**Министерство образования Российской Федерации**

# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. Н.Э. БАУМАНА

Факультет: Информатика и системы управления Кафедра: Информационная безопасность (ИУ8)

# ТЕОРИЯ ИГР И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

**Лабораторная работа №1 на тему:**

«Аналитический и численный методы решения антагонистической игры в смешанных стратегиях»

Вариант 9

|  |  |
| --- | --- |
| Преподаватель: | Коннова Н.С. |
| Студент: | Киселев В.А. |
| Группа: | ИУ8-104 |

Москва, 2025

# Цель работы

Изучить аналитический (обратной матрицы) и численный (Брауна Робинсон) методы нахождения смешанных стратегий в антагонистической игре двух лиц в нормальной форме.

# Постановка задачи

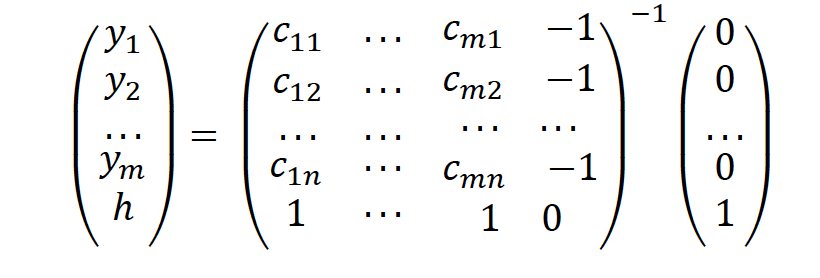
Найдите цену игры и оптимальные стратегии обоих игроков методами обратной матрицы и Брауна Робинсон. Сравните полученные результаты.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Ход работы** |  | | |
| Исходная платежная матрица: |
|  | 19 | 7 | 3 |
|  | (6 | 9 | 9 ) |
|  | 8 | 2 | 11 |

Первое, что делаем – ищем доминирующие стратегии и пытаемся упростить матрицу.

Исходная матрица не упрощается.

# Аналитический метод



Для игрока А:

19x₁ + 6x₂ + 8x₃ = v

7x₁ + 9x₂ + 2x₃ = v

3x₁ + 9x₂ + 11x₃ = v

x₁ + x₂ + x₃ = 1

Решение

x₁ = 9/57 ≈ 0.1579

x₂ = 44/57 ≈ 0.7719

x₃ = 4/57 ≈ 0.0702

v = 467/57 ≈ 8.193

Для игрока В:

19y₁ + 7y₂ + 3y₃ = v

6y₁ + 9y₂ + 9y₃ = v

8y₁ + 2y₂ + 11y₃ = v

y₁ + y₂ + y₃ = 1

Решение

y₁ = 46/171 ≈ 0.2690

y₂ = 38/171 ≈ 0.2222

y₃ = 87/171 ≈ 0.5088

v = 467/57 ≈ 8.193

Получили решение:

Смешанные стратегии игрока А: ( 0.1579 ; 0.7719 ; 0.0702)

Смешанные стратегии игрока B: ( 0.2690 ; 0.2222 ; 0.5088 )

Цена игры: 8,193

# Метод Брауна Робинсон

Решение матричной игры методом Брауна Робинсон представляет собой решение задачи динамического программирования, а именно заполнения

следующей таблицы:

Таблица 1 – метод Брауна Робинсон

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | A | B | x1 | x2 | x3 | y1 | y2 | y3 | Верхняя | Нижняя | ε |
| 1 | x1 | y1 | 19.0000 | 6.0000 | 8.0000 | 19.0000 | 7.0000 | 3.0000 | 19.0000 | 3.0000 | 16.0000 |
| 2 | x1 | y3 | 22.0000 | 15.0000 | 19.0000 | 38.0000 | 14.0000 | 6.0000 | 11.0000 | 3.0000 | 8.0000 |
| 3 | x1 | y3 | 25.0000 | 24.0000 | 30.0000 | 57.0000 | 21.0000 | 9.0000 | 10.0000 | 3.0000 | 7.0000 |
| 4 | x3 | y3 | 28.0000 | 33.0000 | 41.0000 | 65.0000 | 23.0000 | 20.0000 | 10.2500 | 5.0000 | 5.2500 |
| 5 | x3 | y3 | 31.0000 | 42.0000 | 52.0000 | 73.0000 | 25.0000 | 31.0000 | 10.4000 | 5.0000 | 5.4000 |
| 6 | x3 | y2 | 38.0000 | 51.0000 | 54.0000 | 81.0000 | 27.0000 | 42.0000 | 9.0000 | 4.5000 | 4.5000 |
| 7 | x3 | y2 | 45.0000 | 60.0000 | 56.0000 | 89.0000 | 29.0000 | 53.0000 | 8.5700 | 4.1400 | 4.4286 |
| 8 | x2 | y2 | 52.0000 | 69.0000 | 58.0000 | 95.0000 | 38.0000 | 62.0000 | 8.6200 | 4.7500 | 3.8750 |
| 9 | x2 | y2 | 59.0000 | 78.0000 | 60.0000 | 101.0000 | 47.0000 | 71.0000 | 8.6700 | 5.2200 | 3.4444 |
| 10 | x2 | y2 | 66.0000 | 87.0000 | 62.0000 | 107.0000 | 56.0000 | 80.0000 | 8.7000 | 5.6000 | 3.1000 |
| 3161 | x2 | y3 | 24891.0000 | 26166.0000 | 25216.0000 | 25942.0000 | 25957.0000 | 25849.0000 | 8.2800 | 8.1800 | 0.1003 |
| 3162 | x2 | y3 | 24894.0000 | 26175.0000 | 25227.0000 | 25948.0000 | 25966.0000 | 25858.0000 | 8.2800 | 8.1800 | 0.1003 |
| 3163 | x2 | y3 | 24897.0000 | 26184.0000 | 25238.0000 | 25954.0000 | 25975.0000 | 25867.0000 | 8.2800 | 8.1800 | 0.1002 |
| 3164 | x2 | y3 | 24900.0000 | 26193.0000 | 25249.0000 | 25960.0000 | 25984.0000 | 25876.0000 | 8.2800 | 8.1800 | 0.1002 |
| 3165 | x2 | y3 | 24903.0000 | 26202.0000 | 25260.0000 | 25966.0000 | 25993.0000 | 25885.0000 | 8.2800 | 8.1800 | 0.1002 |
| 3166 | x2 | y3 | 24906.0000 | 26211.0000 | 25271.0000 | 25972.0000 | 26002.0000 | 25894.0000 | 8.2800 | 8.1800 | 0.1001 |
| 3167 | x2 | y3 | 24909.0000 | 26220.0000 | 25282.0000 | 25978.0000 | 26011.0000 | 25903.0000 | 8.2800 | 8.1800 | 0.1001 |
| 3168 | x2 | y3 | 24912.0000 | 26229.0000 | 25293.0000 | 25984.0000 | 26020.0000 | 25912.0000 | 8.2800 | 8.1800 | 0.1001 |
| 3169 | x2 | y3 | 24915.0000 | 26238.0000 | 25304.0000 | 25990.0000 | 26029.0000 | 25921.0000 | 8.2800 | 8.1800 | 0.1000 |
| 3170 | x2 | y3 | 24918.0000 | 26247.0000 | 25315.0000 | 25996.0000 | 26038.0000 | 25930.0000 | 8.2800 | 8.1800 | 0.1000 |

Получили решение:

Приближенная цена игры: 8.230

Погрешность: 0.1000

Стратегия игрока A: [0.15899054 0.77413249 0.06687697]

Стратегия игрока B: [0.24006309 0.25488959 0.50504732]

# Выводы

В ходе лабораторной работы были успешно освоены и применены аналитический и численный методы решения антагонистических игр в смешанных стратегиях.

Аналитический метод дает точное решение задачи, но имеет существенные недостатки: применимость только для невырожденных платежных матриц, большая вычислительная сложность *O(n3), n* – число стратегий.

Метод Брауна-Робинсон, в свою очередь, не имеет вышеуказанных недостатков. Он является более универсальным и применимым для игр с большими размерностями, где аналитические методы становятся неэффективными. Недостатками данного метода можно отметить то, что он дает приближенное решение, является немонотонным.



import numpy as np