

$$(V(\mathcal{P}_a^\ell) \cup V(\mathcal{P}_b^\ell)) \setminus \sigma_i^{-1}(V(\mathcal{K}^\ell)) = \{v_b^\ell\} \cup (\sigma_i^{-1}(\{\kappa_a^\ell, \kappa_b^\ell\}) \cap (V(\mathcal{P}_a^\ell) \setminus \{v_a^\ell\})).$$