

$$|\sigma_i^{-1}(\{\kappa_a^\ell, \kappa_b^\ell\}) \cap (V(\mathcal{P}_a^\ell) \setminus \{v_a^\ell\})| = 1$$