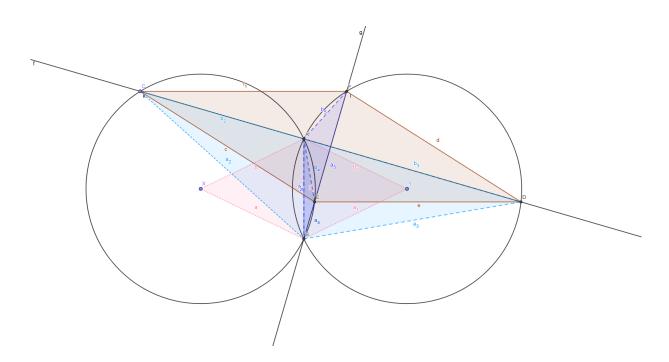


Obrázek 1: Konstrukce, kdy žádný z bodů neleží na kratším oblouku AB



Obrázek 2: Konstrukce, kdy bod E leží na jednom z kratších oblouků AB

Je zřejmé, že podle věty ss<br/>s jsou trojúhelníky BAX a ABY shodné, z čehož vyplývá, že  $|\angle AXB| = |\angle BYA|$ .<br/> A protože tyto úhly jsou středové, nad spojnicí AB budou obvodové úhly u obou kružnic stejně velký.

Pokud dokážeme, že úhlopříčky CD a EF jsou osy daného čtyřúhelníku, dokážeme, že čtyřúhelníky CEDF je kosočtverec, což je rovnoběžník. Abychom dokázali, že tyto úhlopříčky jsou osami, dokážeme, že trojúhelníky DCB a EFA jsou rovnoramenné se základnami DC a EF. Toto snadno dokážeme pomocí obvodových úhlů.

Nejprve začneme s případem na obrázku 1, kde je konstrukce, kdy žádný z bodů neleží na kratším oblouku AB. Tehdy protože středové úhly spojnice AB k obou kružnicím jsou stejné, pak díky tomu platí, že  $|\angle ACB| = |\angle BDA| = |\angle AEB| = |\angle BFA|$ , čímž jsme dokázali, že tedy trojúhelníky DCB a EFA jsou rovnoramenné, jak jsme chtěli dokázat.

V případě na obrázku 2, máme jeden z bodů na kratším oblouku AB, zde BÚNO bod E. Pro trojúhelník DCB je dúkaz stejný jako v minulém případě, ale u druhého trojúhelníku není úhel  $\angle BEA$  roven úhlu  $\angle AEF$ , ale jedná se o vnější úhel vůči tomuto úhlu. A protože obvodový úhel  $\angle BEA$  se nachází na kratším oblouku,

platí  $|\angle BEA| = 180^{\circ} - |\angle BFA|$ . Z toho je zřejmé, že  $|\angle AEF| = |\angle BFA| = |\angle EFA|$ , tím pádem jsme dokázali to samé jako v minulém případě.

A protože osy tohoto čtyřúhelníku prochází body A a B, žádný jiný případ nastat nemůže (např. že by na kratším oblouku byly dva body čtyřúhelníku), čímž jsme dokázali tvrzení ze zadání. Q. E. D.