

$$\sigma_s^{-1}(\kappa_a^\ell) \notin V(\mathcal{P}_a^\ell) \setminus \{v_a^\ell\},$$