

机械手臂的坐标变换

机械手臂是模仿着人手的部分动作,按给定程序、轨迹和要求实现自动抓取、搬运或操作的自动机械装置。机械手臂是近代自动控制领域中出现的一项新技术,并已成为现代机械制造生产系统中的一个重要组成部分,这种新技术发展很快,逐渐成为一门新兴的学科——机械手工程。机械手臂涉及到力学、机械学、电器液压技术、自动控制技术、传感器技术和计算机技术等科学领域,是一门跨学科综合技术。

1. 机械手臂的结构

RP 关节是组成机械臂/机器人的基础,R 是旋转关节 (Revolute Joint), P 是平移关节 (Prismatic Joint)。请注意,基础关节肯定是只有一个自由度 (Degree of freedom/DOF) 的,旋转关节只绕某一个轴旋转,平移关节只在某一条直线上运动。举个例子,桌面 3D 打印机,如图 1 所示,结构为 PPP。



图 1 桌面 3D 打印机

为了更直观地表明机器人的结构,不知道谁发明了两类关节符号,画出了如题图那样的机械臂结构图。图 2 中圆形表示的 R 关节旋转轴垂直于屏幕。

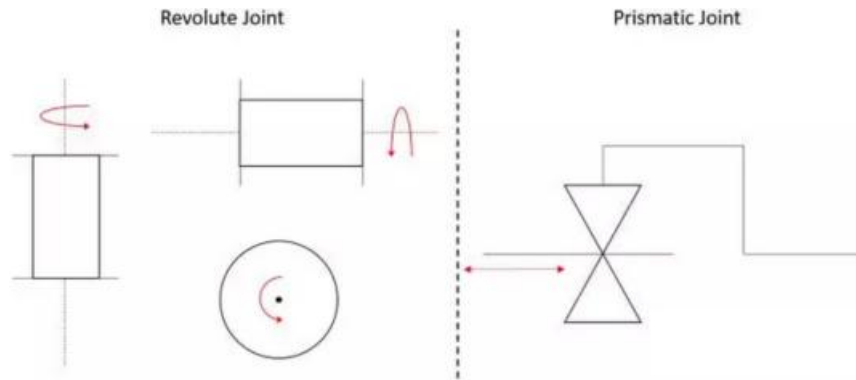


图 2 关节符号

2. 坐标变换

我们的舵机版机械手臂，可以用关节符号表示，如图 3。坐标系是根据 DH 法建立的，这个后面的章节有介绍。

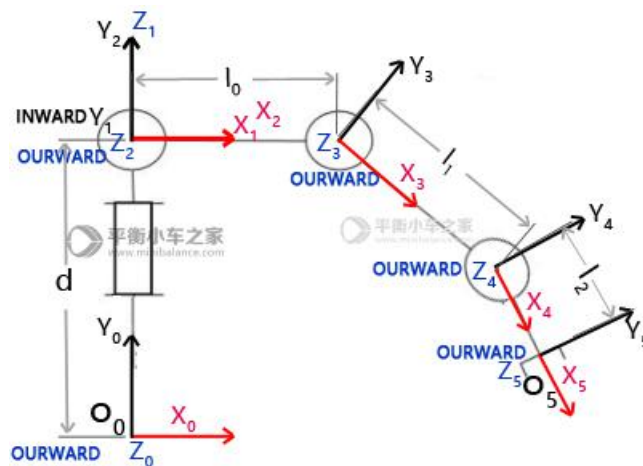


图 3 机械手臂的关节表示

一般描述空间位置，大部分都是用笛卡尔坐标系，也就是大家熟知的三个互相垂直的坐标轴组成的坐标系。在这里我们先复习几个知识点：

右手定则，在三维坐标系中，Z 轴的正轴方向是根据右手定则确定的。右手定则也决定三维空间中任一坐标轴的正旋转方向。要标注 X、Y 和 Z 轴的正轴方向，就将右手背对着屏幕放置，拇指即指向 X 轴的正方向。伸出食指和中指，食指指向 Y 轴的正方向，中指所指示的方向即是 Z 轴的正方向。要确定轴的正旋转方向，用右手的大拇指指向轴的正方向，弯曲手指。那么手指所指示的方向即是轴的正旋转方向。结合图 3 建立的坐标系，可以更容易地理解。

单位向量，模等于 1 的向量。由于是非零向量，单位向量具有确定的方向。

下面做个练习，要进行如下图所示坐标变换，由坐标系 $OX_A Y_A$ 绕 Z 轴（图中没画出）旋转 θ 得到新的坐标系 $OX_B Y_B$ 。

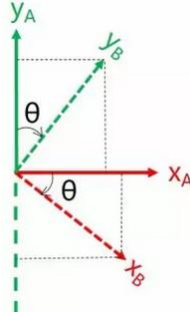


图 4 二维坐标变换

把 $OX_B Y_B$ 坐标系的轴的单位向量在 $OX_A Y_A$ 中表示出来

$${}^A \vec{x}_B = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ -\sin \theta \end{bmatrix}$$

$${}^A \vec{y}_B = \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}$$

左上角的 A 代表该向量以 $OX_A Y_A$ 坐标系为参照。我们可以定义一个 2X2 的矩阵

$${}^A R_B = [{}^A \vec{x}_B \quad {}^A \vec{y}_B] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

有了这个矩阵，我们就可以由坐标 $OX_A Y_A$ 得到唯一的 $OX_B Y_B$ 了，这也就是所谓的旋转矩阵。三维的坐标旋转，可以在上面的公式的基础上拓展为：

$${}^A R_B = [{}^A \vec{x}_B \quad {}^A \vec{y}_B \quad {}^A \vec{z}_B]$$

显然，这是比较简单的，如果是三维且连续旋转变换，就会复杂很多，当然，我们下面会介绍神奇的 DH 模型去解决这些问题。

坐标的变换不仅包括旋转，还包括平移。我们可以使用齐次坐标变换矩阵来表示。要把坐标系 A 经过平移旋转为 A' 如下图 5。

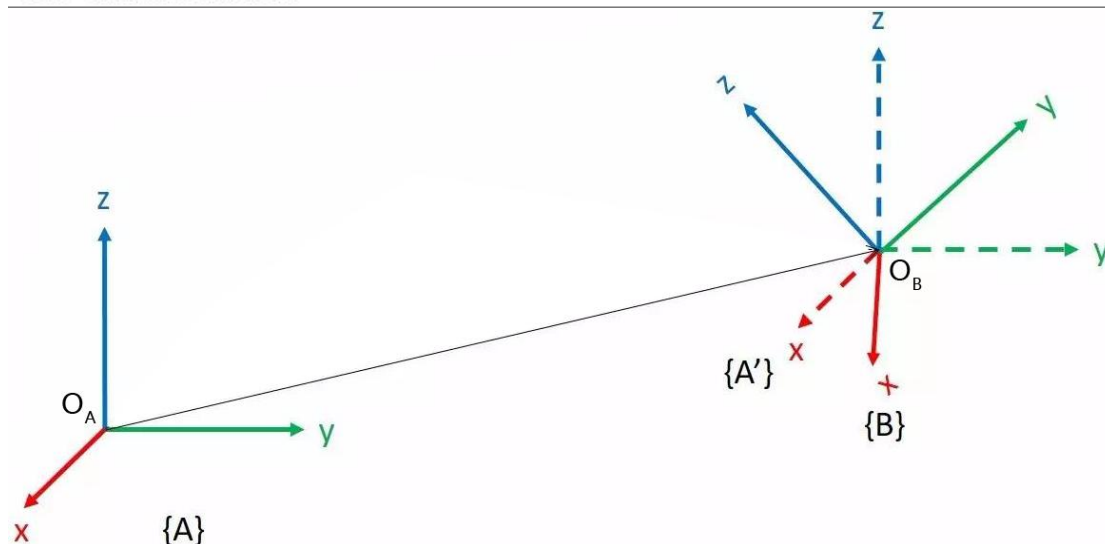


图 5 三维坐标的平移和旋转

${}^A\overrightarrow{O_AO_B}$ 代表以 A 坐标系为参考的向量 $\overrightarrow{O_AO_B}$, 包括的坐标平移的信息, 接下来我们结合之前得到的旋转矩阵 R :

$${}^A_T{}^B = \begin{bmatrix} {}^A_R{}^B & {}^A\overrightarrow{O_AO_B} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

增加了能表示坐标平移的向量之后, 整个坐标变换的矩阵都可以通过 4X4 的 T 矩阵表示了。