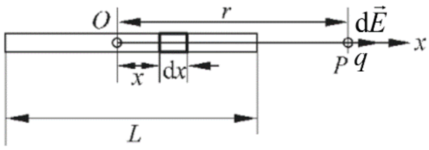
2019 秋大学物理 B(下)计算题练习

1 解: 首先求出带电直线在 P 点处的场强，如解用图所示，取中点为 Ox 轴原点，电荷元 $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}x$ 在 P 点的场强为



解用图

$$\mathrm{d}E=\frac{\lambda\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0\left(r-x\right)^2}$$

(2 分)

整个带电直线在 P 点的场强为

$$E=\int\mathrm{d}E=\int_{-L/2}^{L/2}\frac{\lambda\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0\left(r-x\right)^2}=\frac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2-L^2/4\right)}$$ **(5 分)**

写成矢量式为 $\vec{E}=\dfrac{\lambda L\vec{i}}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2-L^2/4\right)}$

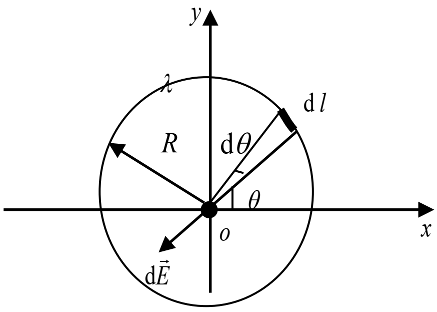
点电荷 q 所受的电场力 $\vec{F}=q\vec{E}=\dfrac{q\lambda L\vec{i}}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2-L^2/4\right)}$

代入数据 $\vec{F}=\dfrac{9.0\times10^{9}\times5\times10^{-9}\times1.0\times10^{-8}\times0.3}{0.3^2-0.15^2}\vec{i}=2.0\times10^{-6}\vec{i}\,(\mathrm{N})$ **(3 分)**

2 解: 在如解用图所示的直角坐标系中，电荷元 $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}l=\lambda R\mathrm{d}\theta=\lambda_0\sin\theta R\mathrm{d}\theta$

在圆心处所产生的电场强度的大小为

$$\mathrm{d}E=\frac{\lambda_0\sin\theta\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}$$ **(1 分)**



解用图

则 $\mathrm{d}\vec{E}$ 沿 x 轴和 y 轴的两个分量分别为

$$\mathrm{d}E_x=-\mathrm{d}E\cos\theta=-\frac{\lambda_0\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R},$$

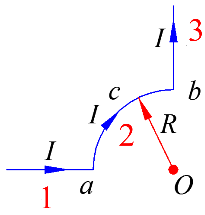
$$\mathrm{d}E_y=-\mathrm{d}E\sin\theta=-\frac{\lambda_0\sin^2\theta\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}$$ **(2 分)**

$$E_x=\int\mathrm{d}E_x=-\int_0^{2\pi}\frac{\lambda_0\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}=-\frac{\lambda_0}{8\pi\varepsilon_0 R}\sin^2\theta\Big|_0^{2\pi}=0$$ **(3 分)**

$$E_y=-\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{2\pi}\sin^2\theta\mathrm{d}\theta=-\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{2\pi}\frac{\left(1-\cos2\theta\right)\mathrm{d}\theta}{2}=-\frac{\lambda_0}{4\varepsilon_0 R}$$ **(3 分)**

$$\vec{E}=E_x\vec{i}+E_y\vec{j}=-\frac{\lambda_0}{4\varepsilon_0 R}\vec{j}$$ **(1 分)**

3 解：(1)由教材例 5-1，$B=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)$，对 1，$\alpha_1=0$，$\alpha_2=0$，$B_1=0$；



由教材例 5-2，$B_2=\dfrac{\pi/2}{2\pi}\dfrac{\mu_0 I}{2R}=\dfrac{\mu_0 I}{8R}=\dfrac{4\pi\times10^{-7}\times10}{8\times0.2}=7.85\times10^{-6}\,(\mathrm{T})$，

方向垂直于纸面向内；

对 3，由教材例 5-1，$\alpha_1=\pi,\alpha_2=\pi$，$B_3=0$。

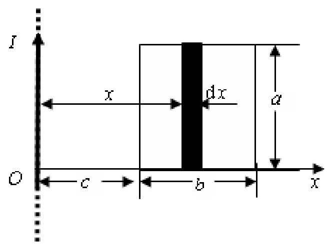
(6 分)

(2) $B=B_1+B_2+B_3=\dfrac{\mu_0 I}{8R}=7.85\times10^{-6}\,\mathrm{T}$ **(3 分)**

方向垂直于纸面向内。 **(1 分)**

4 解：(1)如解用图所示，取回路正方向为顺时针绕向，距导线 x 处面积元 $\mathrm{d}S=a\mathrm{d}x$ 上磁通量 $\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}}=B\mathrm{d}S=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}a\mathrm{d}x$

(3 分)



解用图

应在图上有相应标注，图占 1 分

(2) $\Phi_{\mathrm{m}}=\int\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}}=\int_c^{c+b}\dfrac{\mu_0 Ia\mathrm{d}x}{2\pi x}=\dfrac{10\mu_0 a}{\pi}\left(\ln\dfrac{c+b}{c}\right)\cos100\pi t$，**(3 分)**

$$\mathscr{E}_{\mathrm{i}}=-\frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t}=1000\mu_0 a\left(\ln\frac{c+b}{c}\right)\sin100\pi t$$

$$=1000\times4\pi\times10^{-7}\times0.5\times\left(\ln\frac{0.2+0.2}{0.2}\right)\times\sin100\pi t=4.36\times10^{-4}\sin100\pi t(\mathrm{V})$$ **(3 分)**

当 $\mathscr{E}_{\mathrm{i}}>0$，绕向为顺时针；当 $\mathscr{E}_{\mathrm{i}}<0$，绕向为逆时针。 **(1 分)**

5 解：取顺时针方向为回路绕行正方向，t 时刻金属框中 Oa 边的长度为 υt，

$$\Phi_{\mathrm{m}}=BS=B_{\mathrm{m}}\sin\omega t(\frac{1}{2}\upsilon t\times\upsilon t\tan\theta)=\frac{1}{2}B_{\mathrm{m}}\upsilon^2\tan\theta t^2\sin\omega t$$ **(4 分)**

$$\mathscr{E}_{\mathrm{i}}=-\frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t}=-B_{\mathrm{m}}\upsilon^2 t\tan\theta(\frac{1}{2}t\omega\cos\omega t+\sin\omega t)$$， **(4 分)**

若为负值，则其绕向为逆时针；若为正值，则其绕向为顺时针。 **(2 分)**

6 解: **氢气和氧气分子的自由度均为**$i=5$**，水蒸气分子的自由度**$i=6$**，** (2 分)

3mol 氢气和1.5mol 氧气的内能为 $3\times\frac{5}{2}RT+1.5\times\frac{5}{2}RT=\frac{22.5}{2}RT$ **(3 分)**

3mol 水蒸气的内能为 $3\times\frac{6}{2}RT=9RT$， **(3 分)**

内能变化 $9RT-\frac{22.5}{2}RT=-2.25RT=-2.25\times8.31\times(273+100)=-6974.2(\mathrm{J})$

即内能减少了 $-6974.2\mathrm{J}$ **(2 分)**

7 **解:** 1 摩尔氮气可分解为 2 摩尔氮原子气体，设氮气的摩尔数为 ν **(2 分)**

分解前，氮气内能为 $E_0=\nu\frac{5}{2}RT$ **(3 分)**

分解后，氮原子气体内能为 $E=2\nu\times\frac{3}{2}R\times5T=15\nu RT$ **(3分)**

$E/E_0=6$ **(2 分)**

8 **解:** (1)由题图可见，$p_AV_A=p_BV_B$，

所以 $T_A=T_B$， **(2 分)**

经历 ACB 过程，$\Delta E=0$， **(1 分)**

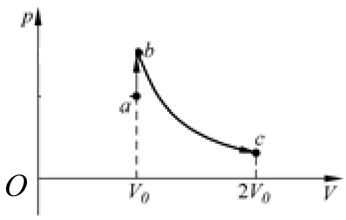
$W_{ACB}=300\mathrm{J}$ **(2 分)**

(2)系统经 $ACBDA$ 循环过程，$\Delta E=0$， **(2 分)**

吸热 $Q=W=W_{ACB}+W_{BDA}=300-4\times10^5\times(4-1)\times10^{-3}=-900(\mathrm{J})$ **(2 分)**

即放热900J 。 **(1 分)**

9 **解:** (1)过程曲线如解用图中 abc 所示。 **(4 分)**



解用图

(2) $W=W_{ab}+W_{bc}=W_{bc}=\int_{V_b}^{V_c}p\mathrm{d}V$

$=\int_{V_0}^{2V_0}\frac{M}{M_{\mathrm{mol}}}RT_b\frac{\mathrm{d}V}{V}=\frac{M}{M_{\mathrm{mol}}}RT_b\ln\frac{2V_0}{V_0}$

$=\frac{6\times10^{-3}}{4\times10^{-3}}\times8.31\times(273+127)\times\ln2=3456(\mathrm{J})$ **(2 分)**

$\Delta E=\Delta E_{ab}+\Delta E_{bc}=\Delta E_{ab}=\frac{M}{M_{\mathrm{mol}}}C_{V,\mathrm{m}}(T_b-T_a)$

$=\frac{6\times10^{-3}}{4\times10^{-3}}\times\frac{3}{2}\times8.31\times(127-27)=1870(\mathrm{J})$ **(2 分)**

$Q=\Delta E+W=5326\mathrm{J}$ **(2分)**

10 解： (1) $Q_2 = RT_2 \ln\frac{V_3}{V_4} = 8.31\times300\times\ln\frac{7.70\times10^{-3}}{1.54\times10^{-3}} = 4.01\times10^3(\mathrm{J})$ **(3 分)**

(2) 由 $\eta_C = 1-\frac{T_2}{T_1}$， $\eta_C = 1-\frac{Q_2}{Q_1}$ **(1 分)**

得 $Q_1 = \frac{T_1}{T_2}Q_2 = \frac{400}{300}\times4.01\times10^3 = 5.35\times10^3(\mathrm{J})$ **(3 分)**

(3) $W = Q_1 - Q_2 = 5.35\times10^3 - 4.01\times10^3 = 1.34\times10^3(\mathrm{J})$ **(3 分)**

该题另解：由卡诺热机循环体积关系，

$Q_1 = RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = RT_1 \ln\frac{V_3}{V_4} = 8.31\times400\times\ln\frac{7.70\times10^{-3}}{1.54\times10^{-3}} = 5.35\times10^3(\mathrm{J})$ **(4 分)**

$W = Q_1 - Q_2 = 1.34\times10^3(\mathrm{J})$ **(3 分)**

11 解:(1)根据维恩位移定律 $\lambda_m T = b$ **(2分)**

得 $T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2.898\times10^{-3}}{1.07\times10^{-3}} = 2.7(\mathrm{K})$ **(3分)**

(2)根据斯特藩 - 玻尔兹曼定律 $E = \sigma T^4$ **(2 分)**

可求出总辐出度，即单位表面上的发射功率

$E = \sigma T^4 = 5.67\times10^{-8}\times2.7^4 = 3.01\times10^{-6}(\mathrm{W/m^2})$ **(3 分)**

12 解:(1)由维恩位移定律 $\lambda_m T = b$ **(1 分)**

$T_1 = \frac{b}{\lambda_{m1}} = \frac{2.898\times10^{-3}}{0.75\times10^{-6}} = 3.86\times10^3(\mathrm{K})$

$T_2 = \frac{b}{\lambda_{m2}} = \frac{2.898\times10^{-3}}{0.54\times10^{-6}} = 5.37\times10^3(\mathrm{K})$ **(4 分)**

(2)由斯特藩—玻耳兹曼定律 $E = \sigma T^4$ **(2 分)**

得 $\frac{E_2}{E_1} = (\frac{T_2}{T_1})^4 = (\frac{\lambda_{m1}}{\lambda_{m2}})^4 = (\frac{0.75}{0.54})^4 = 3.72$（倍）， **(2 分)**

即增加了 2.72 倍。 **(1 分)**

13 解　（1）$\Delta\lambda = 2\lambda_C \sin^2\frac{\theta}{2}$　（2分）

$$= 2\times 2.43\times 10^{-12}\times \sin^2\frac{90^0}{2} = 2.43\times 10^{-12}(\mathrm{m})$$　**（2 分）**

（2）散射前、后，光子的能量分别为$\frac{hc}{\lambda_0}$、$\frac{hc}{\lambda}$，能量损失为

$\Delta\varepsilon = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda}$　（2分）

$$= 6.63\times 10^{-34}\times 3\times 10^8\times\left(\frac{1}{1.00\times 10^{-10}} - \frac{1}{1.00\times 10^{-10} + 2.43\times 10^{-12}}\right)\mathrm{J} = 4.71\times 10^{-17}\,\mathrm{J}$$

（2 分）

（3）反冲电子得到的动能等于光子损失的能量，即为$4.71\times 10^{-17}\,\mathrm{J}$　**（2 分）**

14 解：记散射前、后光子的波长为λ_0、λ，散射后电子动能为E_k，散射角为θ

(1)由能量守恒，电子的动能等于光子减少的能量 $E_k = \varepsilon_0 - \varepsilon = 0.05\mathrm{MeV}$

(2 分)

(2)由光子能量公式 $\frac{hc}{\lambda}$，得

$$\lambda_0 = \frac{hc}{\varepsilon_0} = \frac{6.63\times 10^{-34}\times 3\times 10^8}{0.2\times 10^6\times 1.60\times 10^{-19}} = 6.22\times 10^{-12}(\mathrm{m}) = 0.0622\,\mathring{\mathrm{A}}$$；　**(1 分)**

$\varepsilon = 0.15\mathrm{MeV} = 3\varepsilon_0/4$，$\lambda = \frac{hc}{\varepsilon} = \frac{hc}{3\varepsilon_0/4} = \frac{4}{3}\lambda_0 = 0.0829\,\mathring{\mathrm{A}}$　**(3 分)**

(3) $\Delta\lambda = 2\lambda_C\sin^2\frac{\theta}{2}$，　**(2 分)**

得　$\theta = 2\arcsin\sqrt{\frac{\Delta\lambda}{2\lambda_C}} = 2\arcsin\sqrt{\frac{0.0829 - 0.0622}{0.0486}} = 81.5^{\circ}$　**(3 分)**