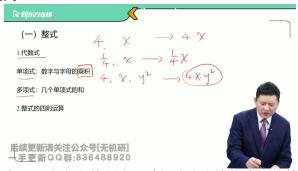


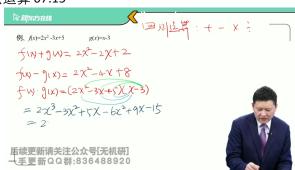
1. 代数式 01:14

1) 整式 01:23

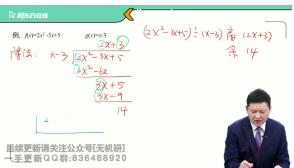
- 整式的分类 01:47
  - o 单项式 01:57
    - **定义**:由数字与字母的乘积构成的代数式,又称为一项。
    - **构成特点**:以乘号为连接符号,无论包含多少个字母相乘都视为一个整体。
    - 示例:
      - $4 \times x \stackrel{1}{=} \frac{1}{4}x$
      - $4xy^2$  (数字4与字母x、 $y^2$ 的乘积)
    - 特殊形式:单独的数字(如4)或字母(如x)也属于单项式。
  - o 多项式 03:01



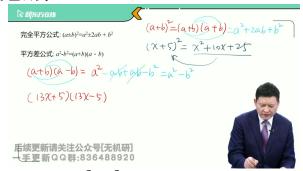
- **定义**:由多个单项式通过加减法连接构成的代数式。
- **构成特点**:加减号作为分隔符,每个单项式称为一项。
- 示例:
  - 二项式: 4*xy*<sup>2</sup> 6*y*
  - 三项式: *a*<sup>2</sup> + 2*ab* + *b*<sup>2</sup>
- **注意事项**:多项式中的单项式可以包含负系数(如 6y)。
- 整式的四则运算 04:04
  - o 加减运算 05:42
    - 核心方法: 合并同类项(字母部分完全相同的项)。
    - 运算规则:
      - 加法:  $f(x) + g(x) = 2x^2 2x + 2$
      - 减法:  $f(x) g(x) = 2x^2 4x + 8$
    - 技巧: 竖式对齐同类项, 系数相加减, 字母部分保持不变。
  - o 乘法运算 07:15



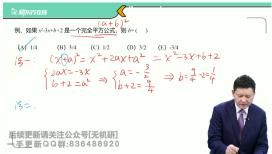
- **展开方法**:分配律逐项相乘。
- 关键规律:
  - 最高次项=各多项式最高次项相乘(如 $2x^2 \times x = 2x^3$ )
  - 常数项=各常数项相乘(如5×(-3)=-15)
- 示例:  $(2x^2 3x + 5)(x 3) = 2x^3 9x^2 + 14x 15$
- o 除法运算 10:11



- 竖式除法步骤:
  - 用被除式最高次项除以除式最高次项得商的首项
  - 用商乘整个除式,与被除式相减
  - 重复直到余式次数低于除式
- 短除法适用条件:
  - 除式为一次式
  - 字母系数为1 (如x-3适用, 2x-3不适用)
- **示例**:  $(2x^2 3x + 5) \div (x 3)$ 商2x + 3余14
- 平方公式 15:54
  - 完全平方公式
    - 展开式:
      - $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
      - $(a-b)^2 = a^2 2ab + b^2$
    - 记忆口诀: 首平方, 尾平方, 二倍乘积在中央。
    - **逆用技巧**: 识别三项式是否可配方  $( dx^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2 )$
  - 平方差公式 17:17 0

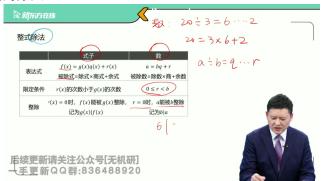


- 公式形式:  $a^2 b^2 = (a + b)(a b)$
- 证明过程:  $(a+b)(a-b) = a^2 ab + ab b^2 = a^2 b^2$
- 应用示例:  $(13x + 5)(13x 5) = 169x^2 25$
- 应用案例 18:44 0
  - 例题:求b值

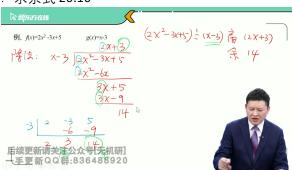


- 解题方法一 (待定系数法)
  - 设 $x^2 3x + b + 2 = (x + a)^2$

- o 展开得 $x^2 + 2ax + a^2$
- o 对比系数得2a = -3,  $b + 2 = a^2$
- 解得 $a = -\frac{3}{2}$ ,  $b = \frac{1}{4}$
- 解题方法二(配方法):
  - 完全平方式常数项=一次项系数一半的平方
  - $0 \quad b+2=(\frac{-3}{2})^2=\frac{9}{4}$
  - $\circ \quad \text{ $\mathbb{R}$} = \frac{1}{4}$
- <u>1</u> ▶ 答案: A选项(<u>4</u>)
- 整式的除法 22:38



- 基本表达式: f(x) = g(x)q(x) + r(x), 类比数的除法a = bq + r
- 对应关系:
  - 被除式 $f(x) \leftrightarrow$  被除数a
  - 除式*g(x)* ↔ 除数*b*
  - 商式q(x)↔ 商q
  - 余式r(x) ↔ 余数r
- 限定条件:
  - 余式次数必须小于除式次数
  - 余数范围: 0≤r<b/>
    b
- 整除概念:
  - 当r(x) = 0时,f(x)能被g(x)整除,记为 $g(x) \mid f(x)$
  - 数的整除同理,如6|18
- o 例题: 求余式 26:16



- 示例分析:
  - 以 $(2x^2 3x + 5) \div (x 3)$ 为例
  - 余式为常数14,满足次数低于除式(一次式)
  - 验证:  $2x^2 3x + 5 = (x 3)(2x + 3) + 14$

**全新新安** 

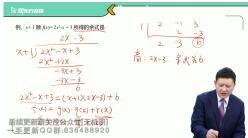
例、x+1除f(x)=2x²-x+3,所得的余式是



后续更新请关注公众号[无机研] 一手更新QQ群:836488920

# ■ 题目解析:

- $\bar{x} f(x) = 2x^2 x + 3$  k
- 解法1 (完整除法):
  - o 商式: 2x-3
  - o 余式: 6
    - 验证:  $2x^2 x + 3 = (x + 1)(2x 3) + 6$
- 解法2 (短除法):
  - o 系数排列: 2-13
  - o 运算步骤:
    - 首项2直接落下
    - 1×2=2, -1-2=-3
    - 1×(-3)=-3, 3-(-3)=6
  - o 余式即为最后结果6
- 解法3(余式定理):
  - 令除式x + 1 = 0得x = -1
  - 计算f(-1)=2(-1)<sup>2</sup>-(-1)+3=6
- 关键点:
  - o 三种方法结果一致验证正确性
  - o 当仅需求余式时,余式定理最高效
  - o 短除法要求除式首项系数为1



#### 。 ■ **运算要点**:

● 缺项处理:必须用0补齐缺失项系数

● 结果验证:可通过乘法展开验证等式成立

● 特殊情况: 余式为0时即为整除情况

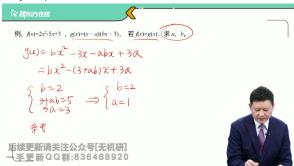
#### ■ 注意事项:

- 余式次数必须严格小于除式次数
- 短除法仅适用于除式为一次且首项系数为1的情况
- 完整除法是通用方法,但计算量较大
- 实际解题应根据题目要求选择合适方法
- 整式的恒等 32:02



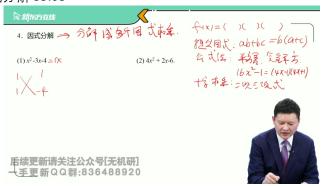
- o **核心定理**: 两多项式相等当且仅当对应项的系数相等("门当户对"原则)
- o **应用场景**: 常用于求未知参数值,需将多项式展开为标准形式后对比系数
- o 例题: 求ab值 32:30

0



- 题目解析
  - **展开步骤**: 将g(x) = (x a)(bx 3)展开为 $bx^2 (3 + ab)x + 3a$ 的标准形式
  - 系数对比:
    - o 二次项: b = 2
    - 一次项: 3+ab=5→代入b=2得a=1
    - o 常数项: 3a = 3→ 验证a = 1的正确性
  - 答案: a = 1, b = 2
  - ▶ 技巧:展开后按x的降幂排列,确保系数对应关系清晰
- 因式分解 35:08

0



- o **本质**:将多项式分解为多个因式相乘的形式
- o **重要性**:解方程、不等式、化简的基础工具
- o 提公因式法 36:07
  - 操作要点:
    - 寻找各项的最大公因式 (系数取最大公约数,字母取最低次幂)
    - 示例: ab + bc = b(a + c)中提取公共因子b
  - **注意事项**:需检查分解后括号内是否还能继续分解
- o 公式法 36:35

#### ■ 常用公式:

• 平方差公式:  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ 

完全平方公式:  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 

■ **识别特征**:多项式项数、次数与公式结构匹配

# o 十字相乘法 37:22



■ **适用范围**: 二次三项式 $ax^2 + bx + c$ 的分解

#### ■ 操作步骤:

◆ 分解二次项系数: a = a<sub>1</sub> × a<sub>2</sub>

● 分解常数项:  $c = c_1 \times c_2$ 

验证交叉积和: a<sub>1</sub>c<sub>2</sub> + a<sub>2</sub>c<sub>1</sub> = b

● 横向组合结果:  $(a_1x + c_1)(a_2x + c_2)$ 

### ■ 典型示例:

•  $x^2 - 3x - 4 \rightarrow (x+1)(x-4)$ 

4x² + 2x - 6→ 两种分解方式:

○ (x-1)(4x+6) 可提取公因数简化为2(2x+3)(x-1)

o (2x+3)(2x-2)→可提取公因数简化为2(2x+3)(x-1)

•  $x^2 + 2xy - 15y^2 \rightarrow (x - 3y)(x + 5y)$  (含双变量处理)

# ■ 技巧:

- 当a≠1时需尝试不同拆分组合
- 含双变量时将y视为常数处理
- 最终需验证分解结果的乘积是否等于原式

#### 二、知识小结

知识点	核心内容	考试重点/易 混淆点	难度系数
代数概念	用符号代替数字的运 算,涉及 xyz/ABC/mnk等变量 符号	符号抽象性 导致粗心错 误	***
整式与分式	整式(单项式/多项 式)与分式的区分标 准	<b>分式判定关</b> 键:分母含 未知量	***
多项式运算	四则运算规则(加减乘除),重点掌握 <b>竖</b> <b>式除法</b> 和 <b>短除法</b>	短除法适用 条件:除式 为一次且x系 数=1	****
乘法公式	完全平方公式: (a±b) ²=a²±2ab+b²; 平方差	公式逆用技 巧(如169x²-	***

	公式: a²-b²=(a+b)(a-	25→(13x)²-	
	b)	5 <sup>2</sup> )	
因式分解	三大方法: 1. 提公因	十字相乘验	<b>★★★★☆</b>
	式法; 2. 公式法(平方	证标准: 交	
	差/完全平方);3.十	叉积和=中间	
	字相乘法 (重点)	项系数	
整式恒等	多项式相等的充要条	含参多项式	***
	件:对应项系数相等	展开后的系	
	(门当户对原则)	数对比	
余式定理	f(x)÷(x-a)的余式=f(a)	与数的除法	****
		类比: 余式	
		次数 < 除式	
		次数	