

东校区高等数学（一）期末考试试卷

（2006 学年度第一学期）

姓名：

专业：

学号：

成绩：



《中山大学授予学士学位工作细则》第六条：“考试作弊不授予学士学位。”

一、求如下函数的导数（每小题 7 分，共 21 分）

1, 设函数 $y = \ln \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}$, 求 $\frac{dy}{dx}$ 。

2, 设函数 $y = (x^2 + \cos x)^{\tan x}$, 求 $\frac{dy}{dx}$ 。

三, 完成如下各题 (每小题 7 分, 共 28 分)

1, $\int \frac{dx}{x(1+x^2)}$

2, $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1+x^2}}$

3, $\int_0^{\sqrt{\ln 2}} x^3 e^{-x^2} dx$

4, 求由曲线 $y=|\ln x|$ 与直线 $x=e^{-1}$, $x=e$ 及 x 轴所围平面图形的面积。

四, (第1小题4分, 第二小题6分, 共10分)

1, $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=5$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$, 求 $|\vec{a} \times \vec{b}|$ 。

2, 求通过直线 $l_1: \begin{cases} 2x+3y+3z=0 \\ x+2z-4=0 \end{cases}$ 且与直线 $l_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ 平行的平面的方程。

五, (6分) 若 $f(0)=0$ 而当 $x \neq 0$ 时 $f(x) = \frac{\int_0^{x^2} (1 - \cos \sqrt{t}) dt}{x^3}$,

求 $f'(0)$ 。

六, (11 分) 设函数 $f(x) = \frac{(x-3)^2}{4(x-1)}$, (1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间与极值点
(2) 求函数 $f(x)$ 的凸凹区间与拐点; (3) 求函数 $f(x)$ 的渐近线。

七, (每小题 6 分, 共 12 分)

1, 证明: 当 $x > 1$ 时成立不等式, $(1+x)\ln x > 2(x-1)$ 。

2, 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 在开区间 (a, b) 上可导,

$f(b)=1$, 又有 (a, b) 中两点 $x_1 < x_2$, 满足 $f(a)+f(x_1)+f(x_2)=3$ 。

求证: 在区间 (a, b) 中存在一点 c , 满足 $f'(c)=0$ 。