

东校区 2006 学年度第二学期高等数学 (一)
期末考试题 A
(2006 级)

3, 计算累次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} dy \int_y^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx$ 。

姓名:
学号:

专业:
成绩:



《中山大学授予学士学位工作细则》第六条: “考试作弊不授予学士学位。”

一, (每小题 7 分, 共 28 分)

1, 若 $u(x, y) = \sqrt{e^x \cos y - \sin(xy)}$, 求 $u_x(0, 0)$, $u_y(0, 0)$ 。

4, 求解一阶常微分方程 $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2 y^3$ 。

2, 设 $F(y) = \int_{-1}^y \frac{e^{-x}}{x} dx$, $y > 0$, 求 $F'(y)$ 。

二、(10 分) 求曲线积分 $I = \int_L (e^x + x)dx + (xe^x - 2y)dy$ ，其中 L 为曲线 $y = \sin \frac{\pi x}{2}$ 上由点 $O(0,0)$ 到点 $A(1,1)$ 的弧段。

四、(10 分) 求解初值问题：
$$\begin{cases} y'' - 2y' - 3y = 3x + 1, \\ y(0) = \frac{1}{3}, \quad y'(0) = 3. \end{cases}$$

三、(10 分) 计算曲面积分 $I = \iint_S (y^2 + z^2)dydz + yzdzdx + z(x^2 + y^3)dx dy$ ，其中 S 为上半球面 $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ 与锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 所围区域的表面，取外侧。

五、(每小题 5 分，共 10 分) 讨论下列广义积分的敛散性。

(1) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x|\sin x|}$;

(2) $\int_0^1 \frac{\sin x}{x^{\frac{4}{3}}} dx$ 。

六, (10 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n$ 的收敛半径和收敛域, 并求其和函数。

八, (7 分) 求证: 函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+x^2}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上一致收敛, 但对于固定的 x , 该级数并不绝对收敛。

七, (10 分) 把函数 $f(x) = \ln(5+x)$ 展开成 $(x-2)$ 的幂级数, 并求其收敛域。

九, (5 分) 设数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n+1})$ 收敛, 正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 也收敛, 求证: 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ 绝对收敛。