

Jako první budu derivovat tento výraz:

$$5x^4 - 3x^2 + \pi \quad (1)$$

Na tento výraz použijeme jenom vzorce pro součet a odčítání, součin, konstantu a umocněné číslo:

$$(5x^4 - 3x^2 + \pi)' = 5(x^4)' - 3(x^2)' = 20x^3 - 6x$$

Jako další budu derivovat toto:

$$\cos^2 x + \sin^2 x \quad (2)$$

Tady budeme sčítance derivovat samostatně. Začneme u prvního členu.

Jedná se o složenou funkci kosinu a kvadratické funkce. Pro pohodlí je zde budu označovat následovně:

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = \cos x$$

Pak je dosadíme a získáme derivaci prvního sčítance:

$$(f(g))' = f'(g) \times g' = -2 \sin \times \cos$$

Druhý sčítanec zderivujeme podobně:

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = \sin x$$

$$(f(g))' = f'(g) \times g' = 2 \sin \times \cos$$

Teď do výrazu 2 dosadíme tyto derivace:

$$(\cos^2 x + \sin^2 x)' = 2 \sin \times \cos - 2 \sin \times \cos = 0$$

Další zderivujeme druhou odmocninu z x:

$$\sqrt{x} \quad (3)$$

Druhá odmocnina je inverzní funkcí ke kvadratické rovnici  $x^2$ . Proto když označíme  $f(x) = x^2$ , můžeme ji zderivovat:

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Dále zderivujeme přirozenou exponenciální funkci:

$$e^{-3x} \quad (4)$$

Jedná se o složenou funkci, proto označíme:

$$f(x) = e^x$$

$$g(x) = -3x$$

Teď ji zderivujeme:

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \times g'(x) = -3 \times e^{-3x}$$

Jako další máme výraz v podílovém tvaru:

$$\frac{3x^3 + 42x}{7x^2 + 2x} \quad (5)$$

Tento výraz nejprve zjednodušíme:

$$\frac{3x^3 + 42x}{7x^2 + 2x} = \frac{3x^2 + 42}{7x + 2}$$

Pak její členy označíme jako:

$$f(x) = 3x^2 + 42$$

$$g(x) = 7x + 2$$

A zderivujeme:

$$f'(x) = (3x^2 + 42)' = 3(x^2)' = 6x$$

$$g'(x) = (7x + 2)' = 7$$

A pak můžeme derivovat:

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2} = \frac{6x(7x+2) - 7(3x^2+42)}{(7x+2)^2} = \frac{42x^2 + 12x - 21x^2 - 296}{(7x+2)^2} = \frac{21x^2 + 12x - 296}{(7x+2)^2} = \frac{3(7x^2 + 4x - 98)}{(7x+2)^2}$$

Teď musíme získat tvar bez derivací tohoto výrazu:

$$(\sin(5x))'' \quad (6)$$

Při první derivaci využijeme vzorec pro složené funkce a funkci sinus a při druhé ještě pro kosinus:

$$(\sin(5x))' = 5 \sin'(5x) = 5 \cos(5x)$$

$$(\sin(5x))'' = (5 \cos(5x))' = 5(\cos(5x))' = -25 \sin(5x)$$

A jako poslední nám zbývá tento výraz:

$$\ln(\operatorname{tg} x) \quad (7)$$

Pro něj využijeme vzorce pro přirozený logaritmus a tangens z článku a pro složenou funkci:

$$(\ln(\operatorname{tg} x))' = \ln'(\operatorname{tg} x) \times \operatorname{tg}' x = \frac{1}{\operatorname{tg} x} \times \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{1}{\operatorname{tg} x \times \cos^2 x}$$