

Nejprve si musíme všimnout, že $Q(x^2)$ je nutně polynom se sudým stupněm, avšak stupeň polynomu $(x+1)^4 - xP(x)^2$ je sudý jen tehdy, když $\deg(P) = \{0, 1\}$. Proto tedy funkce $Q(x)$ je kvadratická a $P(x)$ je buď lineární nebo konstatní funkce. Necht tedy pro polynomy P a Q platí:

$$P(x) = p_1x + p_0$$

$$Q(x) = q_2x^2 + q_1x + q_0$$

Kde v případě, kdy P bude konstatní polynom, bude platit $p_1 = 0$. Po dosazení do rovnice dostaneme:

$$q_2x^4 + q_1x^2 + q_0 = (x+1)^4 - x \cdot (p_1x + p_0)^2$$

$$q_2x^4 + q_1x^2 + q_0 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 - x \cdot (p_1^2x^2 + 2p_0p_1x + p_0^2)$$

$$q_2x^4 + q_1x^2 + q_0 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 - p_1^2x^3 - 2p_0p_1x^2 - p_0^2x$$

$$(q_2 - 1)x^4 + (p_1^2 - 4)x^3 + (q_1 - 6 + 2p_0p_1)x^2 + (p_0^2 - 4)x + (q_0 - 1) = 0$$

Určíme rovnou snadno některé koeficienty, jako například $q_2 = 1$ a $q_0 = 1$. Ještě víme, že $p_0, p_1 \in \{-2; 2\}$. A protože koeficient q_1 je určen čistě jen hodnotami p_0 a p_1 , dostaneme čtyři různé dvojice polynomů:

$$P(x) = \pm 2x \pm 2 \quad Q(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$P(x) = \pm 2x \mp 2 \quad Q(x) = x^2 + 14x + 1$$

Našli jsme tedy všechny možné dvojice polynomů P a Q .