

队号_____

2020 年《数学建模 2》课程论文

参赛队号

队员 姓名	1.曾佳奕	学 号	201910412102
	2.伍雯嘉		201910412130
	3.钟杭		201910412130

机场出租车问题

摘要

随着我国经济在世界经济中地位的日益提高,我国民航业取得了长足的进展,旅客吞吐量逐年飙升,而旅客离开机场时采取的交通方式中出租车占了很大比例。因此本文主要针对出租车司机送客到机场后的选择给出了决策方案,并站在管理人员的角度给出了总乘车效率最高时的乘车点安排以及解决了短途出租车司机优先权问题。

针对问题一,本文首先站在出租车司机角度上模拟了两个决策方案:排队等候载客以及空载返回市区。分析研究了与出租车司机决策相关因素的根本影响机理:排队时间、返程时间以及收入与成本。然后对两种不同决策下的预期利润大小进行分析,建立了比较利润的选择决策模型,即司机总会选择利润最大的决策执行。

针对问题二,本文选取了成都双流国际机场以及相关数据进行研究。根据在成都 2019 统计年鉴、成都出租车网、成都双流机场官网等网址收集到的数据结合问题一中的模型进行求解,给出各时间段的决策为:4:00 至 12:00,15:10 至 17:00,18:30 至 19:30,20:30 至 22:00 时直接空载返回市区接客的收益更高;其他时间段停留在机场蓄车池排队等待接客的收益更高。模型结果与机场实际情况基本吻合,较为合理。

针对问题三,本文在解决高乘车效率下的上车点设置问题时,先通过机理分析出租车的进出方式以及对客观环境的数据分析,以乘车效率最高为目标,使用蒙特卡洛仿真模型进行模拟,求解得到乘车效率与上车点个数的图形,在考虑现实意义保证车辆和乘客安全的情况下的基础上选择了设置 5 个乘车点 10 个停车位的最优方案。

针对问题四,本文给出了基于出租车往返机场的时间判断其是否能享有优先权,并围绕长途与短途的出租车司机收益最大限度下均衡的思想设定,建立了两者单位时间下的收益模型求解,且给出了短途出租车返回机场后的等待时间。

关键词: 排队论 决策模型 蒙特卡洛模拟

目录

一、问题的重述	3
1.1 问题由来.....	3
1.2 问题的提出.....	3
二、问题的假设	3
三、符号说明	4
四、问题的分析	5
五、模型的建立与求解	6
5.1 问题 1 的分析与求解.....	6
5.2 问题 2 的分析及求解.....	9
5.3 问题 3 的分析及求解.....	9
5.3 问题 4 的分析及求解.....	9
六、模型优缺点及其改进	16
七、参考文献	16

一、问题的重述

1.1 问题由来

大多数乘客下飞机后要去市区（或周边）的目的地，出租车是主要的交通工具之一。国内多数机场都是将送客（出发）与接客（到达）通道分开的。送客到机场的出租车司机都将会面临两个选择：

(A) 前往到达区排队等待载客返回市区。出租车必须到指定的“蓄车池”排队等候，依“先来后到”排队进场载客，等待时间长短取决于排队出租车和乘客的数量多少，需要付出一定的时间成本。

(B) 直接放空返回市区拉客。出租车司机会付出空载费用和可能损失潜在的载客收益。

在某时间段抵达的航班数量和“蓄车池”里已有的车辆数是司机可观测到的确定信息。通常司机的决策与其个人的经验判断有关，比如在某个季节与某时间段抵达航班的多少和可能乘客数量的多寡等。如果乘客在下飞机后想“打车”，就要到指定的“乘车区”排队，按先后顺序乘车。机场出租车管理人员负责“分批定量”放行出租车进入“乘车区”，同时安排一定数量的乘客上车。在实际中，还有很多影响出租车司机决策的确定和不确定因素，其关联关系各异，影响效果也不尽相同。

1.2 问题的提出

基于上述背景我们需要建立数学模型研究下列问题：

- (1) 分析研究与出租车司机决策相关因素的影响机理，综合考虑机场乘客数量的变化规律和出租车司机的收益，建立出租车司机选择决策模型并给出司机的选择策略。
- (2) 收集国内某一机场及其所在城市出租车的相关数据，给出该机场出租车司机的选择方案，并分析模型的合理性和对相关因素的依赖性。
- (3) 分别考虑出租车排队载客数高于和低于乘客排队乘车数的情况，对“乘车区”有两条并行车道的机场，在保证车辆和乘客安全的条件下，应如何设置“上车点”，并合理安排出租车和乘客，使得总的乘车效率最高。
- (4) 在出租车司机不能选择乘客和拒载，但允许多次往返载客的情况下，为管理部门设计一个可行的短途载客出租车“优先”安排方案，使得短途载客出租车与长途载客出租车的收益尽量均衡。

二、问题的假设

1. 假设出租车司机不能选择乘客和拒载。
2. 机场乘客的目的地以市中心为中心呈正态分布。
3. 每公里的油耗量视为恒定，不考虑不同车速和汽车启动及熄火时的油耗。
4. 不考虑汽车零件磨损的微小损耗及汽车运营中出现的小概率事件（如车祸等）的损耗。
5. 根据实际情况，出租车从机场返回市区时需要经过高速，不能在中途直接停下接客。

三、符号说明

符号	意义
t_d	从机场到市区的时间
t_e	在市区拉客，平均一单所需时间（含空载时间）
t_{wait}	出租车在蓄车池内的等待时间
x_d	机场到市区的距离
\bar{v}	出租车平均行驶速度
a	油价
$H(x)$	出租车计价函数
T	总时间
W_A	A 选择下的收益
W_B	B 选择下的收益
φ	平均一单的收益
$G(t)$	航班到达数
$S(t)$	选择乘坐出租车的乘客数
$\lambda(t)$	出租车需求量
r	选择乘坐出租车的乘客比例
\bar{N}	航班平均载客量
\bar{N}_a	平均每辆出租车的乘客数
N_b	在蓄车池内排队的出租车的数量

四、问题的分析

4.1 对问题 1 的数学化描述与分析

出租车司机送客到机场后,为获得较高收益,常依据个人经验以及部分可观测的确定信息(如某时间段抵达的航班数量和“蓄车池”里已有的车辆数),决定进入机场蓄车池排队等待载客返回市区或直接放空返回市区继续接客。

某时间段抵达的航班数量对乘客的影响在于,当某时间段抵达的航班数量较密集时,选择出租车出行的乘客数量会增多,此时停留机场更容易接到乘客而不必等待过长时间。

而蓄车池里已有数量较多的车辆时,再选择在机场蓄车池等待,则会延长出租车司机的等待时间,增加时间成本,对出租车司机的收益造成影响。

从出租车司机的角度出发,在相等的时间内,司机总会更愿意选择收益较高的方案。

对于此问,首先要确定影响出租车司机决策的相关因素,主要为等待乘客及载客时间,机场及市区乘客数量、收入与成本多个因素。

在出租车司机在蓄车池排队等待载客返回市区这一方案中,涉及到排队论的有关知识对排队等待载客这一行为进行建模;而对于出租车放空返回市区拉客的方案,需要考虑司机回到市区之后的收益以及成本之间的关系。又在相等的时间内,出租车司机总会考虑利益最大化的方案,则建立不同选择下收益模型来比较出租车司机在相同时间内不同选择下的收益情况。最后,根据收益,建立出租车司机选择决策模型,给出司机的选择策略。

4.2 对问题 2 的数学化描述与分析

成都双流国际机场拥有通达欧、美、非、亚、大洋洲的便捷航线网络。截至 2020 年 5 月 31 日,已开通航线 363 条,其中国际(地区)128 条,国内 217 条,经停国内转国际 18 条。2019 年,成都双流国际机场旅客吞吐量达到 5585.9 万人次,其中国际(地区)旅客吞吐量达到 673.8 万人次。机场体量符合题目要求,故收集成都双流国际机场及其成都市出租车的相关数据作为解题数据。

收集数据是此问的重要环节,数据的真实性与准确性极大的影响着问题结果。得到基本数据后,通过整理相关数据,应用已经建立的出租车司机选择决策模型,给出该机场出租本司机的选择方案,并分析模型的合理性和对相关因素的依赖性。

4.3 对问题 3 的数学化描述与分析

对于出租车排队载客和乘客排队乘车的常见现象,合理设置上车点能有效缓解甚至解决这种问题。

对于两条并行车道的上车点的安排问题,在保证车辆和乘客安全的条件下,对上车点进行设置。目标是合理安排出租车和乘客的通行,使得总乘车效率最高。我们选择以蒙特卡洛模型进行模拟计算,由于乘客与出租车司机均为排队状态,将其考虑为泊松流,给出该种上客布局形式的合理的乘车点数量。在乘车区的两条并行车道中设置上车点,可有双排通行和单排通行两种设置方案。但由于双排通行效率远高于单排通行,故只考虑双排通行方案,即两排车道不仅均可上客,也可作为通行车道。

4.4 对问题 4 的数学化描述与分析

由于机场规定出租车司机不能选择和拒载乘客,所以存在出租车司机在排队相同时间后所能获得收益不同的情况,为了尽量规避这样的不公现象平衡出租车司机收益,选择对短途返回机场接客的司机提供优先接客的权力。于是,首先应通过往返机场的时间判断进入机场的出租车是否属于短途,若属于短途则通过估计长途出租车收益与短途出租车两单总收益的均衡程度带入已知量求解出其第二回优先等待的时间。

五、模型的建立与求解

5.1 问题 1 的分析与求解

为了更加直观的得到司机选择不同方案的收益结果,我们建立了出租车司机选择决策模型。为便于叙述,在此将出租车司机前往蓄车池排队等待载客后返回市区记为选择 A,将直接放空返回市区拉客记为选择 B。

在选择 A 中,利用排队论的知识衡量出租车司机的等待时间。

针对两种不同选择,通过综合考虑它们的成本以及收益,最后决定以单位时间的收益为判断标准来做出选择策略。

5.1.1 影响出租车司机决策的相关因素

出租车司机的决策主要与排队时间、返程时间、收入与成本三方面有关系。

当蓄车池内出租车数量过多,在蓄车池等待载客的时间成本增大。显然此时出租车司机更愿意选择 B 方案。

出租车的需求量与入港航班数和时间段有关,而乘客选择出租车出行的比例则与天气、时间、航班的入港数等有关系。白天在机场有更多交通方式可供选择,夜晚则更加依赖出租车进行活动,故白天选择出租车离开机场的比例将比夜晚低。双流机场白天会有 20% 的旅客选择出租车,而在夜晚的比例则高达 50%。

而天气情况不理想时,航班的入港数也会受到影响,进一步又会影响乘客的数量,但同时乘客也更加愿意选择较为方便的出租车离开。

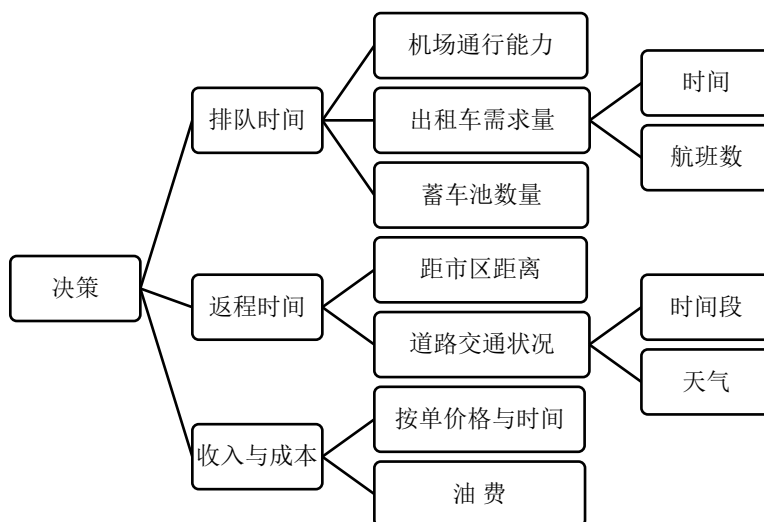


图 1 影响出租车司机决策的相关因素

其次返程时间也影响着决策。如果乘客需要前往的目的地或途径路段较为拥堵,在道路上停留需要花费较大的时间成本,对司机的收益有较大影响,出租车

司机就不会愿意去，而更加倾向于直接回到市区节省时间进行下一单交易。

收入与成本是决策的重要因素，做决策时出租车总会从单位时间的收益考虑，出租车司机更愿直接单位时间收益高的订单。

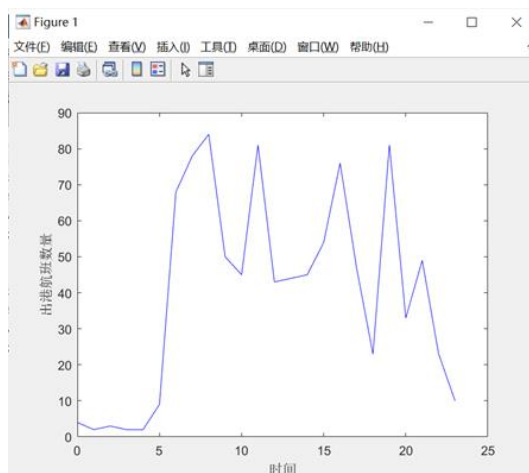


图 2 航班出港数量

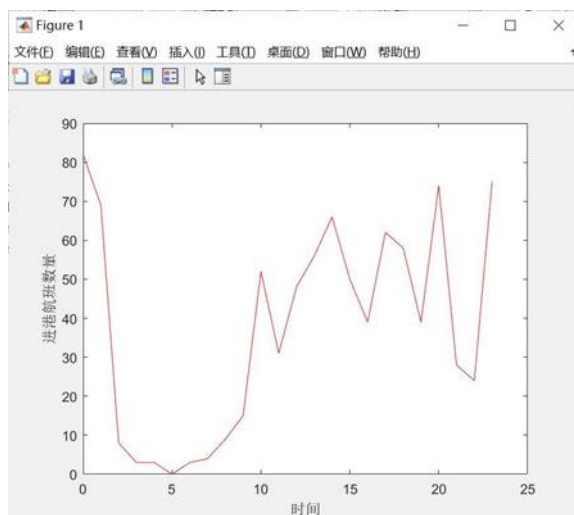


图 3 航班进港数量

由航班出港数量计算可以得到蓄车池内出租车的数量，由航班进港数量计算可以得到出租车需求量。

5.1.2 两种不同选择下的时间消耗构成

在两种选择下，我们总是通过比较出租车司机在相同时间内收益的高低来进行判断。而总收益的高低则与每一单的价格以及接单总量有关。故我们可以以 A 选择等待乘客直到将乘客送往目的地的时间为基准，研究 B 选项的时间消耗构成。由于选择的不同，在这里分为两种不同选择下的时间消耗构成进行讨论。

(1) 相同时间内 A 选择的时间消耗构成

A 选择下，出租车需要经过 1. 出租车司机从送客车道驱车前往蓄车池 2. 出租车送客进入蓄车池等待 3. 乘客上车抵达目的地 4. 订单结束 5. 开始下一订单。

在上述步骤中，出租车司机从送客车道驱车前往蓄车池花费时间为的时间较短可一并记入第二步在蓄车池排队等候的时间 t_{wait} 中。从机场开车前往乘客的目的地（市区）需要时间为 t_d 。

则 A 选择的时间消耗 T_A 为:

$$T_A = t_{wait} + t_d \quad (1.1)$$

(2)相同时间内 B 选择的时间消耗构成

B 选择下, 1. 出租车直接从机场的送客车道出发返回市区 2. 搜寻乘客 3. 乘客上车后, 出租车司机驱车前往目的地, 乘客抵达终点 4. 继续搜寻下一个乘客则直到与 A 选择的时间相等。

由于 B 选择下可以接到不止一单的乘客, 从乘客上车这一订单开始到下一订单的开始此段时间记为 t_e , 因此相等时间内 B 选择的时间消耗 T_B 的构成为:

$$T_B = t_d + n \cdot t_e \quad (1.2)$$

其中, n 为相等时间内 B 选择下出租车司机的接单数量。

且有

$$T_A = T_B = T \quad (1.3)$$

5.1.3 出租车需求模型

出租车需求量由选择乘坐出租车的乘客比例 r 以及航班数量 $G(t)$ 决定, 其中航班的平均载客量为 \bar{N} 。又出租车乘客的数量 $S(t)$ 是由选择出租车返回市区的乘客比例 r 以及航班的数量所决定 $G(t)$ 。

r 会受到天气以及时间段的影响, 例如夜间选择出租车返回市区的乘客比例比白天高, 天气情况较差时选择出租车返回市区的乘客比例比晴天比例高。 $G(t)$ 也会受到天气与时间的影响, 一般情况下, 白天的航班入港数比夜晚多; 恶劣天气下航班停飞, 航班到达量会降低。则出租车乘客的数量为:

$$S(t) = \bar{N} \cdot G(t) \cdot r \quad (1.4)$$

又有平均每辆出租车的乘客数为 \bar{N}_a , 则出租车需求量 $\lambda(t)$ 为:

$$\lambda(t) = \frac{S(t)}{\bar{N}_a} \quad (1.5)$$

5.1.4 两种不同选择下单位时间的收益

在两种不同选择下单位时间的收益不同。

收益是由收入与成本做差得到。出租车的收益为出租车计价收费器显示的向乘客收取的费用减去主要由燃料消耗成本和维修以及保养出租车支出的费用组成的成本。

在 A 选择下, 出租车司机只有将机场乘客带往目的地一个订单, 则收益 W_A 为:

$$W_A = H(x_d) - a \cdot x_d \quad (1.6)$$

其中 x_d 为机场到市区的距离, a 为油费, $H(x)$ 为出租车计价函数。

在 B 选择下, 单位时间的收益相同时间内, B 选择下出租车司机的接单数量可能有许多单。则平均每一单的路程为平均速度 \bar{v} 与每一单平均需要时间 t_e 的乘积, 则 B 选择下的收益 W_B 为:

$$W_B = n\rho - a(x_d + n\bar{v}t_e) \quad (1.7)$$

ρ 为出租车在市区平均运营一单的收入。

5.1.5 蓄车池内等待时间的计算

等待时长取决于排队出租车的数量和出租车需求量, 用排队论的方式计算出出租车排队时长。服务机构为乘车点, 服务点为出租车停车点, 出租车排队等待服务。

两辆出租车相继到达的时间间隔服从 μ 的负指数分布，两辆出租车相继离开的时间间隔服从出租车需求量 $\lambda(t)$ 的分布。

同一时刻只有一辆出租车到达或离去。

则蓄车池内等待时间的为在蓄车池内排队的出租车的数量 N_b 与出租车需求量 $\lambda(t)$ 的商值，计算公式如下：

$$t_{wait} = \frac{N_b}{\lambda(t)} \quad (1.8)$$

5.1.6 基于收益的出租车司机选择决策模型的建立

从出租车司机的角度出发，他们总是希望相同时间内不同选择下单位时间的收益最大。

根据上述的分析，建立模型如下：

$$sgn(W_A - W_B) = \begin{cases} 1 & W_A > W_B \\ 0 & W_A = W_B \\ -1 & W_A < W_B \end{cases}$$

故得到出租车司机的选择策略为：当函数取值为1时，A选择下的单位时间收益比B选择大，出租车司机应选择前往蓄车池排队等待载客返回市区；当取值为0时，出租车司机可随意选择去留；当取值为-1时，B选择下的单位时间收益比A选择大，出租车司机选择直接放空返回市区拉客。

5.2 问题2的分析及求解

基于上问建立的出租车司机选择决策模型，我们需要针对国内具体某一机场验证模型的准确性。国内三大机场分别是北京首都国际机场、上海浦东国际机场、广州白云国际机场，2018年三大机场的年旅客吞吐量均在7000万及以上。首先，收集这三大机场及其所在城市出租车的相关数据，收集数据是此问的基础，需要保证数据的真实性与准确性。然后，根据数据的完整性，选定机场及城市。解决数据源的问题之后，整理相关数据，应用我们建立的出租车司机选择决策模型T给出该机场出租车司机的选择方案。为了分析模型的合理性和对相关因素的依赖性

5.2.1 数据收集及计算

在考虑到数据收集难易程度，且尽可能保证数据的正确性与真实性的情况下，选定成都双流国际机场为研究对象，根据数据确定相关参数，应用已经建立的决策模型，给出该机场出租车司机的选择方案，并分析了模型的合理性和对相关因素的依赖性。

图1为成都双流机场到成都市的路程图，由高德地图提供。成都双流机场到成都市区约20公里，对出租车需求量高，在夜间的依赖性更大。由成都双流国际机场官网查询可知，成都双流国际机场的乘车点有两处：1号航站楼：T1到达层2号门向T2方向前行约50米处；2号航站楼：T2到达层人行横道处，出租车排队系统与题设接近。

假设出租车都是烧汽油运转，成都92#汽油价格为5.86元/升，一升92汽油为0.725千克，汽油密度为0.755g/ml，出租车百公里油耗6升。



图 1 成都双流机场到成都市的路程

表 1 为成都出租车计价标准表，资料来源成都出租车官网。

表 1 成都出租车计价标准

	日间（6：00~23：00）	夜间（23：00~次日 6：00）
0~2 公里	8 元	9 元
2~10 公里	1.9 元/公里	2.2 元/公里
10 公里以上	2.85 元/公里	3.3 元/公里

可知出租车计价方式为阶梯计价， $H(x)$ 为乘坐 x 公里需要支付的价格为：

$$H(x) = \begin{cases} m & , 0 \leq x \leq 2 \\ m + (x - 2)n & , 2 \leq x \leq 10 \\ m + 8n + (x - 10)t & , x > 10 \end{cases}$$

其中 m 为出租车起步价， n 为出租车运行 2 公里以上时超过 2 公里部分每公里支付的费用， t 为出租车运行 10 公里以上时超过 10 公里部分每公里支付的费用。

表 2 为成都双流国际机场及成都市出租车相关数据，数据来源成都市交通委、国家统计局官网、高德地图、成都双流机场官网、成都出租车官网等。

表 2 成都双流国际机场及成都市出租车相关数据

符号	意义	数值
t_d	从机场行驶到市区的时间	28min
t_e	B 选择下平均一单的时间	20min
x_d	从机场行驶到市区的距离	20km
\bar{v}	B 选择下多个订单的平均速度	30km/h
a	92#汽油每公里的价格	0.35 元/km

$H(x_d)$	A 选择下订单的价格	52 元/60 元 （日/夜）
\bar{N}	成都双流机场每架航班平均载客量	152.25 人次
\bar{N}_a	成都市出租车平均每单载客数	2 人次
ρ	B 选择下平均一单的收益	24 元/27 元 （日/夜）

成都双流机场旅客吞吐量 55858552 人次，起落飞机 366887 架。由计算可得：成都双流机场每架航班平均载客量 152.25 人次。

代入所有数据进入第一问的模型中，得到结果如图 4 所示。

在图表 4 中，蓝色曲线代表 B 选择下的净收益，红色曲线代表 A 选择下的净收益。可以看出，蓝色在 5:20、7:24、13:14、16:00、19:00、21:15 出现极大值，在 6:28、10:00、14:04、17:48、20:00 出现极小值。这表明双流机场在早上五时、上午七时、中午一时，下午四时以及晚上七、八时市区用车量有所增长，出现了高峰期。而晚上零时到凌晨四时市区出行活动，出现了空档期。而 A 选择下收益比较固定，故红色曲线较为平稳。

由图 4 可得，4:00~12:00，15:10~17:00，18:30~19:30，20:30~22:00 时 B 选择的收益更高，建议直接空载返回市区接客；其他时间段 A 选择收益更高，建议停留在机场蓄车池等待接客。

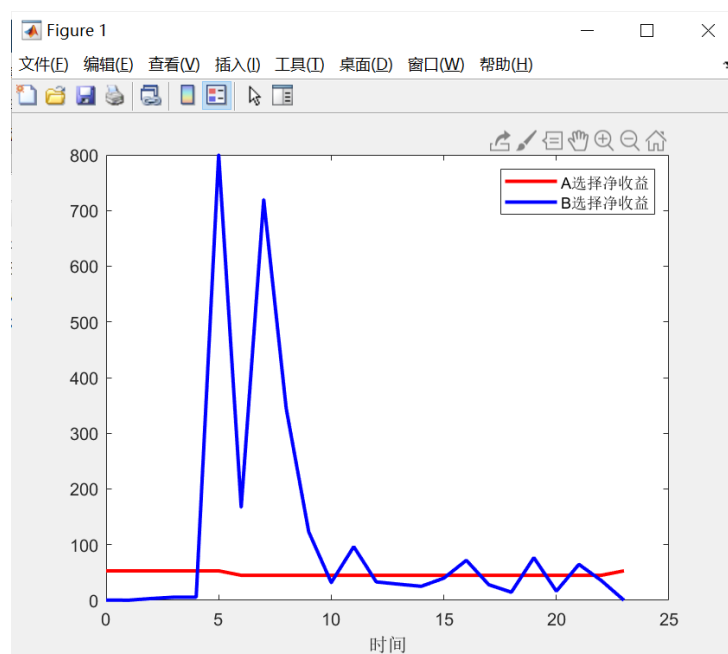


图 4 A、B 选择下的净收益量

5.2.2 出租车选择决策模型的合理性

将该模型的结果与现实生活中有关方面进行比较，时间段方面能反映出生活中早晚高峰及航班到达时间点等变化情况。故该出租车选择决策模型较为合理。

5.2.3 出租车选择决策模型对相关因素的依赖性

影响出租车司机选择决策的相关因素有航班的平均载客量、市区内一个订单

平均收益、平均每公里油价。

当航班的平均载客量增加时，出租车需求量也会增加，在蓄车池内排队的时间减少，B 选择下在市区拉客的时间减少，B 选择收益减少，影响司机更倾向于与选择 A，反之，当航班数量减少时，会影响司机更倾向于选择 B。

当市区内一个订单平均收益增加时，B 选择收益也会增加，影响司机更倾向于与选择 B，反之，当市区内一个订单平均收益减少时，会影响司机更倾向于选择 A。

当平均每公里油价增加时，相对 A 选择，B 选择收益减少的更多，影响司机更倾向于与选择 A，反之，当平均每公里油价减少时，会影响司机更倾向于选择 B。

5.3 问题 3 的分析及求解

5.3.1 n 排出租车进入和离开乘车区所需的时间 t_n 的计算

通过分析可知， t_n 与车位长度 L、出租车在乘车区的平均速度 \bar{v}_a 以及司机的反应时间 t_f 有关，因此可以得到 $t_n = 2[\frac{nL}{\bar{v}_a} + (n-1)t_f]$ (3.1)。

5.3.2 蒙特卡洛仿真模型

单排单通车道的通行能力可叙述为随即进行 x 次仿真模拟，每次随机生成 n (n 为单车道泊车位数)，则可得到 n 个元素的集合 $\{1, 2, 3, \dots, i, \dots, n\}$ 。记 i 为第 i 个上车点。

步骤一：计算第 i 个上车点的乘客上车时间 f_i 。

由于 f_i 服从以 $\frac{1}{f_i + (i-1)T}$ 为参数的负指数分布，从而得到

$$\begin{cases} u_i = \frac{1}{f_i + (i-1)T} (i = 1, 2, 3, \dots, n) \\ f_i(x) = u_i e^{-u_i x} \end{cases} \quad (3.2)$$

步骤二：计算进行 x 次模拟所需时间。

$$F_i(x) = \max\{f_1(x), f_2(x), \dots, f_i(x), \dots, f_n(x)\} \quad (3.3),$$

$$G(x) = \sum_{i=1}^x F_i(x) + xt_n \quad (3.4),$$

在此设置模拟总时长为 1 小时，故 $G(x)=3600$ 。

步骤三：计算 j 次模拟的通行能力。

$$C_{ij} = \bar{N}_a n x (j = 1, 2, 3, \dots, x) \quad (3.5)$$

$$C_j = \frac{C_{1j} + C_{2j} + \dots + C_{nj}}{n} \quad (3.6)$$

其中， x 为整数， \bar{N}_a 为平均每辆车载客数。

5.3.3 模型求解

单排方案的最佳预期通行情况为上客区第一个泊车位的车辆最先完成乘客上车，完成后第一辆车进入通行车道，驶离乘客区，同时第一辆车的候补车辆驶入上客区的第一个泊车位。此时上客区的第二个泊车位的车辆完成乘客上车，重复第一辆车的操作，直至乘客区的全部车辆离开，管理人员可安排蓄车池的车辆

进入。

双排方案可视为两批“单车道”的车辆先后服务乘客，由于该“单车道”具有一定可流动性，同一批“单车道”的车辆上客服务时间可视为该批所有车辆的上客服务时间平均值。实际情况中会出现一定的拥堵，即最佳预期通行状况很难实现，故引入交通拥堵系数 α 得到表达式

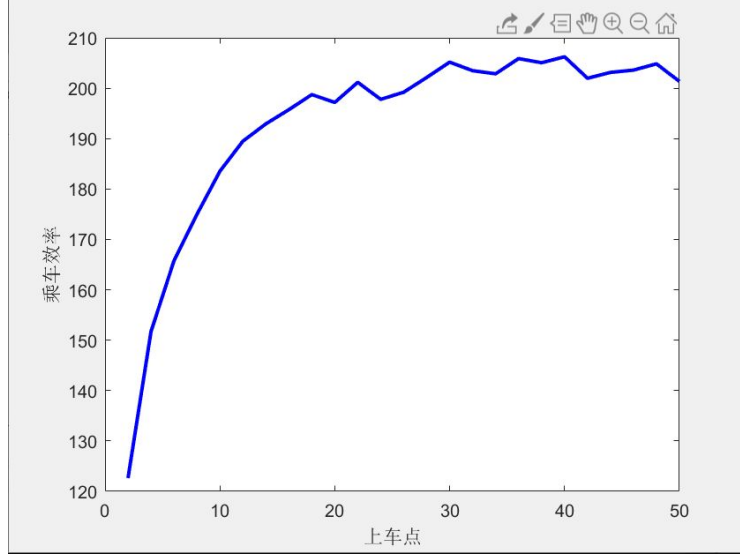
$$\overline{f_i(x)} = \frac{2\alpha \sum_{i=1}^x f_i(x)}{n} \quad (3.7)$$

由于双排方案可视为两个车道并用的通行情况，故只需要定义 $C_{ij} = \overline{N_a}nx$ ，得到的双排方案的蒙特卡洛仿真模型为

$$\left\{ \begin{array}{l} u_i = \frac{1}{f_i + (i-1)T} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \\ f_i(x) = u_i e^{-u_i x} \\ \overline{f_i(x)} = \frac{2\alpha \sum_{i=1}^x f_i(x)}{n} \\ G(x) = \sum_{i=1}^x F_i(x) + xt_n = 3600 \\ C_{ij} = 2\overline{N_a}nx \quad (j = 1, 2, 3, \dots, x) \\ C_j = \frac{C_{1j} + C_{2j} + \dots + C_{nj}}{n} \end{array} \right.$$

5.3.4 模拟仿真

为验证模型的合理性，需要进行仿真模拟，查阅相关文献，给出模型参数：服务时间 $f_i=25s$ ，乘客在两个泊车位间行走的时间 $T=5s$ ，车道长度 $L=5m$ ，交通拥堵系数 $\alpha=0.9$ ，车辆从蓄车池驶入乘车区的平均速度 $\overline{v_a}=5km/h$ ，司机的反应时间 $t_f=1s$ ，各上车点乘客上车时间服从泊松分布。通过 MATLAB 计算的得到乘车区通行能力随上车点数 n 的变化图像如下图所示



观察上图，随这乘车点数的增加，乘客乘车的效率呈上升趋势，最后会趋于平稳状态。考虑到实际情况下，乘车点的上车区的长度有限，并且如果上车点过多会给这片区域的管理带来巨大的困难，增加安全事故发生的概率。因此，在综合考虑实际情况，保证车辆和乘客安全的情况下，为使得总的乘客乘车效率最高，共设置 5 个乘车点 10 个泊车位最合适。

5.4 问题 4 的分析及求解

5.4.1 短途出租车优先安排模型

出租车司机在选择 A 在蓄车池等待载客的情况下会出现两种情况：接到长途乘客或加到短途乘客。对于接到短途乘客的司机来说，花费了较大的时间成本却只得到了较少的收益，造成了出租车收入不均衡的情况，严重的甚至会出现出租车司机违反规定拒载的情况。

因此允许出租车多次往返载客，并给予短途并再次返回的出租车一定优先权，减少他的排队时间，使其收益与长途出租车尽量均衡。

对于长途出租车来说，返回城区平均单位收益为：

$$\frac{P_1}{t_{wait} + t_d} \quad (4.1)$$

其中 P_1 为载客返回市区的出租车收益， t_{wait} 为某时间段排队等待时间， t_d 为载客返回市区的行驶时间。

对于短途出租车来说，到达短途目的地的平均单位收益为：

$$\frac{P_2}{t_{wait} + T_2} \quad (4.2)$$

其中 P_2 为载客返回市区的出租车收益， T_2 为短途载客行驶时间。

且有：

$$T_2 < t_d, P_2 < P_1$$

要使同样在机场等待了 t_{wait} 时间的出租车单位时间的收益尽量均衡，则要

求短途返回车辆等待时间 t ($t \geq 0$) 应满足:

$$\min \left[\frac{P_2 + P_1}{t_{wait} + 2T_2 + t_d + t} - \frac{P_1}{t_{wait} + t_d} \right] \quad (4.3)$$

此模型中机场检测是否为短途出租车的方式为通过机场放车接客的闸口, 对出租车进行观测, 获得距上次离开机场的时间间隔, 在 $2T_2$ 时间内可进入特殊接客区优先接客。

5.4.2 优先安排模型求解

据查询, 对于成都双流机场, 从机场载客到市区平均行驶时间 $T_1 = 28$ 分钟, 相应收益 P_1 为白天 (6:00–23:00) 45 元, 夜间 (23:00–次日 6:00) 53 元。

参考各大国际机场对机场出租车短途区域的划定以及双流机场附近人员来往密集地区的路线, 我们规定短途为不超过 10km 的行程, 而出租车一般速度为 42.8 km/h, 可算出 $T_2 = 14$ 分钟, 相应收益 P_2 为白天 (6:00–23:00) 16 元, 夜间 (23:00–次日 6:00) 20 元。所以短途出租车只要能在 28 分钟内返回机场即可享受优先权。

为保证同样在机场等待了 t_{wait} 时间的出租车单位时间的收益尽量均衡, 让两种出租车司机单位时间收益相等, 代入数据计算公式 (4.3) 得到各个时间段的短途返回车辆等待时间 t , 则根据公式 (1.8) 可以计算得到享有优先权的出租车的插队位置。

部分时间段 t 的计算结果为负数, 这是因为此时短途返回车辆排队等待时间 t 为 0 也无法满足单位时间收益均衡, 而为了最大程度地保证同样在机场等待了 t_{wait} 时间的出租车单位时间的收益均衡, 所以, 这些时间段的短途返回车辆可以不用排队, 直接插到队头接客, 其他时间段需要排队等待的短途返回车辆的插队位置如下表 1 所示。

表 1 不同时间段的优先插队位置

时间	蓄车池内出租车数量	插入位置
6:00	310	132
7:00	712	235
8:00	767	231
9:00	456	94
11:00	740	121
16:00	594	68
19:00	740	84
21:00	448	31

六、模型优缺点及其改进

6.1 模型的优点

- 1、较高的普适性，在保留生活实际的情况下一定程度简化了模型，降低了对于数据量的需求。
- 2、直接从经济层面上展示司机的选择方式，清晰明了，能直观的感受问题结果。
- 3、利用排队论和蒙特卡洛模拟确定每轮的最佳泊位数量，模型建立依据可靠。
- 4、模型架构清晰，简洁。

6.2 模型的缺点

- 1、部分参数信息来源不够精准，部分情况下结合实际情况进行了估计，可能会给结果造成一定误差。
- 2、对部分特殊（如节假日、疫情等）情况未纳入考虑，有所欠缺。
- 3、模型建立过程中，部分较小的过程进行了忽略处理，会对问题结果造成影响。

6.3 模型的改进

- 1、收集更加准确，可靠的数据，使部分模型参数更加精准。
- 2、考虑到比较特殊的情况纳入模型建立中，增加模型的适用范围。

七、参考文献：

- [1] 焦依然.机场出租车排队问题的数学研究[D].科技经济导刊, 2020.
- [2] 陆颖俐, 陈泉静, 黄邦华, 张海波. 基于蒙特卡洛模型的出租车上车点设置[D]. 台州学院学报,2020.
- [3] 国赛论文.机场出租车司机综合决策及机场出租车管理模型[D].2019