$$r \leq \frac{\|\mathbf{a}^{(i)}\|}{\sigma_{min}(A^{(i)})}.$$