

Nejprve formulujeme Viètovy vztahy pro zadaný polynom:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 &= -40 \\x_1x_2x_3 + x_1x_3x_4 + x_1x_2x_4 + x_2x_3x_4 &= 0 \\x_1x_2x_3x_4 &= q\end{aligned}$$

Protože kořeny  $x_1, x_2, x_3, x_4$  tvoří aritmetickou posloupnost s diferencí  $d$ , pak můžeme všechny kořeny vyjádřit pomocí  $x_1$  a  $d$  takto:

$$x_2 = x_1 + d \quad x_3 = x_1 + 2d \quad x_4 = x_1 + 3d$$

Když tedy dosadíme do prvního Viètova vzorce, dostaneme:

$$4x_1 + 6d = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -\frac{3}{2}d$$

Tedy všechny kořeny umíme vyjádřit jen pomocí difference takto:

$$x_1 = -\frac{3}{2}d \quad x_2 = -\frac{d}{2} \quad x_3 = \frac{d}{2} \quad x_4 = \frac{3}{2}d$$

Při dosazování do třetího Viètova vztahu si všimneme toho, že první a čtvrtý člen se vyruší a že druhý a třetí se též vyruší, tudíž jakmile najdeme řešení druhého Viètova vztahu, umíme už jednoznačně určit množinu čísel  $q$ . Když tedy dosadíme výsledky výše do druhého Viètova vztahu, spousta členů se zase vyruší a tedy dostaneme jen:

$$-\frac{9}{4}d^2 - \frac{1}{4}d^2 = -40 \quad \Rightarrow \quad d^2 = 16$$

Vychází nám dvě hodnoty  $d$ , ale protože množina kořenů bude stejná u obou řešení, vystačíme si s  $d = 4$ . Teď nám zbývá dosadit jen do posledního vztahu:

$$q = \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}\right)^2 \cdot 4^4 = 4^2 \cdot 3^2 = 144$$

Nalezli jsme tedy jediné  $q$ , které splňuje všechny vztahy.