

$$r \geq \max_{V_k} \|(A^{(i)})^{-1}V_k a^{(i)}\|, \geq \sigma_{\min}((A^{(i)})^{-1})\|V_k a^{(i)}\|, = \frac{\|a^{(i)}\|}{\sigma_{\max}(A^{(i)})}.$$