IE4-B MATH2 ZHILE ZHANG

(8)

$$A=\begin{bmatrix}1&2&3\\0&1&2\\0&0&1\end{bmatrix} \xrightarrow{L_1\leftarrow L_1-2L_2} \begin{bmatrix}1&0&-1\\0&1&2\\0&0&1\end{bmatrix} \xrightarrow[L_2\leftarrow L_2-2L_3]{L_1\leftarrow L_1+L_3} \begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

$\therefore \operatorname{Frel}(A)=\begin{bmatrix}\boxed{1}&0&0\\0&\boxed{1}&0\\0&0&\boxed{1}\end{bmatrix}$ $\quad$ Rang(A) = 3

(9)

$$A=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix} \xrightarrow[L_3\leftarrow L_3-L_1]{L_2\leftarrow L_2-L_1} \begin{bmatrix}1&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$$

$\therefore \operatorname{Frel}(A)=\begin{bmatrix}1&1&1\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$ $\quad$ Rang(A) = 1

(10)

$$A=\begin{bmatrix}1&4&7\\2&5&8\\3&6&9\end{bmatrix} \xrightarrow[L_3\leftarrow L_3-3L_1]{L_2\leftarrow L_2-2L_1} \begin{bmatrix}1&4&7\\0&-3&-6\\0&-6&-12\end{bmatrix} \xrightarrow[L_3\leftarrow -\frac{1}{6}L_3]{L_2\leftarrow -\frac{1}{3}L_2} \begin{bmatrix}1&4&7\\0&1&2\\0&1&2\end{bmatrix} \quad L_3\leftarrow L_3-L_2$$

$$\begin{bmatrix}1&4&7\\0&1&2\\0&0&0\end{bmatrix} \xrightarrow{L_1\leftarrow L_1-4L_2} \begin{bmatrix}1&0&-1\\0&1&2\\0&0&0\end{bmatrix}$$

$\therefore \operatorname{Frel}(A)=\begin{bmatrix}1&0&-1\\0&1&2\\0&0&0\end{bmatrix}$ $\quad$ Rang(A) = 2

(11)

$$\begin{cases}x+y-z=-2\\3x-5y+13z=18\\x-2y+5z=k\end{cases} \rightsquigarrow \left[\begin{array}{ccc|c}1&1&-1&-2\\3&-5&13&18\\1&-2&5&k\end{array}\right]$$

$$\xrightarrow[L_3\leftarrow L_3-L_1]{L_2\leftarrow L_2-3L_1} \left[\begin{array}{ccc|c}-1&1&1&-2\\0&-8&16&24\\0&-3&6&k+2\end{array}\right] \xrightarrow[L_3\leftarrow -\frac{1}{3}L_3]{L_2\leftarrow -\frac{1}{8}L_2} \left[\begin{array}{ccc|c}1&1&-1&-2\\0&1&-2&-3\\0&1&-2&-\frac{(k+2)}{3}\end{array}\right] \xrightarrow[L_1\leftarrow L_1-L_2]{L_3\leftarrow L_3-L_2} \left[\begin{array}{ccc|c}1&0&1&1\\0&1&-2&-3\\0&0&0&\frac{7-k}{3}\end{array}\right]$$

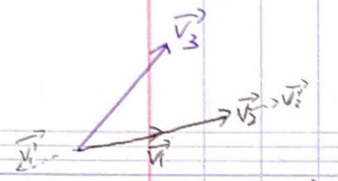
$\therefore$ 1° Quand $\frac{7-k}{3}=0$, c.à.d $k=7$, $\operatorname{Frel}(M)=\left[\begin{array}{ccc|c}1&0&1&1\\0&1&-2&-3\\0&0&0&0\end{array}\right]$, $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-t+1\\2t-3\\t\end{pmatrix}$ $t\in\mathbb{R}$

Solutions dépendent d'une paramètre (au moins une solution)

2° Quand $\frac{7-k}{3}\neq 0$, c.à.d $k\neq 7$, $\operatorname{Frel}(M)=\left[\begin{array}{ccc|c}1&0&1&1\\0&1&-2&-3\\0&0&0&\frac{7-k}{3}\end{array}\right]$, Il y a $\left[\begin{array}{ccc|c}0&0&0&\frac{7-k}{3}\end{array}\right]$ et $\frac{7-k}{3}\neq 0$, donc pas de solution.

IE4-B MAT2 ZHILE ZHANG

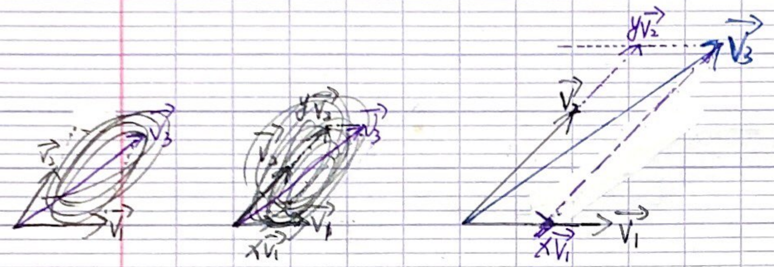
16.



Pas de solutions.

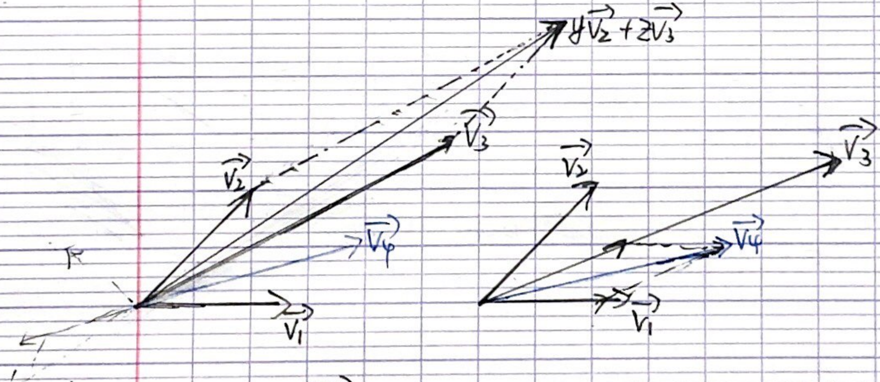
Car les vecteurs $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ sont parallèles, donc il n'y a pas de solution de x.y.

17.



seulement une solution

18.



$x\vec{v_1}+y\vec{v_2}+z\vec{v_3}=\vec{v_4}$

Car le vecteur $\vec{V_4}$ entre les vecteurs $\vec{V_1}$ et $\vec{V_3}$, en même temps, $\vec{V_4}$ est entre $\vec{V_2}$ et $\vec{V_1}$, et pour plupart des valeurs de y et z, ($y\vec{V_2}+z\vec{V_3}$) ~~toujours~~ compose un nouveau vecteur qui avec le vecteur $\vec{V_1}$ incluent le $\vec{V_4}$ entre, donc pour $y\vec{V_2}+z\vec{V_3})+x\vec{V_1}$, il y a une infinité de solutions.

IE4-B MAT2 ZHILE ZHANG

12 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\cancel{3\times 2}$ $\cancel{2\times 1}$

1° en fonction des colonnes de A :

$$A\vec{x} = \underset{3\times 2}{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}} \underset{2\times 1}{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}} = 1\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 11 \\ 17 \end{bmatrix}$$

2° en fonction des lignes de A :

$$A\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\times 1 + 2\times 2 \\ 3\times 1 + 4\times 2 \\ 5\times 1 + 6\times 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 11 \\ 17 \end{bmatrix}$$

23 $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -5 & 1 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ $\cancel{3\times 3}$ 3×1

1° en fonctions des colonnes de A :

$$A\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -5 & 1 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = 1\begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2° en fonctions des lignes de A :

$$A\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -5 & 1 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\times 1 + 1\times 2 - 1\times 3 \\ -5\times 1 + 1\times 2 + 1\times 3 \\ 1\times 1 - 5\times 2 + 3\times 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

14 $\rightsquigarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 6 & 2 \\ 0 & 1 & 2k & 0 \\ k & 0 & 2 & 1 \end{array}\right]$ $L_3 \leftarrow L_3 - k\cdot L_1$ $\to \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 6 & 2 \\ 0 & 1 & 2k & 0 \\ 0 & -2k & 2-6k & 1-2k \end{array}\right]$

$L_1 \leftarrow L_1 - 2L_2$
$L_3 \leftarrow L_3 + (2k)\cdot L_2$ $\to \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 6-4k & 2 \\ 0 & 1 & 2k & 0 \\ 0 & 0 & 2-6k+4k^2 & 1-2k \end{array}\right]$

a.) quand $(2-6k+4k^2) \neq 0 \Leftrightarrow (2k-2)(2k-1)$, c.à.d ($k \neq 1$ et $k \neq \frac{1}{2}$) ce système a une seule solution.

b) quand $k=1$, il y a $[0\ 0\ 0 \vdots -1]$, donc pas de solution

c) quand $k=\frac{1}{2}$, $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-4t \\ -t \\ t \end{pmatrix}$ $t \in \mathbb{R}$,

il y a une infinité de solutions.

IE4-B MAT2 ZHILE ZHANG

(24) $Rang(A) = 4$, $Irel(A) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(25) $Rang(A) = 3$, $Irel(A) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$