$$\sigma_i^{-1}(V(\mathcal{K}^\ell) \setminus \{\mu\}) = (V(\mathcal{P}_a^\ell) \cup V(\mathcal{P}_b^\ell)) \setminus \{v_a^\ell, v_b^\ell\}$$