

Jako první, co uděláme, je to, že spočítáme odděleně nejmenší počet Martanů s hlavní barvou řádku a nejmenší počet Martanů s hlavní barvou sloupce. To nám stačí jednoduše vyjít z podmínek ze zadání; nejmenší počet Martanů s hlavní barvou řádku je $(2n + 1) \cdot (m + 1)$, protože v každém řádku je alespoň nadpoloviční většina takových Martanů, a s hlavní barvou sloupce $(2m + 1) \cdot (n + 1)$.

Teď si musíme uvědomit následující věc: když v součtu Martanů s nějakou hlavní barvou bude počítán dvakrát, pak tento Martan musel nutně mít hlavní barvu řádku i sloupce. Víme, že celkový počet Martanů je $(2m + 1) \cdot (2n + 1)$, což je nutně taky horní odhad Martanů, kteří mají alespoň jednu hlavní barvu. Proto, když uděláme rozdíl součtu Martanů s nějakou hlavní barvou a horního odhadu Martanů s nějakou barvou, dostaneme nejmenší počet Martanů s hlavní barvou řádku i sloupce. Tento rozdíl nám vyjde:

$$\begin{aligned} & (2n + 1)(m + 1) + (2m + 1)(n + 1) - (2m + 1)(2n + 1) \\ &= 2mn + 2n + m + 1 + 2mn + 2m + n + 1 - (4mn + 2m + 2n + 1) \\ &= m + n + 1 \end{aligned}$$

Tento výsledek je přesně ten, ke kterému jsme měli dojít. Tím pádem tvrzení ze zadání je dokázáno. Q. E. D.