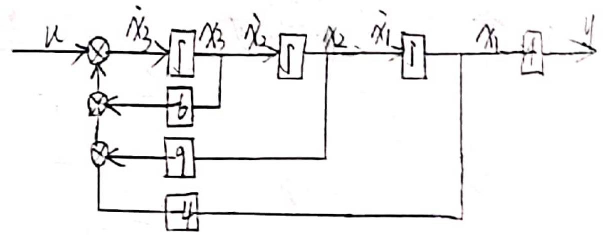


现代控制理论 课程 期末 试卷 A 考试形式 闭 卷

考试用时 2 小时，本试卷共 3 页，另请加答题纸___张，草稿纸 2 张。

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分	合分人
得分											

一、填空题（每空 1 分，共 10 分）

得分	评分人

1、标准 II 型反馈形式为 输出反馈到状态变量的导数处
2、状态空间表达式是___________数学模型。
3、系统响应包含 零状态响应 与零输入响应两部分。
4、线性变换的变换矩阵特点是 可逆
5、能观性性是指 输出 对状态变量的表现能力。
6、任何状态不完全能控的线性定常连续系统，总可以分解成完全能控子系统和 不能控 子系统两部分。
7、李亚普诺夫第二方法是通过判定 能量函数 来判定系统的稳定性。
8、能控标准 I 型的对偶系统数学模型是 能观标准II型
9、在系统综合中，采用 状态 反馈，改变了原状态方程，而输出方程不变。
10、受控对象采用状态反馈的综合方法，可以任意配置闭环极点的充分必要条件：系统必须完全能控

二、简答题（每题 5 分，共 10 分）

得分	评分人

1、简述 $\sum(A,B,C)$ 约当标准型变换步骤。

① 求系统 $\sum(A,B,C)$ 的特征值 λ_i $(i=1,\cdots n)$

② 再求特征向量 P_i $(i=1,\cdots n)$

③ 令 $T=(P_1,\cdots P_n)$ 求出 $T^{-1}=$

④ $\bar{A}=T^{-1}AT$；$B=T^{-1}B$；$c=cT$

⑤ 写成约当标准型：$\begin{cases}\dot{\bar{x}}=T^{-1}AT\bar{x}+T^{-1}Bu\\ y=\bar{C}\bar{x}\end{cases}$

2、简述李亚普诺夫第二法判定系统稳定性的方法。

① 先求平衡状态 x_e

② 构造能量函数 $V(x)$ $V(x)$ 为正定的。

③ 求 $V(x)$ 一阶导数 $\dot{V}(x)$

若 $\dot{V}(x)$ 半负定 则系统稳定

若 $\dot{V}(x)$ 负定 则系统渐近稳定

若还有 $\|x\|\to\infty$ 时，$V(x)\to\infty$，则系统大范围渐近稳定

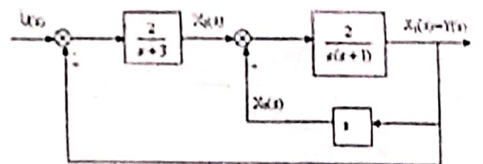
若 $\dot{V}(x)$ 正定，则系统不稳定

三、已知系统结构图如图示。

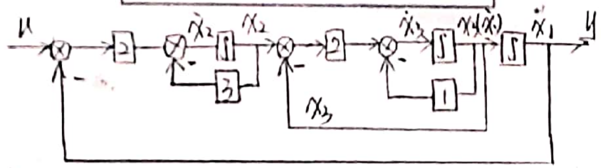
得分	评分人

（1）写出系统状态变量为 x_1, x_2, x_3 的状态空间表达式。（5 分）

（2）写出能控标准型状态空间表达式。画出结构图。（10 分）



解：(1)



$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=-2x_1-3x_2+2u\\ \dot{x}_3=2x_2-3x_3\\ y=x_1\end{cases}\Rightarrow \begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1\\-2&-3&0\\0&2&-3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\2\\0\end{pmatrix}u$$

$$y=(1,0,0)\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}$$

(2) 化为能控标准型

首先判断系统是否能控：

$M=(B,AB,A^2B)$

$$=\begin{pmatrix}0&0&4\\2&-6&18\\0&4&-24\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&-3&9\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

$r(M)=3$ 满秩，系统完全能控

$$|\lambda I-A|=\begin{vmatrix}\lambda&0&-1\\2&\lambda+3&0\\0&-2&\lambda+3\end{vmatrix}=\lambda^3+6\lambda^2+9\lambda+4$$

$\therefore a_0=4 \quad a_1=9 \quad a_2=6$

$$T_{c1}=(A^2B,AB,B)\begin{pmatrix}1&0&0\\a_2&1&0\\a_1&a_2&1\end{pmatrix}$$

$$\bar{A}=T_{c1}^{-1}AT_{c1}=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\-4&-9&-6\end{pmatrix}\quad \bar{B}=T_{c1}^{-1}B=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\quad \bar{C}=CT_{c1}=(4,0,0)$$

若化为能控标II：

$T_{c2}=(B,AB,A^2B)$

$$\tilde{A}=T_{c2}^{-1}AT_{c2}=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\-4&-9&-6\end{pmatrix}$$

$\tilde{B}=T_{c2}^{-1}B$

$\tilde{c}=CT_{c2}$

扫描全能王 创建

四、已知系统 $\dot{x}(t)=\underset{A}{\begin{bmatrix}-a & 0\\ 0 & -b\end{bmatrix}}x(t)+\underset{B}{\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}}u(t)$, $x(0)=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$，试求系统在单位阶跃输入作用下的响应。（10 分）

得分	评分人
12	

解：$sX(s)-X(0)=AX(s)+BU(s) \Rightarrow X(s)=(sI-A)^{-1}X(0)+(sI-A)^{-1}BU(s)$

$x(t)=\phi(t)x(0)+\int\phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau$

先求 $\phi(t)$：$sI-A=\begin{bmatrix}s & \\ & s\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-a & \\ & -b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}s+a & \\ & s+b\end{bmatrix}$ $(sI-A)^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{s+a} & \\ & \frac{1}{s+b}\end{bmatrix}$

取拉氏反变换：$\phi(t)=e^{At}=\begin{bmatrix}e^{-at} & \\ & e^{-bt}\end{bmatrix}$

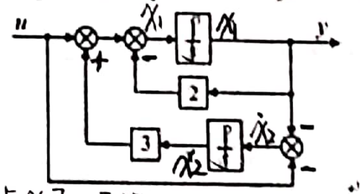
$\therefore x(t)=\begin{bmatrix}e^{-at} & \\ & e^{-bt}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-\frac{1}{a} & \\ & -\frac{1}{b}\end{bmatrix}\left\{\begin{bmatrix}e^{-at} & \\ & e^{-bt}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1 & \\ & 1\end{bmatrix}\right\}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ （化公式）

或：$\begin{bmatrix}e^{-at} & \\ & e^{-bt}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}+\int_0^t\begin{bmatrix}e^{-a(t-\tau)} & \\ & e^{-b(t-\tau)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}\times 1\,d\tau$ （积分）

$=\begin{bmatrix}e^{-at}\\ e^{-bt}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{1}{a}(1-e^{-at})\\ \frac{1}{b}(1-e^{-bt})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{a}+\frac{a-1}{a}e^{-at}\\ \frac{1}{b}+\frac{b-1}{b}e^{-bt}\end{bmatrix}$

五、设某控制系统的模拟结构图如下，写出状态空间表达式并判定系统稳定性。（10 分）

得分	评分人



$\begin{cases}\dot{x}_1=-2x_1+3x_2+u\\ \dot{x}_2=-x_1+u\\ y=x_1\end{cases}$

$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ -1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}u$

$y=(1\ 0)\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}$

$|\lambda I-A|=\begin{vmatrix}\lambda+2 & -3\\ 1 & \lambda\end{vmatrix}=\lambda^2+2\lambda+3=(\lambda+1+\sqrt{2}j)(\lambda+1-\sqrt{2}j)=0$

$\therefore \lambda_1=-1-\sqrt{2}j \quad \lambda_2=-1+\sqrt{2}j$

∵均具有负实部 ∴系统稳定

$A^TP+PA=-Q$，设 $P=\begin{bmatrix}P_{11} & P_{12}\\ P_{21} & P_{22}\end{bmatrix}$ $Q=I$

$\therefore \begin{bmatrix}-2 & -1\\ 3 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}P_{11} & P_{12}\\ P_{21} & P_{22}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}P_{11} & P_{12}\\ P_{21} & P_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-2 & 3\\ -1 & 0\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

$\therefore \begin{bmatrix}P_{11} & P_{12}\\ P_{21} & P_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{6} & -\frac{1}{6}\\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{6}\end{bmatrix}$

$\Delta_1=\frac{1}{6}>0$

$\Delta_2=\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}-(-\frac{1}{6})\times(-\frac{1}{6})=0$

(1) 判定能控：$M=(B, AB, A^2B)=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix}$ $r(M)=1$ 降秩

∴系统不能控

(2) 判定能观：$N=\begin{pmatrix}C\\CA\\CA^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1&1\\0&-6&0\\0&12&0\end{pmatrix}$ $r(N)=2$ 降秩

∴系统不能观

(2) 求 $\frac{Y(s)}{U(s)}$：

$sX(s)-X(0)=AX(s)+BU(s) \Rightarrow X(s)=(sI-A)^{-1}X(0)+(sI-A)^{-1}BU(s)$

$Y(s)=CX(s)=C(sI-A)^{-1}X(0)+C(sI-A)^{-1}BU(s)$

$\frac{Y(s)}{U(s)}=C(sI-A)^{-1}B=(0,1,1)\begin{pmatrix}s+2 & -2 & 0\\ 0 & s+2 & 0\\ 0 & 4 & s\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

六、已知系统动态方程为 $\begin{cases}\dot{x}=\begin{bmatrix}-2 & 2 & 0\\ 0 & -2 & 0\\ 0 & -4 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u\\ y=[0\ \ 1\ \ 1]x\end{cases}$

得分	评分人

$A^2=\begin{bmatrix}4&0&0\\0&4&0\\0&8&0\end{bmatrix}$

（1）判定状态变量的能控与能观。（7 分）

（2）求传递函数 $Y(s)/U(s)$。（8分）

$|\lambda I-A|=\begin{vmatrix}\lambda+2 & -2 & 0\\ 0 & \lambda+2 & 0\\ 0 & 4 & \lambda\end{vmatrix}=\lambda(\lambda+2)^2=0$，$\lambda_1=0$ $\lambda_{2,3}=-2$

$=(0\ 1\ 1)\frac{1}{s(s+2)^2}\begin{pmatrix}s(s+2) & 2s & 0\\ 0 & s(s+2) & 0\\ 0 & -4(s+2) & (s+2)^2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

$=\frac{1}{s}$

扫描全能王 创建

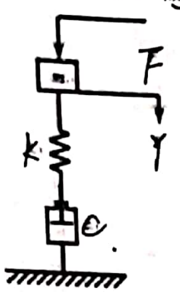
$$ma = F - kY - cV$$

$$m\frac{dY^2}{dt^2} = F - c\frac{dy}{dt} - kY$$

$$\Rightarrow m\frac{dy^2}{dt} + c\frac{dy}{dt} + ky = F$$

七、用李雅普诺夫第二法判断系统的稳定性。系统输入为F，输出为位移Y。（15分）

得分	评分人



解：由牛二：$ma = F - kY - cV$。

即：$m\frac{dY^2}{dt^2} + c\frac{dY}{dt} + kY = F$.

令 $\begin{cases} x_1 = Y \\ x_2 = \dot{Y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \ddot{Y} = -\frac{k}{m}Y - \frac{c}{m}\frac{dY}{dt} + \frac{F}{m} \end{cases}$

即：$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{c}{m}x_2 + \frac{F}{m} \end{cases}$

$y = x_1$

求平衡状态：$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 = 0 \\ \dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{c}{m}x_2 + \frac{F}{m} = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow x_e = \begin{pmatrix} \frac{F}{m} \\ 0 \end{pmatrix}$

构造能量函数：$\cancel{V(x) = x_1^2 + x_2^2}$ 正定

$\cancel{\dot{V}(x) = 2x_1\dot{x}_1 + 2x_2\dot{x}_2}$

$\cancel{= 2x_1x_2 + 2x_2\cdot(-\frac{k}{m}x_1 - \frac{c}{m}x_2 + \frac{F}{m})}$

$\cancel{= 2x_1x_2 - \frac{2k}{m}x_1x_2 - \frac{2c}{m}x_2^2 + \frac{2F}{m}x_2}$

构造能量函数：

$V(x) = \frac{1}{2}mx_2^2 + \frac{1}{2}kx_1^2$

$\dot{V}(x) = mx_2\dot{x}_2 + kx_1\dot{x}_1$

$= mx_2(-\frac{k}{m}x_1 - \frac{c}{m}x_2 + \frac{F}{m}) + kx_1x_2$

$= -kx_1x_2 - cx_2^2 + Fx_2 + kx_1x_2$

$= -cx_2^2 + Fx_2$

八、已知系统的状态方程为 $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u \\ \dot{x}_2 = -2x_2 \\ y = 2x_1 + x_2 \end{cases}$

得分	评分人

1、设计全维状态观测器，要求极点配置在-3,-4。（7分）

2、如取状态反馈 $u = k\hat{x} + v$，其中 $k = [-2 \quad -3]$，v 为参考输入，$\hat{x}$ 为状态估计值，求由对象，状态观测器以及状态反馈组成的闭环系统的状态空间表达式，画出结构图。（8分）

扫描全能王 创建

现代控制理论 课程　**期末** 试卷 B　考试形式 闭 卷

考试用时 2 小时，本试卷共 3 页，另请加答题纸___张，草稿纸 2 张

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分	合分人
得分											

一、填空题（每空 1 分，共 10 分）

得分	评分人

1、标准 I 型反馈形式为 状态反馈________。

2、状态空间表达式包括 状态方程 和输出方程。

3、系统响应包含零状态响应与 零输入响应 两部分。

4、线性变换的不变性是指____________________。

5、能控性是指 输入 $u(t)$ ______对状态变量的制约能力。

6、任何状态不完全能观的线性定常连续系统，总可以分解成完全能观子系统和 不能观______子系统两部分。

7、李亚普诺夫第一方法是通过判定 系统矩阵A 特征值实部的符号来判定系统的稳定性。

8、对偶系统的系统矩阵 A 为 互为转置 关系。

9、在系统综合中，采用 状态______反馈，改变了原状态方程，而输出方程不变。

10、受控对象采用反馈至输入矩阵 B 后端的综合方法，可以任意配置闭环极点的充分必要条件：系统必须完全能观______。

二、简答题（每题 5 分，共 10 分）

得分	评分人

1、写出变量梯度法判定稳定性的步骤。

2、写出约旦标准型变换步骤。

三、已知系统传递函数为

得分	评分人

$$Y(s)/U(s)=\frac{s+1}{s(s+2)(s+3)}$$

1、写出系统能控标准型状态空间表达式，画出结构图。（8 分）

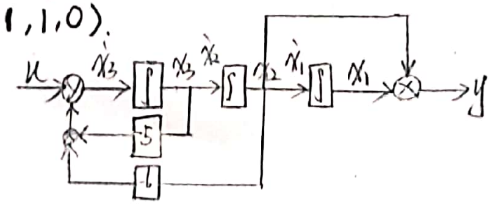
2、写出并联型状态空间表达式。（7 分）

1. 解：$\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{s+1}{s(s+2)(s+3)}=\frac{s+1}{s^3+5s^2+6s}$

$\therefore A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&-6&-5\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\quad C=(1,1,0)$

$\therefore \begin{pmatrix}\dot{x}_1\\\dot{x}_2\\\dot{x}_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&-6&-5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}u$

$y=(1,1,0)\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}$

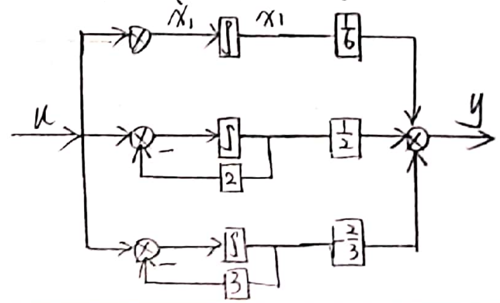


2. $|\lambda E-A|=\begin{vmatrix}\lambda&-1&0\\0&\lambda&-1\\0&6&\lambda+5\end{vmatrix}=\lambda^2(\lambda+5)+6\lambda=\lambda(\lambda+2)(\lambda+3)=0\quad \lambda_1=0\ \lambda_2=-2\ \lambda_3=-3$

$\therefore \frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{c_1}{s}+\frac{c_2}{s+2}+\frac{c_3}{s+3}=\frac{\frac{1}{6}}{s}+\frac{\frac{1}{2}}{s+2}+\frac{-\frac{2}{3}}{s+3}$

$\therefore \begin{pmatrix}\dot{x}_1\\\dot{x}_2\\\dot{x}_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&&\\&-2&\\&&-3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}u$

$y=(\frac{1}{6},\frac{1}{2},-\frac{2}{3})\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}$



扫描全能王 创建

对于 $\frac{s+2}{(s+1)^2}$ 重根：

$$=\frac{A}{(s+1)^2}+\frac{B}{s+1} \quad A=\lim_{s\to -1}\frac{s+2}{(s+1)^2}(s+1)^2=1$$

$$B=\lim_{s\to -1}\left[\frac{s+2}{(s+1)^2}(s+1)^2\right]'=1.$$

四、已知线性定常系统的状态方程为

得分	评分人

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -2\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u,\ y=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}x,$$

求初始状态 $x^T(0)=[1\quad 0]^T$ 时，系统在 $u(t)=\sin t$ 作用下的输出 $y(t)$。（15 分）

解：先求 $\phi(t)=e^{At}$：

$$sI-A=\begin{pmatrix}s & -1\\ 1 & s+2\end{pmatrix} \quad (sI-A)^{-1}=\frac{1}{(s+1)^2}\begin{bmatrix}s+2 & -1\\ 1 & s\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{s+2}{(s+1)^2} & \frac{-1}{(s+1)^2}\\ \frac{1}{(s+1)^2} & \frac{s}{(s+1)^2}\end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{L^{-1}}\begin{bmatrix}e^{-t}+te^{-t} & -te^{-t}\\ te^{-t} & e^{-t}-te^{-t}\end{bmatrix}$$

$$x(t)=\phi(t)x(0)+\int_0^t\phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau.$$

$$=\begin{bmatrix}e^{-t}+te^{-t} & -te^{-t}\\ te^{-t} & e^{-t}-te^{-t}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}+\int_0^t\begin{bmatrix}e^{-(t-\tau)}+(t-\tau)e^{-(t-\tau)} & -(t-\tau)e^{-(t-\tau)}\\ (t-\tau)e^{-(t-\tau)} & e^{-(t-\tau)}-te^{-(t-\tau)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}\cdot\sin\tau d\tau.$$

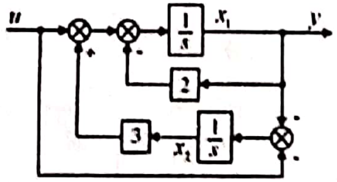
$$=\begin{bmatrix}e^{-t}+te^{-t}\\ te^{-t}\end{bmatrix}+\int_0^t$$

扫描全能王 创建

五、设某控制系统的模拟结构图如下。

1、求传递函数。

2、试判断系统能控性、能观性。（10分）



得分	评分人

六、已知单位反馈系统的状态空间表达式为

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}2&1&0\\0&2&0\\0&0&-3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\2\\1\end{bmatrix}u;\ y=\begin{bmatrix}1&0&1\end{bmatrix}x.$$

得分	评分人

$A^2=\begin{pmatrix}4&4&0\\0&4&0\\0&0&9\end{pmatrix}$

1、求系统的传递函数。（5分）

2、判定系统稳定性并判定是否状态反馈可镇定。（5分）

解：$\frac{Y(s)}{U(s)}=C(SI-A)^{-1}B=(1,0,1)\begin{pmatrix}s-2&-1&0\\0&s-2&0\\0&0&s+3\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$

$=(1,0,1)\begin{pmatrix}\frac{1}{s-2}&\frac{1}{(s-2)^2}&0\\0&\frac{1}{s-2}&0\\0&0&\frac{1}{s+3}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$

$=(1,0,1)\begin{pmatrix}\frac{1}{s-2}&\frac{1}{(s-2)^2}&0\\0&\frac{1}{s-2}&0\\0&0&\frac{1}{s+3}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}=\frac{1}{s-2}+\frac{2}{(s-2)^2}+\frac{1}{s+3}$

$=\frac{2s^2-s+4}{(s-2)^2(s+3)}$

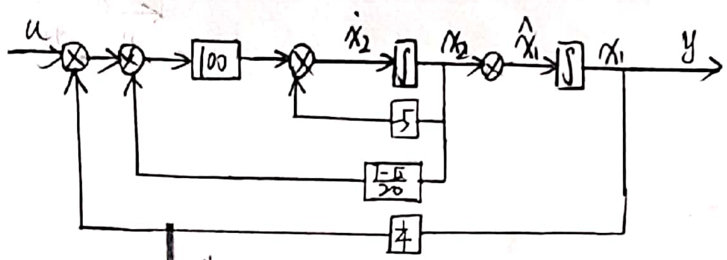
$|\lambda E-A|=\begin{vmatrix}\lambda-2&-1&0\\0&\lambda-2&0\\0&0&\lambda+3\end{vmatrix}=(\lambda-2)^2(\lambda+3)\Rightarrow\lambda_1=\lambda_2=2\ \lambda_3=-3$

有特征值大于0. ∴系统不稳定

$M=(B,AB,A^2B)=\begin{pmatrix}1&4&12\\2&4&8\\1&-3&9\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1&4&12\\0&1&4\\0&-7&-3\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1&4&12\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow r(M)=3$

∴系统是完全能控的

∴可以用状态反馈镇定



七、已知非线性系统 $\begin{cases}\dot{x}_1=-x_1+x_2\\ \dot{x}_2=-2\sin x_1-a_1x_2\end{cases}$

试求系统的平衡点，并求系统大范围渐近稳定的 a_1 的范围。（10分）

得分	评分人

解、令 $\begin{cases}\dot{x}_1=0\\ \dot{x}_2=0\end{cases} \Rightarrow x_e=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$.

(2). $\xi=0.707=\frac{\sqrt{2}}{2}$. $\omega_n=5rad/s$. $\Rightarrow \frac{25K}{s^2+5\sqrt{2}s+25}$

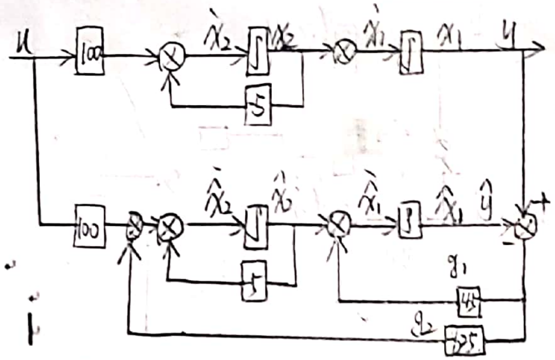
设状态反馈增益阵 $k=[k_1,k_2]$

$|\lambda I-(A+Bk)|=\begin{vmatrix}\lambda & -1\\ -100k_1 & \lambda+5-100k_2\end{vmatrix}=\lambda^2+(5-100k_2)\lambda+100k_1$

$f^*(\lambda)=\lambda^2+5\sqrt{2}\lambda+25$

$\begin{cases}5-100k_2=5\sqrt{2}\\ 100k_1=25\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}k_1=\frac{1}{4}\\ k_2=\frac{5-5\sqrt{2}}{100}=\frac{1-\sqrt{2}}{20}\end{cases}$

$\therefore k=\left[\frac{1}{4},\frac{1-\sqrt{2}}{20}\right]$



八、已知控制系统如图所示，图中 $K_a=K_p=2$

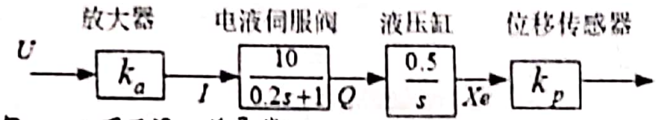
得分	评分人

1、设计全维状态观测器，

极点配置为 $\lambda_1=\lambda_2=-20$（10分）

2、利用状态反馈使系统 $\zeta=0.707$，$\omega_n=5rad/s$。（10分）

典型二阶系统 $\frac{K\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$



解：由闭环传递函数。

$\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{K_a\times10\times0.5\times K_p}{s(0.2s+1)} \Rightarrow \frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{100}{s(s+5)}$ $(y''+5y'=100u)$

令 $\begin{cases}x_1=y\\ x_2=\dot{y}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=-5x_2+100u\end{cases}$

$\therefore \begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & -5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\ 100\end{pmatrix}u$

$y=(1,0)\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}$

设 $G=\begin{pmatrix}g_1\\ g_2\end{pmatrix}$.

$|\lambda I-(A+GC)|=\begin{vmatrix}\lambda-g_1 & -1\\ -g_2 & \lambda+5\end{vmatrix}=(\lambda-g_1)(\lambda+5)-g_2=\lambda^2+(5-g_1)\lambda-5g_1-g_2$

$f^*(\lambda)=(\lambda-20)(\lambda-20)=\lambda^2-40\lambda+400$

$\begin{cases}5-g_1=-40\\ -5g_1-g_2=400\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}g_1=45\\ g_2=-625\end{cases}$ $\therefore G=\begin{pmatrix}g_1\\ g_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}45\\ -625\end{pmatrix}$

扫描全能王 创建