

成绩	
----	--

中 国 矿 业 大 学
2015 级硕士研究生课程考试试卷

考 试 科 目 数 理 统 计

考 试 时 间 2015.11

研 究 生 姓 名 _____

学 号 _____

所 在 学 院 _____

任 课 教 师 _____

中国矿业大学研究生院培养管理处印制

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分	
得分										

一、(15 分) 设总体 X 的概率密度为

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \theta, & 0 < x < 1, \\ 1 - \theta, & 1 \leq x < 2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

其中 θ 是未知参数 ($0 < \theta < 1$), X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本, 记 N 为样本值

x_1, x_2, \dots, x_n 中小于 1 的个数. 求:

- (1) θ 的矩估计;
- (2) θ 的最大似然估计.

二、(15 分) 设某城市大学毕业的成人比例 $p=0.3$ ，作假设检验 $H_0: p=0.3, H_1: p \neq 0.3$.

随机抽取 200 个成人，设 X 是样本里大学毕业的人数. 设其拒绝域为

$$W=\{X < 48 \text{ 或 } X > 72\}$$

(1) H_0 成立时, 求第一类错误的概率 α ; (2) H_1 成立且 $p=0.2$ 时, 求第二类错误的概率 β .

($\Phi(1.85) = 0.9678, \Phi(1.41) = 0.9207, \Phi(5.66) \approx 1$)

三、(10 分) 设某种砖头的抗压强度 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，今随机抽取 20 块砖头，测得数据如下
($\text{kg} \cdot \text{cm}^{-2}$):

64	69	49	92	55	97	41	84	88	99
84	66	100	98	72	74	87	84	48	81

(1) 求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间. (2) 求 σ^2 的置信度为 0.95 的置信区间. 已知

$$\bar{x} = 76.6, s = 18.14, t_{0.025}(19) = 2.093, \chi_{0.025}^2(19) = 32.852, \chi_{0.975}^2(19) = 8.907$$

四、(10 分) 假设六个整数 1, 2, 3, 4, 5, 6 被随机地选择，重复 60 次独立实验中出现 1, 2, 3, 4, 5, 6 的次数分别为 13, 19, 11, 8, 5, 4。问在 5% 的显著性水平下是否可以认为下列假设成立: ($\alpha = 0.05$) $H_0: p(\xi = 1) = p(\xi = 2) = \cdots = p(\xi = 6) = \frac{1}{6}$ 。($\chi_{0.05}^2(5) = 11.07$)

五、(15 分) 某工厂正常生产时，排出的污水中动植物的浓度 $X \sim N(10,1)$ ，今阶段性抽取 10 个水样，测得平均浓度为 10.8 (mg/L)，标准差为 1.2 (mg/L)，问该工厂生产是否正常？

($\alpha = 0.05, t_{0.025}(9) = 2.2622, \chi^2_{0.025}(9) = 19.023, \chi^2_{0.975}(9) = 2.700$)

六、(15 分) 为研究温度对某个化学过程的影响, 收集到如下数据 (规范化形式):

x : -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5

y : 1, 5, 4, 7, 10, 8, 9, 13, 14, 13, 18

建立一元线性回归模型 $y = \beta_0 + \beta_1 x$, 求

(1) 回归系数的最小二乘估计和经验回归直线;

(2) 对回归方程进行显著性检验 ($\alpha = 0.01$); ($F_{0.01}(1, 9) = 10.56$, $t_{0.005}(9) = 3.250$)

(3) $x_0 = 3$ 时, y_0 的预测值。

七、(15 分) 考察温度对某一化工产品得率的影响，选了五种不同的温度，在同一温度下做了三次实验，测得其得率如下（表一），填写下列方差分析表（表二），给出具体的计算表达式，并根据方差分析表分析温度对得率有无显著影响。（ $\alpha = 0.01$, $F_{0.01}(4,10) = 5.99$ ）

（提示：可把原始数据均减去 90 后再计算）

温度	60	65	70	75	80
得率	90	91	96	84	84
	92	93	96	83	86
	88	92	93	88	82

（表一）

方差分析表

变差来源	平方和	自由度	均方和	F 值
温度（组间）	$S_A =$	$f_1 =$	$MS_1 =$	F=
误差（组内）	$S_E =$	$f_2 =$	$MS_2 =$	\
总计	$S_T = 298.4$	$f =$	\	\

（表二）

八、(5 分) 案例分析：大家都听过狼来了的故事，试解释其中的数学原理？

伊索寓言“孩子与狼”讲的是一个小孩每天到山上放羊，山里有狼出没. 第一天，他在山上喊：“狼来了，狼来了！”，山下的村民闻声便去打狼，可到山上，发现狼没有来；第二天仍是如此；第三天，狼真的来了，可无论小孩怎么喊叫，也没有人来救他，因为前两次他说了谎，人们不再相信他了.