Když do vzorce, který má pro funkci $f : \mathbb{P} \to \mathbb{P}$ platit, dosadíme dvě stejná prvočísla p, dostaneme:

$$\mathrm{NSD}(p, p) = p = \mathrm{NSD}(f^p(p), f^p(p)) = f^p(p)$$

Tedy pro každé prvočíslo p musí platit, že $f^p(p) = p$.

Teď předpokládejme, že $f(p) = x$. Protože nutně platí, že $f^x(x) = x$, platí pak:

$$f^{p-1}(f(p)) = f^{p-1}(x) = p$$
$$x = f(p) = f(f^{p-1}(x)) = f^p(x) = f^x(x)$$

Pokud $p = x$, pak podmínka zjevně platí a získáme z toho předpis funkce $f(p) = p$. Teď dokážu, že jenom tato funkce umí splnit tyto podmínky.

Předpokládejme, že $p \neq x$. Pak víme, že platí $\mathrm{NSD}(p, x) = 1$ a proto když do rovnice $f^p(x) = f^x(x)$ budeme postupně dosazovat z jedné strany do druhé na principu Euklidova algoritmu, dostaneme $f(x) = x$. To je však ve sporu s tím, že $f^p(p) = p$, protože by z toho vyplývalo $f^p(p) = f^{p-1}(f(p)) = f^{p-1}(x) = x$.

Tím jsme tedy dokázali, že jediná platná funkce je $f(p) = p$. Q. E. D.