

Nechť je kružnice vepsaná trojúhelníku ABC jednotková kružnice komplexní roviny, kde osu x tvoří osa úhlu $\angle CAB$. Pak $e = \bar{d}$, $d' = -d$, $e' = -\bar{d}$.

Abychom dokázali kolmost úseček IM a IQ , stačí dokázat následující rovnost odvozené z věty 35 (vepsíště tvoří počátek):

$$\frac{q}{m} = -\overline{\left(\frac{q}{m}\right)}$$

Nechť dotykový bod kružnice vepsané se stranou BC je F . Z pozorování 60 v seriálu jsme schopni vyjádřit bod Q jako:

$$q = \frac{-f^2(d + \bar{d}) - 2f}{f^2 - 1}$$

K vyjádření bodu M dvakrát použijí výsledek ze cvičení 52, a to pro vyjádření vrcholů B a C :

$$m = \frac{b + c}{2} = \frac{\frac{2fd}{f+d} + \frac{2f\bar{d}}{f+\bar{d}}}{2} = \frac{fd}{f+d} + \frac{f\bar{d}}{f+\bar{d}} = \frac{fd(f+\bar{d}) + f\bar{d}(f+d)}{(f+d)(f+\bar{d})} = \frac{f^2(d+\bar{d}) + 2f}{(f+d)(f+\bar{d})}$$

Už teď můžeme vidět, že se nám spousta čísel těchto dvou čísel vykrátí, takže dostaneme číslo, se kterým lze již celkem dobře pracovat:

$$\frac{q}{m} = \frac{\frac{-f^2(d+\bar{d})-2f}{f^2-1}}{\frac{f^2(d+\bar{d})+2f}{(f+d)(f+\bar{d})}} = -\frac{(f+d)(f+\bar{d})}{f^2-1} = -\frac{f^2 + f(d+\bar{d}) + 1}{f^2-1}$$

A teď zkusíme k tomuto číslu nalézt číslo komplexně sdružené:

$$\begin{aligned}\overline{\left(\frac{q}{m}\right)} &= -\frac{\bar{f}^2 + \bar{f}(d + \bar{d}) + 1}{\bar{f}^2 - 1} = -\frac{\frac{1}{f^2} + \frac{d+\bar{d}}{f} + 1}{\frac{1}{f^2} - 1} = -\frac{1}{f^2} \cdot \frac{f^2 + f(d + \bar{d}) + 1}{\frac{1}{f^2} - 1} \\ &= -\frac{f^2 + f(d + \bar{d}) + 1}{1 - f^2} = \frac{f^2 + f(d + \bar{d}) + 1}{f^2 - 1} = -\frac{q}{m}\end{aligned}$$

Rovnost, kterou jsme chtěli dokázat, tedy platí, čímž je důkaz u konce.