Jako první si musíme všimnout, že v k-tém řádku můžeme vyjádřit součet prvních $k-1$ čísel jako součet dvou posloupností od 1 po $k-1$ (kromě $k=1$). Tím pádem součet v každém řádku kromě prvního je roven součtu součtů posloupnosti od 1 do n a od 1 po k. Celkový součet je tedy:

$$S = n \cdot \frac{1}{2}n(n+1) + \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{2}(k-1)k$$

Pro výpočet sumy využijeme toho, že každý sčítanec té sumy lze vyjádřit jako kombinační číslo, které můžeme snadno sečíst:

$$\sum_{k=2}^{n} \frac{1}{2}(k-1)k = \sum_{k=2}^{n} \binom{k}{2} = \binom{3}{3} + \sum_{k=3}^{n} \binom{k}{2} = \binom{n+1}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

Tento výraz nám pak stačí dosadit do celkového součtu:

$$S = \frac{n^2(n+1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = \frac{3n^3 + 3n^2 + n^3 - 3n^2 + 2n}{6} = n \cdot \frac{2n^2+1}{3}$$

Tím jsme nalezli celkový součet v závislosti na n.