$$\sigma_{i+1}^{-1}(V(\mathcal{K}^\ell)) \not\subset V(\mathcal{P}_a^\ell) \cup V(\mathcal{P}_b^\ell).$$