

I. Limiti Notevoli e Gerarchie ($x \rightarrow 0$ o $x \rightarrow +\infty$)

Funzione / Rapporto	Limite
$\frac{\sin(x)}{x}$	1
$\frac{1-\cos(x)}{x^2}$	1/2
$\frac{e^x-1}{x}$	1
$\frac{\ln(1+x)}{x}$	1
$\frac{b^x-1}{x}$	$\ln(b)$
Gerarchia ($x \rightarrow +\infty$)	$x^x \gg n! \gg b^x \gg x^\alpha \gg \log_b(x)$
Rapporto Gerarchico	$\frac{b^x}{x^\alpha} \rightarrow +\infty \quad (b > 1, \alpha > 0)$

II. Algebra delle Derivate ($f \rightarrow f'$)

Operazione	Formula
Somma / Diff.	$(f \pm g)' = f' \pm g'$
Prodotto	$(f \cdot g)' = f'g + fg'$
Rapporto	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$
Reciproco	$\left(\frac{1}{g}\right)' = -\frac{g'}{g^2}$
Composta	$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$
Inversa	$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$
Retta Tangente	$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

III. Tabella di Conversione: Derivate e Integrali ($f \leftrightarrow f' \leftrightarrow \int f$)

Funzione $f(x)$	Derivata $f'(x)$	Integrale (Primitiva) $\int f(x)dx$
x^n	nx^{n-1}	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$	$-nx^{-n-1}$	$\frac{x^{-n+1}}{-n+1}$
x^α	$\alpha x^{\alpha-1}$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{2}{3}x^{3/2}$
e^x	e^x	e^x
b^x	$(\ln b)b^x$	$\frac{b^x}{\ln b}$
$\ln x $	$1/x$	$x \ln x - x$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\cos(x)$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\sin(x)$
$\tan(x)$	$1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$	$-\ln \cos(x) $
$\arctan(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$	$x \arctan x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2)$
$\arcsin(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$

IV. Taylor, De L'Hôpital e Estremi Locali

Strumento	Formula
Regola L'Hôpital	$\lim \frac{f(x)}{g(x)} = \lim \frac{f'(x)}{g'(x)}$
Polinomio Taylor	$P_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k$
Sviluppo e^x	$e^x \sim 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots$
Sviluppo $\sin(x)$	$\sin(x) \sim x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \dots$
Sviluppo $\cos(x)$	$\cos(x) \sim 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \dots$
Max Locale	$\{f'(x_0) = 0 \wedge f''(x_0) < 0\}$
Min Locale	$\{f'(x_0) = 0 \wedge f''(x_0) > 0\}$

V. Formule per il Calcolo Integrale ($f' \rightarrow f$)

Metodo	Formula
Newton-Leibniz	$\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$
Integraz. Parti	$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$
Sostituzione	$\int_c^d f(h(t))h'(t)dt = \int_{h(c)}^{h(d)} f(x)dx$
Simmetria Dis	$\int_{-c}^c f_{dispari}(x)dx = 0$
Simmetria Par	$\int_{-c}^c f_{pari}(x)dx = 2 \int_0^c f(x)dx$
Fratti Semplici	$\frac{1}{(x-x_1)(x-x_2)} = \frac{D_1}{x-x_1} + \frac{D_2}{x-x_2}$
Composta Exp	$\int_a^b e^{h(x)}h'(x)dx = e^{h(b)} - e^{h(a)}$

VI. Studio di una Funzione: Passi Fondamentali

1. **Dominio e Continuità:** Determinare l'insieme di definizione A e verificare se $f \in C(A)$ (continuità su tutto il dominio) .
2. **Limiti agli Estremi ($A \infty$):** Individuare i punti di accumulazione che non appartengono al dominio ($x_0 \in A \infty$, inclusi $\pm\infty$) e calcolare i limiti per determinare il comportamento della funzione e gli eventuali asintoti .
3. **Calcolo della Derivata Prima:** Determinare l'insieme A dei punti in cui la funzione è derivabile e calcolare $f'(x)$.
4. **Si disegna il grafico**

Buon Lavoro!