

Rovnice $ax^2 + 3x + c(1 - c) = 0$ bude mít právě jedno řešení právě tehdy, když diskriminant této rovnice bude nulový:

$$3^2 - 4 \cdot ac(1 - c) = 0$$

Získáme z toho rovnici, kde musíme zjistit, zda existuje řešení c :

$$9 = 4ac(1 - c)$$

$$\frac{9}{4a} = c - c^2$$

$$c^2 - c + \frac{9}{4a} = 0$$

Tato rovnice má řešení v reálných číslech právě tehdy, když diskriminant je nezáporný:

$$1 - 4 \cdot \frac{9}{4a} \geq 0$$

$$1 \geq \frac{9}{a}$$

Toto zřejmě platí pro všechna záporná a a pro $a \geq 9$, ve zbylých intervalech rovnice neplatí nebo je pravá strana nedefinována. Proto pro $a \in (-\infty; 0) \cup \langle 9; \infty \rangle$ řešení c existuje a pro zbytek nikoli.