**Министерство образования Российской Федерации**

# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. Н.Э. БАУМАНА

Факультет: Информатика и системы управления Кафедра: Информационная безопасность (ИУ8)

# ТЕОРИЯ ИГР И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

**Лабораторная работа №3 на тему:**

«Неантагонистические игры. Критерий выбора оптимальных стратегий в бескоалиционных играх нескольких игроков»

Вариант 9

|  |  |
| --- | --- |
| Преподаватель: | Коннова Н.С. |
| Студент: | Киселев В.А. |
| Группа: | ИУ8-104 |

Москва, 2025

# Цель работы

Изучить критерий выбора стратегий в неантагонистической бескоалиционной игре двух игроков на основе равновесия Нэша и оптимальности по Парето. Проверить данные критерии на примере игр

«Семейный спор», «Перекресток», «Дилемма заключенного». Исследовать свойства оптимальных решений неантагонистических бескоалиционных игр на примере биматричных (2 × 2) игр.

# Задание

1. Сгенерировать случайную биматричную игру (10 × 10). Найти ситуации, равновесные по Нэшу и оптимальные по Парето, а также пересечение множеств этих ситуаций. Выполнить проверку реализованных алгоритмов на примере игр «Семейный спор», «Перекресток», «Дилемма заключенного».
2. Для заданной биматричной игры

Γ(𝐴, 𝐵) = ((5, 1) (10, 4)),

(8, 6) (6, 9)

пользуясь теоремой о свойствах оптимальных решений, найти ситуации, равновесные по Нэшу, для искомой игры и для ее смешанного расширения.

# Ход работы

## Задание 1

Биматрица случайной игры (10 × 10) приведена далее на рисунке 1: первое значение в ячейке соответствуют стратегиям первого игрока, второе значение – второго игрока.ЗАДАНИЕ 1: Случайная биматричная игра 10×10

============================================================

Парето-оптимальные ситуации (индексы строк и столбцов): [(0, 5), (1, 3), (3, 6), (5, 4), (5, 5), (8, 6), (9, 2)]

Равновесия Нэша в чистых стратегиях: []

Матрица выигрышей с выделением оптимальных стратегий:

(63, -72) (-94, 89) (-30, -38) (-43, -65) (88, -74) < (73, 89) > (39, -78) (51, 8) (-92, -93) (-77, -45)

(-41, 29) (54, -94) (43, -50) < (83, 66) > (79, 39) (7, -44) (14, 50) (-29, -99) (94, -60) (78, 8)

(-13, -29) (-61, -45) (95, -14) (-74, -77) (-3, -76) (-9, -12) (54, -33) (-89, 86) (17, 37) (-69, -4)

(-80, 41) (-25, 60) (58, -8) (47, -51) (80, -83) (-89, 69) <(-42, 97) > (-26, -80) (-41, -75) (-3, -29)

(16, 62) (-7, -59) (-6, -10) (-47, 71) (-32, 79) (74, 65) (-82, 55) (62, -57) (36, 86) (-38, -59)

(18, -3) (-31, 63) (76, 42) (-44, 75) <(-17, 96) > <(98, -86) > (-42, -92) (-20, 2) (-32, -84) (-46, 45)

(83, -20) (-46, 67) (27, 1) (64, 17) (-64, -33) (-65, -37) (90, 43) (37, -33) (91, 49) (9, 49)

(2, -8) (-44, -65) (30, 26) (-77, 93) (-88, -72) (-61, 60) (-60, 74) (8, 52) (-84, -2) (-3, 52)

(19, 35) (-36, 41) (-98, 74) (84, -71) (74, 37) (92, -32) < (96, 64) > (-13, -72) (-25, 11) (-60, 16)

(-100, 84) (84, -33) < (28, 95) > (-55, 29) (-73, 60) (-24, 63) (29, 55) (-50, -61) (-5, 95) (-59, 38)

Легенда:

< > - Парето-оптимальная ситуация

{ } - Равновесие Нэша

[ ] - Парето-оптимальная ситуация и равновесие Нэша

Анализ игры 'Случайная игра 10×10':

Парето-оптимальные ситуации:

Позиция (0, 5): (73, 89)

Позиция (1, 3): (83, 66)

Позиция (3, 6): (-42, 97)

Позиция (5, 4): (-17, 96)

Позиция (5, 5): (98, -86)

Позиция (8, 6): (96, 64)

Позиция (9, 2): (28, 95)

Равновесия Нэша:

Равновесий Нэша не найдено

Пересечение множеств (Парето-оптимальные и равновесия Нэша):

Пересечений нет

============================================================

ЗАДАНИЕ 2: Анализ игры для варианта 9

============================================================

Матрица выигрышей для варианта 9:

Матрица выигрышей с выделением оптимальных стратегий:

(5, 1) [(10, 4)]

<(8, 6) > <(6, 9) >

Легенда:

< > - Парето-оптимальная ситуация

{ } - Равновесие Нэша

[ ] - Парето-оптимальная ситуация и равновесие Нэша

Результаты анализа:

Равновесия Нэша в чистых стратегиях: [(0, 1)]

Смешанного равновесия не найдено

Дополнительный анализ:

В ситуации (0, 1):

Выигрыш первого игрока: 10

Выигрыш второго игрока: 4

Проверка устойчивости:

Первому игроку невыгодно менять стратегию (10 >= 6)

Второму игроку невыгодно менять стратегию (4 >= 1)

============================================================

АНАЛИЗ ИЗВЕСТНЫХ ИГР

============================================================

------------------------------------------------------------

Анализ игры: Семейный спор

------------------------------------------------------------

Матрица выигрышей с выделением оптимальных стратегий:

[(4, 1)] (0, 0)

(0, 0) [(1, 4)]

Легенда:

< > - Парето-оптимальная ситуация

{ } - Равновесие Нэша

[ ] - Парето-оптимальная ситуация и равновесие Нэша

Анализ игры 'Семейный спор':

Парето-оптимальные ситуации:

Позиция (0, 0): (4, 1)

Позиция (1, 1): (1, 4)

Равновесия Нэша:

Позиция (0, 0): (4, 1)

Позиция (1, 1): (1, 4)

Пересечение множеств (Парето-оптимальные и равновесия Нэша):

Позиция (1, 1): (1, 4)

Позиция (0, 0): (4, 1)

------------------------------------------------------------

Анализ игры: Перекресток

------------------------------------------------------------

Матрица выигрышей с выделением оптимальных стратегий:

<(1.0, 1.0)> [(0.5, 2.0)]

[(2.0, 0.5)] (0.0, 0.0)

Легенда:

< > - Парето-оптимальная ситуация

{ } - Равновесие Нэша

[ ] - Парето-оптимальная ситуация и равновесие Нэша

Анализ игры 'Перекресток':

Парето-оптимальные ситуации:

Позиция (0, 0): (1.0, 1.0)

Позиция (0, 1): (0.5, 2.0)

Позиция (1, 0): (2.0, 0.5)

Равновесия Нэша:

Позиция (0, 1): (0.5, 2.0)

Позиция (1, 0): (2.0, 0.5)

Пересечение множеств (Парето-оптимальные и равновесия Нэша):

Позиция (0, 1): (0.5, 2.0)

Позиция (1, 0): (2.0, 0.5)

------------------------------------------------------------

Анализ игры: Дилемма заключенного (заданная)

------------------------------------------------------------

Матрица выигрышей с выделением оптимальных стратегий:

{(-5, -5)} <(0, -10)>

<(-10, 0)> <(-1, -1)>

Легенда:

< > - Парето-оптимальная ситуация

{ } - Равновесие Нэша

[ ] - Парето-оптимальная ситуация и равновесие Нэша

Анализ игры 'Дилемма заключенного (заданная)':

Парето-оптимальные ситуации:

Позиция (0, 1): (0, -10)

Позиция (1, 0): (-10, 0)

Позиция (1, 1): (-1, -1)

Равновесия Нэша:

Позиция (0, 0): (-5, -5)

Пересечение множеств (Парето-оптимальные и равновесия Нэша):

Пересечений нет

------------------------------------------------------------

Анализ игры: Классическая дилемма заключенного

------------------------------------------------------------

Матрица выигрышей с выделением оптимальных стратегий:

<(-1, -1)> <(-3, 0) >

<(0, -3) > {(-2, -2)}

Легенда:

< > - Парето-оптимальная ситуация

{ } - Равновесие Нэша

[ ] - Парето-оптимальная ситуация и равновесие Нэша

Анализ игры 'Классическая дилемма заключенного':

Парето-оптимальные ситуации:

Позиция (0, 0): (-1, -1)

Позиция (0, 1): (-3, 0)

Позиция (1, 0): (0, -3)

Равновесия Нэша:

Позиция (1, 1): (-2, -2)

Пересечение множеств (Парето-оптимальные и равновесия Нэша):

Пересечений нет

# Выводы

В ходе лабораторной работы были изучены критерии выбора стратегий в неантагонистической некооперативной игре двух участников: равновесие Нэша и оптимальность по Парето. Проведено исследование свойств оптимальных решений и проверена корректность работы созданной программы на примере биматричных игр размерности (2×2) и (10×10).

Равновесие Нэша демонстрирует устойчивость стратегий, но может не обеспечивать коллективно выгодного результата.

Парето-оптимальные решения могут увеличить выигрыши обоих игроков, но могут быть неустойчивыми с точки зрения индивидуальной рациональности.

В случае отсутствия равновесия в чистых стратегиях смешанное расширение гарантирует существование решения