

Jako první rovnici ze zadání upravíme tak, abychom měli jen jedno  $x$ , a to na levé straně:

$$\begin{aligned}\frac{x}{x+4} &= \frac{5[x] - 7}{7[x] - 5} \\ x(7[x] - 5) &= (x+4)(5[x] - 7) \\ x(2[x] + 2) &= 4 \cdot (5[x] - 7) \\ x([x] + 1) &= 10[x] - 14\end{aligned}$$

Protože na levé straně musí být celé číslo, pro číslo  $x$  musí platit  $x = [x] + \frac{k}{[x]+1}$ , kde číslo  $k$  je celé nezáporné číslo a pro které  $k < [x] + 1$ . Po dosazení jsme schopni získat tvar, u kterého můžeme rozebrat jednotlivé možnosti:

$$\begin{aligned}\left([x] + \frac{k}{[x] + 1}\right)([x] + 1) &= 10[x] - 14 \\ [x]^2 + [x] + k &= 10[x] - 14 \\ k &= -([x]^2 - 9[x] + 14)\end{aligned}$$

Tento tvar teď upravíme na dva tvary. Jako první tu rovnici upravíme na:

$$k = -([x] - 2)([x] - 7)$$

Z tohoto tvaru je vidět, že musí platit  $[x] \in \langle 2; 7 \rangle$ , aby bylo  $k$  nezáporné číslo. Ale teď tu rovnici upravíme na tento tvar:

$$-([x]^2 - 9[x] + (14 + k)) = 0$$

Pomocí Viètových vzorců můžeme pak rozebrat všechny možné hodnoty  $[x]$  a  $k$  ( $b$  a  $c$  značí koeficienty kvadratické rovnice ve tvaru  $x^2 + bx + c$ ):

$-b$	$c$	$k$
$2 + 7$	$2 \cdot 7 = 14$	0
$3 + 6$	$3 \cdot 6 = 18$	4
$4 + 5$	$4 \cdot 5 = 20$	6

Tabulka 1: Rozbor možných výsledků pomocí Viètových vzorců

Díky tabulce a podmínce  $k < [x] + 1$  víme, že  $[x] \notin \{3; 4; 5\}$ . Jediná řešení jsou proto:

$$x = 2 \quad \vee \quad x = 7 \quad \vee \quad x = 6 + \frac{4}{6+1} = \frac{46}{7}$$