

珠海校区 2013 学年度第三学期 13 级《高等数学一》期末考试题 A

学院/专业_____学号_____姓名_____评分_____

评卷教师签名: _____



《中山大学授予学士学位工作细则》第六条：“考试作弊不授予学士学位。”

一, (每小题 8 分, 共 32 分)

1, 计算累次积分 $I = \int_0^1 dy \int_y^1 \sin x^2 dx$ 。

2, 设二阶线性非齐次方程 $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$ 有三个特解

$y_1 = e^x$, $y_2 = e^{2x}$, $y_3 = e^{3x}$, 求其通解。

3, 判断数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$ 是否收敛, 若收敛, 求其和。

4, 判断广义积分 $\int_{\frac{2}{\pi}}^{+\infty} \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx$ 是否收敛, 若收敛, 求其值。

二, (10 分) 选取自然数 n 的值, 使第二型曲线积分

$I = \int_A^B (x^4 + 4xy^n)dx + (6x^{n-1}y^2 - 5y^4)dy$ 在全平面与路径无关, 再求当 A 为 $(0, 0)$, B 为 $(1, 1)$ 时如上曲线积分的值。

三, (10 分) 计算 $I = \iint_{S^+} (x^3z + x)dydz + (\cos y - x^2yz)dzdx - x^2z^2dxdy$, 其

中 S^+ 是曲面 $z = 2 - x^2 - y^2$, $1 \leq z \leq 2$, 取上侧。

四, (每小题 8 分, 共 16 分)

1, 求解初值问题:
$$\begin{cases} (2xy - 1)dx + x^2 dy = 0, \\ y(1) = 2. \end{cases}$$

2, 求线性微分方程: $y'' - 4y' + 3y = 1 + e^{2x}$ 的通解。

五, (每小题 8 分, 共 16 分)

1, 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$ 的收敛半径, 收敛域及和函数。

2, 求函数 $f(x) = \frac{1}{3+x}$ 在 $x_0 = 1$ 处的泰勒展开式, 并求其收敛域。

六, (每小题 8 分, 共 16 分)

1, 判别数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$ 是绝对收敛还是条件收敛。

2, 设 $a_n > 1, (n=1, 2, \cdots)$, 数列 $\{a_n\}$ 单调递增且有界, 求证: 级数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{a_n}{a_{n+1}}\right) \frac{1}{\sqrt{a_{n+1}}} \quad \text{收敛。}$$