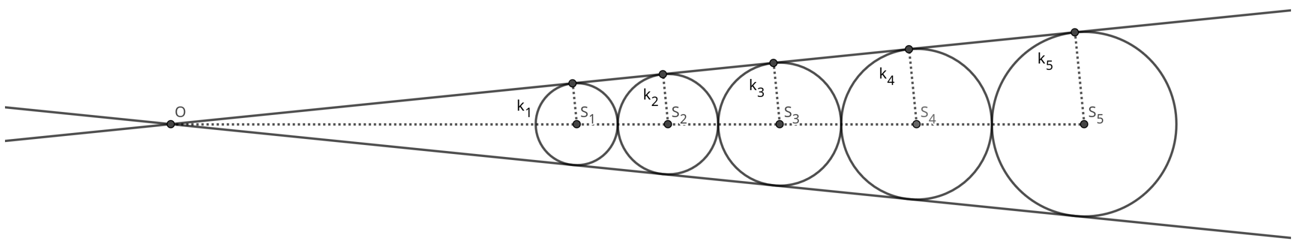

Obrázek 1: Konstrukce ze zadání

Na obrázku si můžeme všimnout toho, že všechny narýsované kružnice jsou si navzájem stejnolehlé se středem O a různými koeficienty. Mohlo by nás však napadnout hypotéza, jestli když známe koeficient stejnolehlosti x mezi kružnicemi k_1 a k_2, jestli mezi kružnicemi k_1 a k_n koeficient x^{n-1}. To můžeme dokázat indukcí.

Budeme tedy předpokládat, že platí následující rovnosti:

$$r_n = x^{n-1}r_1$$
$$x^{n-1}(l + r_1) = l + 2r_1 + ... + 2r_{n-1} + r_n$$

Díky tomu, že x je koeficient mezi kružnicemi k_1 a k_2, nutně tedy platí:

$$x(l + r_1) = l + 2r_1 + xr_1 \quad \Rightarrow \quad xl = l + 2r_1 \tag{1}$$

Pak dokážeme, že indukční předpoklad platí pro všechna přirozená čísla:

$$x^{n-1}(l + r_1) = l + 2r_1 + ... + 2r_{n-1} + r_n$$
$$x^{n-1}(l + r_1) = x^{n-2}(l + r_1) + r_{n-1} + r_n$$
$$x^{n-1}(l + r_1) = x^{n-2}(l + r_1) + x^{n-2}r_1 + x^{n-1}r_1$$
$$x^{n-1}l = x^{n-2}(l + 2r_1)$$

Z rovnice 1 pak dosadíme a dosáhneme rovnosti:

$$x^{n-1}l = x^{n-1}l$$

Odtud tedy víme, že koeficient mezi kružnicemi k_1 a k_5 je:

$$x^4 = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

Odkud zjistíme koeficient stejnolehlosti mezi kružnicemi k_1 a k_3 a následně určíme poloměr kružnice k_3:

$$r_3 = x^2 r_1 = 8\sqrt{\frac{9}{4}} = 12$$

Poloměr kružnice k_3 je tedy 12.