

基于排队论的银行业务窗口设置优化

葛连升

山东大学网络与信息中心

摘要: 为解决目前办理银行业务顾客等候时间过长的问題, 构建了基于排队论的银行业务窗口设置优化模型。将银行前台的业务办理过程视为随机服务系统, 在充分认识该系统基本特征的基础上, 详细设计了优化银行窗口设置的步骤, 并运用排队论, 从两个侧重目标分别具体分析了银行窗口设置的优化方法, 结合实例给出了合理确定银行窗口数量的一种新思路。

基金: 国家自然科学基金资助项目 (11001055, 61170211)

关键词: 排队论 银行业务窗口 优化方法 顾客损失率 服务强度

0 引言

服务业中的排队现象是非常普遍的。银行中需要排队办理业务, 医院内需要排队挂号、分诊、取药、化验、检查和等床, 超市中需排队结账, 旅游景点需要排队买门票, 等等。其中, 在银行营业网点的客户排队接受服务是一种很常见、很典型的排队现象。

本研究以银行排队问题为例, 主要分析银行排队现象的特点和优化服务窗口设置的方法。银行的排队现象中, 出现排队问题缘于银行柜台生产能力的相对不足, 这会导致顾客的等待成本增加^[1], 进而引发服务投诉和存款的流失。一般情况下, 银行会用增加设备投入、增多服务柜台的方式来降低顾客的等待成本, 从而避免或减少顾客损失。这在一定程度上可以缓解排队问题, 但会相应地增加银行自身的经营成本。这就产生了一对矛盾, 即降低顾客等待成本从而保证稳定的交易完成量和降低银行自身经营成本之间的矛盾。同时, 在保证较低经营成本的前提下, 还要尽量保持银行柜员较高的工作效率。文献[2-4]针对现有的移动Agent系统缺乏排队机制的课题, 定义了Agent排队系统的概念, 通过计算机仿真, 给出了一个关于服务台业务类型的动态调整算法, 从窗口调整的角度部分解决了上述矛盾。目前, 已有研究Agent排队系统的文献报道^[5-6]。针对这些问题, 目前还有许多关于系统优化的研究成果。KUT C S根据拥挤指标K的值来优化收银台的数目, 若n为系统中排队的顾客, c为开放的窗口数, 通过比较K和n/c的大小, 来确定是否需增设窗口或者减少窗口^[7]。DAVID L P等和宋卫斌等都从整个系统损失的总费用(包括顾客的等待损失费用和服务台的服务成本)角度来分析, 选择使得总费用最小化的窗口数c^[8-10]。总之, 有的文献在确定合适的银行柜台数以优化柜台服务的问题上, 只针对一个侧重目标进行改善, 往往是在合理的顾客等待时

间、合适的柜员服务强度或较低的经营成本等这些目标中择其一或其二, 探讨能够实现部分目标的最佳柜台数目, 因而优化方案不够完善;也有文献将顾客等待时间转化为一种成本加入开设柜台成本中来进行综合的衡量, 而这种思路存在无法克服的量化过程误差问题。

在前人研究的基础上, 本研究从不同的经营目标入手, 运用排队论的思想和原理, 对系统的窗口数量设计进行了全面分析, 分别得到了在不同经营目标下比较合理的窗口数量, 而且作者在研究这个问题时综合考虑了在一定顾客损失率、窗口服务强度和银行经营效率3个方面的要求, 运用排队论的思想和方法来解决这个问题, 提出了解决这类问题的新思路。

1 银行业务窗口服务模型

在银行的排队系统中, 银行柜台为服务台, 排队要求得到服务的人员称为顾客, 两者组成一个随机服务系统, 也称为排队系统^[11-12]。现对该系统的相关特征予以描述。

1.1 基本假设和前提

为简化该服务系统模型, 本研究首先对该系统的一些相关前提进行合理的假设。

(1) 各个窗口的柜员交易速度是一致的。这是一种简化的情况, 不同的柜员的服务水平是有差异的, 所以处理交易的速度肯定不完全相同, 但可以通过对中等服务水平和交易速度的柜员处理业务的相关参数进行测算, 以大致估计整体的服务水平。

(2) 顾客进入系统后接受服务的顺序是公平合理的。也就是说, 服务有秩序, 先到者能够先接受服务。这可以保证系统维持有效运行。现实中的服务行业绝大多数情况下都是符合这种假设的。对银行来说, 现在银行普遍使用的排队机运行机制与此恰好相同。

1.2 银行排队系统组成

1.2.1 输入过程

在银行的排队系统中, 顾客来源是无限的, 即这是一个无限源系统。单位时间进入系统的顾客流是最简单流, 也就是顾客进入系统的时间间隔相互独立并服从同一负指数分布。因此, 根据最简单流的相应条件, 可以推得单位时间内进入系统的顾客数实际上服从泊松分布, 设参数为 λ 。那么顾客进入系统的时间间隔服从期望为 $\frac{1}{\lambda}$ 的负指数分布。

1.2.2 排队规则

银行采用排队机系统, 进入系统的顾客拿号排队, 依次接受服务。另外, 因为一般情况下银行的服务大厅较等待服务的顾客来说空间比较充裕, 不需要限定系统容纳的最大顾客人数, 所以可以说系统能够容纳的顾客人数是无限制的, 对排队的顾客人数没有限制。而银行对排队顾客的服务顺序一般是先到先服务。

1.2.3 服务机构

银行安排c个柜台对顾客提供服务。各个柜台之间是并联的,即一般情况下,任何一个窗口都可以满足任一位顾客的服务需求。每个柜员的服务时间服从参数为 μ 的负指数分布,所以服务时间的期望为 $\frac{1}{\mu}$ 。

综合以上3个部分的特征,系统可表示为M/M/c/ ∞ ,即顾客来源是无限的,顾客进入系统的时间服从参数为 λ 的负指数分布,银行窗口服务时间服从参数为 μ 的负指数分布,系统设置c个并联服务窗口,系统对排队的顾客人数没有限制。由此本研究得到简化的银行随机服务系统模型。

1.3 系统优化目标

对银行随机服务系统的简化考虑以下两个主要目标,本研究根据侧重目标的不同选择不同的优化方案。

1.3.1 保证较低的顾客损失率

保证较低的顾客损失率可以保证银行一定的服务数量和质量。通过降低顾客损失率,一方面能保持银行稳定的服务收入,获得较多的[银行存款](#),增强银行的自身实力,另一方面也能够在顾客当中树立较好的服务形象,增强银行的隐形实力。所以,顾客损失率一直是银行十分看重的一项指标。

1.3.2 保证适当的服务强度

在单服务窗口情况下,服务强度用 $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ 来表示。本研究中,因为设置了c个窗口,所以总的服务强度为 $\rho_c = \frac{\lambda}{c\mu}$ 。显然, $\rho_c > 1$ 时,单位时间内进入系统的顾客人数大于单位时间c位柜员能够服务的顾客总人数,所以窗口前的队伍会越来越长,这是不合理的。 $\rho_c = 1$ 时,单位时间内进入系统的顾客恰好能在该段时间全部接受服务,但所有柜员必须一直处于工作状态得不到休息。所以,有必要使系统维持一个合理的服务强度 ρ_c ($\rho_c < 1$),使得柜员在工作日中能够得到适当的休息,以保证其较高的服务效率和服务质量。

2 优化模型

2.1 基本模型相关理论

对于银行的排队系统,柜员服务时间和单位时间进入系统的顾客人数所服从的分布为已知,因此可以对系统相关的量进行更深入地探讨。已知柜员服务时间服从参数为 μ 的负指数分布,而单位时间内进入系统的顾客人数服从参数为 λ 的泊松分布。那么柜员服务时间的期望值为 $\frac{1}{\mu}$,单位时间的服务人数为 μ 。

定义整个系统的服务强度 $\rho_c = \frac{\lambda}{c\mu}$ ($\rho_c < 1$),同时记 $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ 。用N(t)表示t时刻排队系统内的顾客数,系统{N(t); t ≥ 0 }是一个[生灭过程](#)[12-14],其中参数为 $\begin{cases} \lambda_n = \lambda, & n = 0, 1, 2, \dots; \\ \mu_n = \begin{cases} n\mu, & n = 1, 2, 3, \dots, c; \\ c\mu, & n = c + 1, \dots \end{cases} \end{cases}$ 。

由生灭过程求平稳解公式,可以得到

$$p_n = \frac{\lambda_{n-1} \cdot \lambda_{n-2} \cdot \dots \cdot \lambda_0}{\mu_n \cdot \mu_{n-1} \cdot \dots \cdot \mu_1} p_0 = \begin{cases} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n p_0 = \frac{1}{n!} \rho^n p_0, & n = 0, 1, 2, \dots, c-1; \\ \frac{1}{c^{n-c} c!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n p_0 = \frac{1}{c^{n-c} c!} \rho^n p_0, & n = c, c+1, \dots \end{cases} \quad (1)$$

根据概率的正则性,有 $\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1$,又 $\rho_c < 1$,从而 $\sum_{n=0}^{\infty} p_n = \sum_{n=0}^{c-1} p_n + \sum_{n=c}^{\infty} p_n = \left(\sum_{n=0}^{c-1} \frac{1}{n!} \rho^n + \sum_{n=c}^{\infty} \frac{1}{c^{n-c} c!} \rho^n \right) p_0 = \left(\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{1}{c!} \rho^c \frac{1}{1-\rho_c} \right) p_0 = 1$ 。所以, $p_0 = \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{c\rho^c}{(c-\rho)} \right]^{-1}$ 。

由此可以求得以下需要的目标参量:

(1) 等待队长是指系统中排队等待的顾客数, 平均等待队长 $L_q = \sum_{n=c}^{\infty} (n-c) p_n$ 。将上面的 p_n 代入, 可以得到

$$L_q = \sum_{n=c}^{\infty} \left[(n-c) \frac{1}{c^{n-c} c!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n p_0 \right] = \frac{\rho_c \cdot (c\rho_c)^c \cdot p_0}{(1-\rho_c)^2 \cdot c!} = \frac{c^c \rho_c^{c+1} p_0}{(1-\rho_c)^2 c!} \quad (2)$$

(2) 顾客的等待时间^[14-16]即指从顾客进入系统的时刻起直到开始接受服务的这段时间。平均等待时间 W_q 的计算式为

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{c^c \rho_c^{c+1} p_0}{(1-\rho_c)^2 c! \cdot \lambda} \quad (3)$$

通过利用这些排队论的相关结论和其他的相关探讨, 可以对服务业中各类拥挤系统的排队问题进行合理的分析, 并根据分析提出一些相应的系统运行方案以实现企业和单位的不同侧重目标。

2.2 优化方法

基于之前列出的系统优化目标以及系统模型的相关理论, 本研究对服务柜台数量进行适当调整以使系统得到有目的的优化。具体步骤如下:

(1) 对系统的相关变量的分布进行拟合优度检验。相关变量主要是顾客进入系统的时间间隔和柜员每笔交易的服务时间, 采用皮尔逊 χ^2 检验, 可以得到两个变量分别服从参数为 λ 和 μ 的负指数分布。

(2) 测定系统的各参数。参数 λ 、 μ 的测定。 λ 和 μ 分别是单位时内进入系统的顾客数和完成交易数的期望值, 而样本的均值是总体期望值的一个无偏估计。所以, 可以选择1 h为一个单位时间, 在较长的时期内每天选取不同时段作为样本, 连续观察单位时间内进入系统的顾客数和柜员完成的交易数。对获得的样本数据求平均值, 即可得到估计的期望值 λ 和 μ 。在实际操作中, 可以定期对估计的参数值进行假设检验, 以确定其能够较好地反映总体情况。

测定顾客的期望等待时间 T 。顾客期望的等待时间 T 是指顾客认为较合理的排队等待时间, 超过时间 T , 顾客开始出现焦躁不安的情绪, 时间更长时, 则会表现出厌烦, 直至恼火而离开系统。所以, T 是顾客所期望的、认为较合理的一段等待时间。参数 T 的获取应采取调查法, 对不同时段、多位顾客的期望等待时间观察记录, 求平均值, 以得到总体的期望等待时间 T 的估计值。

2.3 根据不同的侧重目标对系统进行优化改进

根据上面列出的两个主要侧重目标, 利用已获得的参数, 根据不同的侧重目标, 可以有不同的优化方向。

2.3.1 低顾客损失率

要保证较低的顾客损失率, 应至少使顾客的平均等待时间小于顾客的期望等待时间, 即满足 $W_q = T$ 。根据已测得的参数值 λ 、 μ , 当 c 取不同的值时, 可以得到不同的平均等待时间 $W_q(c)$ 。找到满足 $W_q(c) = T$ 的 c_0 。当 c 取值 c_0 时, 可以满足较低的顾客损失率, 同时窗口数最少。由于测得的 λ 是不同时间段的均值, 所以窗口数为 c_0 时, 在客流高峰期可能存在某些顾客等待时间大于其容忍时间, 从而放弃接受服务的情况, 而在客流低谷期则相反, 顾客的等待时间相

对都比较短, 甚至出现一些窗口的闲置状况。所以设置 c_0 个窗口时, 顾客损失率不可能为零, 但可以达到比较低的水平。

2.3.2 每个窗口的服务强度较合适

对整个系统, 其总体服务强度为 ρ_c 。国内外银行实践表明, 服务强度在70%~80%之间, 柜员能保持持续最佳的工作水平和服务质量。将 $70\% \leq \rho_c \leq 80\%$ 作为工作强度标准, 可以解得 c , 从而求得一个使柜员保持较高工作效率的 c 的取值范围。在该范围内, 可以选取其中的最小值, 也可以同时结合低顾客损失率的要求, 选择一个合适的窗口数。

3 应用实例分析

本研究以一个具体的银行排队系统为例, 进一步分析如何合理确定银行窗口数量。

现在实地测定某市的一大型国有银行普通柜员完成一笔交易的平均时间为3.75 min, 即 μ 为16笔/h。每小时进入银行大厅的顾客人数为90人, 从而 $\lambda=90$ 人/h。另外, 行为科学家研究发现, 顾客等待时间超过10 min, 情绪开始焦躁, 流失20%至30%的客户; 超过20 min, 情绪表现为厌烦; 超过40 min, 常因恼火而离去。经论证, 5~10 min是客户等待时间上下两个临界值。那么选择顾客的期望等待时间 $T=6$ min, 可以基本满足顾客的要求。

因为该系统的总体服务强度 $\rho_c < 1$, 那么 $c > 5.625$, 即最少安排6个服务窗口。同时 ρ_c 对 c 从6开始取不同的值, 计算顾客的平均等待时间 $W_q(c)$:

$$c=6 \text{ 时}, \rho_c = \frac{\lambda}{c\mu} = \frac{90}{6 \times 16} = \frac{15}{16};$$

$$p_0(6) = \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{c\rho^c}{(c-\rho)} \right]^{-1} = \left[\sum_{n=0}^5 \frac{\left(\frac{45}{8}\right)^n}{n!} + \frac{6 \times \left(\frac{45}{8}\right)^6}{6! \left(6 - \frac{45}{8}\right)} \right]^{-1} = 0.00118$$

$$W_q(6) = \frac{c^c \rho_c^{c+1} p_0}{(1-\rho_c)^2 c! \cdot \lambda} = \frac{6^6 \times \left(\frac{15}{16}\right)^7 \times 0.00118}{\left[1 - \left(\frac{15}{16}\right)\right]^2 \times 6! \times 90} = 0.13844 > 0.1。$$

$$c=7 \text{ 时}, \rho_c = \frac{\lambda}{c\mu} = \frac{90}{7 \times 16} = \frac{45}{56};$$

$$p_0(7) = \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{c\rho^c}{(c-\rho)} \right]^{-1} = \left[\sum_{n=0}^6 \frac{\left(\frac{45}{8}\right)^n}{n!} + \frac{7 \times \left(\frac{45}{8}\right)^7}{7! \left(7 - \frac{45}{8}\right)} \right]^{-1} = 0.00274$$

$$W_q(7) = \frac{c^c \rho_c^{c+1} p_0}{(1-\rho_c)^2 c! \cdot \lambda} = \frac{7^7 \times \left(\frac{45}{56}\right)^8 \times 0.00274}{\left[1 - \left(\frac{45}{56}\right)\right]^2 \times 7! \times 90} = 0.02242 < 0.1。$$

通过计算可以知道, 当 $c \geq 7$ 时, 即可满足该银行的顾客平均等待时间小于期望等待时间, 顾客损失率较低。

另一方面, 从服务强度的角度看, 令 $\rho_c \leq 0.9$ 。解得 c 的范围大约为 $7.03125 \leq c \leq 8.03571$ 。即设置该银行窗口数为7或8时, 可以使该系统有合适的总体服务强度, 从而使柜员有适当的休息时间, 以保持其较高的服务效率和服务质量。

由以上分析可知, 低顾客损失率的目标要求窗口数量至少为7, 而合适服务强度的目标则要求设置7个或8个窗口。综合两方面和成本因素来看, 当设置柜台数为7时, 成本相对较低, 也能够满足较低的顾客损失率和合适的服务强度要求; 当柜台数为8时, 顾客损失率更小, 服务强度同样较合理, 但成本会有所增加。在一般情况下, 如果对顾客损失率指标要求不很高, 为尽量节约成本, 开设7个窗口是比较合适的选择。当然, 关于银行系统的窗口数量设计问题, 不应当一概而论, 应该结合银行的具体经营目标确定。银行的顾客损失率和服务强度都是决定银行接受业务量和客户声誉的重要因素, 但在两者不能同时达到最优的情况下, 要根据各银行自身的经营目标寻找一个合适的窗口数量, 以达到最大限度的合理化。为达到低顾客损失率的目的, 选择使得 $W_q(c) \leq T$ 的 c 值; 为保持合适的服务强度

使柜员有较高的工作效率和工作质量, 应使 c 在 范围内。要兼顾两方面目标, 则需要结合两种目标选取合适的 c 值, 从而使银行在保持柜员较高工作效率的前提下, 达到一个较低的顾客损失率。

4 结论

本研究基于排队论, 对银行业务窗口设置优化与仿真问题进行了研究, 提出了根据不同要求进行银行业务窗口设置优化的有效方法。并通过实际数据计算说明该方法的应用过程和有效性。本研究运用排队论的基本理论和方法, 对银行的窗口设置问题进行了全面的探讨, 得出以下几点结论:

(1) 在模型优化的目标方面, 以往的研究往往只考虑银行成本最低化、客户等待时间最小化等单一目标^[1, 17-18], 而本研究的模型更接近实际, 该模型允许存在一定的顾客损失, 综合考虑合理的顾客损失率、合适的窗口服务强度和较高的银行经营效率3个方面的要求, 结合各个目标的重要性程度, 确定适当的营业窗口数量。同时, 利用本模型的方法, 能够在各个时期主要优化目标发生变化时, 也可以方便地确定合适的窗口数量。

(2) 在解决方法的可行性上, 本研究考虑了更易于处理的窗口设置的原则目标, 并根据这些目标利用排队论的基本理论分别做了相应的简化分析。相对于文献[1, 19], 本研究针对每个目标所做的窗口数量的决策办法在现实操作中更具可行性, 能够提供较快、较准确的决策思路和方法。

研究发现, 如果将本研究的方法与计算机仿真^[20-22]结合, 优化效果会更加明显。另外在现阶段, 由于银行的不同客户群体有不同的服务需求和偏好^[23-26], 在客户异质性假设条件下, 按照上述思路对纳入网上银行、[电子银行](#)等形式的[广义银行](#)排队系统做资源分配的安排, 将更符合现实情形, 这也将是我们进一步研究的方向。

我的笔记⁰

参考文献²⁶

引证文献³⁶