成 绩	

中 国 矿 业 大 学

2017 级 硕 士研究生课程考试试卷

考试科目 数理统计

考试时间 2017.11.17

学生姓名 ____________________

学 号 ____________________

所在院系 ____________________

任课教师 ____________________

中国矿业大学研究生院培养管理处印制

可能用到的数据：$\Phi(0.4)=0.6554$，$\chi^2_{0.05}(4)=9.488$，$F_{0.05}(2,27)=3.35,\ F_{0.05}(2,29)=3.33$

一、（**10 分**）设总体 $X\sim N(\mu_1,\sigma^2)$，总体 $Y\sim N(\mu_2,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_{n_1}$ 和 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_{n_2}$ 分别来自总体 X 和 Y 的简单随机样本，试求 $E\left[\dfrac{\sum_{i=1}^{n_1}(X_i-\overline{X})^2+\sum_{j=1}^{n_2}(Y_j-\overline{Y})^2}{n_1+n_2-2}\right]$.

二、（**15 分**）某射手进行射击，每次射击击中目标的概率为 $p\ (0<p<1)$，射击进行到击中目标两次时停止.令 X 表示第一次击中目标时的射击次数，Y 表示第二次击中目标时的射击次数，试求联合分布律 $P\left\{X=x_i,Y=y_j\right\}=p_{ij}$，条件分布律 $P\left\{X=x_i\middle|Y=y_j\right\}$ 和 $P\left\{Y=y_j\middle|X=x_i\right\}$.

三、（**15 分**）某农贸市场的某种商品每日的价格为$Y_n=Y_{n-1}+X_n\ (n\ge 1)$，其中$Y_n$表示第 n 天该商品的价格，X_n表示第 n 天较前一天商品价格的变化.

(1) 写出Y_n与$Y_0,X_1,X_2,\cdots,X_n$之间的关系；

(2) 已知$X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$相互独立，且$E(X_n)=0,D(X_n)=2\ (n=1,2,\cdots)$ 如果今天该商品的价格为 100 元，用中心极限定理估计 50 天后该商品的价格在 96 元与 104 元之间的概率.

四、（**15 分**）已知总体 X 的分布函数为$F(x)=\begin{cases}1-e^{-(x-\mu)}, & x>\mu \\ 0\quad\quad\quad, & x\le\mu\end{cases}\qquad(\mu\in R)$，

其中 μ 为未知参数. $X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体 X 的简单随机样本. 试求 μ 的极大似然估计量 $\hat{\mu}$，并判断它是否为 μ 的无偏估计？

五、（10 分）标准差σ是衡量机床加工精度的重要特征. 在生产条件稳定的情况下，一自动机床所加工零件的尺寸服从正态分布，假设设计要求σ不超过 0.5mm. 为了控制生产过程，定时对产品进行抽验：每次抽验 5 件，测定其尺寸的标准差为S，试制定一种规则，以便根据S值就可以判断机床的精度是否降低了.（显著性水平为$\alpha = 0.05$）

六、（15 分）设随机变量y与自变量x之间有关系$y=1+ax+\varepsilon$，其中$\varepsilon \sim N(0,\sigma^2)$，根据所学线性回归理论，求做如下问题

(1) 试求参数a的最小二乘估计$\hat{a}$，

(2) 判断参数$\hat{a}$的最小二乘估计是否是无偏的.

七、（15 分）某企业准备用三种方法组装一种新的产品，为确定哪种方法每小时生成的产品数量最多，随机抽取了 30 名工人，并指定每个人使用其中的一种方法。通过对每个工人生成的产品数进行方差分析得到下面的结果：

方差来源	平方和	自由度	均方	F 值	P-value	F 临界值
组间			210		0.245946	3.354131
组内	3836					
总计		29				

(1) 填写上面的方差分析表；

(2) 若显著性水平$\alpha=0.05$，检验三种方法组装的产品数量之间是否有显著差异.

八、（5 分）试分析“常在河边走，哪能不湿鞋”所蕴含的数学道理.