第 2 章 运算方法和运算器

主要内容：

- 数据与文字的表示方法
- 定点的加、减法运算
- 定点的乘法运算
- 定点的除法运算
- 定点的运算器的组成
- 浮点运算方法和浮点运算器

2.6 浮点运算方法和浮点运算器

2.6.1 浮点加、减法运算

两个浮点数：$X=M_X*2^{Ex}$，$Y=M_Y*2^{Ey}$

- 浮点加减运算规则流程：

① 0操作数的检查；

判断小数点位置是否对齐

② 比较阶码大小并完成对阶；

- 由减法实现
- 提升小的阶码，尾数相应右移变小

③ 尾数进行加或减运算；

- 采用补码运算，变减为加
- 若有溢出，先原样保留

④ 结果规格化（补码为：0.1xxx或1.0xxx）

- 尾数计算结果未溢出、规格化

  无需处理

- 尾数计算结果未溢出，但非规格化

  尾数左移以满足规格化要求，阶码做减。

  左规

- 尾数计算结果溢出

  尾数右移至不溢出、满足规格化要求，阶码做加。

  右规

Tip： 机器中用符号位和尾数部分最高位相异或，判断是否满足规格化要求

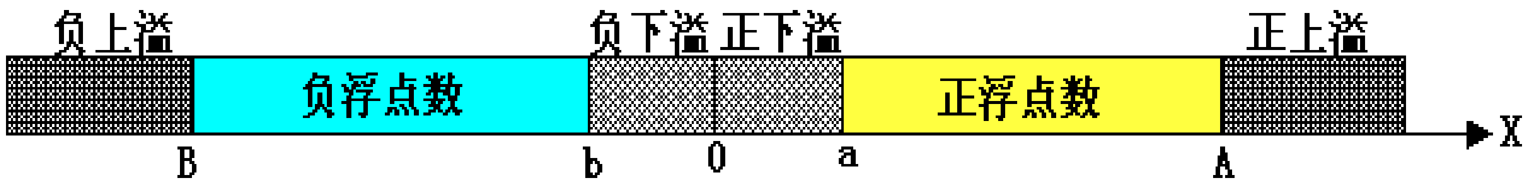
⑤ 舍入处理。

将移位导致尾数部分的多余位数舍去

- 0舍1入法
- 末位恒1法。
- IEEE754标准：就近舍入、朝0舍入、朝+∞舍入、朝-∞舍入

⑥ 溢出处理

- 阶码上溢：超出最大正数，认为为+∞或-∞数。
- 阶码下溢：超出最小负数，认为为数据0。



A—最大正数　　a—最小正数
B—最小负数　　b—最大负数

尾数部分的溢出，不一定是真正的溢出！
阶码溢出才是真正的溢出

例22 设 $x=2^{010}\times 0.11011011$,

$y=2^{100}\times(-0.10101100)$,求 $x+y$。

设阶码和尾数均用补码表示，阶码采用双符号位，字长5位；尾数单符号位，字长9位。

$[x]_{浮}=00\ 010,\qquad 0.11011011$

$[y]_{浮}=00\ 100,\qquad 1.01010100$

<1> 对阶

$\triangle E=Ex\text{-}Ey=[Ex]_{补}+[-Ey]_{补}=00010+11100=11\ 110$

$\triangle E=-2$, x 的阶码小, Mx右移两位,Ex加2,

$[x]_{浮}=00\ 100,0.00110110(11)$

<2> 尾数求和

$0.00110110(11)+1.01010100=1.10001010(11)$

例22 设 $x=2^{010}\times 0.11011011$,

$$y=2^{100}\times(-0.10101100)$$,求 $x+y$。

设阶码和尾数均用补码表示，阶码采用双符号位，字长5位；尾数单符号位，字长9位。

<3>规格化处理

- 尾数非规格化，左规处理后：1.00010101(10),阶码为 00 011。

<4>舍入处理

- 采用0舍1入法处理,：1.00010110

<5>溢出判断

- 阶码符号位为00,不溢出。
- 结果为： $x+y=2^{011}\times(-0.11101010)$

练习：设 $x = 2^{-011} \times 0.100101$,

$y = 2^{-101} \times (-0.011110)$,求 $x - y$。

设阶码和尾数均用变形补码表示，阶码字长5位；尾数双符号位，字长8位。采用0舍1入法处理计算结果。

2.6.3 浮点运算流水线

- 流水线工作原理：计算机将输入的任务分割为一系列的子任务,使各子任务能在流水线的各个阶段并发地执行。采用流水线处理是提高计算机的性能的主要技术之一。

生活中的流水线

食堂仅一个窗口：点餐→结算→打包

串行，排长队等待

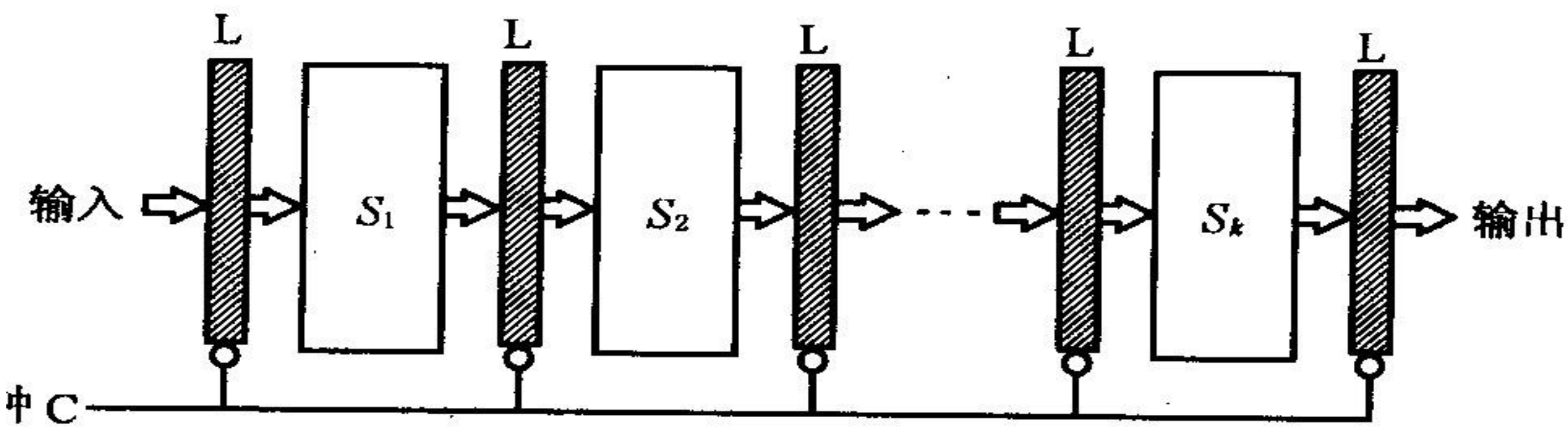
↓

拆分为多个功能不同的窗口：点餐、结算、打包

缩短等待时间

- **线性流水线**：若作业T被分成k个子任务，即T＝{T1,T2,…,Tk}，各个子任务之间有一定的优先关系：若i<j,则必须在Ti完成以后,Tj才能开始工作。具有这种线性优先关系的流水线称为线性流水线。

- **S：过程段　　L：缓冲寄存器**



- 主要参数：
  - 时钟周期：$\tau = \max\{\tau_i\} + \tau_l = \tau_m + \tau_l$
  - 流水线处理频率：$f = 1/\tau$。
  - 线性流水线的加速比：
    - 线性流水线中一个具有k 级过程段的流水线处理 n 个任务需要的时钟周期数为：$T_k = k + (n-1)$
    - 非流水线处理n个任务的时间为：$T_L = n \cdot k$
    - 则加速比为：$$C_k = \frac{T_l}{T_k} = \frac{n \bullet k}{k + (n-1)}$$
    - （当n>>k时，=k）
    - 浮点数运算器结构常采用流水线方式，提高效率。
  - 如浮点加减法可分成0操作数检查、对阶、尾数操作、格式化和舍入处理4个子任务完成。

注意：

◆当流水线中各子段处理时间相同时，有

$$C_k = \frac{T_l}{T_k} = \frac{n \bullet k}{k + (n-1)}$$

◆当流水线中各子段处理时间不同时，加速比可看做进入稳定工作状态后，非流水线和流水线处理1个任务的时间比。

$$C_k = \frac{\sum_{i=0}^{k} \tau_i}{\max\{\tau_i\} + \tau_l}$$

例24 设有一个4级流水浮点加法器每个过程段所需的时间为：0操作数检查 $\tau_1 = 70ns$，对阶 $\tau_2 = 60ns$，相加 $\tau_3 = 90ns$，规格化 $\tau_4 = 80ns$，缓冲寄存器L的延时为 $t_1 = 10ns$，求(1) 4级流水线加法器的加速比为多少？(2)如果每个过程段的时间相同，即都为75ns，(包括缓冲寄存器时间)，加速比是多少？

[解:]

(1)加法器的流水线时钟周期为

$$\tau = 90ns + 10ns = 100ns$$

采用非流水线方式，则浮点加法所需的时间为

$$\tau 1 + \tau 2 + \tau 3 + \tau 4 = 300ns$$

则4级流水线加法器的加速比为

$$Ck = 300/100 = 3$$

(2) 当每个过程段的时间都是75ns时，加速比为

$$Ck = 300/75 = 4$$