

$$\sigma_{i+1}(v_a^\ell) \in \{\kappa_a^\ell, \kappa_b^\ell\}.$$