38 :

143 D'après le cours, on sait que le noyau de la matrice A est de trouvers des vecteurs tel que $A \cdot \vec{x} = \vec{0}$.

Donc on a $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \vec{x} = \vec{0}$, soit $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$

$\therefore \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \quad \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\alpha - 3\beta \\ \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$ $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$

En conclusion, des vecteurs qui engendrent le noyau de A est $\vec{x} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v} \quad (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$

181

a) Oui. Car le résultat de $V \cap W$ est aussi $\subset V$ et $\subset W$, et V et W sont sous-espaces de $\mathbb{R}^n$, donc le résulta de $V \cap W$ est sous-espace

b) Oui. Car le résulta de $V \cup W$ au moins $\subset V$ ou $\subset W$, et V et W sont sous-espaces de $\mathbb{R}^n$, donc $V \cup W$ est sous-espaces de $\mathbb{R}^n$

143 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\text{Frel}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, on sait que le noyau de A est comme la forme de $A\vec{x} = \vec{0}$, On a donc $[x_1 + x_2 + x_3 = 0]$

$\therefore \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha - \beta \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = (\alpha + \beta) \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = t\vec{u} \quad t \in \mathbb{R}$

Donc Ker(A) dans ce cas est la droite engendre par le vecteur

$\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$

147 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 3 & 4 & -6 & 8 \\ 0 & -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ ⇝ $\text{Frel}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_4$

D'après le cours, soit A est la matrice $n \times n$, $\text{Frel}(A) = I_n$ est équivale

$\text{Ker}(A) = \{\vec{0}\}$.

En conclusion, $\vec{x} = \vec{0}$, $\text{Ker}(A) = \{\vec{0}\}$

131 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$, On a $\vec{v_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\vec{v_2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\vec{v_3} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\vec{v_4} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

et on peut aussi trouver que $\vec{v_3} = \vec{v_1} + \vec{v_2} \in \text{Vect}(\vec{v_1}, \vec{v_2})$,

$\vec{v_4} = 2\vec{v_2} \in \text{Vect}(\vec{v_1}, \vec{v_2})$.

Par conséquent les vecteurs $\vec{v_3}$ et $\vec{v_4}$ sont redondants et on a

$\text{Vect}(\vec{v_1}, \vec{v_2}, \vec{v_3}, \vec{v_4}) = \text{Vect}(\vec{v_1}, \vec{v_2})$, on observe que les vecteurs $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ sont linéairement indépandants.

Donc en conclusions, la famille $(\vec{v_1}, \vec{v_2})$ constitue une base de $V = \text{Im}(A)$

Par exemple, $\vec{v} = 2\vec{v_1} + \vec{v_2} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$