

珠海校区 2012 学年度第二学期 12 级《高等数学一》期末考试题 A

学院/专业_____学号_____姓名_____评分_____

评卷教师签名: _____



《中山大学授予学士学位工作细则》第六条：“考试作弊不授予学士学位。”

一, (每小题 8 分, 共 32 分)

1, 计算累次积分 $I = \int_0^1 dy \int_y^1 \frac{dx}{1+x^4}$ 。

2, 设二阶线性非齐次方程 $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$ 有三个特解

$y_1 = x$, $y_2 = e^x$, $y_3 = e^{2x}$, 求其通解。

3, 判断数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$ 是否收敛, 若收敛, 求其和。

4, 判断广义积分 $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^p}$ 的敛散性, 并在收敛时, 求其值。

二, (10 分) 计算曲线积分 $I = \oint_{L^+} (e^y - x^3) dx + (xy^2 + xe^y - \sin y^3) dy$,

其中 L^+ 为单位圆周 $x^2 + y^2 = 1$, 逆时针方向。

三, (10 分) 计算曲面积分 $I = \iint_{S^+} (2x^2z + x) dydz + (\cos y - 2xyz) dzdx - xz^2 dxdy$,

其中 S^+ 是曲面 $z = 2 - x^2 - y^2$, $1 \leq z \leq 2$, 取上侧。

四, (每小题 8 分, 共 16 分)

1, 求解初值问题:
$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 2(\ln x)y^2, & x > 0, \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

2, 求二阶线性微分方程: $y'' - 2y' + y = 1 + e^{2x}$ 的通解。

五, (每小题 8 分, 共 16 分)

1, 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ 的收敛半径, 收敛域及和函数。

2, 求函数 $f(x) = \ln x$ 在 $x_0 = 2$ 处的泰勒展开式, 并求其收敛域。

六，（8 分）研究级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{b^n}{n}$ ， $b > 0$ ，问何时绝对收敛，何时条件收敛，何时发散。

七，（8 分）设正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 发散，记 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ ，求证：级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{S_n^2}$ 收敛。