

2019 级数理统计试卷

可能用到的数据:

$$\Phi(2) = 0.9772, \chi_{0.01}^2(1) = 6.6349, t_{0.025}(3) = 3.1824, F_{0.05}(1, 3) = 10.13, t_{0.025}(15) = 2.1315.$$

$$F_{0.05}(2, 4) = 6.944, F_{0.025}(2, 4) = 10.65.$$

一、(10 分) 设随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 3x, & 0 \leq x \leq 1, 0 < y < x, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

求 $P\{Y \leq \frac{1}{6} | X = \frac{1}{4}\}$.

二、(10 分) 已知随机变量分布律为 $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0.3 & 0.2 & 0.5 \end{pmatrix}$, 求其特征函数.

三、(10 分) 假设曹冲称象时把和一头大象等重的一堆石块分为 300 次称量, 每次称量产生的误差相互独立, 且都服从区间 $(-0.5, 0.5)$ 上的均匀分布 (单位: 千克), 求总误差的绝对值不超过 10 千克的概率.

四、(15 分) 设总体 X 的概率密度为 $f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{5}x^{-\frac{x-\theta}{5}}, & x \geq \theta, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$

(1) 求 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}$;

(2) 判断 $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计量, 若不是, 请根据 $\hat{\theta}$ 构造一个 θ 的无偏估计量.

五、(10 分) 某种子分公司经过试验获得 A, B 两种杂交玉米的产量数据如下:

品种 A : 86, 87, 56, 93, 84, 93, 75, 79, 80, 经计算得 $\sum x_i = 733, \sum x_i^2 = 60721$.

品种 B : 80, 79, 58, 91, 77, 82, 74, 66, 经计算得 $\sum y_i = 607, \sum y_i^2 = 46771$.

假定两种杂交玉米产量均服从正态分布, 且方差相等. 求两总体均值差 $\mu_1 - \mu_2$ 的置信水平为 0.95 置信区间.

六、(10 分) 某医疗机构调查了 520 名中年以上的脑力劳动者, 其中 136 人有高血压病史, 另外 384 人无高血压病史, 在有高血压史的 136 人中, 经诊断冠心病及可疑者有 48 人, 在无高血压史的 384 人中, 经诊断冠心病及可疑者有 36 人. 试根据这个资料对高血压与冠心病有无关联做显著性检验. ($\alpha = 0.01$)

七、(15 分) 在摸索高产经验的过程中，为总结出根据小麦基本苗数，推算成熟期有效穗数的方法，在五块田上进行试验，在同样的肥料和管理水平下，取得下表的数据，

编号	1	2	3	4	5
基本苗数 x_i 万株/亩	15	25.8	30	36.6	44.4
有效穗数 y_i 万株/亩	39.4	42.9	41	43.1	49.2

经计算得， $\sum x_i = 151.8$, $\sum x_i^2 = 5101.56$, $\sum y_i = 215.6$, $\sum y_i^2 = 9352.02$, $\sum x_i y_i = 6689.76$

(1) 求基本苗数与有效穗数之间的线性回归方程 $y = \hat{a} + \hat{b}x$;

(2) 计算 ε 的方差 σ^2 的无偏估计;

(3) 对回归方程的效果进行显著性检验 ($\alpha = 0.05$).

八、(15 分) 为了提高某种产品的合格率，考察原料用量和来源地对产品的合格率（试验指标）是否有影响。假设原料来源于三个地方：甲、乙、丙。原料的使用量有三种方案：现用量、增加 5%、增加 8%。每个水平组合各做一次试验，得到下表的数据。

	原料来源（因素 A）	原料用量（因素 B）		
		（现用量）B ₁	（增加 5%）B ₂	（增加 5%）B ₃
产品合格率	甲地 A ₁	59	70	66
	乙地 A ₂	63	74	70
	丙地 A ₃	61	66	71

要求：(1) 将下面的方差分析表补充完整。

方差来源	平方和	自由度	均方和	F 值
因素 A				
因素 B	146			
误差				
总和				

(2) 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 的条件下，分析原料用量及来源地对产品合格率的影响是否显著。

九 (5 分) X_1, X_2, \dots, X_n 是独立同分布的正值随机变量，证明 $E\left(\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_k}{X_1 + X_2 + \dots + X_n}\right) = \frac{k}{n}$.