

$$F(k,n) = \binom{n}{k}^2 \cdot k! \cdot (n-1)!^{2k} \cdot S(k,n),$$