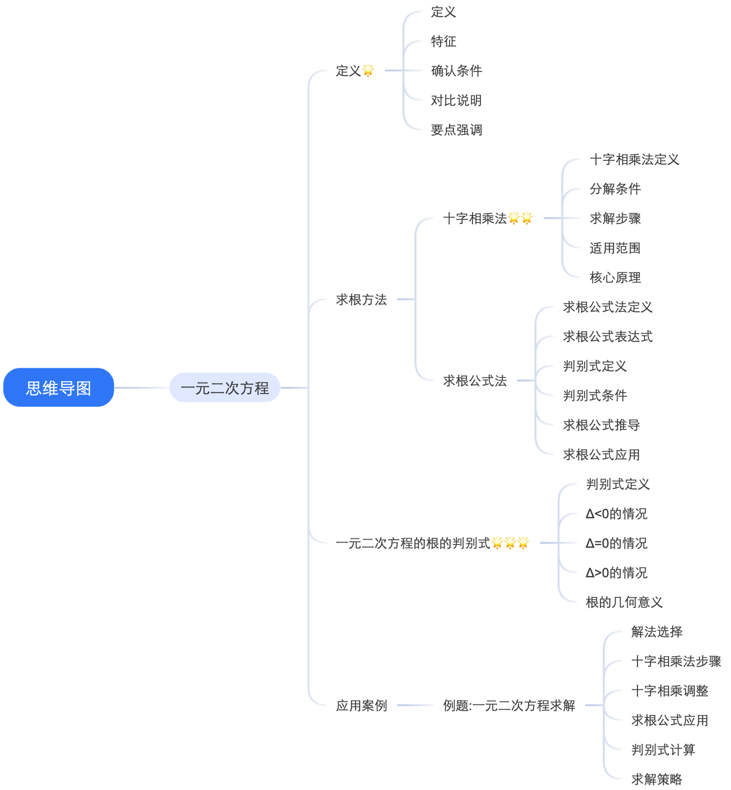


一、一元二次方程 *00:00*

1. 定义 00:03

- **标准形式**: 形如$ax^2+bx+c=0$的方程，其中a为二次项系数，b为一次项系数，c为常数项
- **三大特征**:
  - 只含有一个未知数（如出现$ax^2+by+c=0$则不符合）
  - 未知数最高次数为2（三次及以上不成立）
  - 必须是整式方程（不能含分式如x^{-1}项）

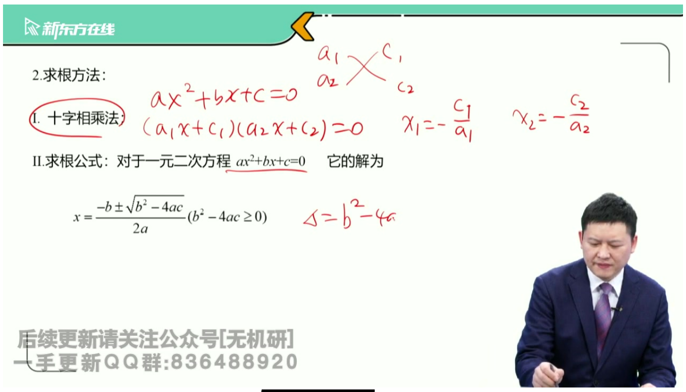
2. 求根方法 01:00

1）十字相乘法 01:03

- **适用条件**: 当方程ax^2+bx+c可分解为$(a_1x+c_1)(a_2x+c_2)=0$形式时
- **求解步骤**:
  - 验证$a_1a_2=a$，$c_1c_2=c$，且$a_1c_2+a_2c_1=b$
  - 令各因式为零，得$x_1=-\dfrac{c_1}{a_1}$，$x_2=-\dfrac{c_2}{a_2}$

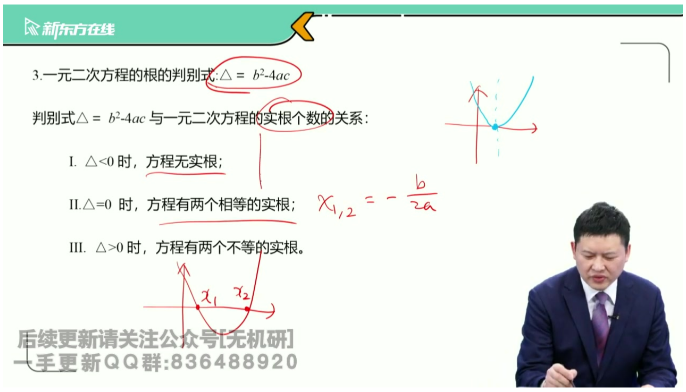
- **优势**: 计算简便，适用于整数根情况

2）求根公式法 02:02

- 

- **通用公式**:$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$（需满足$b^2 - 4ac \geq 0$）
- **判别式**:$\Delta = b^2 - 4ac$，决定方程实数根的存在性
- **应用场景**: 当十字相乘法难以分解时使用

3. 根的判别式 02:42

- 

- $\Delta < 0$: 无实数根（抛物线不与x轴相交）
- $\Delta = 0$: 两相等实根$x_{1,2} = -\dfrac{b}{2a}$（抛物线与x轴相切）
- $\Delta > 0$: 两不等实根（抛物线与x轴有两个交点）
- **记忆要点**: 判别式值对应抛物线与x轴的交点数量

4. 应用案例 04:13

1）例题:一元二次方程求解

- **解法选择**:
  - 优先尝试十字相乘法（如$x^2 + 3x + 2 = 0$分解为$(x + 1)(x + 2) = 0$）
  - 无法分解时使用求根公式（如$x^2 + 3x + 1 = 0$）
- **计算技巧**:
  - 先计算判别式Δ值
  - 根据Δ结果选择后续解法
  - 注意负号和分数运算的准确性
- **易错警示**:
  - $\Delta = 0$时仍有两个实根（重根）
  - 分式方程需先转化为整式再判断

二、知识小结

知识点	核心内容	考试重点/易混淆点	难度系数
一元二次方程定义	**基本形式**：$ax^2+bx+c=0$；**组成要素**：a(二次项系数)、b(一次项系数)、c(常数项)	必须满足：1. **单未知数**；2. **最高次数为2**；3. **整式方程**	★★
十字相乘法	**分解条件**：满足$a1c2+a2c1=b$;**求根公式**：$x_1=-c_1/a_1$, $x_2=-c_2/a_2$	易错点：- 符号处理；- 系数分配合理性验证	★★★
求根公式法	通用解法：$x=[-b\pm\sqrt{(b^2-4ac)}]/2a$; **判别式**$\Delta=b^2-4ac$	关键记忆：- $\Delta>0$：两不等实根; - $\Delta=0$：两相等实根; - $\Delta<0$：无实根	★★★★
根与图像关系	**抛物线交点对应**：- $\Delta>0$：两个交点；- $\Delta=0$：顶点接触；- $\Delta<0$：无交点	易混淆：$\Delta=0$时仍算**两个重根**	★★★
例题解析	**方法选择优先级**：1. 优先尝试十字相乘；2. 复杂情况用求根公式；**示例**：$x^2+3x+2=0\rightarrow(x+1)(x+2)=0$	典型错误：- 忽略Δ验证；- 分式方程误判	★★★★