

成 绩	
-----	--

中 国 矿 业 大 学

2018 级 硕 士研究生课程考试试卷

考试科目 数理统计

考试时间 2018.11.9

学生姓名

学 号

所在院系

任课教师

中国矿业大学研究生院培养管理处印制

可能用到的数据与公式:

$$\Phi(0.65) = 0.7422, \quad Z_{0.025} = 1.95, \quad Z_{0.05} = 1.65, \quad \chi_{0.05}^2(3) = 7.81, \quad F_{0.05}(2, 4) = 6.94,$$

$$F_{0.05}(1, 30) = 4.17, \quad e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

一、(10 分) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单样本, 试判断统计量

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}}$$
 服从什么分布, 写出必要过程.

.

二、(10 分) 假设随机变量 $X \sim U(-a, a)$, 试

(1) 求其特征函数;

(2) 证明: 如果连续型随机变量 X 的密度函数 $p(x)$ 是对称的, 即 $p(x) = p(-x)$, 则其特征函数为实函数.

三、（10分）假设0.50， 1.25， 0.80， 2.00是来自总体 X 的一组观测值，已知 $Y = \ln X \sim N(\mu, 1)$.

- (1) 求 X 的数学期望 $E(X)$;
- (2) 求 μ 的置信度为0.95的置信区间.

四、（10分）某农科院10年前在一鱼塘里按比例20:15:40:25，投放了四种鱼：鲢鱼、鳙鱼、竹夹鱼和鲇鱼的鱼苗。现在鱼塘里获得样本如下：

序号	1	2	3	4	
种类	鲢鱼	鳙鱼	竹夹鱼	鲇鱼	
数量（条）	132	100	200	168	合计600

试检验该农科院各类鱼类数量的比例较 10 年前是否有显著性变化. ($\alpha = 0.05$)

五、(15分) 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 已知, σ^2 为未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的样本, 试

(1) 证明 σ^2 的最大似然估计量为 $T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$;

(2) 判断 T 是否为 σ^2 的有效估计量.

六、(15分) 假设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, 1)$, 对未知参数 μ 作如下的假设检验:

$$H_0: \mu = 0, \quad H_1: \mu > 0$$

如果 H_0 的接受域为 $V = \{\bar{X} \leq c\}$, 其中 \bar{X} 为来自总体 X 的样本均值, 样本容量 $n = 25$

(1) 若犯第一类错误的概率是 $p_1 = 0.05$, 求 c ;

(2) 若要使犯第一类错误的概率减少到 $p_2 = 0.025$, 问样本容量需要增大到多少?

(3) 在 $H_1: \mu = 0.2$ 时, 计算以 V 为拒绝域的检验中犯第二类错误的概率 p_3 .

七、（15分）在生产中积累了32组某种铸件在不同腐蚀时间 x 下，腐蚀深度 y 的数据，求得回归方程为 $\hat{y} = -0.4441 + 0.002263x$ ，且误差方差的无偏估计为 $\hat{\sigma}^2 = 0.001452$ ，总偏差平方和为 $Q_T = 0.1246$ 。

- (1) 求回归平方和 Q_r 和残差平方和 Q_e ；
- (2) 对回归方程的效果进行显著性检验 ($\alpha = 0.05$)；
- (3) 若腐蚀时间 $x = 870$ ，计算腐蚀深度 y 的预测值。

八、（15分）某厂对生产的高速钢铣刀进行淬火工艺试验，考察等温温度 A 、淬火温度 B 两个因素对硬度的影响。现等温温度、淬火温度各取三个水平，试验后测得的平均硬度值如下表：

$A \backslash B$	淬火温度1	淬火温度2	淬火温度3
等温温度1	-2	0	2
等温温度2	0	2	1
等温温度3	-1	1	2

试求：（1）不同的等温温度对铣刀的平均硬度的影响是否显著？

（2）不同的淬火温度对铣刀的平均硬度的影响是否显著？ ($\alpha = 0.05$)