$$\sigma_j^{-1}(\kappa_a^\ell) \in V(\mathcal{P}_a^\ell) \setminus \{v_a^\ell\} \text{ for } \xi + 1 \le j \le \lambda - 1.$$