Z toho, že budeme měřit ohniskovou vzdálenost spojné čočky, víme, že budou platit následující rovnice (a je předmětová a a' je obrazová vzdálenost):

$$l = a + a'$$
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'}$$

Kombinací těchto dvou rovnic dostaneme rovnici kvadratickou, kterou vyřešíme:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{l-a}$$
$$a(l-a) = fl$$
$$-a^2 + al - fl = 0$$
$$a_1 = \frac{l - \sqrt{l^2 - 4\,fl}}{2} \qquad a_2 = \frac{l + \sqrt{l^2 - 4\,fl}}{2}$$

Z řešení a_1 vidíme, že $l^2 - 4fl \geq 0$, a tedy:

$$\frac{l}{f} \geq 4$$

Obě řešení jsou jinak nutně kladná, protože $l > \sqrt{l^2 - 4fl}$.
Pro důkaz vzorce ze zadání nejprve dosadíme námi nalezená řešení do d:

$$d = |a_1 - a_2| = \left| \frac{l - \sqrt{l^2 - 4\,fl}}{2} - \frac{l + \sqrt{l^2 - 4\,fl}}{2} \right| = \sqrt{l^2 - 4\,fl}$$

Následně ji dosadíme do výrazu $\frac{l^2 - d^2}{4l}$:

$$\frac{l^2 - d^2}{4l} = \frac{l^2 - (l^2 - 4\,fl)}{4l} = \frac{4fl}{4l} = f$$

Čímž jsme vzorec ze zadání dokázali. Tím jsme dokončili teoretickou část.
Na experiment jsem použil svíčku, černý papír jako stínítko opřený o zeď, metr a tenkou spojnou čočku. Výsledky měření jsou tedy následující:

Tabulka 1: Výsledky měření

Číslování	l [m]	d [m]	f	Δf	δf[%]
1	1	0,473	0,194	0,022	10,084
2	1,2	0,605	0,224	0,008	3,666
3	1,4	0,834	0,226	0,010	4,615
4	1,6	1,153	0,192	0,024	10,913
5	1,8	1,22	0,243	0,027	12,716
∅			0,216	0,018	8,399

Naměřili jsme tedy hodnotu $f = (0{,}216 \pm 0{,}02)\,\mathrm{m}$ s relativní odchylkou $\delta f = 8{,}399\%$. Jeden z významných faktorů, který mohl způsobit takovou odchylku, je fakt, že jsme museli určovat ostrý obraz od oka, což není zcela spolehlivé. Zároveň to mohlo být způsobeno tím, že svíčka, čočka a stínítko nemusely být nutně zarovnany správně. Výsledky jsou ale i přes tyto okolnosti uspokojující.