Séquence 1 : Exercices

Seq1.Exercice 1 : Inverseur

1. On applique la forme d'onde de la figure Exo1.1 à l'entrée d'un inverseur. Dessinez lechronogramme de la forme d'onde de sortie par rapport à celle de l'entrée.

2. Un réseau d'inverseurs montés en cascade est illustré à la figure Exo1.2. Si l'on applique unniveau HAUT au point A, déterminez le niveau logique des points B, C, D, E et F.

Figure Exo1.1

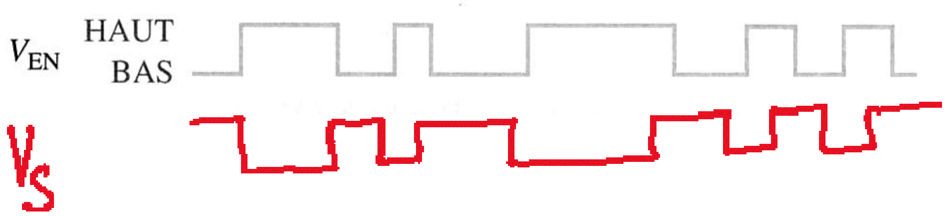
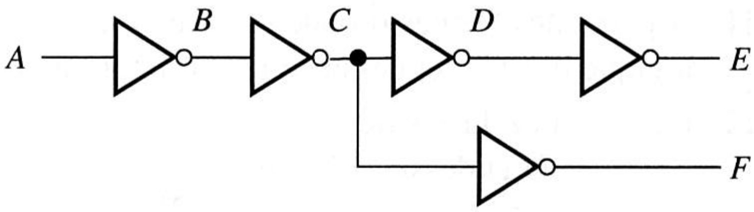


Figure Exo1.2



En B : Niveau BAS (0 logique)
En C : Niveau HAUT (1 logique)
En D : Niveau BAS (0 logique)
En E : Niveau HAUT (1 logique)
En F : Niveau BAS (0 logique)

Seq1.Exercice 2 : Porte ET

1. Déterminez la sortie X d'une porte ET à 2 entrées en réponse aux formes d'onde d'entréeillustrées à la figure Exo 2.1. Dessinez leurs relations en fonction du temps sur un chronogramme.

2. Répétez la question 1 en utilisant les formes d'onde de la figure Exo 2.2.

Figure Exo2.1

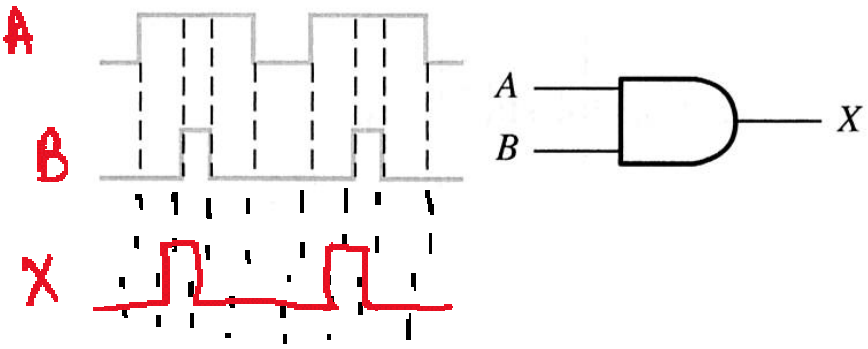
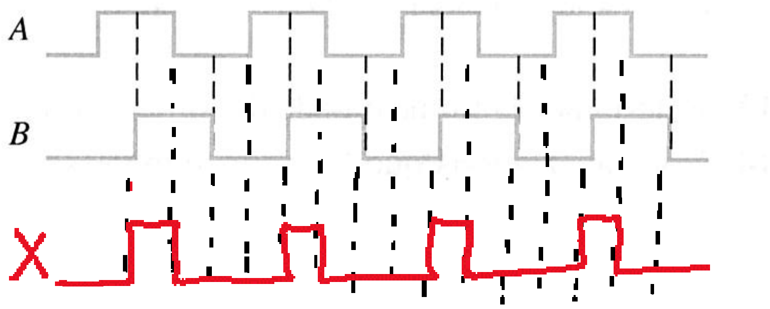


Figure Exo2.2



3. La figure Exo2.3 illustre les formes d'onde appliquées sur une porte ET à 3 entrées. Illustrez laforme d'onde de la sortie par rapport à celles des entrées avec un chronogramme.

4. La figure Exo2.4 illustre les formes d'onde appliquées sur une porte à 4 entrées. Illustrez laforme d'onde de la sortie par rapport à celles des entrées avec un chronogramme.

Figure Exo2.3

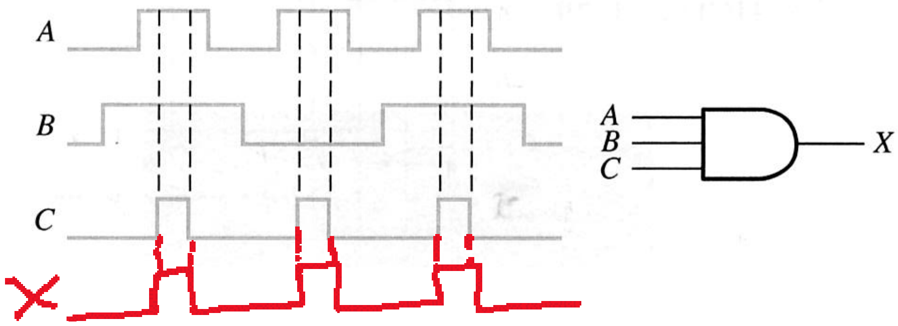
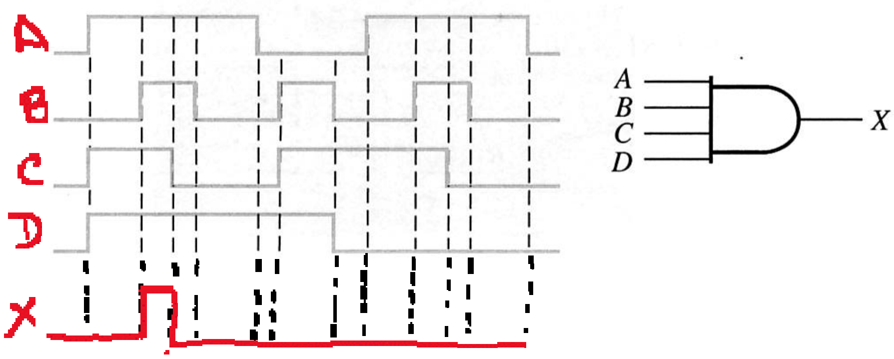


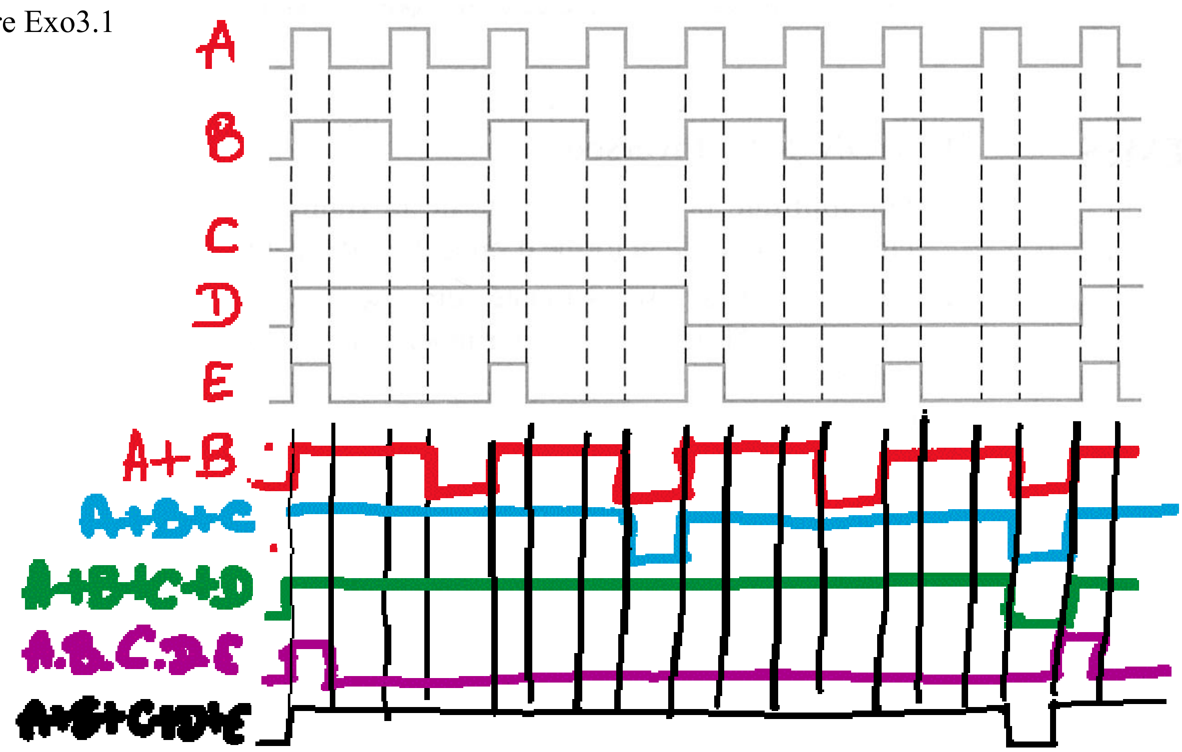
Figure Exo2.4



★ Seq1.Exercice 3 : Porte OU

1. Déterminez la sortie d'une porte OU à 2 entrées en réponse aux formes d'onde d'entréeillustrées à la figure Exo3.1 et dessinez le chronogramme.
2. Répétez la question 1 pour une porte OU à 3 entrées.
3. Répétez la question 2 pour une porte OU à 4 entrées.
4. À partir des 5 formes d'onde illustrées à la figure Exo3.1, déterminez la sortie d'une porte ET à5 entrées et celle d'une porte OU à 5 entrées. Dessinez les chronogrammes.

Figure Exo3.1

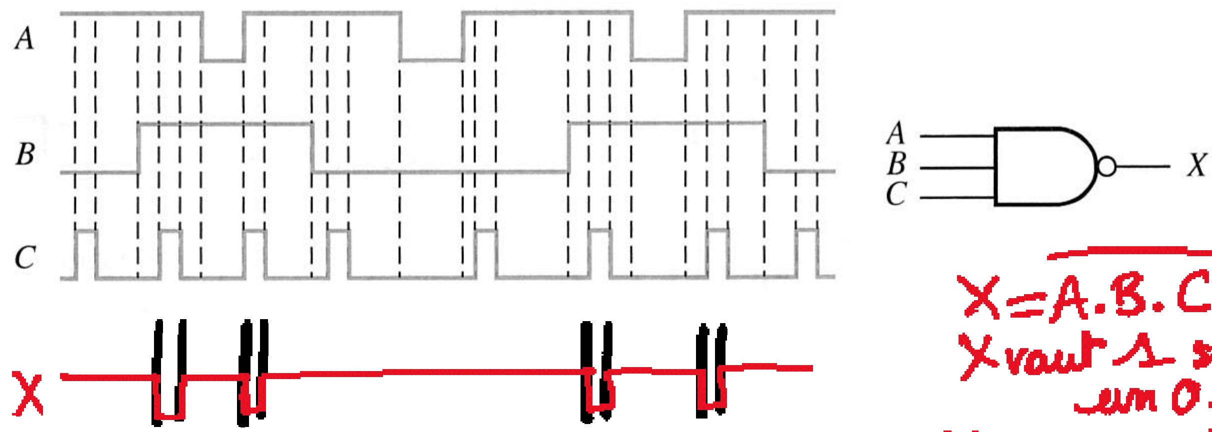


★★ Seq1.Exercice 4 : Porte NON-ET

1. À partir des formes d'onde d'entrée illustrées à la figure Exo4.1, déterminez la sortie de la portelogique illustrée et dessinez le chronogramme.

2. Déterminez la sortie de la porte logique en réponse aux formes d'onde d'entrée de lafigure Exo4.2 et dessinez le chronogramme.

Figure Exo4.1

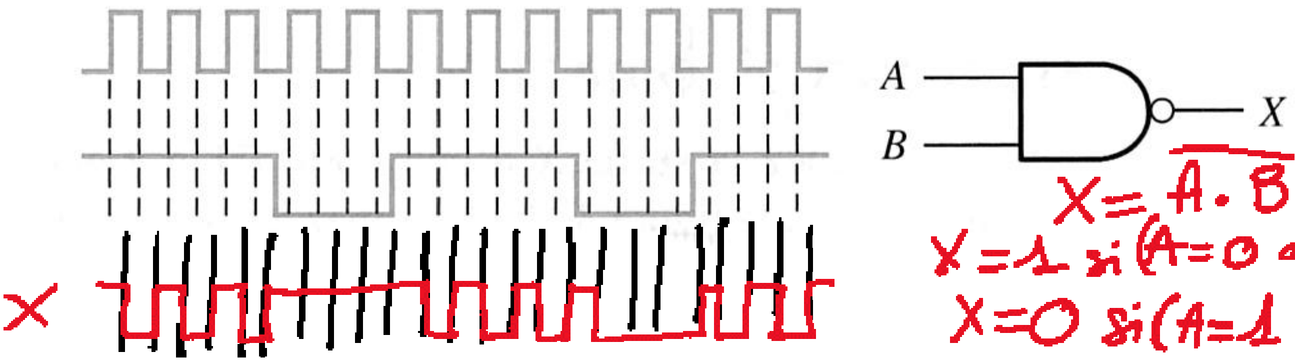


$X = \overline{A.B.C}$

X vaut 1 si un 0 en entrée

X vaut 0 si trois 1 en entrée

Figure Exo4.2



$X = \overline{A.B}$

$X = 1$ si ($A = 0$ ou $B = 0$)

$X = 0$ si ($A = 1$ ET $B = 1$)

3. Déterminez la forme d'onde de sortie à la figure Exo4.3.

4. Vous avez appris que les deux symboles logiques illustrés à la figure Exo4.4 représentent desopérations équivalentes. Leur différence ne se situe qu'au point de vue de la fonction effectuée.Vousvoyez, pour le symbole NON—ET, que deux niveaux HAUT sur les entrées donnent unesortie de niveau BAS. Pour le symbole OU négatif, un niveau HAUT apparait à la sortie quandau moins une entrée est au niveau BAS. À partir de ces deux points de vue de fonctionslogiques, illustrez que chaque porte produit la même sortie pour les mêmes entrées données.

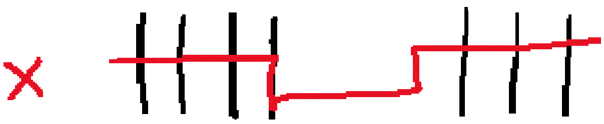


Figure Exo4.3

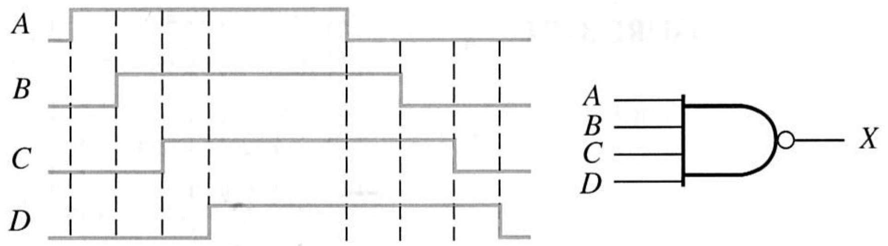
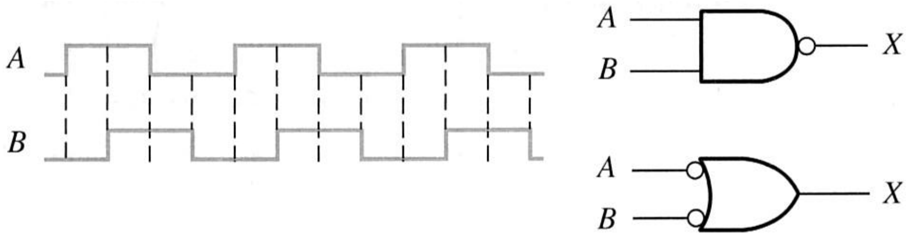
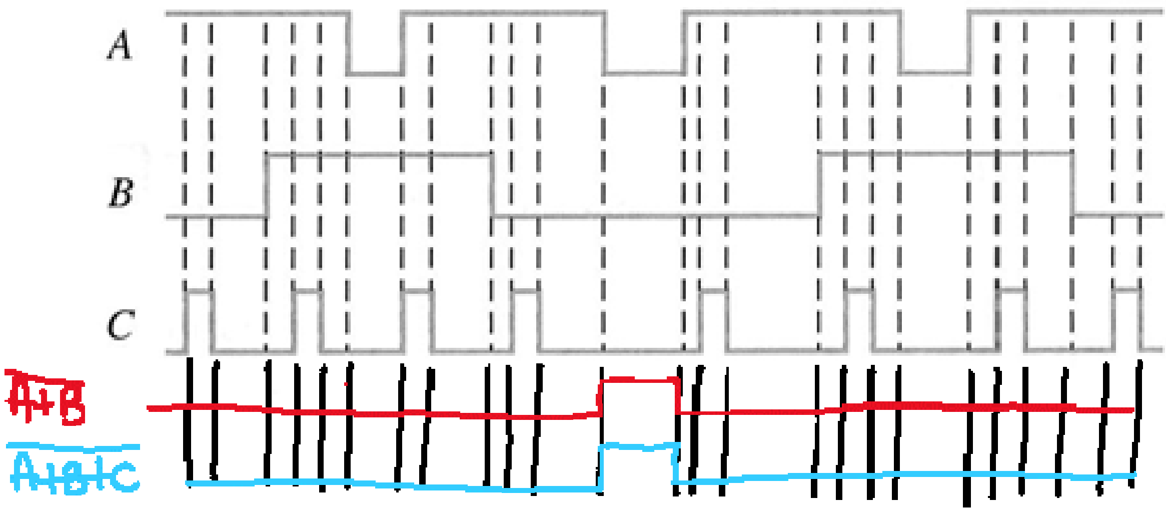


Figure Exo4.4



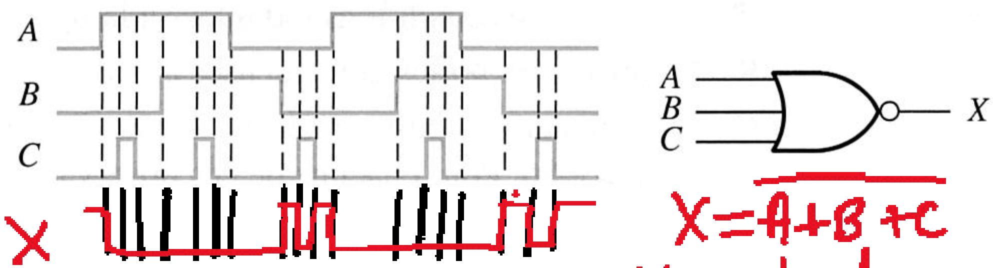
★★ Seq1.Exercice 5 : Porte NON-OU

1. Répétez la question 1 de l'exercice 4 pour une porte NON—OU à 2 entrées.



2. Déterminez la forme d'onde de sortie à la figure Exo5.1 et dessinez le chronogramme.

Figure Exo5.1

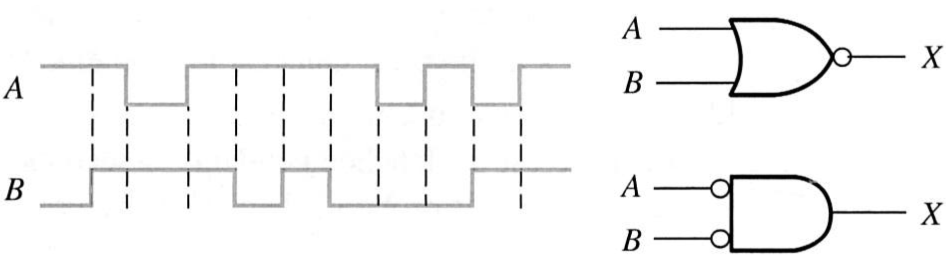


$X = \overline{A+B+C}$

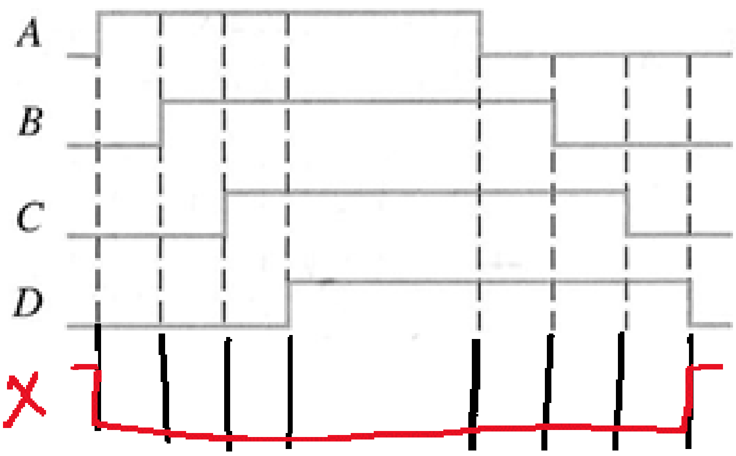
X vaut 1 quand (A=0) ET (B=0) ET (C=0)

X vaut 0 sinon

Figure Exo5.2



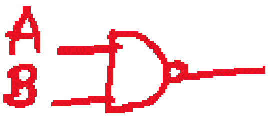
3. Répétez la question 3 de l'exercice 4 pour une porte NON-OU à 4 entrées.



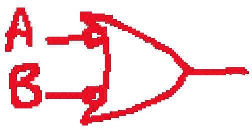
X= 1 pour
(A=B=C=D=0)
X=0 sinon

4. Le symbole NON—ET et le symbole OU négatif représentent des opérations équivalentes,même si les fonctions logiques diffèrent. Vous voyez, pour le symbole NON-OU, qu'unniveau BAS apparaît à la sortie quand au moins une entrée est au niveau HAUT. Pour le symbole ET négatif, deux entrées au niveau BAS donnent une sortie de niveau HAUT. À partirde ces deux points de vue de fonctions logiques, illustrez que chaque porte produit la mêmesortie pour les mêmes entrées données.

a) NON ET :



OU NEGATIF :



$\overline{A.B} = \overline{A}+\overline{B}$ (De MORGAN)

b) NON OU / ET NEGATIF ?

On utilise des tables de vérité.

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A}.\overline{B}$	A+B	$\overline{A+B}$
0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1	0

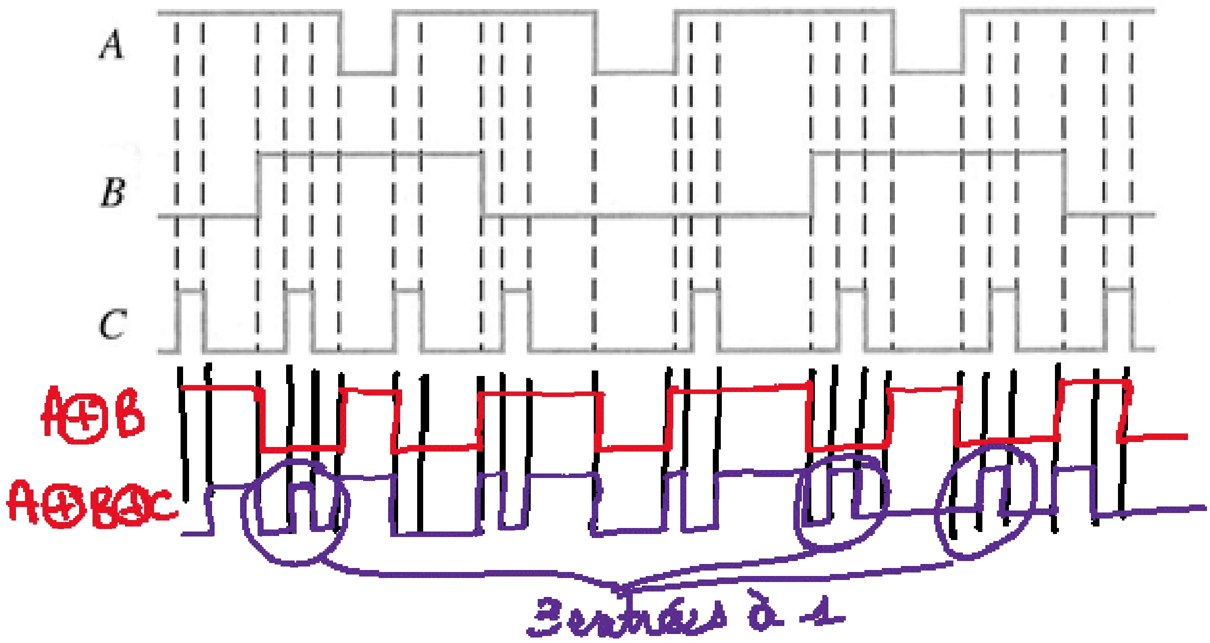
$\Rightarrow \overline{A}.\overline{B} = \overline{A+B}$

★★Seq1.Exercice 6 : Porte OU exclusif et NON-OU exclusif

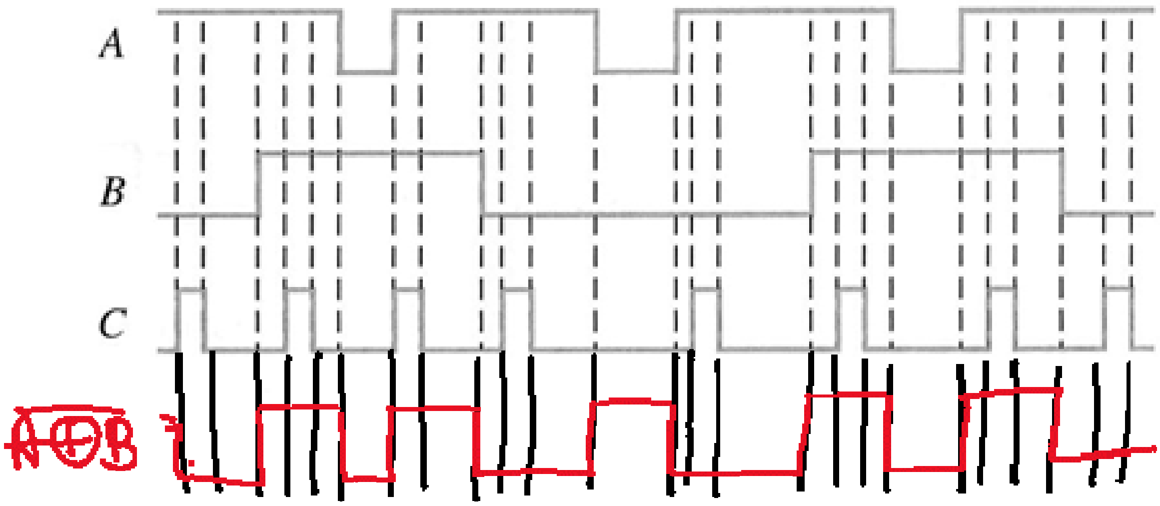
1. Quelle est la différence entre une porte OU exclusif et une porte OU au niveau de leuropération logique?

   a) Porte à 2 entrées :
   La porte OU donne en sortie 1 si au moins une de ses entrées est à 1
   La porte OU EXCLUSIF donne en sortie 1 si une et une seule de ses entrées est à 1 (« exclusivement une »)
   b) Porte à n entrées :
   La porte OU donne en sortie 1 si au moins une de ses entrées est à 1
   La porte OU EXCLUSIF donne en sortie 1 s'il y a un nombre impair de 1 dans ses entrées.
   (ex pour un OU exclusif à 3 entrées : la sortie vaut 1 si un seul 1 ou trois 1 dans ses entrées) :
   si A=1, B=0, C=0 ou
   si A=0, B=1, C=0 ou
   si A=0, B=0, C=1 ou
   A=1, B=1, C=1

2. Répétez la question 1 de l'exercice 4 pour une porte OU exclusif.



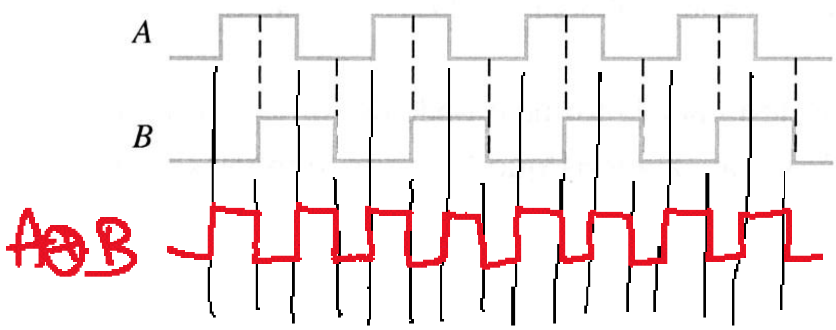
3. Répétez la question 1 de l'exercice 4 pour une porte NON—OU exclusif.

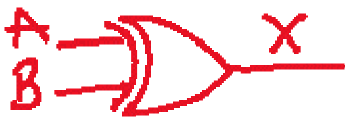


Fonction "Coïncidence)

$\overline{A \oplus B} = \bar{A}.\bar{B} + A.B \Rightarrow$ vaut 1 qd (A=0 ET B=0) ou (A=1 ET B=1)

4. Déterminez la sortie d'une porte OU exclusif en réponse aux entrées illustrées à la figure Exo2.2 et dessinez le chronogramme.

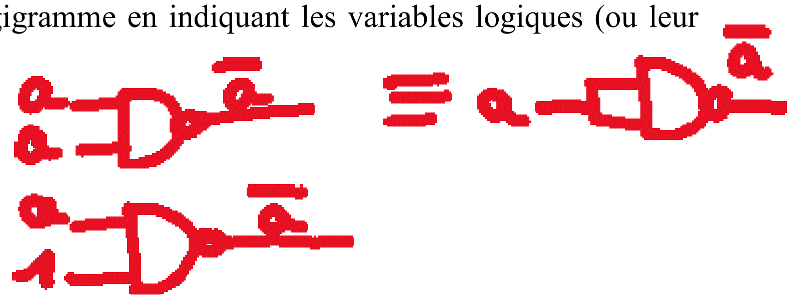




Seq1.Exercice 7 : Portes logiques élémentaires – changement de représentation

1. Exprimezla fonction NON (f=$\bar{a}$) à l'aide de fonctions (portes) NAND à deux entrées, de deux façons. Pour chaque façon, donner le logigramme en indiquant les variables logiques (ou leur valeur) mises en entrées.

$f = \bar{a} = \overline{a.a}$



2. Exprimez la fonction ET à deux entrées (f=$a.b$)à l'aide de portes NAND à deux entrées. Donnez le logigramme.

$f = a.b = \overline{\overline{a.b}} \Rightarrow$

3. Exprimez la fonction ET à trois entrées (f=$a.b.c$)à l'aide de portes NAND à deux entrées.

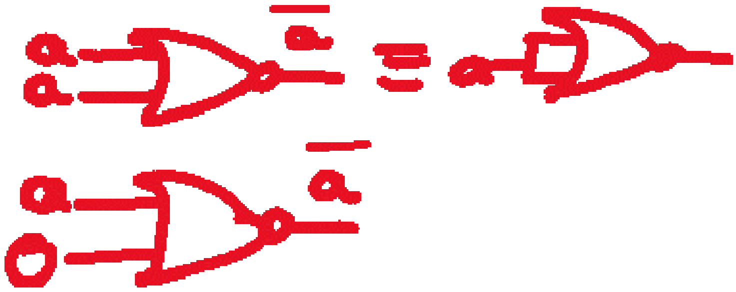
Donnez le logigramme.

$f = a\cdot b\cdot c = \overline{\overline{a\cdot b}}\cdot c = \overline{\overline{\overline{\overline{a\cdot b}}\cdot c}}$

4. Exprimezla fonction NON (f=$\bar{a}$) à l'aide de fonctions (portes) NOR à deux entrées, de deux façons. Pour chaque façon, donner le logigramme en indiquant les variables logiques (ou leur valeur) mises en entrées.

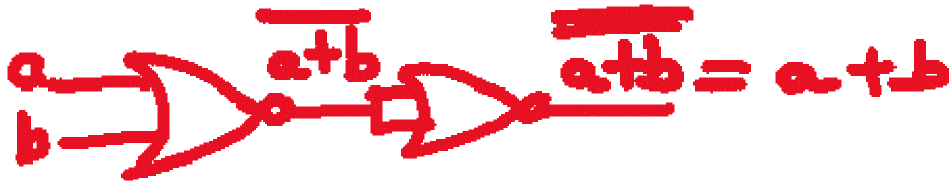
$f = \bar{a} = \overline{a+a}$

$f = \bar{a} = \overline{a+0}$



5. Exprimez la fonction OU à deux entrées (f=$a + b$) à l'aide de portes NOR à deux entrées. Donnez le logigramme.

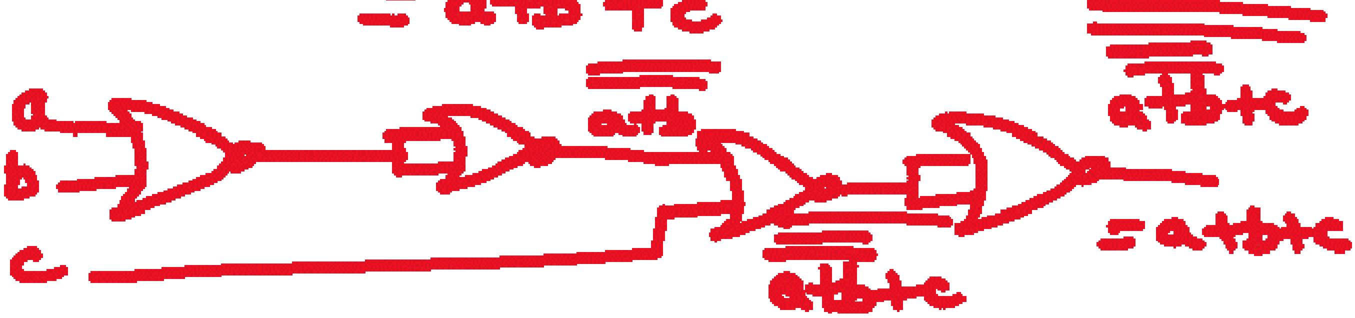
$f = a+b = \overline{\overline{a+b}}$



6. Exprimez la fonction OU à trois entrées (f=$a + b + c$)à l'aide de portes NOR à deux entrées. Donnez le logigramme.

$f = a+b+c = \overline{\overline{a+b+c}}$

$= \overline{\overline{\overline{\overline{a+b}}+c}}$



★★ Seq1.Exercice 8 : Portes logiques élémentaires – Théorèmes de De Morgan

1. Enoncez les deux formes du théorème de De Morgan (avec deux variables a et b)

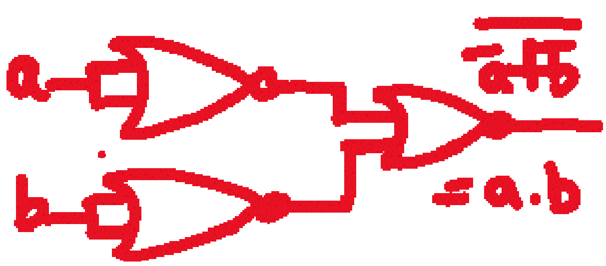
$$\overline{a+b} = \overline{a}.\overline{b}$$
$$\overline{a.b} = \overline{a}+\overline{b}$$

2. Enoncez les deux formes du théorème de De Morgan (avec trois variables a, b et c)

$$\overline{a+b+c} = \overline{a}.\overline{b}.\overline{c}$$
$$\overline{a.b.c} = \overline{a}+\overline{b}+\overline{c}$$

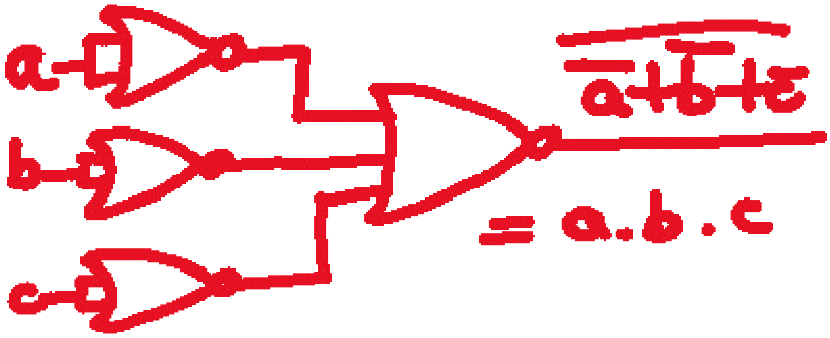
3. Exprimez la fonction ET à deux entrées (f=$a.b$) à l'aide de portes NOR à deux entrées. Donnez le logigramme.

$$f = a.b = \overline{\overline{a.b}}$$
$$= \overline{\overline{a}+\overline{b}}$$



4. Exprimez la fonction ET à trois entrées (f=$a.b.c$)à l'aide de portes NOR à deux et à trois entrées. Donnez le logigramme.

$$f = a.b.c$$
$$= \overline{\overline{a.b.c}}$$
$$= \overline{\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}}$$



5. Exprimez la fonction ET à trois entrées (f=$a.b.c$)à l'aide de portes NOR à deux entrées uniquement. Donnez le logigramme.

$$f = a.b.c$$
$$= \overline{\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}} = \overline{\overline{a}+\overline{\overline{\overline{b}+\overline{c}}}}$$

★★ Seq1.Exercice 9 : Portes logiques élémentaires – Théorèmes de De Morgan

1. Enoncez les deux formes du théorème de De Morgan (avec deux variables a et b)

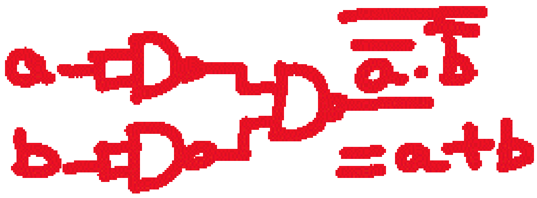
$$\overline{a+b} = \bar a . \bar b$$
$$\overline{a.b} = \bar a + \bar b$$

2. Enoncez les deux formes du théorème de De Morgan (avec trois variables a, b et c)

$$\overline{a+b+c} = \bar a . \bar b . \bar c$$
$$\overline{a.b.c} = \bar a + \bar b + \bar c$$

3. Exprimez la fonction OU à deux entrées (f=$a + b$) à l'aide de portes NAND à deux entrées. Donnez le logigramme.

$$f = a+b = \overline{\overline{a+b}} = \overline{\bar a . \bar b}$$

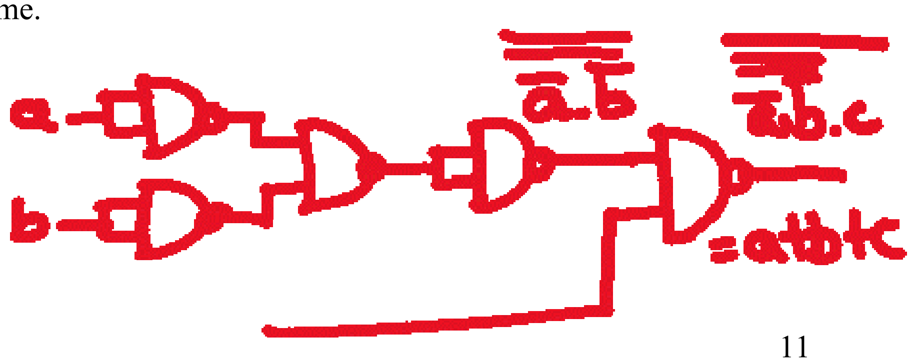


4. Exprimez la fonction OU à trois entrées (f=$a + b + c$)à l'aide de portes NAND à deux et à trois entrées. Donnez le logigramme.

$$f = a+b+c = \overline{\overline{a+b+c}} = \overline{\bar a . \bar b . \bar c}$$

5. Exprimez la fonction OU à trois entrées (f=$a + b + c$)à l'aide de portes NAND à deux entrées uniquement. Donnez le logigramme.

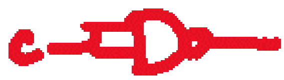
$$f = \underline{a+b+c}$$



$= \overline{a}\cdot\overline{b}\cdot\overline{c}$

$= \overline{\overline{\overline{\overline{a}\cdot\overline{b}\cdot\overline{c}}}}$

$= \overline{a}\cdot\overline{b}\cdot\overline{c}$



★ Seq1.Exercice 10 : Théorèmes de De Morgan

Complémentez les expressions suivantes (sans simplification)

1. $F_1 = \overline{X}\,\overline{Y} + XY + \overline{X}Y$
2. $F_2 = X(\overline{Y}\,\overline{Z} + YZ) + \overline{X}Y\overline{Z} + \overline{X}\,\overline{Y}Z$
3. $F_3 = X\overline{Y} + Z\overline{T} + \overline{X}\,\overline{Y} + \overline{Z}\,\overline{T}$
4. $F_4 = X\overline{Y}Z\overline{T} + \overline{X}YT + \overline{X}\,\overline{Z} + (Z+T)(X\overline{Y} + Z)$
5. $F_5 = (X+Y)(\overline{X} + Z)$
6. $F_6 = (\overline{X} + \overline{Y}\,\overline{Z}\,T)(XY + Z + \overline{T})(\overline{X} + \overline{Y} + Z)$

1) $F_1 = \bar{x}\bar{y} + xy + \bar{x}y$

$\overline{F_1} = \overline{\bar{x}\bar{y} + xy + \bar{x}y} = \overline{\bar{x}\bar{y}}\cdot\overline{xy}\cdot\overline{\bar{x}y}$

$= (x+y)\cdot(\bar{x}+\bar{y})\cdot(x+\bar{y})$

$= (x\bar{y}+\bar{x}y)(x+\bar{y})$

$= x\bar{y} + x\bar{y} = x\bar{y}$

2) $\overline{F_2} = \overline{x(\bar{y}\bar{z} + yz) + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z}$

$= \overline{x\cdot\overline{y\oplus z} + \bar{x}(y\oplus z)}$

$= \overline{x\oplus(y\oplus z)} = \overline{x\oplus y\oplus z}$

3) $$\overline{F_3} = \overline{x\bar{y} + z\bar{T} + \bar{x}\,\bar{y} + \bar{z}T}$$

$$= \overline{x\bar{y}} \cdot \overline{z\bar{T}} \cdot \overline{\bar{x}\,\bar{y}} \cdot \overline{\bar{z}T}$$

$$= (\bar{x}+y)\cdot(\bar{z}+T)\cdot(x+y)\cdot(z+T)$$

$$\overline{F_4} = \overline{x\bar{y}z\bar{T} + \bar{x}yT + \bar{x}\bar{z} + (z+T)(x\bar{y}+z)}$$

$$= \overline{x\bar{y}z\bar{T}} \cdot \overline{\bar{x}yT} \cdot \overline{\bar{x}\bar{z}} \cdot \overline{(z+T)(x\bar{y}+z)}$$

$$= (\bar{x}+y+\bar{z}+T)\cdot(x+\bar{y}+\bar{T})\cdot(x+z)$$
$$\cdot\left[\overline{z+T} + \overline{(x\bar{y}+z)}\right]$$

$$= (\bar{x}+y+\bar{z}+T)\cdot(x+\bar{y}+\bar{T})\cdot(x+z)$$
$$\cdot\left[\bar{z}\cdot\bar{T} + \overline{x\bar{y}}\cdot\bar{z}\right] = \ldots\cdot\left[\bar{z}T + (\bar{x}+y)\bar{z}\right]$$

$$\overline{F_5} = \overline{(x+y)(\bar{x}+z)}$$

$$= \overline{x+y} + \overline{\bar{x}+z} = \bar{x}\bar{y} + x\cdot\bar{z}$$

$$\overline{F_6} = x\cdot(y+z+\bar{T}) + (\bar{x}+\bar{y})\cdot\bar{z}T + x\cdot y\cdot\bar{z}$$

Seq1.Exercice 11 : Algèbre de Boole

1. Complétez les 12 égalités suivantes :

- A+0= A
- A+1= 1
- A.0= 0
- A.1= A
- A+A= A
- $A + \bar{A} =$ 1
- A.A= A
- $A.\bar{A} =$ 0
- $\bar{\bar{A}} =$ A
- A + AB= A
- $A + \bar{A}B =$ A+B
- $(A + B)(A + C) =$ A+BC

Seq1.Exercice 12 : Algèbre de Boole

1. Démontrez l'égalité $A + \bar{A}B = A + B$ grâce aux tables de vérité

A	B	A+B	$\bar{A}B$	$A+\bar{A}B$
0	0	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	1	0	1
1	1	1	0	1

égalité

2. Même question en utilisant les propriétés de l'algèbre de Boole

$$a+\bar{a}b = \overline{\overline{a+\bar{a}b}}$$
$$= \overline{\bar{a}.\overline{\bar{a}b}} = \overline{\bar{a}.(a+\bar{b})}$$
$$= \overline{\bar{a}a+\bar{a}\bar{b}} = \overline{\bar{a}\bar{b}} = a+b$$

Seq1.Exercice 13 : Algèbre de Boole

1. En utilisant la notation booléenne, écrivez une expression qui est égale à 1 quand au moins une de ses variables A, B, C, ou D vaut 1.

   $f = a + b + c$

2. Ecrivez une expression qui donne 1 seulement si toutes ses variables A, B, C, D et E valent 1.

   $f = A.B.C.D.E$

3. Ecrivez une expression qui donne 1 quand au moins une de ses variables A, B et C vaut 0.

   $f = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$

4. Evaluez les expressions suivantes :

   a. 0+0+1 $= 1$
   b. 1+1+1 $= 1$
   c. 1.0.0 $= 0$
   d. 1.1.1 $= 1$
   e. 1.0.1 $= 0$
   f. 1.1+0.1.1 $= 1$

5. Trouvez les valeurs des variables pour que chaque terme de produit soit égal à 1 et pour chaque terme de somme soit égale à 0.

   a. AB
   b. $AB\bar{C}$
   c. A+B
   d. $\bar{A} + B + \bar{C}$
   e. $\bar{A} + \bar{B} + C$
   f. $A.\bar{B}.\bar{C}$

   a. A=1, B=1
   b. A=1, B=0, C=1
   c. A=0, B=0
   d. A=1, B=0, C=1
   e. A=1, B=1, C=0
   f. A=1, B=0, C=0

6. Trouvez la valeur de X pour toutes les valeurs possibles des variables.

   a. X=(A+B)C+B
   b. $X = (\overline{A + B})C$
   c. $X = A\bar{B}C + AB$
   d. $X = (A + B)(\bar{A} + B)$
   e. $X = (A + BC)(\bar{B} + \bar{C})$

Faire la table de vérité de X

★★ Seq1.Exercice 14 : Algèbre de Boole

Donner les schémas logiques des fonctions suivantes, en utilisant

1. des portes ET, OU, et des inverseurs,
2. des portes NON ET et des inverseurs,
3. des portes NON OU et des inverseurs.

$F_1 = (A + B).CD$

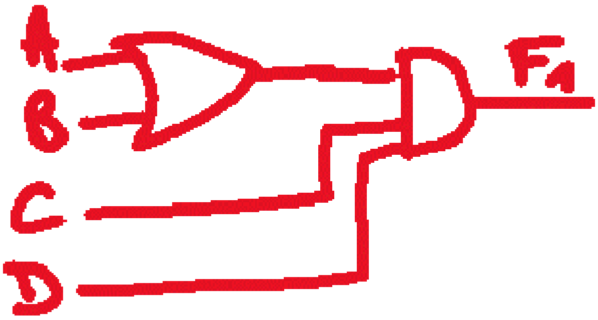
$F_2 = A(B + \overline{C}) + \overline{B}\,C$

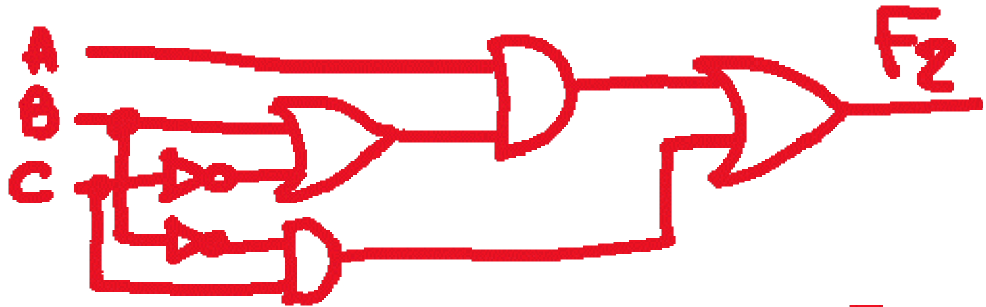
$F_3 = A\overline{D} + BC$

$F_4 - (B + \overline{C})(A + BD)$

On ne demande pas de simplifier les fonctions au préalable.

1)





... etc F3, F4