

自动控制原理 课程 期末 试卷 A 考试形式 闭卷

考试用时 2 小时,本试卷共 4 页,另请加答题纸 0 张,草稿纸 1 张

题号	一	二	三	四	五	总分	合分人
得分							

一、填空题（每格 1 分，共计 10 分）

1、控制系。统中，。给定量大小决定输出量的大小。

解析：

1) 考察的知识点：

控制系统的基本结构；【自行画图】

输入量：给定量（控制量），扰动量；

输出量：输出量，误差量；

输入量都可以引起输出量（输出和误差）大小的变化，但起决定性作用的是给定量。

2) 存在问题：

答卷中有些同学填了“输入量”，通过上面的解释，应该是不准确的，但在批改过程中，填“输入量”也判对。

2、闭环极点离虚轴越远，则在阶跃响应中的运动分量衰减越快。

解析：考察内容与问答题第 3 小题相同，详情见问答题第 3 小题

3、 $\sin \omega t \cdot 1(t)$  的拉普拉斯变换  $F(s) =$ \_\_\_\_\_。

解析：考察的知识点：多次强调的 7 种典型信号的拉普拉斯变换。

不少同学 7 个典型函数的拉普拉斯变换并没有记住。

4、要提高系统的控制精度，可以增大系统的开环放大倍数或增加前向通道的积分环节个数。

解析：

1) 考察的知识点：

系统稳态误差；系统的型别；提高系统性能的措施

2) 存在的问题：

有些同学可能题目没有明白：系统性能的三个指标：快、准、稳

其中“快”上升时间，峰值时间描述系统的响应速度，超调量，调整时

间描述系统的动态的相对稳定性，合起来称为系统的动态性能，“准”：描述的是系统的稳态性能，就是稳态误差，也就是系统的控制精度

5、要使系统位置误差为零，应该选用I 型或以上的系统。

解析：考察内容与上小题相同。要理解位置误差就是阶跃误差。

6、开环零极点数之差大于等于 2 时，闭环极点之和等于开环极点之和。

解析：

1) 考察的知识点：

开环传递函数与闭环传递函数之间的关系；根轨迹的法则

【简单推导可以参考问答题第 1 题最后的推导过程】

2) 存在问题：

很多同学不知道考察的内容，答非所问。

7、无阻尼二阶系统的单位阶跃响应为等幅振荡。

解析：与第 2 小题和问答题的第 2 小题考察内容相同，计算题的第 1 小题也做了相同的考察，实际就是闭环极点有共轭纯虚根，根轨迹与虚轴的交点处，劳斯判据出现有全 0 行，这些在课堂曾总结强调过。

8、 $180^\circ$  常规根轨迹位于实轴上的根轨迹区域是\_\_\_\_\_。

解析：考察的知识点：根轨迹的绘制法则

9、幅相特性曲线自上而下穿过实轴  $(-\infty, -1)$  段，称为正穿越。

解析：

1) 考察的知识点：

幅相特性曲线

穿越的基本概念

2) 存在问题：

课堂强调过穿越是模大于 1，正负穿越看幅角增大还是减小

10、校正方式分为串联校正、并联校正、前馈校正、反馈校正等。

解析：

1) 考察的知识点

校正的基本概念

2) 存在的问题：

有些同学不看书也就罢了，你看看题目，后面有“反馈校正”你还填“反馈校正”，这不是关乎知识的问题，而在于态度问题了。

## 二、简答题（每题 5 分，共计 20 分）

1、简述闭环零点对系统动态性能的影响。

解析：注意两点：闭环极点，动态性能。

1)考察的知识点：系统响应的拉普拉斯变换求解，

闭环零点的概念，系统的微分作用

课堂将讲述过程：

$$\phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k \prod (s - z_i)}{\prod (s - s_j)} \rightarrow C(s) = \frac{k \prod (s - z_i)}{\prod (s - s_j)} R(s) \text{ 闭环输出}$$

$$\phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k \prod (s - z_i)(s - z)}{\prod (s - s_j)} \rightarrow C(s) = \frac{k \prod (s - z_i)}{\prod (s - s_j)} R(s)(s - z) \text{ 添加闭环零点}$$

$$\rightarrow C(s) = \frac{k \prod (s - z_i)}{\prod (s - s_j)} R(s) \times s - z \times \frac{k \prod (s - z_i)}{\prod (s - s_j)} R(s)$$

$$C(s) = -z \times \frac{k \prod (s - z_i)}{\prod (s - s_j)} R(s) + \frac{k \prod (s - z_i)}{\prod (s - s_j)} R(s) \times s$$

↓ ↓ ↓ 分解再拉氏变换

$$c(t) = -z_1 c_1(t) + \frac{dc_1(t)}{dt}$$

结论：添加闭环零点，只是在原来的输出上叠加一个原输出量的一阶导数，输出量增，一阶导数为正，加正数；输出量减小，一阶导数为负，加负数；

最终结果，添加闭环零点使得输出量增加的越多，减小的就减小越多，从而使得上升时间、峰值时间减小，超调量增大，调整时间增大（这就是题目答案）

## 2) 存在的问题

这题得分极低，很不理解，课堂已经将书本的理论推导简化得很彻底了；一部分同学扯到什么根轨迹，闭环极点之类的，先搞清楚闭环传递函数，开环传递函数，开环零极点和闭环零极点等基本概念，开环零极点才会影响闭环极点，才会影响闭环根轨迹，而闭环零点是不会影响闭环极点的，就不会影响系统响应的基本性质，这是基本的数学概念!!!

得分	评分人

列个式子说明一下：

$$GH(s) = \frac{k \prod (s - z_i)}{\prod (s - p_j)} \text{---开环传递函数}$$

$$\phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{GH(s)}{1 \pm GH(s)} = \frac{\frac{k \prod (s - z_i)}{\prod (s - p_j)}}{1 \pm \frac{k \prod (s - z_i)}{\prod (s - p_j)}} = \frac{k \prod (s - z_i)}{\prod (s - p_j) \pm k \prod (s - z_i)} = \frac{k \prod (s - z_i)}{\prod (s - s_j)} \text{---闭环传递函数}$$

$$\phi(s) = \frac{k \prod (s - z_i)(s - z)}{\prod (s - s_j)} \rightarrow \text{添加闭环零点}(s - z) \text{不影响分母}$$

闭环极点与开环极点的关系：(n-m≤2)

$$\prod (s - s_j) = \prod (s - p_j) \pm k \prod (s - z_i)$$

$$\prod (s - s_j) = s^n + \sum_1^n (-s_j) s^{n-1} + \dots + \prod (-s_j)$$

$$\prod (s - p_j) = s^n + \sum_1^n (-p_j) s^{n-1} + \dots + \prod (-p_j)$$

$$\prod (s - z_i) = s^m + \sum_1^m (-z_i) s^{m-1} + \dots + \prod (-z_i)$$

上式可以看出，在 n-m≤2 时：

$s^m$  前面的系数只能+到  $s^{n-1}$  后面的项的系数中；这样：闭环极点之和=开环

极点之和， $\sum_1^n (-s_j) = \sum_1^n (-p_j)$ ，在开环传递函数确定；开环极点已知的情

况下，闭环极点之和等于开环极点之和等于常数

【注：对填空题第 6 题的简单推导】

2、为什么希望系统开环对数频率特性，在低频段和高频段有较大的斜率？

解析：1) 考察的知识点：稳态误差；频率特性的基本概念，伯德图基本概念和画法；伯德图上三频段的概念。

课堂讲述过程：

$$GH(s) = \frac{k \prod (\tau_i s + 1)}{s^v \prod (T_j s + 1)} \rightarrow GH(j\omega) = GH(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{k \prod (j\tau_i \omega + 1)}{\omega^v \prod (jT_j \omega + 1)}$$

$$\rightarrow |GH(j\omega)| = \frac{k \prod \sqrt{(\tau_i \omega)^2 + 1}}{\omega^v \prod \sqrt{(T_j \omega)^2 + 1}} \quad \text{--- 幅频特性}$$

$$\angle GH(j\omega) = (-90^\circ) \cdot v + \sum \arctan \tau_i \omega - \sum \arctan T_j \omega \quad \text{--- 相频特性}$$

对数幅频特性：【将幅频特性取  $\lg \times 20$ 】

$$20 \lg |GH(j\omega)| = 20 \lg k + [-20] \cdot v \lg \omega \quad \rightarrow \text{低频段}$$

$$+ \sum [20] \lg \sqrt{(\tau_i \omega)^2 + 1} + \sum [-20] \lg \sqrt{(T_j \omega)^2 + 1} \quad \rightarrow \text{随频率增加叠加部分}$$

注意：这时不管在什么坐标系中画函数曲线都不是直线，不方便使用线性系统的叠加定理，两步画出近似直线（伯德图）：

第一步，表达式近似处理：

$$20 \lg |GH(j\omega)| = 20 \lg k + [-20] \cdot v \lg \omega \quad \rightarrow \text{低频段} \rightarrow \text{不变}$$

$$+ \sum [20] \lg \sqrt{(\tau_i \omega)^2 + 1} \rightarrow \begin{aligned} &\tau_i \omega \leq 1; \omega \leq \frac{1}{\tau_i}, 20 \lg 1 = 0. \text{也就是忽略} \\ &\tau_i \omega > 1, \omega > \frac{1}{\tau_i}, 20 \lg \tau_i \omega \end{aligned}$$

$$+ \sum [-20] \lg \sqrt{(T_j \omega)^2 + 1} \rightarrow \begin{aligned} &T_j \omega \leq 1; \omega \leq \frac{1}{T_j}, 20 \lg 1 = 0. \text{也就是忽略} \\ &T_j \omega > 1, \omega > \frac{1}{T_j}, [-20] \lg T_j \omega \end{aligned}$$

第二步：建立频率轴以频率的对数  $\lg \omega$  进行线性分度，但标注频率实际值的半对数坐标系，从而画出分段直线表示的对数幅频特性曲线，

$$20 \lg |GH(j\omega)| = 20 \lg k + [-20] \cdot v \lg \omega \rightarrow \text{低频段} \rightarrow \text{第一段直线过 } \omega=1; 20 \lg k \\ + \sum [20] \lg \tau_i \omega \text{ 或忽略} + \sum [-20] \lg T_j \omega \text{ 或忽略}$$

其中分段直线的斜率变化处的频率就叫转折频率或交接频率。

结论：对数幅频特性曲线与传递函数之间就存在一一对应的关系；

（这部分在计算题的第2题也进行了考察）

低频段的斜率  $[-20] \cdot v$  决定了开环传递函数积分环节的个数，也就是系统的型别，低频段的高度，也就是  $20 \lg k$  的大小，决定了开环放大倍数，也就是说低频段决定了系统的稳态误差，即控制精度。

转折频率决定了系统的环节：也就是决定了多项式  $\tau_i s + 1; T_j s + 1$ ；

（注：当然到底是  $\tau_i s + 1; T_j s + 1$  还是  $\pm \tau_i s \pm 1; \pm T_j s \pm 1$ ，还要结合相频特性曲线，如有需要，可以留言，我再补充）

多项式  $\tau_i s + 1; T_j s + 1$  是在传递函数的分子还是分母上，结合转折频率前后的斜率变化情况，斜率增加 20，就是微分环节，放在分子上，如果变化是  $[-20]$ ，就是惯性环节，放在分母上。

参考答案：降低低频段的斜率，可以提高系统的控制精度，降低稳态误差，提高系统对输入信号的适应能力。降低高频段的斜率可以提高系统的抗干扰能力。

注：这题定性考察了低频段和高频段，计算题第2小题定量考察了中频段，也就是截止频率附近。最后在第五大题的校正题，系统总结了三频段的概念和作用。这在课堂中帮助同学强调和总结过多次。

第二部分的考察主要是考察频率特性的基本定义，频率特性就是输出量与输入量两个正弦信号的比较关系，幅值的比值是幅频特性，相位的差值就是相频特性【问答题第4小题同样也考察了这个基本概念】，系统的扰动信号一般都是高频信号，降低高频段的斜率和高度，就可以很好地抑制高频信号的输出大小，起到很好的抗扰作用。

## 2) 存在的问题:

这些问题实际在课堂帮同学总结过，但得分率很低，最让人迷惑的是：第五大题系统总结了三频段的概念和应用，很多同学在第五大题写得很溜，怎么几乎同样的问题换了一个地方，很多同学为什么就抓瞎了？

## 3、简要画出二阶系统特征根的位置与阶跃响应曲线之间的关系。

解析：

### 1、考察的知识点：拉普拉斯变换，特征根，闭环极点在复平面的表示方法：

分两步：

1) 闭环极点决定响应的性质，闭环零点不影响系统响应的性质，只是影响指数函数在整个响应表达式中所占的比重。

$$\phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k(s-z)}{(s-s_1)(s-s_2)}; R(s) = \frac{1}{s},$$
$$C(s) = \frac{k(s-z)}{(s-s_1)(s-s_2)} \cdot \frac{1}{s}$$

二阶系统单位阶跃输出复域表达式

部分分式分解：【s1, s2, z 都是已知的常数】

$$C(s) = \frac{k(s-z)}{(s-s_1)(s-s_2)} \cdot \frac{1}{s} = \frac{A_0}{s} + \frac{A_1}{s-s_1} + \frac{A_2}{s-s_2}$$
$$A_0 = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{k(s-z)}{(s-s_1)(s-s_2)} = \text{常数}; A_1 = \lim_{s \rightarrow s_1} \frac{k(s-z)}{(s-s_2)} \cdot \frac{1}{s} = \frac{k(s_1-z)}{(s_1-s_2)} \cdot \frac{1}{s_1} = \text{常数}$$
$$A_2 = \lim_{s \rightarrow s_2} \frac{k(s-z)}{(s-s_1)} \cdot \frac{1}{s} = \frac{k(s_2-z)}{(s_2-s_1)} \cdot \frac{1}{s_2} = \text{常数}$$

取拉普拉斯变换：

$$c(t) = A_0 + A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} \quad t > 0$$

极点决定了指数规律，零点只是影响了表达式中的系数大小，所以考察响应的基本性质时，不看零点，也就是考察系统响应基本性质时可以忽略闭环零点，但闭环零点对响应的影响，在问答题的第1小题做了考察。

2、极点对系统响应的影响，就归结到基本的中学数学知识了：

$$\text{对于两个极点做性能参数表示: } s_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1-\zeta^2},$$

同学可以自己在复平面上画出【很重要!!】，就能理解阻尼系数和振荡频率、阻尼角等基本概念。

闭环极点为实数：就是二阶系统过阻尼， $\zeta > 1$

响应指数规律变化，单调性增减

闭环极点为共轭复数：就是二阶系统欠阻尼  $0 < \zeta < 1$

响应周期性变化，也就是正弦规律变化，收敛与否由实部决定，虚部大小就是振荡频率

闭环极点实部大于0，

响应表达式发散，也就是闭环不稳定  $\zeta < 0$

闭环极点实部小于0：  $\zeta > 0$

响应表达式收敛，是系统稳定的条件，劳斯判据就是建立在此基础上的

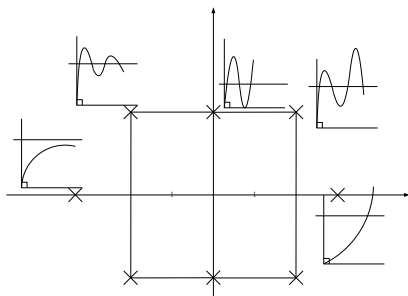
闭环极点实部等于0：就是二阶系统零阻尼  $\zeta = 0$

响应表达式等幅振荡，因为正弦函数前面的系数为常数。

剩下的答案就是在图上表现出来，数形结合应该是理科生的基本素质，不应该能难倒大学理科三年级的学生。



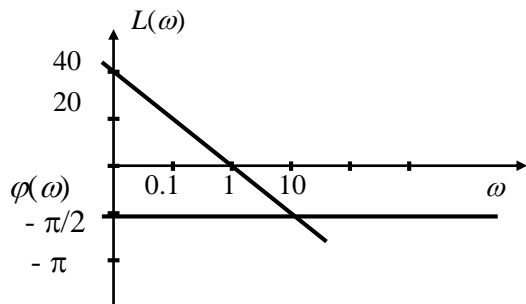
贴张图表示一下：就是答案



## 2、存在的问题：

这部分是在课堂上讲述时间最长，强调次数最多的部分，特别强调过：这是时域分析的基本数学知识，自动控制原理的几乎所有的基础知识就是建立在这个看起来不起眼【放在了书本的附录部分】的基本数学基础上，涉及到闭环零点的处理，系统稳定性的判定，系统响应的基本类型，闭环主导极点、偶极子的概念，高阶系统的降阶处理等等。特别说明不搞明白这部分内容，后面的自动控制原理的很多知识不能很好地理解，课会越来越听不懂，但是最终的考核结果说明当时同学们只是当相声笑话听了一遍。几乎 90% 的同学这题是空的，

4、已知某最小相位系统频率特性曲线如下，求输入  $r(t)=10\sin 5t$  作用下系统稳态响应。



解析：

1、考察的知识点：伯德图，频率特性的基本概念【具体知识见第 2 小题】

本题唯一算有难点的地方在于，在伯德图上半部分没有标注斜率，也正是本题的主要考点，伯德图的上半部分和下半部分是对应的： $s$  的一次方项的相角表达式  $\pm \arctan T(\tau)\omega$ ，相角变化范围是  $0-90^\circ$ ，此处相角恒定为  $-90^\circ$ ，负号表示式子在分母， $90^\circ$  说明就是一个单纯的  $s$ ；对数幅频特性第一段通过  $\omega=1; 20\lg k=0 \rightarrow k=1$ ；所以传递函数表达式就是  $G(s)=\frac{1}{s}$ ；

下一个问题是开环传递函数还是闭环传递函数，题目说得很明白：是系统的频率特性，没有特别说明是开环传递函数的频率特性，所以得到的传递函数就是闭环传递函数，书上为什么画的都是开环幅相特性，是因为判定系统的稳定性要看闭环极点，而闭环极点为  $1 \pm GH(s)=0$  的根，所以画开环频率特性，通过它是否包围  $(-1, j0)$  来判断闭环极点的正根的个数。

## 2) 存在的问题：

一是写错了传递函数，因为隐藏了斜率；二是写对了传递函数，又当成了开环传递函数，再求闭环传递函数【这点的错误在试卷批改过程中没有扣分】，那些乱写传递函数的就不说了，还有同学煞有其事地抄这些乱写的传递函数，对于这部分的错误，批改试卷不给分。

参考答案： $G(s)=\frac{1}{s} \rightarrow G(j\omega)=\frac{1}{j\omega} \rightarrow |G(j\omega)|=\frac{1}{\omega}, \angle G(j\omega)=-90^\circ$

输出量大小： $10 \times \frac{1}{\omega} = 2$ ，相位： $-90^\circ$

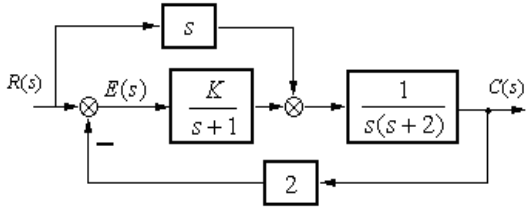
输出量表达式： $c(t)=2\sin(5t-90^\circ)$

三、分析计算题（每题 10 分，共计 30 分）

1、已知系统结构图如图所示，

(1)求引起闭环系统临界稳定的  $k$  值和对应的振荡频率  $\omega$ ；（5 分）

(2)当  $r(t)=t^2$  时，要使系统稳态误差  $e_{ss} \leq 0.5$ ，试确定满足要求的  $K$  值范围。（5 分）



解析：

1、考察的知识点：劳斯判据；闭环极点分布与系统响应之间的关系；结构图等效变换；终值定理。

课上多次强调：掌握基本原理，就能读懂题目，读懂题目就会计算；

首先：根据系统的稳定性的基本概念【也就是问答题第 3 小题解析的基本知识】，闭环系统临界稳定，就是有闭环极点有共轭纯虚根，落在虚轴上，也就是根轨迹与虚轴有交点，也就是劳斯表中出现全零行，其次，闭环极点是闭环传递函数的分母多项式=0 的根；那就要根据结构图求闭环传递函数，结构图等效变换使用基本等效变换和梅森公式都可以：

要求一定输入作用下的稳态误差，先求输入作用下的稳态误差的复域表达式，在系统闭环稳定，输入信号为阶跃，速度，加速度信号的情况下【终值定理的条件】使用终值定理求即可。

解：（1）

系统闭环传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{k}{s(s+1)(s+2)} + s \times \frac{1}{s(s+2)}}{1 + \frac{2k}{s(s+1)(s+2)}} = \frac{k + s(s+1)}{s(s+1)(s+2) + 2k}$$

闭环传递函数分母多项式：  $D(s) = s^3 + 3s^2 + 2s + 2k$

得分	评分人

劳斯表

$s^3$	1	2
$s^2$	3	$2k$
$s^1$	$(6-2k)/3$	0
$s^0$	$2k$	

只有  $s^1$  行可能出现全 0，且出现全 0 时，  $k=3$ ；

用全 0 行的上一行  $s^2$  行求共轭纯虚根，即根轨迹与虚轴的交点：

$$3s^2 + 2k = 0 \rightarrow s = \pm j\sqrt{2} = \pm j\omega \rightarrow \omega = \sqrt{2}；$$

实际这里还隐含了一个结果：系统稳定的条件：  $0 < k < 3$ ；这在第二问中需要用到的。

（2）：从结构图看出：

系统稳定的条件：  $0 < k < 3$

$E(s) = R(s) - 2C(s) = R(s) - 2\phi(s)R(s)$  带入闭环传递函数得到：

$$E(s) = \frac{s^2(s+1)}{s(s+1)(s+2) + 2K} \cdot R(s) = \frac{s^2(s+1)}{s(s+1)(s+2) + 2K} \cdot \frac{2}{s^3} = \frac{s+1}{s(s+1)(s+2) + 2K} \cdot \frac{2}{s}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{2(s+1)}{s(s+1)(s+2) + 2k} = \frac{1}{k} \leq 0.5 \rightarrow k \geq 2$$

满足要求的  $k$  的取值范围：  $2 \leq k < 3$ 。

2) 存在的问题：

类似的习题在最后复习的网课上讲过，还特别提醒如不是单位反馈，只是输出量的表达式中输出量的前面不是系数 1 而已。再就是不少同学在第 2 问中，少掉  $k < 3$  这部分，这在课堂上特别强调：书上的很多习题和例题，都没有考虑闭环稳定的条件，1 是这是一个默认的条件，2 是书上大篇幅讲述误差系数的概念，没有涉及到  $k$  的取值范围。

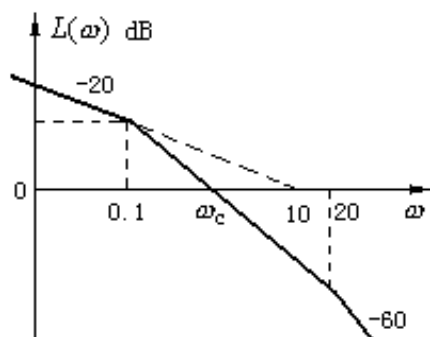
另外一个错得比较多的是：单位加速度信号是  $\frac{1}{2}t^2 \rightarrow \frac{1}{s^3}$

所以  $t^2 \rightarrow \frac{2}{s^3}$  ——强调过多次。

2、某最小相角系统的开环对数幅频特性如图所示。要求

(1)利用相角裕度判断系统的稳定性；(5分)

(2)对数幅频特性向右平移十倍频程，讨论对系统性能的影响(5分)。



解析：1、考察的知识点：伯德图：奈奎斯特判据：相角裕度与幅值裕度  
基本知识见【问答题第2小题】解析

相角裕度和幅值裕度就是闭环系统的稳定程度，就是开环幅相特性曲线距离 $(-1, j0)$ 点的距离，在伯德图中就是 $20\lg$ 模等于0【 $20\lg 1=0$ 】时，相频特性距离 $-180^\circ$ 【负实轴的相角为 $-180^\circ$ 】的距离，即：

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{|GH(j\omega)|} = 1 \quad \text{难求，一般不用} \\ 20\lg |GH(j\omega)| = 0 \quad \text{直线方程，简单} \end{array} \right. \rightarrow \omega_c \rightarrow \gamma = \angle GH(j\omega_c) - (-180^\circ)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \angle GH(j\omega) = -180^\circ \rightarrow \omega_x \rightarrow H = \frac{1}{|GH(j\omega_x)|} \\ h = 20\lg \frac{1}{|GH(j\omega_x)|} \end{array} \right.$$

解：伯德图得出系统开环传递函数为：

$$GH(s) = \frac{k}{s(10s+1)(\frac{1}{20}s+1)} \quad \text{【可以不写】}$$

第一段直线延长线通过频率 $\omega=10$ ，得出第一段直线方程：

$$20\lg k - 0 = -20(\lg 1 - \lg 10) \rightarrow k=10;$$

再利用直线方程求与频率轴交点坐标，就是求截止频率：

$$20\lg k - L(0.1) = -20(\lg 1 - \lg 0.1)$$

$$L(0.1) - 0 = -40(\lg 0.1 - \lg \omega_c) \rightarrow \omega_c = 1$$

图中给出了截止频率的位置在0.1-20之间，也可以利用幅频特性的近似表达式：

$$|GH(j\omega)| = \frac{k}{\omega \sqrt{(10\omega)^2 + 1} \sqrt{(\frac{1}{20}\omega)^2 + 1}} \rightarrow \frac{k}{\omega_c \cdot 10\omega_c \cdot 1} = 1 \rightarrow \omega_c = 1$$

相角裕度： $\gamma = \angle GH(j\omega_c) - (-180^\circ) = 2.85^\circ > 0$  系统闭环稳定。

2)：对数幅频特性向右平移10倍频程：

$$\gamma = \angle GH(j\omega_c) - (-180^\circ) = -90^\circ - \arctan \frac{\omega_c}{\omega_1} - \arctan \frac{\omega_c}{\omega_2} \dots - (-180^\circ)$$

式子中的转折频率和截止频率都增加了相同的倍数，相角裕度不变。

所以：

低频段的斜率和高度没有变化，稳态性能没有变化

中频段：截止频率增大10倍，响应速度变快，但相角裕度不变，超调量调整时间不变。

高频段斜率不变，但高度降低，抗干扰性能变好。

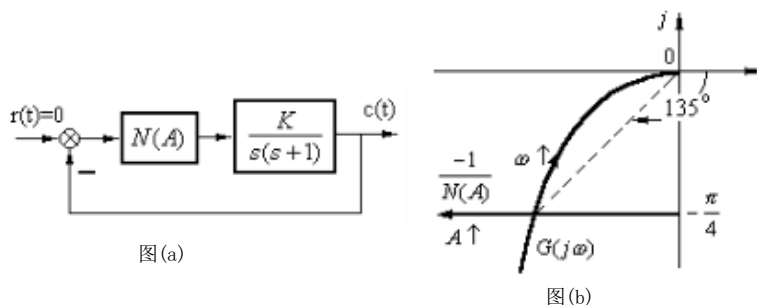
注：实际在图上很清楚看出，对数频率特性左右移动，相频特性也随之相应移动，所以相角裕度不变，从频率特性表达式上看，就是转折频率增大或减小，即是时间常数减小或增大相同的倍数；但是提醒注意：幅频特性上下移动时，相频特性是不移动的，这就造成截止频率变化了，但转折频率，也就是时间常数不变，相角裕度就会变化，系统的稳定性就会收到影响。

2、存在的问题：

这题是整个试卷中得分最高的题目，不足之处就是第二问大多数同学只是回答了，相角裕度不变，系统动态性能方面的问题，忽略了低频段的稳态性能和高频段的抗干扰性能：注意题目是要求讨论对系统性能的影响，性能指标就包括低频的稳态性能，中频段的动态性能，高频段的抗干扰性能，在试卷批改过程中，这方面没有作为扣分项

13、非线性系统的结构图如图(a), 相应的幅相曲线和  $-1/N(A)$  曲线如图(b) 所示:

- (1)、分析系统是否存在自振, 如存在, 求参数  $k$  和自振频率  $\omega$  , 在(5分);
- (2)、定性分析  $k$  增大系统自振参数  $A, \omega$  的变化(5分)。



解析: 1、考察的知识点: 奈奎斯特判据, 自振荡的条件

这题已经将非线性部分的考核简化到不能再简化了, 省去了求描述函数, 甚至都省去了描述函数画描述函数的负倒数曲线, 简化到只要判断负倒数曲线与相频特性曲线的交点处是不是稳定的自振荡了; 但是仍然很多同学是空白的, 这个很多不是一般的很多, 是近乎 90%, 不可思议。

看到曲线有交点, 就说明会有临界稳定状态, 就看这个振荡能不能保持, 只要简单看一下图上两条曲线的箭头: 如受到扰动, 离开平衡点, 振荡幅值  $A$  增大, 频率特性曲线不包围负倒数曲线, 系统稳定, 振荡就会收敛,  $A$  减小, 回到交点的临界稳定处, 如受扰动, 振荡幅值  $A$  减小, 频率特性曲线包围负倒数曲线, 系统不稳定, 振荡会发散,  $A$  增大, 还会回到交点处的临界稳定处, 所以交点处的临界稳定的等幅振荡是稳定的等幅振荡, 也叫自激振荡。余下的就是了解这两条曲线表示的是什么, 这在课堂上已经揉碎了, 讲烂了, 特别提醒同学不要先考虑分实部和虚部来解, 从复数的模加

相角的角度来解: 图上明确告诉你交点处的相角为  $-135^\circ$  , 模为  $\frac{\pi}{4} \cdot \sqrt{2}$  。

解: 1) 通过分析存在自激振荡:

交点坐标处:  $-90^\circ - \arctan \omega = -135^\circ \rightarrow \omega = 1$

$$\frac{k}{\omega\sqrt{\omega^2+1}} = \frac{\pi}{4} \sqrt{2} \big|_{\omega=1} \rightarrow k = \frac{\pi}{2}$$

2)  $k$  增大, 图上可以看出, 幅相特性曲线的模会增大, 交点会左移, 所以自振荡的幅值  $A$  会增大;

幅相特性曲线上的相角  $\varphi$  会增大:

$$\varphi = -90^\circ - \arctan \omega, \rightarrow \arctan \omega = \varphi - 90^\circ \rightarrow \omega \text{ 增大}$$

2、存在的问题:

纵观整个题目, 只是一个基本概念, 也没有什么难点, 同学们不去理解基本概念, 只是想着套例题, 实在不可取。只要理解了基本概念, 计算实际都是很简单的。



#### 四、作图分析题（共计 30 分）

1、用根轨迹分别说明，对于典型的二阶系统增加一个开环零点和增加一个开环极点对系统根轨迹走向的影响，并简单分析对系统动态性能的影响。（15 分）

解析：

作图分析题的两大题虽然是整个试卷难度较大的两题，但是根轨迹题在过程性考核过程中做过，而且在最后的网课复习中，还特别拿出来较详细地讲解过。唯一需要同学理解的是什么是典型的二阶系统，典型的二阶系统的

开环传递函数书上有时间常数表达式  $GH(s) = \frac{k}{s(Ts+1)}$ ，说明典型二阶系

统有一个极点是零值极点，在原点处，另外一个任意确定，只要在  $s$  平面的左半平面，保证开环和闭环都稳定就可以了。

【具体的解题过程和注意点网上复习课讲过，就不写了。】

2、存在的问题：

问题 1、很多学生不知道要画什么，二阶的系统，竟然脑洞大开，画出四个极点，四只根轨迹的图。

问题 2、也有不少同学是空白，当然瞎画的也应该归类为空白一类，那就说明过程性考核完全是复制同学的答案，甚至在复习课都没有好好听。

得分	评人

2、已知单位反；。馈系统开环传递函数  $G(s) = \frac{k}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$ 。绘制系统开

环幅相特性曲线，利用奈氏判据求系统稳定时  $K$  的取值范围（15 分）。

解析：

1、考察的知识点：根据传递函数画幅相特性曲线，奈奎斯特判据。

根据使用要求，只要简单画出起点，终点，过渡过程中与负实轴的交点；

【课堂讲过多次，答案省略】

2、存在的问题：

1 最主要的问题：幅相特性曲线上不标注  $\omega$  增大的箭头，何来顺时针逆时针包围  $(-1, j0)$  点！【课堂强调多次】

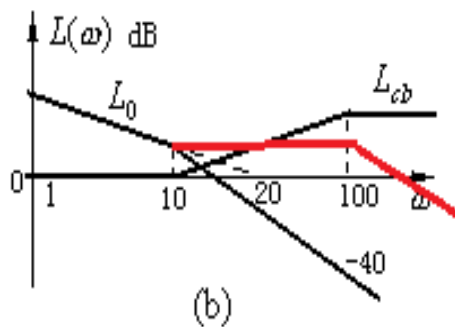
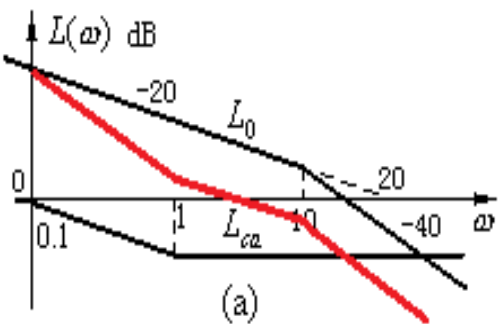
2 表面看起来不少同学结果是对的，但从计算过程到幅相特性曲线的图是错的。

五、校正分析题（10分）

已知一单位反馈控制系统，其被控对象  $G_0(s)$  和串联校正装置  $G_c(s)$  的对数幅频特性分别如图

(a)、(b)中  $L_0$  和  $L_c$  所示。要求：

- (1) 在图上直接画出校正后对数频率特性(5分)；
- (2) 分析  $G_c(s)$  对系统的作用，比较其优缺点(5分)。



解析：

1、考察的知识点：串联校正，伯德图校正的概念，三频段的概念

去除了串联校正部分的所有计算，去除了根据伯德图写传递函数，去除了求相角裕度和幅值裕度。只要理解：串联校正就是传递函数相乘，对数幅频特性曲线相加，然后在图上对应画出来，并再次系统总结下三频段理论。三频段理论在前面多次考察，在问答题第2小题作了较详细的解析，课堂上也几次系统总结过。

判断校正是超前还是滞后，对应的对数频率特性斜率  $[-20]$ ，相角  $<0$ ，就是滞后校正；对应的对数频率特性曲线斜率是  $[+20]$ ，相角  $>0$ ，就是超前校正。

2、存在的问题：

问题1是虽然能写出超前校正和滞后校正的作用，但是没有真正理解和掌握，因为在类似的问答题的第2小题回答不出来。

问题2，图不会画，这要追根溯源，就是高中平面解析几何的基础，两条直线叠加，高中时同学们是会的，到大学，只是将它改了一个名字而已。

得分	评分人

考试过程中，特别强调同学在原图上直接画，就是要考察同学两条直线叠加，斜率在何处变化，是怎么变化的，何处的斜率相同，哪些直线之间是平行的，这里就直接给出图上答案，文字答案就不再整理了。