中山大学本科生期末考试

考试科目：《信号与系统》（A 卷 答案）

学年学期：**2015** 学年第 **3** 学期　　　　姓　　名：________________
学 院/系：物理学院　　　　　　　　　　　学　　号：________________
考试方式：闭卷　　　　　　　　　　　　　年级专业：________________
考试时长：120 分钟　　　　　　　　　　　班　　别：________________
任课老师：陈晖

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第八条："考试作弊者，不授予学士学位。"

------------以下为试题区域，共六道大题，总分 100 分，考生请在答题纸上作答------------

一、欧拉公式和正弦、余弦函数及其组合的频域特性（共8小题，共25分）

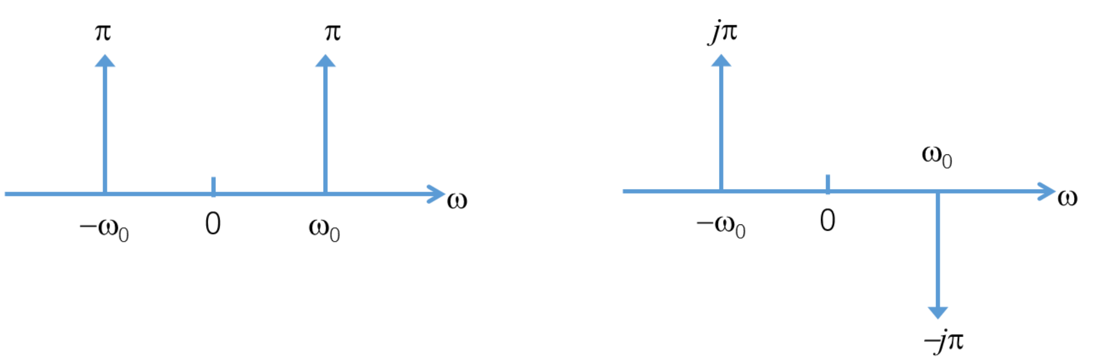
1、写出欧拉公式（2分）

$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\sin(\theta)$ 或$\cos(\theta) = \frac{e^{j\theta}+e^{-j\theta}}{2}$，$\sin(\theta) = \frac{e^{j\theta}-e^{-j\theta}}{2j}$

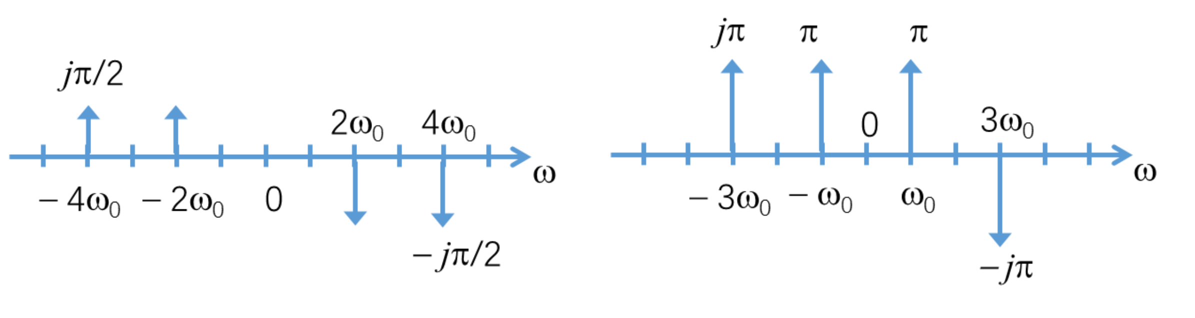
2、根据$e^{j\omega_0 t}$的傅立叶变换是$2\pi\delta(\omega-\omega_0)$写出$\cos(\omega_0 t)$和$\sin(\omega_0 t)$的傅里叶变换（4分）

$\pi[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)]$ 和 $-j\pi[\delta(\omega-\omega_0)-\delta(\omega+\omega_0)]$

3、画出以上两个余弦、正弦信号傅立叶变换的频谱图，需要有频率、幅度和相位的信息（4分）



4、画出信号 $x(t)=\cos(\omega_0 t)\cdot\sin(3\omega_0 t)$ 以及 $y(t)=\cos(\omega_0 t)+\sin(3\omega_0 t)$的傅立叶变换$X(j\omega)$和$Y(j\omega)$的频谱图，需要有频率、幅度和相位的信息（4分）



5、假如需要对$x(t)$和$y(t)$信号进行采样变成离散信号，写出离散信号的表达式，选择采样周期，并给出你的理由（4分）

采样定理：$\omega s>2\omega m$
对于$x(t)$，其最大频率是$\omega_m=4\omega_0$，因此$\omega s>2\omega_m=8\omega_0$，$T<2\pi/8\omega_0$，
对于$y(t)$，其最大频率是$\omega_m=3\omega_0$，因此$\omega s>2\omega_m=6\omega_0$，$T<2\pi/6\omega_0$，

6、指出第4小题信号时域和频域的奇偶虚实特性（2分）

第4小题中，（答对x(t)既可给满分）

	时域	频域
$x(t)$	实、奇	虚、偶
$y(t)$	实、非奇非偶	复、非奇非偶

7、指出$f(t)=e^{j\omega_0 t}$信号的奇偶虚实特性（2分）

该信号是复信号，其实部是偶信号，其虚部是奇信号

8、余弦、正弦信号$\cos(\omega_0 t)$和$\sin(\omega_0 t)$是否存在拉普拉斯变换，如果有，是什么，如果没有，给出原因（3分）

对于双边拉普拉斯变换不存在，其按定义的积分无法收敛。 对于单边拉普拉斯变换是可以存在的。

二、Z变换：信号$x[n]=(2/3)^{\{n/2\}}u[n]$，其中$\{n/2\}$代表≤n/2的最大整数（共3小题，共20

分）

1、求x[n]的Z变换X(z) （7分）

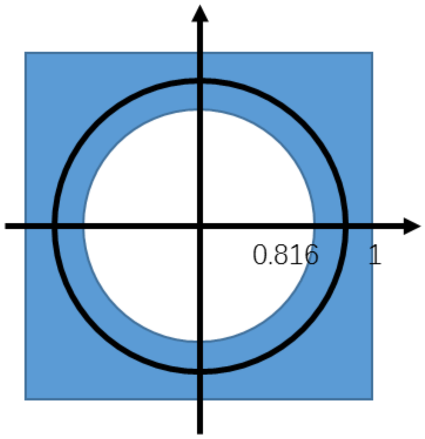
$$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x[n]z^{-n}=1+z^{-1}+\frac{2}{3}(z^{-2}+z^{-3})+\left(\frac{2}{3}\right)^2(z^{-4}+z^{-5})+\cdots$$

$$=(1+z^{-1})\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2}{3}z^{-2}\right)^n=\frac{1+z^{-1}}{1-\frac{2}{3}z^{-2}}$$

2、求X(z)的收敛域ROC，并在复平面上表示（5分）

$\left|\frac{2}{3}z^{-2}\right|<1$,因此，$z>\left|\sqrt{\frac{2}{3}}\right|\sim 0.816$

复平面上表示的ROC如下图所示）

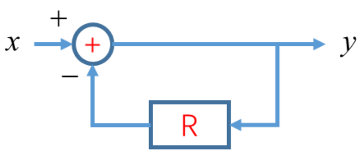


3、假如X(z)是某系统的系统函数，存在另一个系统H(z)，由X(z)和H(z)级联的系统**没有**零点，画出H(z)的系统方框图（8分）

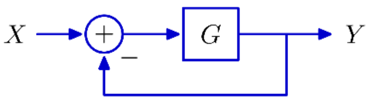
H(z)应消去X(z)中的分子，

$$H(z)=\frac{1}{1-z^{-1}}=\frac{1}{1-R}$$

因此，

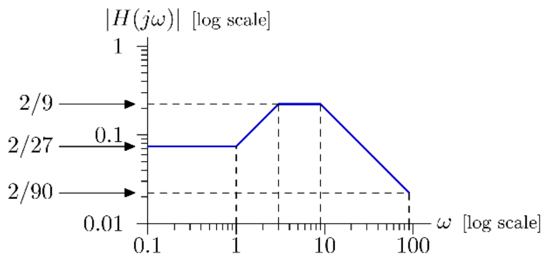


三、反馈系统（共12分）



一个反馈系统的框图如右图所示：

其中G表示一个因果、线性、时不变系统。其幅度频率响应H=Y/X可以使用直线近似成右图，其中低频的逼近幅度为2/27≈0.074。假设G(s)的零点在左半平面，求G(s)并画出其零极图。



根据Bode图，有

$$H(s)=\frac{2(s+1)}{(s+3)(s+9)}.$$

根据系统框图，有

$$H=\frac{G}{1+G}.$$

因此，

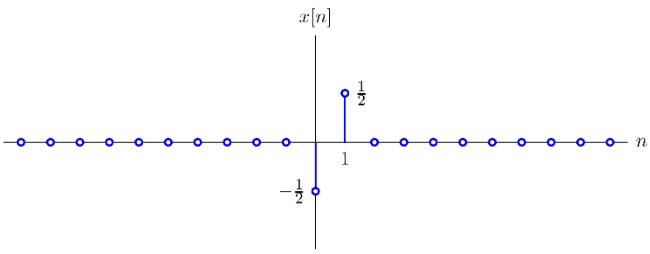
$$G=\frac{H}{1-H}$$

带入得：

$$G=\frac{H}{1-H}=\frac{\frac{2(s+1)}{(s+3)(s+9)}}{1-\frac{2(s+1)}{(s+3)(s+9)}}=\frac{2(s+1)}{(s+5)^2}$$

四、离散信号的傅立叶变换（共2小题，共18分）：

1、求右图信号$x[n]$的傅立叶变换表达式（10分）



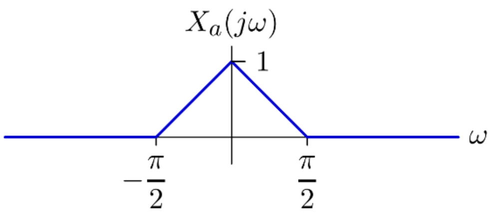
$$X(e^{j\Omega})=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x[n]e^{-j\Omega n}=-\frac{1}{2}e^{0}+\frac{1}{2}e^{-j\Omega}$$

2、假如你可以对$x[n]$进行再采样或/和时移获得$y[n]$，可以使得$y[n]$的傅立叶变换Y(jΩ)是纯虚的么？可以的话给出表达式。不行的话则给出理由(8分)

可以，傅立叶为纯虚函数需要其时域信号为实的奇函数 可将x[n]再采样成信号x1[n]，使得x1[n]=x[{n/2}]，{ } 表示对括号内的数取整数。 再将x1[n]左移1成为y[n],既y[n]=x1[n+1] 则y[n]为奇对称的实函数，其傅立叶变换是纯虚函数。

五、频率搬移：画出一个调制解调的框图，（共2小题，共15分）

1、使得一个右图所示的频谱经过系统后的输出在DC附近变成一个梯形频谱（9分）



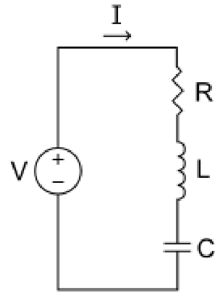
能表达出通过调制，将信号频谱平移，使得其在中心频域附近是三角形两个边的叠加，成为平顶的梯形信号既可给满分。

2、你所画的框图是一个线性系统吗？给出简要的判断理由。（6分）

调制系统是否为线性？ 答是，给一半分（3分） 给出理由，既：如果两个输入信号x1,和x2分别经过该系统，得到y1,和y2，当输入为线性组合ax1+bx2的时候，输出也为其响应的线性组合，ay1 + by2,既可给3分。 只给出理由（输出是输入响应的线性组合），就可以给3分，即使判断错误。 如果判断理由是没有新的频率产生，判断部分给2分。

六、应用题（共2小题，2选1，共10分）

1、在右图中选择合适的电流或电压信号，使得其描述的是一个没有零点的带通滤波器。画出系统框图，标出输入输出（10 分）



电源电压为输入，电容电压为输出。（5 分） 写出含 s 或含 A 的方程给（3 分） 画出系统框图给 2 分

2、假如一列单向的地铁共经过 8 个站，站间间距和行驶时间相等，其中每停第 n 站都上 $f[n]$个人，而下的人数为{x/3}个人，其中 x 为到站时车上的人数{x/3}表示≤x/3 的最大整数，尝试使用信号与系统的概念构建一个模型（输入、输出)，描述该系统（系统方程)。（10 分）

不设固定答案 标明输入输出（3 分） 给出差分方程、（4 分） 框图（3 分）