

珠海校区 2012 学年度第二学期 12 级《高等数学一》期末考试题 B

学院/专业\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_评分\_\_\_\_\_

评卷教师签名: \_\_\_\_\_



《中山大学授予学士学位工作细则》第六条：“考试作弊不授予学士学位。”

一, (每小题 7 分, 共 28 分)

1, 若区域  $D$  由直线  $x=1$ ,  $y=0$ ,  $y=x^2$  围成, 求  $\iint_D \frac{\sin x}{x} dx dy$ 。

2, 求解初值问题: 
$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 2(\ln x)y^2, & x > 0, \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

3, 判断数项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-4)(5n+1)}$  是否收敛, 若收敛, 求其和。

4, 判断广义积分  $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^p}$  的敛散性, 并在收敛时, 求其值。

二, (10 分) 设曲线积分  $I = \int_L xy^2 dx + y\varphi(x)dy$  与路径无关, 其中函数  $\varphi(x)$  具有连续导数且  $\varphi(0)=0$ , 求函数  $\varphi(x)$ ; 当  $L$  为曲线  $y = x^{2013}$  上由点  $O(0,0)$  到点  $A(1,1)$  的弧段时求如上曲线积分  $I$ 。

三, (10 分) 计算曲面积分  $I = \iint_{S^+} (x^4 - xz)dydz + (x^3 + yz)dzdx - 4y^2dxdy$ , 其中  $S$  为上半球面:  $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ , 取上侧。

四, (10 分) 求解初值问题: 
$$\begin{cases} y'' - 2y' + y = 1 + e^x, \\ y(0) = 2, \quad y'(0) = 2. \end{cases}$$

五, (每小题 5 分, 共 10 分) 讨论下列广义积分的敛散性。

(1)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3 - x + 1}}$  ;

(2)  $\int_0^1 \frac{\sin x}{x^{\frac{7}{3}}} dx$  。

六，（10 分）求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$  的收敛半径和收敛域，并求其和函数。

七，（10 分）把函数  $f(x) = \ln 3x$  展开成  $(x-2)$  的幂级数，并求其收敛域。

八, (7 分) 判断数项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - \ln n}$  是否收敛? 如果收敛, 是绝对收敛还是条件收敛?

九, (5 分) 设  $a_n > 0, (n = 1, 2, \dots)$ ,  $\{a_n\}$  单调递减, 且级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$  发散, 判别级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{1+a_n} \right)^n$  的敛散性。