

$$\sigma_{i+1}^{-1}(\sigma_i(v_a^\ell)) \notin V(\mathcal{P}_a^\ell),$$