$$\sigma_{i+1}^{-1}(\sigma_i(v_b^\ell)) \in N_{X_L}(v_b^\ell) \setminus V(\mathcal{P}_b^\ell),$$