

中山大学本科生期末考试

考试科目：《高等数学一》（B 卷）（珠海校区）

学年学期：2014 学年第 3 学期 姓 名：_____ 学 号：_____

学 院/系：数计学院 学 院：_____ 年级专业：_____

考试方式：闭卷

考试时长：120 分钟 成绩评定：_____ 阅卷教师：_____

警示

《中山大学授予学士学位工作细则》第八条：“考试作弊者，不授予学士学位。”

一、 积分计算题（共 4 小题，每小题 8 分，共 32 分）

1, 计算累次积分：
$$I = \int_0^1 dx \int_{x^2}^1 \frac{xy}{\sqrt{1+y^3}} dy .$$

2, 计算曲线积分 $I = \int_L (x^2 - y)dx + (y^2 - x)dy$, 其中 L 是单位圆周 $x^2 + y^2 = 1$ 的下半部份, 逆时针方向。

3, 计算曲面积分 $I = \oint_{S^+} (x-y)dxdy + x(y-z)dydz$ 其中 S^+ 是柱面 $x^2 + y^2 = 1$

及平面 $z=0$, $z=1$ 所围立体的表面, 取外侧。

4, 计算广义积分 $I = \int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$ 。

二、常微分方程计算题（共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分）

1, 求解一阶常微分方程 $(xe^x - 2xy^2)dx - 2x^2ydy = 0$ 。

2, 求解二阶线性非齐次方程的初值问题:
$$\begin{cases} y'' + 4y' + 3y = x - 2, \\ y(0) = -1, \quad y'(0) = 0. \end{cases}$$

三、数项级数题（共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分）

1, 判断数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-4)(5n+1)}$ 是否收敛, 若收敛, 求其和。

2, 判别数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$ 是绝对收敛还是条件收敛。

四、函数项级数题（共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分）

1, 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} x^{2n}$ 的收敛半径, 收敛区间和收敛域, 并求其和函数。

2, 把函数 $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ 展开成 $(x-2)$ 的幂级数, 并求其收敛域。

五、证明题（共 2 小题，每小题 7 分，共 14 分）

1, 若函数 $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n + x}$, 求证: (1) 函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上有连续的导函数; (2) 广义积分 $\int_0^{+\infty} f(x)dx$ 发散。

2, 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} na_n = A$, 而数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n(a_n - a_{n-1})$ 收敛且和为 S , 求证: 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛并求其和。