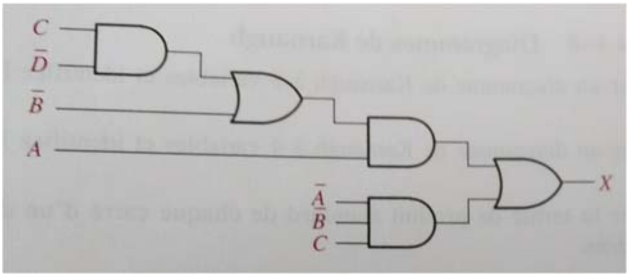
Séquence 2 : Exercices

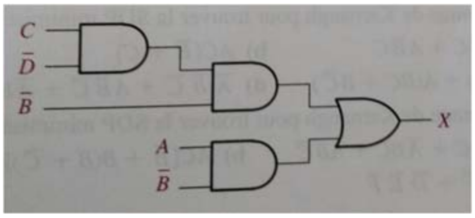
★ Seq2.Exercice 1 : Représentation - Logigramme

1. Ecrivez l'expression booléenne de chacun des circuits de la figure Exo1.1.

Figure Exo1.1



$X = (C\bar{D} + \bar{B}).A + \bar{A}BC$



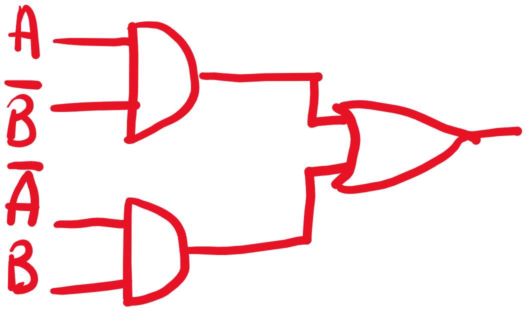
$X = C\bar{D}\bar{B} + A\bar{B}$

2. Dessinez le circuit logique représenté par chaque expression :

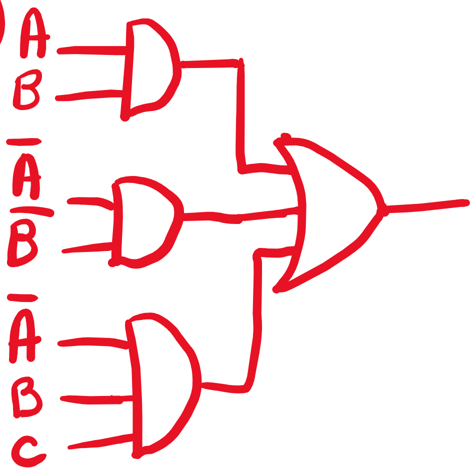
a) $A\bar{B} + \bar{A}B$ b) $AB + \bar{A}.\bar{B} + \bar{A}BC$

c) $\bar{A}B(C + \bar{D})$ d) $A + B[C + D(B + \bar{C})]$

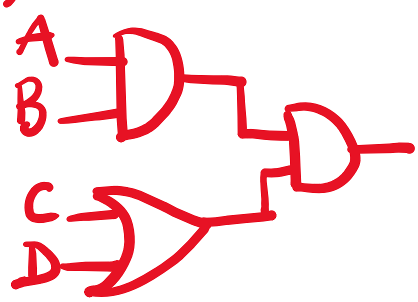
a)



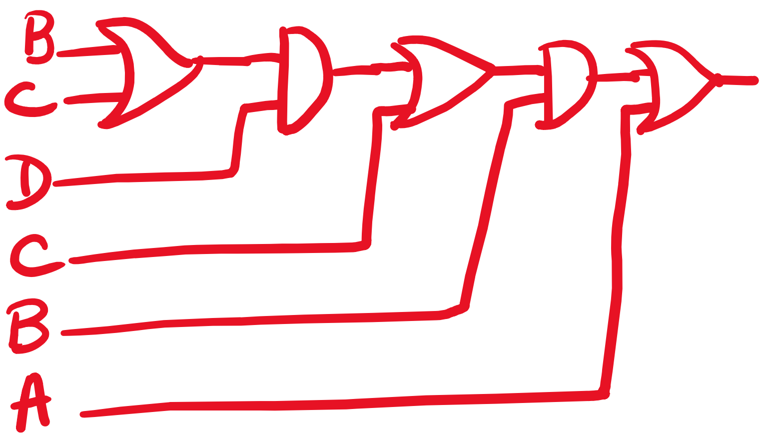
b)



c)



d)



★ Seq2.Exercice 2 : Représentation – Table de vérité

1. Développez une table de vérité pour chacune des expressions de Somme De Produits (SDP) standard suivantes :

   a) $A\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + ABC$
   b) $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z} + \bar{X}\bar{Y}Z + XY\bar{Z} + X\bar{Y}Z + \bar{X}YZ$
   c) $\bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$

a)

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

b)

X	Y	Z	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

c)

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

2. Pour chacune des tables de vérité ci-dessous, donner la forme canonique Somme De Produits standard, et la forme canonique Produit De Sommes standard :

A	B	C	F1
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

A	B	C	F2
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

A	B	C	D	F3
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

A	B	C	D	F4
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Sommes de produits :

$$F_1 = \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$$

$$F_2 = A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

$$F_3 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + AB\bar{C}\bar{D}$$

$$F_4 = \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BCD + A\bar{B}CD + AB\bar{C}\bar{D} + ABCD$$

Produits de sommes :

A	B	C	F1
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

A	B	C	F2
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

A	B	C	D	F3
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

A	B	C	D	F4
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

$F_1=(A+B+C)(A+\bar{B}+C)(A+\bar{B}+\bar{C})(\bar{A}+\bar{B}+C)$

$F_2=(A+B+C)(A+B+\bar{C})(A+\bar{B}+C)(A+\bar{B}+\bar{C})(\bar{A}+B+C)$

$F_3=(A+B+\bar{C}+D)(A+\bar{B}+C+D)(A+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D})(\bar{A}+B+C+D)$
$(\bar{A}+B+\bar{C}+D)(\bar{A}+B+\bar{C}+\bar{D})(\bar{A}+\bar{B}+C+\bar{D})$
$(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+D)(A+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D})$

$F_4=(A+B+C+D)(A+B+C+\bar{D})(A+B+\bar{C}+\bar{D})(A+\bar{B}+\bar{C}+D)\,\bar{A}+B+C+$
$(\bar{A}+B+C+\bar{D})(\bar{A}+B+\bar{C}+D)(\bar{A}+\bar{B}+C+\bar{D})(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+D)$

★★ Seq2.Exercice 3 : Représentation – Forme canonique

1. Convertissez les expressions suivantes sous la forme canonique somme de produits (SDP) :
   a) $(A+B)(C+\bar{B})$
   b) $(A+\bar{B}C)C$
   c) $(A+C)(AB+AC)$
   d) $AB+CD(A\bar{B}+CD)$
   e) $AB(\bar{B}\bar{C}+BD)$

f) $A + B[AC + (B + \bar{C})D]$

a) $F = AC + BC + A\bar{B} = AC(B+\bar{B}) + BC(A+\bar{A}) + A\bar{B}(C+\bar{C})$

$= ABC + A\bar{B}C + \cancel{ABC} + \bar{A}BC + \cancel{A\bar{B}C} + A\bar{B}\bar{C}$

$= ABC + A\bar{B}C + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C}$

b) $F = AC + \bar{B}C = AC(B+\bar{B}) + \bar{B}C(A+\bar{A})$

$= ABC + A\bar{B}C + A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C$

$= ABC + A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C$

c) $F = AB + ABC + AC + AC$

$= AB(C+\bar{C}) + ABC + AC(B+\bar{B})$

$= ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C$

d) $F = AB(C+\bar{C})(D+\bar{D}) + CDA\bar{B} + CD(A+\bar{A})(B+\bar{B})$

$= (ABC + AB\bar{C})(D+\bar{D}) + A\bar{B}CD + (CDA + CD\bar{A})(B+\bar{B})$

$= ABCD + ABC\bar{D} + AB\bar{C}D + AB\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}CD$
$+ \bar{A}BCD + \bar{A}\bar{B}CD$

e) $F = ABD$

$= ABD(C+\bar{C}) = ABCD + AB\bar{C}D$

f) $F = A + B[AC + BD + \bar{C}D]$

$= A + \cancel{ABC} + BD + \cancel{B\bar{C}D}$

$= A + BD = A(B+\bar{B})(C+\bar{C})(D+\bar{D})$
$+ BD(A+\bar{A})(C+\bar{C})$

$= (AB + A\bar{B})(C+\bar{C})(D+\bar{D})$
$+ BD(AC + \bar{A}C + A\bar{C} + \bar{A}\bar{C})$

$= (AB + A\bar{B})(CD + C\bar{D} + \bar{C}D + \bar{C}\bar{D})$

$+ BDAC + BD\bar{A}C + BDA\bar{C} + BD\bar{A}\bar{C}$

$= ABCD + ABC\bar{D} + AB\bar{C}D + AB\bar{C}\bar{D}$

$+ A\bar{B}CD + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$

$+ \bar{A}BCD + \bar{A}B\bar{C}D$

2. Donner la table de vérité de la fonction suivante, puis l'écrire sous les 2 formes canoniques, « somme de produits » et « produit de sommes ». Attention chaque terme doit être un minterme ou un maxterme.

$$F = xy + xz + yz$$

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$F = \bar{x}yz + x\bar{y}z + xy\bar{z} + xyz$

$F = (x+y+z)(x+y+\bar{z})(x+\bar{y}+z)(\bar{x}+y+z)$

★★ Seq2.Exercice 4 : Représentation – Forme canonique

Établir les tables de vérité des fonctions suivantes, puis les écrire sous les deux formes canoniques :

1. $F_1 = XY + YZ + XZ$
2. $F_2 = X + YZ + \overline{Y}\,\overline{Z}\,T$
3. $F_3 = (X + Y)(\overline{X} + Y + Z)$
4. $F_4 = (\overline{X} + \overline{Z})(X + \overline{T} + Z)Y\overline{Z}$
5. $F_5 = (\overline{X}Y + X\overline{Y})\overline{Z} + (\overline{X}\,\overline{Y} + XY)Z$
6. $F_6 = \overline{X} + YZ$
7. $F_7 = \overline{X}\,\overline{Y}Z + X\overline{Y}Z + X\overline{Y}\,\overline{Z} + XY\overline{Z} + XYZ$
8. $F_8 = (\overline{X} + \overline{Y} + Z)(X + \overline{Y} + Z)(X + \overline{Y} + \overline{Z})(X + Y + \overline{Z})(X + Y + Z)$

F_1 :

x	y	z	F_1
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$F_1 = \bar{x}yz + x\bar{y}z + xy\bar{z} + xyz$$

$$F_1 = (x+y+z)(x+y+\bar{z})(x+\bar{y}+z)(\bar{x}+y+z)$$

F_2 :

x	y	z	T	F_2
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

$$F_2 = \bar{x}\bar{y}\bar{z}T + \bar{x}yz\bar{T} + \bar{x}yzT$$
$$+ x\bar{y}\bar{z}\bar{T} + x\bar{y}\bar{z}T + x\bar{y}z\bar{T}$$
$$+ x\bar{y}zT + xy\bar{z}\bar{T} + xy\bar{z}T$$
$$+ xyz\bar{T} + xyzT$$

$$F_2 = (x+y+z+T)(x+y+\bar{z}+T)$$
$$(x+\bar{y}+z+T)(x+\bar{y}+z+\bar{T})$$
$$(x+y+\bar{z}\bar{T})$$

... etc

★ Seq2.Exercice 5 : Représentation fonctions complètes

1. Représentez chacune des fonctions suivantes comme une liste de poids, après avoir affecté à chaque variable un poids que vous préciserez :

   a) $F1 = a\bar{b}cd + ab\bar{c}d + \bar{a}\bar{b}cd + \bar{a}b\bar{c}d + a\bar{b}\bar{c}\bar{d} + abcd$
   b) $F2 = \bar{x}\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z + \bar{x}yz + xzy$
   c) $F3 = p\bar{q}rs\bar{t} + \bar{p}q\bar{r}st + pq\bar{r}\bar{s}\bar{t} + \bar{p}qrst + p\bar{q}rs\bar{t} + \bar{p}\bar{q}rs\bar{t} + pqrst$

a) Poids : $a \rightarrow 2^3$
$b \rightarrow 2^2$
$c \rightarrow 2^1$
$d \rightarrow 2^0$

$F_1 = 1$ pour $(11, 13, 3, 5, 8, 15)$
ou encore :
$F1 = (11, 13, 3, 5, 8, 15)$

b) Poids : $x \rightarrow 2^2$
$y \rightarrow 2^1$
$z \rightarrow 2^0$

$F_2 = (0, 5, 3, 7)$

c) Poids : $p \rightarrow 2^4$
$q \rightarrow 2^3$
$r \rightarrow 2^2$
$s \rightarrow 2^1$
$t \rightarrow 2^0$

$F_3 = (22, 11, 24, 15, 6, 31)$

2. Donnez la forme canonique somme de produit (SDP) des fonctions complètes suivantes :

   a) $F1(a, b, c) = 1\ pour\ (0, 2, 5, 6)$. Les poids respectifs des variables sont 1 pour c, 2 pour b et 4 pour a.

$F_1 = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}c + ab\bar{c}$

b) $F2(x,y,z,t) = 1\ pour\ (1,3,4,7,10,13,14)$. Les poids respectifs des variables sont 1 pour t, 2 pour z et 4 pour y et 8 pour x.

$F_2 = \bar{x}\bar{y}\bar{z}t + \bar{x}\bar{y}zt + \bar{x}y\bar{z}\bar{t} + \bar{x}yzt + x\bar{y}z\bar{t} + xy\bar{z}t + xyz\bar{t}$

★ Seq2.Exercice 6 : Représentation fonctions incomplètes

1. Représentez chacune des fonctions suivantes, incomplètement définies, comme une liste de poids, après avoir affecté à chaque variable un poids que vous préciserez.

A	B	C	F1
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	X
1	0	0	1
1	0	1	X
1	1	0	0
1	1	1	1

A	B	C	F2
0	0	0	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	1	0	1
1	1	1	1

A	B	C	D	F3
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	X
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	X
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	X
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	X
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

A	B	C	D	F4
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Pour F_1, F_2 :

$A \to 4$
$B \to 2$
$C \to 1$

Pour F_3, F_4 :

$A \to 8$
$B \to 4$
$C \to 2$
$D \to 1$

$\begin{cases} F_1 = 1 \text{ pour } (1,4,7) \\ F_1 = X \text{ par } (3,5) \end{cases}$ $\begin{cases} F_2 = 1 \text{ par } (6,7) \\ F_2 = X \text{ par } (1,5) \end{cases}$

$\begin{cases} F_3 = 1 \text{ par } (1,3,4,6,9,13,15) \\ F_3 = X \text{ pour } (2,5,8,12) \end{cases}$

$\begin{cases} F_4 = 1 \text{ pour } (4,5,7,11,15) \\ F_4 = X \text{ par } (1,2,8,12,14) \end{cases}$

★ Seq2.Exercice 7 : Représentation fonctions incomplètes

Donnez la table de vérité des fonctions suivantes, incomplètement définies :

a) $F1(a, b, c) = 1\ pour\ (0, 2, 5, 6)\ et\ F1 = X\ pour\ (1{,}3) et\ F1 = 0\ sinon.$
La variable a possède le poids fort.

a	b	c	F_1
0	0	0	1
0	0	1	X
0	1	0	1
0	1	1	X
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

b) $F2(x, y, z, t) = 1\ pour\ (1{,}5{,}7{,}8{,}13{,}15)\ et\ F2 = X\ pour\ (2{,}6{,}14) et\ F2 = 0\ sinon.$
La variable x possède le poids fort.

x	y	z	t	F_2
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	X
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	X
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	X
1	1	1	1	1

★★ Seq2.Exercice 8 : Simplification – Méthode algébrique

En utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole, simplifier les fonctions suivantes :

a) $F1 = a(a + b)$

$F_1 = a + ab = a(1 + b) = a$

b) $F2 = (a + b)(\bar{a} + b)$

$F_2 = \cancel{a\bar{a}} + b\bar{a} + ab + b = b(\bar{a} + a + 1) = b$

c) $F3 = ab + \bar{c} + c(\bar{a} + \bar{b})$

d) $F4 = (x\bar{y} + z)(x + \bar{y})z$

e) $F5 = (x + y)z + \bar{x}(\bar{y} + z) + \bar{y}$

f) $F6 = (a + b + c)(\bar{a} + b + c) + ab + bc$

g) $F7 = a + abc + \bar{a}bc + \bar{a}b + ad + a\bar{d}$

h) $F8 = a + \bar{a}b + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}e$

i) $F9 = (a + b)(a + bc) + \bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{c}$

$F_1 = a$	$F_4 = (x + \bar{y}).z$	$F_7 = a + b$
$F_2 = b$	$F_5 = (\bar{y} + z)$	$F_8 = a + b + c + d + e$
$F_3 = 1$	$F_6 = b + c$	$F_9 = 1$

★★ Seq2.Exercice 9 : Simplification – Méthode algébrique

En utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole, simplifier les fonctions suivantes :

a) $F1 = \bar{a}bc + ac + (a + b)\bar{c}$

b) $F2 = bc + ac + ab + b$

c) $F3 = (a\bar{b} + c)(a + \bar{b})c$

d) $F4 = (ac + b\bar{c})(\bar{a} + \bar{c})b$

e) $F5 = (a\bar{b} + \bar{a}b)(ab + \bar{a}\bar{b})$

f) $F6 = abc + ab\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}bc$

g) $F7 = \bar{a}b(\bar{c}\bar{d} + \bar{c}d) + ab(\bar{c}\bar{d} + \bar{c}d) + a\bar{b}\bar{c}d$

h) $F8 = (a + b + c)(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c})(a + \bar{b} + c)$

$F_1 = a + b$	$F_4 = b\bar{c}$
$F_2 = b + a.c$	$F_5 = 0$
$F_3 = ac + \bar{b}c$	$F_6 = b$

$F_7 = b(\bar{c}\bar{d} + \bar{c}d) + a\bar{b}\bar{c}d$
$= b\bar{c}\bar{d} + b\bar{c}d + a\bar{b}\bar{c}d$
$= b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c}d$
$= \bar{c}[b + \cancel{\bar{b}}ad) = \bar{c}(b + ad)$

$$F8 = (\cancel{a\bar{a}} + b\bar{a} + c\bar{a} + ab + \underbrace{b + cb}_{b} + \cancel{c\bar{a}} + \cancel{c\bar{b}} + \cancel{c\bar{c}})$$
$$= b + c\bar{a}$$

Seq2.Exercice 10 : Simplification – Méthode Tableaux de Karnaugh

1. Simplifier par la méthode des tableaux de Karnaugh les 4 fonctions suivantes.

A	B	C	F1
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

A	B	C	F2
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

A	B	C	D	F3
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

A	B	C	D	F4
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

F_1 :

AB \ C	0	1
00	0	1
01	0	0
11	0	1
10	1	1

F_2 :

AB \ C	0	1
00	0	0
01	1	1
11	1	1
10	0	1

F_3 :

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	0	1	1	1
11	1	0	0	0
10	0	1	0	0

F_4

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	1	1	1	0
11	1	1	1	0
10	1	0	1	0

$F_1 = A\bar{B} + \bar{B}C + AC$

$F_2 = B + AC$

$F_3 = \bar{A}D + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + \bar{B}\bar{C}D$

$F_4 = B\bar{C} + BD + A\bar{C}\bar{D} + ACD$

2. Simplifier par la méthode des tableaux de Karnaugh les fonctions suivantes :

   a) $F1 = \bar{a}b\bar{c}d + abc + a\bar{c}\bar{d} + \bar{b}c\bar{d} + a\bar{b}\bar{c}d + abcd$
   b) $F2(x, y, z, t) = 1\ pour\ (0,3,5,7,12,14) et\ 0\ sinon, x\ poids\ fort.$
   c) $F3(a, b, c, d) = 1\ pour (1,2,4,6,8,11) et\ 0\ sinon, a\ poids\ fort.$

F_1 :

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	1	0	0
11	1	0	1	1
10	1	1	0	1

$F_1 = a\bar{d} + a\bar{b}\bar{c} + abc + \bar{b}c\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}d$

F_2 :

xy \ zt	00	01	11	10
00	1_0	0_1	1_3	0_2
01	0_4	1_5	1_7	0_6
11	1_{12}	0_{13}	0_{15}	1_{14}
10	0_8	0_9	0_{11}	0_{10}

- On écrit le poids dans la case
- On reporte les 1

$F_2 = \bar{x}yt + \bar{x}zt + xy\bar{t} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{t}$

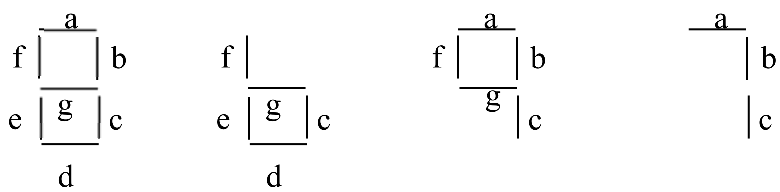
F_3 :

ab \ cd	00	01	11	10
00	0_0	1_1	0_3	1_2
01	1_4	0_5	0_7	1_6
11	0_{12}	0_{13}	0_{15}	0_{14}
10	1_8	0_9	1_{11}	0_{10}

$F_3 = \bar{a}b\bar{d} + \bar{a}c\bar{d} + \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + a\bar{b}\bar{c}\bar{d} + a\bar{b}cd$

★★ Seq2.Exercice 11 : Simplification – Méthode Tableaux de Karnaugh

On désire afficher les valeurs décimales 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9. Ces valeurs sont codées sur 4 bits (a_3 a_2 a_1 a_0) qui constituent les variables d'entrée du système. L'afficheur possède 7 segments a,b,c,d,e,f,g qui constituent les sorties du système et qui sont commandés par les quatre variables d'entrées.



Le chiffre 1 est indiqué grâce aux segments b et c. Le 6, le 9 et le 7 sont représentés ci-dessus. Pour les combinaisons d'entrées correspondant à une valeur décimale supérieure à 9 (10…15), les sorties a,b,c,d,e,f,g sont indéterminées.

1. Remplir le tableau suivant donnant les sorties (a, b, c, d, e, f, g) en fonction des variables d'entrée (a_3 a_2 a_1 a_0).

N	a_3	a_2	a_1	a_0	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
3	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
4	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
5	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1
7	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
8	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
9	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1

b :

a_3a_2 \ a_1a_0	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	0	1	0
11	X	X	X	X
10	1	1	X	X

$b = \overline{a_2} + \overline{a_1}\,\overline{a_0} + a_1 a_0$

e :

a_3a_2 \ a_1a_0	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	1
11	X	X	X	X
10	1	0	X	X

$e = \overline{a_2}\,\overline{a_0} + a_1 \overline{a_0}$

On trouve :

$f = a_3 + \overline{a_1}\,\overline{a_0} + a_2 \overline{a_1} + a_2 \overline{a_0}$

$g = a_3 + \overline{a_2} a_1 + a_1 \overline{a_0} + a_2 \overline{a_1}$

2. Simplifier les équations correspondant aux segments b, e, f et g par la méthode des tableaux de Karnaugh.

★★★ Seq2.Exercice 12 : Algèbre de Boole – Fonctions logiques - Problème

De grosses pluies sont annoncées sur le sud de la Bretagne pour la nuit qui arrive. Un habitant de Quimperlé (Finistère), fatigué par les inondations à répétition dans sa jolie petite maison de la ville basse a décidé d'essayer de prévoir si cette fois sa maison va être inondée, en tirant les leçons des dernières inondations. Il a remarqué que quatre paramètres jouent sur le fait qu'il soit ou non inondé :

l'ouverture ou non du barrage situé en amont de la ville, le fait que le coefficient de marée soit supérieur à 105 ou pas, la hauteur actuelle (le soir avant le début des pluies annoncées) de la rivière qui passe devant chez lui (qui dépasse ou non le seuil de 5 mètres), et enfin la présence ou non de protections installées par la mairie le long des quais, juste devant chez lui.

L'expérience lui a montré que si le barrage est fermé :

- l'inondation se produit si les protections ne sont pas mises (sauf si la marée est basse et que la rivière ne dépasse pas le seuil). Sinon, lorsque les protections sont installées, toute dépend de la hauteur de la rivière. Si elle est haute, c'est l'inondation à chaque fois alors que si elle ne dépasse pas le seuil, la maison reste au sec !

Il sait aussi que si le barrage est ouvert :

- si les protections ne sont pas installées, le seul cas où il peut dormir tranquille, c'est si les conditions suivantes sont réunies : le niveau de la rivière ne dépasse pas les 5 m et le coefficient de marée ne dépasse pas 105.
- Si les protections sont installées, il n'a aucune idée du risque d'inondation, sauf si les deux conditions de coefficient de marée et de hauteur de rivière sont réunies comme précédemment.

1. Décrire ce problème sous forme d'une équation logique qui permettra à notre pauvre habitant de savoir s'il va être inondé. Pour cela, vous décrirez clairement et précisément les variables booléennes que vous introduisez, et les valeurs qu'elles prennent (pour chaque variable, dans quel cas elle vaut 0 et dans quel cas elle vaut 1).
2. Donner la table de vérité de la fonction « Inondation ».
3. Remplissez le tableau de Karnaugh de cette fonction et simplifiez la fonction.
4. A partir de la forme simplifiée, décrire en « français », les conditions qui provoquent l'inondation.
5. En utilisant la fonction trouvée, répondez à la question suivante : sachant que la hauteur actuelle (le soir, avant le début des pluies annoncées) de la rivière est 6.2m mais que les protections sont mises, la maison de notre habitant dépité va-t-elle être encore une fois inondée ?

1)

Définition des variables :

- Barrage ouvert : $b = 1$
  fermé : $b = 0$
- Protections gonflables : $p = 1$ si installées
  $p = 0$ sinon
- Marée Haute coef > 105 : $m = 1$ si > 105
  $m = 0$ sinon
- Hauteur actuelle $>$ seuil : $h = 1$ si $>$ seuil
  $h = 0$ sinon.

2)

b	p	m	h	Inondation
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

3)

bp \ mh	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	1	1	0
11	0	X	X	X
10	0	1	1	1

$I = h + \bar{p}\, m$

4)

Inondation si :

→ Rivière déjà haute

ou → Grande marée et pas de protectº

5) Oui