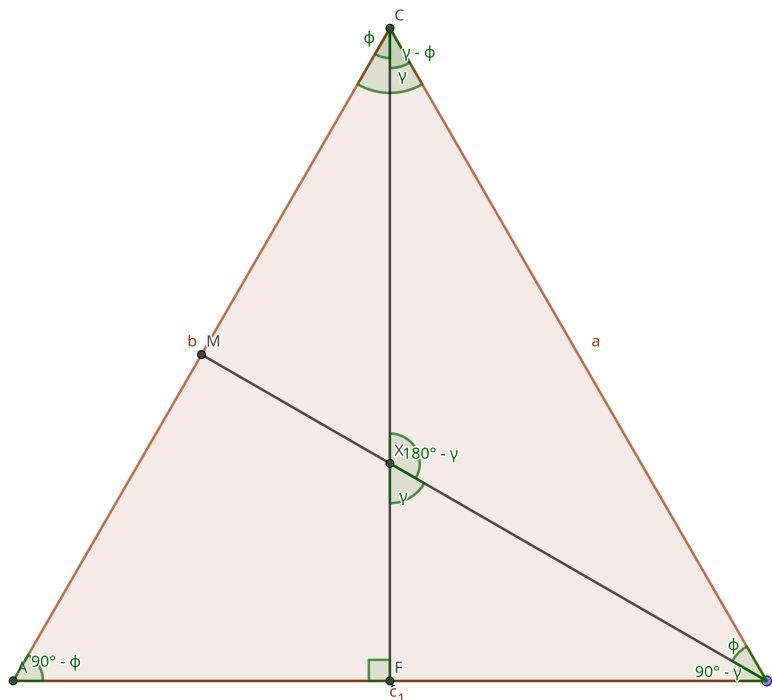


Nechť velikost úhlu  $|\angle ACB| = \gamma$  a velikost úhlu  $|\angle ACF| = \varphi$ . Protože máme zadaný ostroúhlý trojúhelník, prochází výšky trojúhelníku vždy jeho vnitřkem, proto musí platit  $\gamma > \varphi$ . Pak doplníme zbývající neznámé úhly:



Obrázek 1: Názorný obrázek s dopočítanými úhly

Když doplníme úhly do zadaného trojúhelníku, můžeme si všimnout toho, že pokud formulujeme sinovou větu pro trojúhelníky  $AFC$  a  $AMB$ , zjistíme, že jeden z poměrů se musí rovnat:

$$\frac{|BM|}{\sin 90^\circ - \varphi} = \frac{|AM|}{\sin 90^\circ - \gamma}$$

$$\frac{|CF|}{\sin 90^\circ - \varphi} = \frac{|AC|}{\sin 90^\circ} = |AC|$$

Díky čemuž můžeme dostat velikost úhlu  $\gamma$ :

$$\frac{|AM|}{\sin 90^\circ - \gamma} = |AC|$$

$$\frac{|AC|}{2 \cdot \cos \gamma} = |AC|$$

$$\cos \gamma = \frac{1}{2}$$

$$\gamma = 60^\circ$$

Když znova formulujeme sinovou větu pro trojúhelníky  $AMB$  a  $CMB$ , dostaneme soustavu:

$$\frac{|BM|}{\sin \gamma} = \frac{|MC|}{\sin \varphi}$$

$$\frac{|BM|}{\sin 90^\circ - \varphi} = \frac{|AM|}{\sin 90^\circ - \gamma}$$

Při vyjádření  $|BM|$  z druhé rovnice dostaneme:

$$\frac{\frac{|AM| \cdot \cos \varphi}{\cos \gamma}}{\sin \gamma} = \frac{|MC|}{\sin \varphi}$$

$$\sin \varphi \cos \varphi = \sin \gamma \cos \gamma$$

$$\sin 2\varphi = \sin 2\gamma$$

$$\sin 2\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Protože musíme splnit podmínku, že  $\gamma > \varphi$ , nemůže  $\varphi = 60^\circ$ , proto jediné řešení této rovnice je  $\varphi = 30^\circ$ .  
A protože velikost úhlu  $|\angle BAC| = 90^\circ - \varphi = 60^\circ$ , trojúhelník musí být nutně rovnostranný. Q. E. D.