



Obrázek 1: Konstrukce úlohy

Jako první si musíme uvědomit, že osa vnitřního úhlu a osa vnějšího úhlu při určitém vrcholu jsou si kolmé, protože $\frac{\alpha}{2} + \frac{180-\alpha}{2} = \frac{180}{2} = 90^\circ$. Z toho víme, že $BZ \parallel AI \parallel CY$, $AZ \parallel BI \parallel CX$ a $AY \parallel CI \parallel BX$, protože tyto výšky jsou také kolmé na osu vnějšího úhlu. Z těchto rovnoběžností tedy nutně platí, že čtyřúhelníky $BIAZ$, $ICYA$ a $XCIB$ jsou rovnoběžníky, z čehož nutně platí, že $|BZ| = |AI| = |CY|$, $|AZ| = |BI| = |CX|$ a $|AY| = |CI| = |BX|$.

Teď už nám zbývá ukázat, že protější úhly v šestiúhelníku $AZBXCY$ jsou stejně velké. Když prodloužíme ramena těchto úhlů, vznikne nám v rovině rovnoběžník, protože protější strany tohoto šestiúhelníku jsou rovnoběžné. A poněvadž tyto protější úhly musí být nutně protější i v tomto rovnoběžníku, musí být protější úhly v tomto šestiúhelníku stejně velké.

S tím vším už umíme najít shodné trojúhelníky $AZY \cong XCB$, $YAC \cong BXZ$ a $ZAB \cong CYX$ pomocí věty sus. Z těchto trojúhelníků nutně platí, že $|AB| = |XY|$, $|BC| = |YZ|$ a $|CA| = |ZX|$, tedy podle věty sss jsou trojúhelníky ABC a XYZ shodné. Tím je tedy důkaz u konce.