Pokud by $k > 4$, pak rovnice:

$$4n^3 + 3n^2 - n \equiv 0 \pmod{k}$$

By musela mít alespoň k řešení. Tato rovnice je ale kubická, tudíž to pro $k > 4$ nemůže nastat.
Teď tedy rozebereme případy, kdy $k \in \{1; 2; 3; 4\}$. Pro $k = 4$ dostáváme:

$$3n^2 - n \equiv 0 \pmod{4}$$

Tato rovnice neplatí pro $n \equiv 3 \pmod{4}$. Pro $k = 3$ dostáváme:

$$n^3 - n \equiv 0 \pmod{3}$$

Toto pro všechny zbytky platí, tedy našli jsme řešení $k = 3$. Pro $k = 2$ dostaneme:

$$n^2 - n \equiv 0 \pmod{2}$$

Tato platí pro všechny, proto další řešení je $k = 2$. Pak další řešení je zřejmě $k = 1$.
Všechny řešení tedy jsou $k \in \{1; 2; 3\}$. Q. E. D.