

Pro poslední dvojčíslí x bude platit:

$$x \equiv 15^{15^{15}} \pmod{100}$$

Místo toho, abychom řešili rovnou tuto rovnici, budeme řešit soustavu:

$$x \equiv 15^{15^{15}} \pmod{25}$$

$$x \equiv 15^{15^{15}} \pmod{4}$$

První rovnici vyřešíme snadno, jelikož číslo ze zadání je dělitelné 25:

$$x \equiv 15^{15^{15}} \equiv 25 \cdot 5^{15^{15}-2} \cdot 3^{15^{15}} \equiv 0 \pmod{25}$$

Druhou rovnici vyřešíme pomocí binomické věty:

$$x \equiv 15^{15^{15}} \equiv (16-1)^{15^{15}} \equiv (-1)^{15^{15}} \equiv -1 \equiv 3 \pmod{4}$$

Teď pomocí čínské zbytkové věty vyřešíme rovnici:

$$x \equiv 0 \pmod{25}$$

$$x \equiv 3 \pmod{4}$$

Lze tedy vidět, že řešením je $x \equiv 75 \pmod{100}$, tudíž poslední dvojčíslí je 75.