

赛区评阅编号（由赛区组委会填写）：

2020 高教社杯全国大学生数学建模竞赛

承 诺 书

我们仔细阅读了《全国大学生数学建模竞赛章程》和《全国大学生数学建模竞赛参赛规则》（以下简称为“竞赛章程和参赛规则”，可从全国大学生数学建模竞赛网站下载）。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上 QQ 群、微信群等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛章程和参赛规则的，如果引用别人的成果或资料（包括网上资料），必须按照规定的参考文献的表述方式列出，并在正文引用处予以标注。在网上交流和下载他人的论文是严重违规违纪行为。

我们以中国大学生名誉和诚信郑重承诺，严格遵守竞赛章程和参赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛章程和参赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们授权全国大学生数学建模竞赛组委会，可将我们的论文以任何形式进行公开展示（包括进行网上公示，在书籍、期刊和其他媒体进行正式或非正式发表等）。

我们参赛选择的题号（从 A/B/C/D 中选择一项填写）：_____

我们的报名参赛队号（12 位数字全国统一编号）：_____

参赛学校（完整的学校全称，不含院系名）：_____ 成都大学

参赛队员（打印并签名）：1. 陈睿 201910412203

2. 蒋龙 201910412207

3. 魏芳 201910412217

指导教师或指导教师组负责人（打印并签名）：赵千

（指导教师签名意味着对参赛队的行为和论文的真实性负责）

日期：2020 年 12 月 12 日

（请勿改动此页内容和格式。此承诺书打印签名后作为纸质论文的封面，注意电子版论文中不得出现此页。以上内容请仔细核对，如填写错误，论文可能被取消评奖资格。）

上海浦东机场出租车决策和优化

摘要

随着我国经济飞速发展，航空业也以一种前所未有的速度飞速发展，许多旅客在外出时选择飞机这一交通方式，导致机场每天乘客吞吐量巨大，伴随而来的是大量旅客的疏散问题。出租车作为居民日常生活中使用的快捷的交通工具，在疏散机场乘客中起到了不可估量的作用。但是，由于出租车上客区设置的不合理性，大量扎堆的游客打不到出租车和出租车排着长队等着载客的现象时有发生。因此，机场出租车优化，不仅可以缓解机场的拥堵，提高效率，还可以节约乘客和司机的时间，增加社会整体满足感。针对问题一，我们以出租车司机为主体，出租车司机的利益最大化为目的建立的模型。首先站在出租车司机的角度有两种情况：排队等候和空载返回通过比较两种假设下的预期利润作出决策。如此，我们可以从决策过程中提取出直接影响因素：等待时间、返回时间、空跑损耗、载客利润及市区收益。对其继续分析可得到这几个量的根本影响因素：排队车数、打的人数、收费标准以及返回路程。对这类选择决策性问题建立模型时使用 0-1 变量表征采取的方式，目标函数取不同决策下的最大利润建立的模型。

针对问题二，我们选取上海浦东机场为目标建立数学模型，根据问题一中所建立的出租车司机选择决策模型，结合所给的司机选择策略、通过查找资料收集到的上海浦东机场 2015 2018 年各月份的旅客吞吐量、机场旅客乘坐出租车的占比、上海浦东机场距离市中心的距离以及上海市出租车市区内行驶速度与收费标准及其成本等数据。从问题一的分析得到影响决策的一级指标和二级指标，由于一级指标是通过二级指标推导得到的，这里我们进行模型对相关因素依赖性的探究。我们采取敏感性分析和控制变量法来探究模型对相关因素的依赖性通过求解各个因素的敏感系数，得到结论：出租车在“蓄车池”平均逗留时间，行驶里程对司机选择方案的敏感度均较高，空车率、每公里收益、平均收益、出租车每公里、单位时间收益、车速、每公里收益对司机选择方案敏感度均较低。此外，载客行驶里程对司机选择方案的敏感度最高，每公里收益对司机选择方案的敏感度最低。我们可以得出司机决策对模型中的指标因素变化敏感，模型对指标的依赖性较强，说明决策模型的建立的指标选取比较合理。并且通过实际推导，各指标对司机决策的正负影响及影响大小符合实际，模型较为合理。

针对问题三，机场现有 2 条并行车道，为了使乘车效率尽量高，建立多服务平台的出租车排队系统模型即建立 M/M/s 排队论数学模型。基于排队理论，假设乘客源流无限，排队队长不受限制，乘客到达候车区的概率服从泊松分布。研究双车道下待客出租车队列和候车乘客队列的最大队长、平均队长、平均等待时间等数据，基于排队论的知识求解可得随着上车点设置的增加，以一定到达速率乘客的排队等待时间、乘车区逗留时间以及排队队长是逐渐减少，但当上车点设置到一定数目时，乘客排队时间减少的不够明

显。相比较而言，增加一个上车点对减少乘客等待时间的影响不大，相反多增加一个上车点是需要建造费用，在花费一定建造费用增加上车点而带来的影响效益不高，会使机场利益损。即可得到最佳上车点数。

针对问题四，本问紧紧围绕司机的收益均衡性对“优先机制”进行设计。将载客前往市中心的司机利润作为标准利润，尽量通过“优先机制”使得短途载客的司机利润尽可能接近标准利润。参考国内机场对优先机制的设计（参考文献），现借用“短途票”方案，即为了均衡短距载客出租车的收益，可以领一张免排队的短途票，送完客人后，这些司机就可以进入 15 特殊接客区（无需排队）。实际方案需要明确短距评判标准，并规定“短途票”的使用条件。其中，临界条件围绕出租车收益均衡界定，这里我们设定两种方案，分别以时间和距离作临界约束。

关键词：线性规划、决策模型、排队论、目标优化、短距标准、机场出租车。

目录

一、问题重述

1.1 问题的由来

多数乘客下飞机后要去市区（或周边）的目的地，出租车是主要的交通工具之一。国内多数机场都是将送客（出发）与接客（到达）通道分开的。送客到机场的出租车司机都将会面临两个选择：

(A) 前往到达区排队等待载客返回市区。出租车必须到指定的“蓄车池”排队等候，依“先来后到”排队进场载客，等待时间长短取决于排队出租车和乘客的数量多少，需要付出一定的时间成本。

(B) 直接放空返回市区拉客。出租车司机会付出空载费用和可能损失潜在的载客收益。

1.2 问题的要求

(1) 分析研究与出租车司机决策相关因素的影响机理，综合考虑机场乘客数量的变化规律和出租车司机的收益，建立出租车司机选择决策模型，并给出司机的选择策略。

(2) 收集国内某一机场及其所在城市出租车的相关数据，给出该机场出租车司机的选择方案，并分析模型的合理性和对相关因素的依赖性。

(3) 在某些时候，经常会出现出租车排队载客和乘客排队乘车的情况。某机场“乘车区”现有两条并行车道，管理部门应如何设置“上车点”，并合理安排出租车和乘客，在保证车辆和乘客安全的条件下，使得总的乘车效率最高。

(4) 机场的出租车载客收益与载客的行驶里程有关，乘客的目的地有远有近，出租车司机不能选择乘客和拒载，但允许出租车多次往返载客。管理部门拟对某些短途载客再次返回的出租车给予一定的“优先权”，使得这些出租车的收益尽量均衡，试给出一个可行的“优先”安排方案。

1.3 问题的提出

- (1) 司机空载返回的成本是确定的，影响司机决策的主要因素是可能等待时间成本的占比
- (2) 等待时间取决于排队等待的出租车数量和可能乘车的乘客数量
- (3) 乘客数量与时间段、航班次数、载客量和乘车比例等有关

- (4) 忽略天气，交通堵塞等不确定因素

二、问题的假设

- 假设出租车性能良好，行驶过程中无意外发生；
- 假设决策的选择只考虑经济因素，忽略个人倾向等其他因素；
- 假设每位乘客上车时间相同；
- 假设出租车全过程匀速行驶，忽略堵车等客观因素；
- 假设出租车的性能相同，行驶过程中的损耗相同；
- 假设乘客到每个上车点的时间相同；
- 假设出租车的收费标准相同；
- 假设国内航班每班 150 人次，国际航班 300 人次

三、符号说明

符号	意义
n	乘坐出租车离港的客流量
m	机场出租车流量
T	等待载客时间
T'	从机场返回市中心时间
x	从机场返回市中心路程
t	乘客上车时间
X	每条停车带所能停放的车辆数
W_1	载客返回市中心收益
W_2	返回市中心拉客收益
V_1	载客返回市中心油耗
V_2	空载返回市中心油耗
P_1	排队等候决策下的利润
P_2	空载返回决策下的利润
λ	市中心拉克的每小时收益
π_1	时间成本系数
π_2	潜在收益系数
η	乘车效率
v	乘车速度
L	接客区长度
D	出租车长度
S	两辆出租车之间保持的安全距离

四、问题分析

4.1 对问题 1 的数学化描述与分析

针对本问题：

假设一排队等候，通过排队车辆数，机场航班等情况估算等候的时间成本，并结合载客回市区的收益得出采取此决策的预期利润。

假设空载返回，将空跑损耗作为成本，估计返回节省下的等候时间在市区拉客产生的收益，同样地可以给出采取空载返回决策的预期利润。

比较两种假设下的预期利润作出决策。如此，我们可以从决策过程中提取出直接影响因素：等待时间、返回时间、空跑损耗、载客利润及市区收益。对其继续分析可得到这几个量的根本影响因素：排队车数、打的人数、收费标准以及返回路程。对这类选择决策性问题建立模型时使用 0-1 变量表征采取的方式，目标函数取不同决策下的最大利润。根据上述影响因素作为约束条件建立优化模型给出这两种情况利润最大化的决策。

由此得出决策影响因素及其影响机理图：

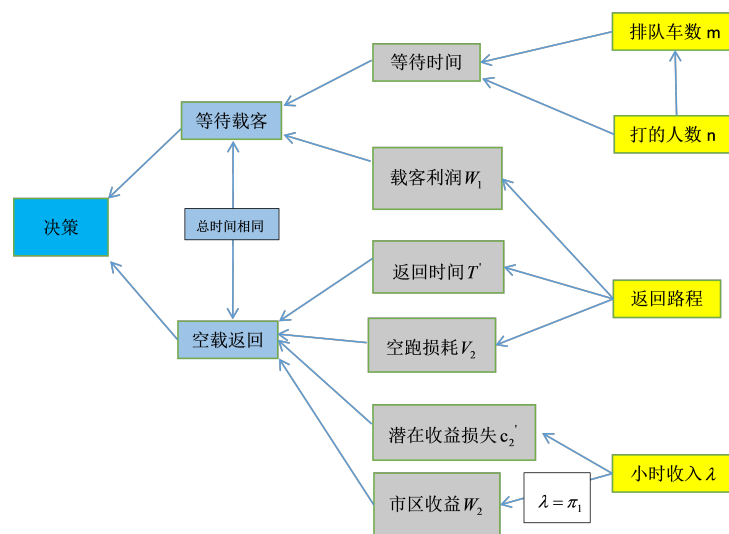


图 1 决策图

4.2 对问题 2 的数学化描述与分析

对于本问题，是根据实际的出租车数据进行动态的模拟，如果有了具体的出租车数据，能够发现出租车在机场周边的分布状况的话，可以批量给出选择方案，在第一问中乘客的数量也是影响出租车司机决策的难点。针对这个问题，我们在网上找取了浦东国际机场的一天的航班数，排队车数、打的人数等数据，在带入第一问的模型中得出决策。值得注意的是，等待时间与很多其他变量相互联系。对等待时间求解很大程度上决定了

模型的好坏，这需格外注意。我们收集到机场乘客选择的交通方式的数据：

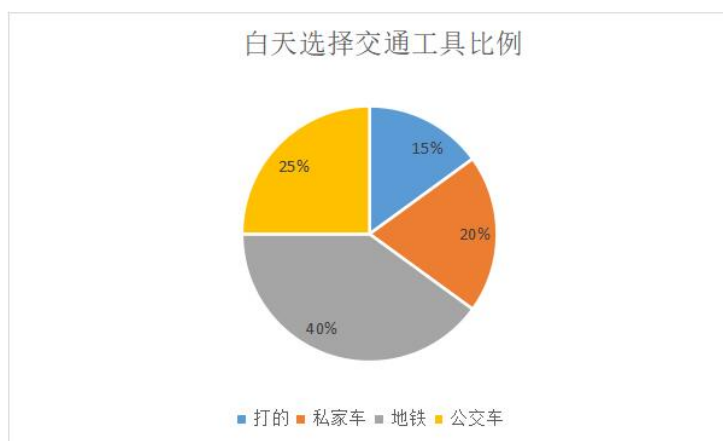


图2 白天

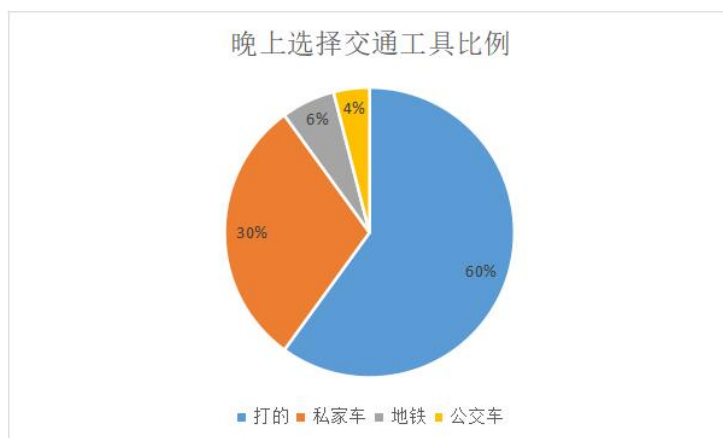


图3 夜间

从查找到资料中选取了建模所需要的数据其中，结合上海出租车公司官网数据得到，上海市大部分出租车车型为桑塔纳 4000，该车使用的汽油价格约为 6.60 元/L。通过经验判断得到出租车每行驶 10 km 大约消耗汽油 1 升汽油，由此确定出租车行驶每公里的油耗成本为 0.66 元/km。结合问题一对空载和载客费用的分析得到，出租车行驶每公里费用 0.66 元。由于上海市区的主干道路的限速主要为 30、40 km/h，所以我们把出租车行驶速度设为 35 km/h。计算得上海浦东机场距离市中心的距离的平均距离大于 15 公里，结合上海市出租车收费标准，为了便于计算，我们取出租车收费标准为 3.6 元/公里。

相关数据如下图

参数	取值（单位）
单位路程成本 μ	0.66 元/km
出租车室内行驶速度 v	35km/h
平均收益 R	203 元
单位路程的收益 R_s	3.6 元/km
空载率 E_t	35%
单位时间到达蓄车池车辆数 $\bar{\lambda}$	186.9 辆/h
单位时间的收益 R_t	168.29 元/km
距离市中心平均距离 S	47.61km
单位时间离开上车点车辆数 $\bar{\mu}$	187.5 辆/h

图 4 出租车参数

4.3 对问题 3 的数学化描述与分析

问题三分析：在某些时候，由于出租车数量和乘客数量的供求不平衡以及机场交通管理模式不当，容易导致“车等人”或“人等车”的现象发生。基于排队系统进行分析，排队论（Queuing Theory）又称随机服务系统理论，是通过对服务对象的到达及服务所持续的时间进行统计研究，来改进服务系统的结构或重新组织被服务对象，使服务系统既能满足需要，又能使费用最经济或某些指标最优。

上车点的设置根据服务的数目和规划分为不同的类型。根据枢纽内部服务类型和上车点数目等出租车排队系统分为单点式出租车排队、多点并列式出租车排队和多点纵列式出租车排队。单点式排队系统（见图 1）是待上车乘客在一个指定的上车地点排队等待上车，每列前面车辆完成上车并离开后后面车辆才能补位，同时乘客也是等待前一位乘客上车离开后才能接受服务。该类排队系统相对较简单，但有局限性，同一发车组中后排车辆受前排乘客上车速度限制，补位效率较低，乘客的上车效率也受前面乘客的影响，上车效率较低。

多点式纵列排队系统（见图 2）是前后布置 2 个或 2 个以上的上车点形成多个上车点

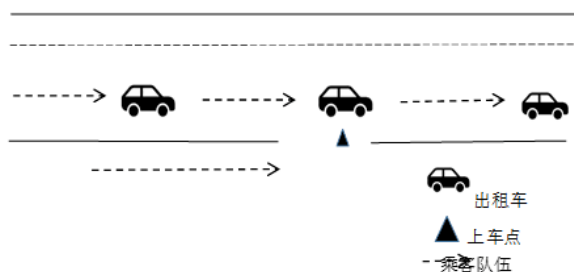


图 5 单点式排队系统

的一个公共队伍的排队系统，乘客按照一定的到达规律到达排队系统后，排在队伍前端的乘客可以根据当前上车点的出租车服务状态分散到纵向排列的多个“服务台”接受服务。该系统不仅可以提高上客发车效率，同时对于建筑空间较大的集散场所，可保证到

达乘客就近上车，候车更加方便。

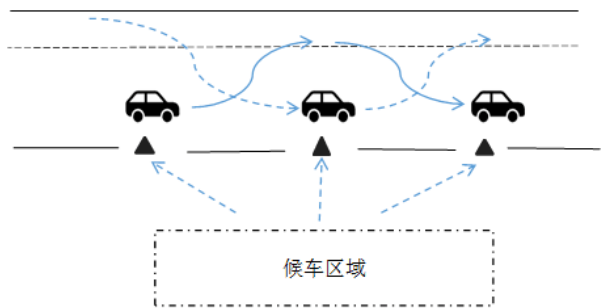


图 6 多点式纵列排队系统

4.4 对问题 4 的数学化描述与分析

针对问题四，对短途返回“优先机制”进行设计要求了解该机制的设计初衷并加以实现。由于乘客的目的地有远有近，但司机付出了同样的时间成本。本机制的设计目的是平衡不同司机的收益。于是，设计过程均应当围绕“收益均衡”展开。

针对问题四，对短途返回“优先机制”进行设计要求了解该机制的设计初衷并加以实现。由于乘客的目的地有远有近，但司机付出了同样的时间成本。本机制的设计目的是平衡不同司机的收益。于是，设计过程均应当围绕“收益均衡”展开。

五、模型的建立与求解

5.1 问题 1 的分析与求解

本问要求分析研究出租车司机的决策机理并建立决策模型，使收益较大。值得注意的是，收益中应将时间成本纳入考虑。即在计算收益时扣除因时间浪费而错失的潜在收益。

分别对 (A) 排队等待载客，(B) 空载返回市区的收益进行分析。

影响司机决策的因素有：等待载客的时间、载客回市区的利润、空载返回的时间以及消耗、市区载客的利润。对这些因素继续进行分析，可以发现司机的决策实际上由三个根本要素决定：排队车辆数 m 、返回路程 x 以及收费标准 $g(x)$ 。其中，排队车辆数决定了等待时间 T ，返回路程和收费标准共同影响了载客利润 W_i 。另外返回路程还制约了空载损耗的大小，收费标准还决定了司机在市区的收益。

5.1.1 选择决策模型的建立

本题为典型的选择决策问题。得到影响因素及其影响机理后，我们便可以建立优化模型对司机进行决策的过程进行描述。

1. 目标函数的确定

对于该类“二选一”决策，采用 0-1 变量 Q 表征司机的决策方案。若 Q 取 1, 代表选择等待载客， $Q=0$ 则代表空载返回。 P_1 、 P_2 分别代表了 (A)、(B) 两方案的利润。如此规定后，便可将某种决策下的利润 Z 表示为：

$$Z = Q \cdot P_1 + (1 - Q) \cdot P_2$$

Q 为决策变量，决定了采取的决策。目标函数对利润 Z 求取最大值即可：

$$\max Z = Q \cdot P_1 + (1 - Q) \cdot P_2$$

2. 约束条件的确定

在目标函数中给出了两种方案对应的收益 c ，但并没有给出具体表达式。所以模型约束条件的确定将会围绕这两个重要的参数展开。

首先，根据分析可知无论采取方案 (A)、(B) 中哪一个，其利润计算的公式均为：

$$\text{利润} = \text{收益} - \text{成本 (金钱、时间)}$$

时间成本，即“货币时间价值”，定义为：时间成本是指-定量资金在不同时点上的价值量产差额。时间成本也可以理解为：在等待时间内造成的市场机会的丢失。对于本题中出租车司机而言，无论作出等候载客或是空载返回的决策，均会产生相应的时间成本。对采取等候载客的司机而言，其在蓄车池中等候的时间产生时间成本：假设不需等候而直接载客返回市区，省下的等候时间可以在市区拉客获得收益。该丢失的潜在盈利收益即为折算为金钱的时间成本。不妨假设在市区平均每小时能够获利则可得出该决策方法下时间成本为：

$$c_1 = \pi_1 \cdot T$$

其中， T 为等候载客的时间。 π 称为时间成本系数。

对采取空载回家的出租车司机而言，其空载回市区时由于未运载乘客，则视为丢失了载客的潜在获利机会。该收益为：

$$c_2 = \frac{W_1}{T + T'} T'$$

考虑到得到潜在获利的概率，对添加系数 0.1 作为时间成本。则有：

$$c'_2 = \frac{0.1W_1}{T + T'} T' = \pi_2 T'$$

其中，为若选择方案 (A) 所需等待的时间，为载客回市区获得的利润。称为潜在载客收益系数。

$$\pi_2 = \frac{0.1W_1}{T + T'}$$

如此，结合分析，可以给出、表达式

$$P_1 = W_1 - V_1 - \pi_1 T$$

$$P_2 = W_2 - V_2 - \pi_2 T$$

其中， W_1, W_2 为对应方案的收益， V_1, V_2 分别为返回时的载客油耗和空跑损耗。 π_1 为时间成本折算系数，等于市中心拉客的每小时利润 λ ， π_2 为潜在乘客损失系数。 W_1, W_2 ：分别是与路程 x 、等待时间 T 有关的系数，而 T 与某时刻 t 的排队出租车数有关。于是可以给出约束条件：

$$\begin{cases} P_1 = W_1 - V_1 - \pi_1 T \\ P_2 = W_2 - V_2 - \pi_2 T \\ W_1 = f(x) \\ W_2 = \pi T \\ T = g[m(t)] \end{cases}$$

5.1.2 决策模型的建立与司机决策的确定

综上可以给出决策模型：

$$\begin{aligned} \max Z &= Q \cdot P_1 + (1 - Q) \cdot P_2 \\ \text{constraint condition} &= \begin{cases} P_1 = W_1 - V_1 - \pi_1 T \\ P_2 = W_2 - V_2 - \pi_2 T \\ W_1 = f(x) \\ W_2 = \pi T \\ T = g[m(t)] \end{cases} \end{aligned}$$

5.2 问题 2 的分析及求解

5.2.1 问题的分析

我们选取上海浦东机场为目标建立数学模型，其原因如下第一，上海作为世界一线城市，在数据整合收集的广度、深度以及频率要远远高于国内大部分城市。第二，上海浦东机场作为一个国际化大机场，有着较为完善的数据储备和较为先进的路侧交通管理模式。第三，在我们寻找到具有真实性和可靠性的资料中，上海浦东机场可获得资料量较多，所以我们选择收集上海浦东机场和其城市所在的出租车的相关数据。

根据问题一中所建立的出租车司机选择决策模型，结合所给的司机选择策略、通过查找资料收集到的上海浦东机场 2015 2018 年各月份的旅客吞吐量、机场旅客乘坐出租车的占比、上海浦东机场距离市中心的距离以及上海市出租车市区内行驶速度与收费标准及其成本等数。

从查找到资料中选取了建模所需要的数据其中，结合上海出租车公司官网数据得到，上海市大部分出租车车型为桑塔纳 4000，该车使用的汽油价格约为 6.60 元/L。通过经验判断得到出租车每行驶 10 km 大约消耗汽油 1 升汽油，由此确定出租车行驶每公里的油耗成本为 0.66 元/km。结合问题一对空载和载客费用的分析得到，出租车行驶每公里费用 0.66 元。由于上海市区的主干道路的限速主要为 30、40 km/h，所以我们把出租车行驶速度设为 35 km/h。计算得上海浦东机场距离市中心的距离的平均距离大于 15 公里，结合上海市出租车收费标准，为了便于计算，我们取出租车收费标准为 3.6 元/公里。我们将以 2020 年 12 月 1 日的飞机进出港数据作为参考 根据假设的飞机载客数：国内

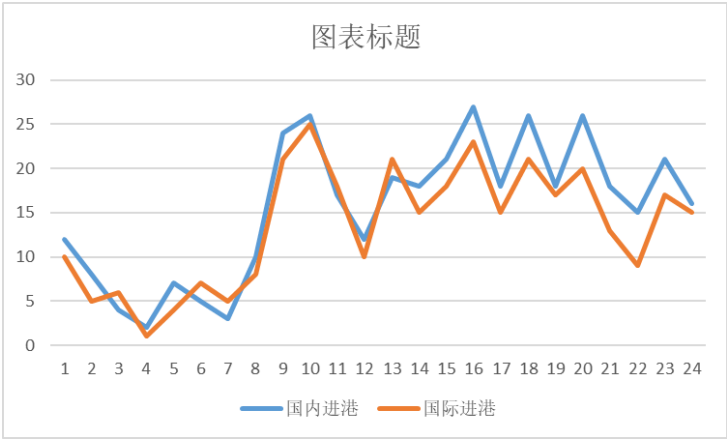


图 7 飞机进港数

150 人/次，国际 300 人/次得到每个时段人数

每个时段机场出租车数量

总和人数和出租车分析双折线图：考虑实际情况，乘客到站后，取行李等手续，与出租车车流量高峰会有 1 个小时的延时差距，进一步确定了我们第一问模型建立的可行性；将得到的数据带入我们的模型，即可得到每个时间段实际可以做决策



图 8 每时段出租车数量

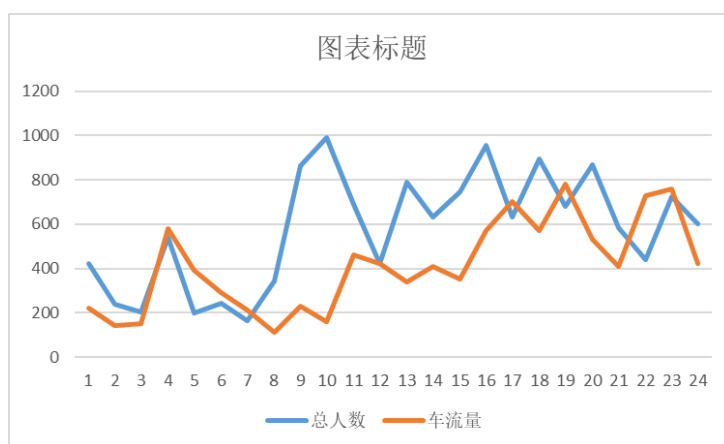


图 9 方案 A

5.2.2 决策方案的给出

参数	取值 (单位)
单位路程成本 μ	0.66 元/km
出租车室内行驶速度 v	35km/h
平均收益 R	203 元
单位路程的收益 R_s	3.6 元/km
空载率 E_l	35%
单位时间到达蓄车池车辆数 $\bar{\lambda}$	186.9 辆/h
单位时间的收益 R_t	168.29 元/km
距离市中心平均距离 S	47.61km
单位时间离开上车点车辆数 $\bar{\mu}$	187.5 辆/h

图 10 参数

将该数据带入问题一的线性规划决策中由 T 值得到:

表 1 各时段决策方案 (0 为防空, 1 为等待)

	3: 30 至 9: 30	9: 30 至 16: 30	16: 30 至 21: 30	21: 30 至次日 3: 30
等待时间 (T)	0	23.8	8.7	15.7
收益 (P)	26.5	9.5	20.3	15.3
决策 (Q)	1	0	1	1

5.3 问题三的求解

5.3.1 排队论模型的建立

建立 $M/M/s$ 排队论数学模型

机场现有 2 条并行车道, 为了使乘车效率尽量高, 建立多服务平台的出租车排队系统模型. 基于排队理论, 假设乘客源流无限, 排队队长不受限制, 乘客到达候车区的概率服从泊松分布, 即 $v_k(t) = e^{-\lambda}$ 因此可建立 $M/M/s$ 模型. 顾客相继到达时间服从参数为 1 的负指数分布, 服务台的数量为 S , 每个服务台的服务时间相互独立, 且服从参数为 m 的负指数分布, 系统的空间为 K , 当顾客到达时, 若有空闲的服务台则马上接受服务, 否则便排成一个队列等待, 等待时间为无限.

5.3.2 模型的求解

若 $p_n = p(N = n)(n = 0, 1, 2, 3 \dots)$ 为排队系统达到平稳状态后队长 N 的概率分布, 在服务台数量为 S 的系统中有乘客的平均到达速率为:

$$\lambda_n = \lambda, n = 0, 1, 2 \dots$$

服务台的平均服务速率为:

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu, & n = 0, 1, 2 \dots \\ S\mu, & n = S, S + 1 \end{cases}$$

系统利用率:

$$\rho_s = \frac{\rho}{S} = \frac{\lambda}{S\mu}$$

其中:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

为正在接受服务的乘客平台数（系统的服务利用率）当 $\rho_s < 1$ 时服务机构的总服务效率高于乘客的平均到达率保证了系统最终进入稳定状态，根据排队生灭过程理论可知，队长为 n 的服务利用率为：

$$C_n = \begin{cases} \frac{\lambda_{n-1}\lambda_{n-2}\cdots\lambda_0}{\mu_n\mu_{n-1}\cdots\mu_1} = \frac{\lambda\mu^{-n}}{n!} & (n = 1, 2, \dots, S) \\ \frac{\lambda_{n-1}\lambda_{n-2}\cdots\lambda_0}{(\mu_n\cdots\mu_{s+1})(\mu_n\mu_{n-1}\cdots\mu_1)} = \frac{\lambda\mu^{-n}}{S!S^{n-S}} & (n \geq S) \end{cases}$$

系统平稳时队长的概率分布为：

$$P_n = \begin{cases} \frac{\rho^n}{n!} P_0 & 0 \leq n \leq S \\ \frac{\rho^n}{S!S^{n-S}} P_0 & S \leq n \leq K \end{cases}$$

队长为 0 时的概率分布为：

$$P_0 = \left(\sum_{n=0}^{s-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^s}{s!(1-\rho_s)} \right)^{-1}$$

当 $n > S$ 时，系统中的乘客数大于或等于服务台数，这时进来的乘客必须等待，因此有乘客到达系统时需要等待的概率为：

$$C(s, p) = \sum_{n=s}^{\infty} P_n = \frac{\rho^s}{S!1-\rho_s} P_0$$

由系统平稳状态分布计算可得平均排队长 L_q 为：

$$L_q = \sum_{n=s+1}^{\infty} (n-S)P_n = \frac{\rho^s P_0}{S!} \sum_{n=s}^{\infty} (n-S)\rho_s^{n-s} = \frac{\rho_s \rho^s \rho_0}{S!(1-\rho)^2}$$

设系统中正在接受服务乘客的平均数为 $S1$ ，被服务的乘客数也等于服务台工作的平均数，即：

$$S_1 = P_0 \rho \left[\sum_{n=1}^{S-1} \frac{\rho^n - 1}{(n-1)!} + \frac{\rho^s - 1}{(S-1)!(1-\rho_s)} \right] = \rho$$

平均队长 $L_s =$ 平均排队长 + 正在接受服务的乘客平台数 $= L_q + \rho$ 。

根据 little 公式可知，乘客平均逗留时间为

$$w_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{\rho_s \rho^s}{S!(1-\rho)^2} P_0 + \rho \right]$$

乘客平均等待时间为：

$$w_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{\rho_s \rho^s}{S!(1-\rho)^2} P_0 \right]$$

建立模型的目的是使乘客乘车的效率最高，即乘客乘车所花费的时间最少。排队模型的评价指标有平均队长 L_s （或平均排队长）和乘客平均等待时间（或乘客平均逗留时间 WS ），对于乘客这 4 个指标均是越小越好，即这些指标越小乘车效率越高。选择出租车

服务系统为全忙期，且系统的服务利用率 <1 排队系统最终会进入稳定状态，不会出现混乱。根据资料，上海浦东机场时期乘客到达乘车区的速率为 1.5 人/min，出租车服务效率为 0.9 人/min，即确定参数 $\lambda=1.5$ ， $\mu=0.9$ ，依次改变服务台数量即上车点数，借用参考文件得出的数据，在这里我们进一步分析该机场的最佳设置乘车点数 由表 1 可以看出，随

表 2 上车点个数队各指标的影响

指标 上车点数	2	3	4	5
平均排队长	7.673	0.532	0.105	0.023
平均队长	9.473	2.332	1.905	1.823
乘客平均等待时间/min	8.526	0.591	0.116	0.025
乘客平均逗留时间/min	10.520	2.591	2.116	2.025

着上车点设置的增加，以一定到达速率乘客的排队等待时间、乘车区逗留时间以及排队队长是逐渐减少，但当上车点设置到一定数目时，乘客排队时间减少的不够明显。相比较而言，增加一个上车点对减少乘客等待时间的影响不大，相反，多增加一个上车点是需要建造费用，在花费一定建造费用增加上车点而带来的影响效益不高，会使机场利益损失。综合来看，全忙期设置 3 个上车点就可以使乘客的乘车效率达到较高程度。在上车点设置的乘车效率最高和保证车辆和乘客安全的条件下，安排乘客与出租车。由于车道是 2 条并行车道，设置有多个上车点，可以设计方案：放行一批车辆在车道内侧上车点等待，放行等待乘客上车，管理人员关注乘客接受服务。车辆从车道外侧驶离设置的上车点，安排下一辆车从车道外侧及时补充已经空置的上车点，上车点车辆驶离机场有优先权，即如补入车辆与其它上车点驶离车辆相遇，需等待再驶入空置的上车点。管理人员根据上客区具体情况安排补入车辆进入乘客区，再安排一定数量乘客进入乘车区。

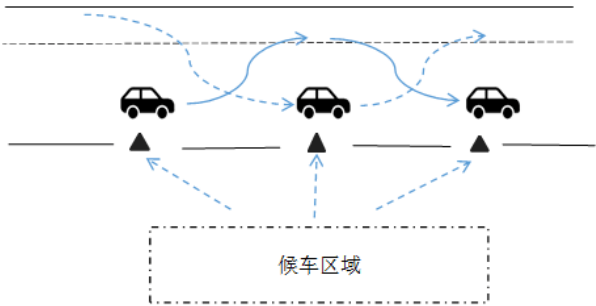


图 11 多点式纵列排队系统

5.4 问题四的求解

目前机场出租车运营可能存在的情况根据载客距离分为: 远途载客、中距离载客、短距载客三种情况受机场排队的接人的限制, 出租车均付出了一定的时间成本, 但是对于短途运输而言, 可会出现司机消耗了大量时间, 却不能获得足够多的利润, 因此, 造成了出租车收入不均衡的现象。

本问紧紧围绕司机的收益均衡性对“优先机制”进行设计。将载客前往市中心的司机利润作为标准利润, 尽量通过“优先机制”使得短途载客的司机利润尽可能接近标准利润。参考国内机场对优先机制的设计(参考文献), 现借用“短途票”方案, 即为了均衡短距载客出租车的收益, 可以领一张免排队的短途票, 送完客人后, 这些司机就可以进入特殊接客区(无需排队)。

实际方案需要明确短距评判标准, 并规定“短途票”的使用条件。其中, 临界条件围绕出租车收益均衡界定, 这里我们设定两种方案, 分别以时间和距离作临界约束。

5.4.1 标准利润的确定

根据问题一, 给出标准利润:

$$c_s = Z - \pi_1 T$$

由于各种载客情况有好几本一致, 可以消去, 故此处直接省略。则每小时平均标准利润为:

$$\bar{c}_s = \frac{Z - \pi_1 T}{T + T_1}$$

其中 T 为等候时间, T' 为返回市中心所用时间

5.4.2 短途载客利润的确定

对于短途载客的司机, 考虑极端情况, 假设其共进行 $(n-1)$ 次短距往返载客, 直至第 n 次载客时直接返回市中心。第 i 次短距载客利润为 C_n 。为使收益均衡, 希望有下式成立:

$$\sum_{i=0}^n c_i = c + s$$

同样根据问题一公式, 对每次短距载客利润分别求解并求和得到短距利润如下:

$$c_d = h_1 - \pi_1 T + \mu h_1 + h_2 + \mu h_2 + \cdots + h_{i-1} + \mu h_{i-1} + h_i$$

该模型忽略了拥有“优先权”司机的等待时间, 第一次排队等待的时间成本计入第一次短距载客。 μ 为一个 0 至 1 的常数, 表征返回时载客的的概率。 h 为第 i 次短距载客收益。

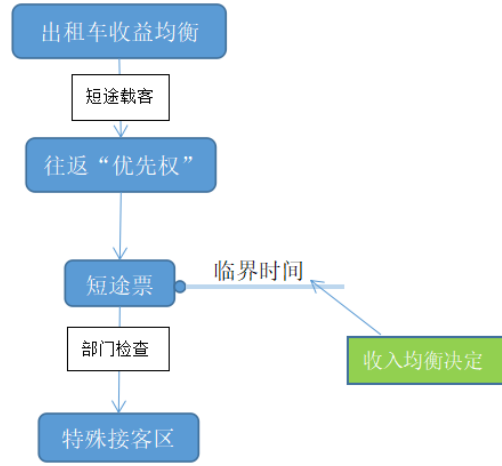


图 12 方案 A

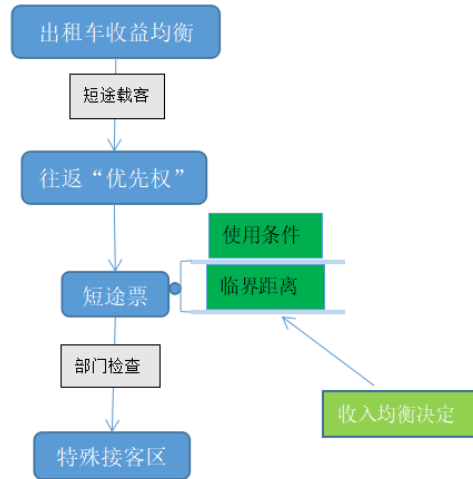


图 13 方案 B

考虑到实际情况下短途旅客数量较少，司机多次短途载客概率极低，故下文中 n 值均取 2。此时 c_d 表达式为：

$$c_d = h_1 - \pi_1 T + \mu h_1 + h_2$$

总时间为：

$$T_{all} = 2t_1 + T + t_2$$

t_1, t_2 分别为第一次、第二次载客单程行驶时间。

为方便比较，求取平均每小时利润：

$$\bar{c}_d = \frac{h_1 - \pi_1 T + \mu h_1 + h_2}{2y_1 + T + t_2}$$

5.4.3 短距利润的确定

令每小时平均标准利润与平局短途往返载客利润相等。

$$\frac{Z(x) - \pi_1 T}{T + T'} = \frac{(1 + \mu)Z(x) - \pi_1 T + Z(x)}{\nu(2x) + T}$$

解的等收入的距离是 x_1

对于方案 A:

由于距离速度时间关系:

$$x_1 = \nu T_1 \rightarrow T_1 = \frac{x_1}{\nu}$$

T_t 作为方案 A 的短距标准

对于方案 B:

x_1 作为短距标准 x_s 。既有短距标准 x_s 。

5.4.4 A 方案具体操作方案

- (1) 限制短距载客出租车返回机场的时间。
- (2) 通过机场放车接客的闸口, 对出租车牌进行观测, 获得距上次离开机场的时间间隔, 在 T 内可进入特殊接客区优先接客

5.4.5 B 方案具体操作方案

- (1) 不限制短距载客出租车返回机场的时间, 即不设置“短途票”的有效期。
- (2) 在不限制返回时间的基础上, 我们考虑会出现司机使用“短途票”在某一时间过多, 为解决该问题, 我们进一步设定“短途票”分单双号使用。
- (3) 安装有 GPS 识别设备的车辆可以不用开具“短途票”直接进入特殊接客区; 未安装 GPS 识别设备的车辆可开具“短途票”, 凭票进入特殊接客区。

5.4.6 A 方案评价

- (1) 车辆是否满足短距距离限制的检测简便
在现实情况中, 大多数城市的机场会倾向于选择 A 方案, 因为 A 方案的短距标准检测相对容易, 加上机场自身的条件的限制, 只能实现对车辆往复机场的时间间隔进行检测。
- (2) 司机拒载及服务态度消极
假若设定短距标准时不考虑经济因数, 而单纯的以距离“一刀切”, 会带来一些潜在的问题。假若打车距离刚好超短途距离, 因为花费大量时间等待, 时间成本高昂, 而乘客目的地路程过近, 甚至不足以抵消时间成本。出租车司机会产生抗拒心理, 甚至直接拒载。

5.4.7 B 方案评价

(1) 减少司机拒载及服务态度消极的情况

相对于 A 方案，此时对时间的限制不存在，直接考虑单位时间收益相等的极限情况下，通过距离对短途进行界定，很好地避免了这种问题的存在。

(2) 减轻机场的堵车率

设定“短距票”分单双号使用可以避免使用特权集中使用，防止特殊接客（优先接客）区拥堵影响降优先全即特殊接客区的效能。

(3) 司机有更多“选择”

据了解 I8 当前国内一些机场，对短途票的时间有严格要求，例如浦东国际机场规定短途票使用期限为 1 小时。但是这样的后果就是给司机带来很多麻烦，使其工作受限，直接影响收入。关于优先权的设定，就是为了补偿出租车短途载客的损失，那么我们没有必要干涉其什么时候使用其优先权，所以在这里我们不限制时间，这样就避免了为了使用短距票而不得不在指定时间内返回机场带来的一切困扰，为司机带来带来更大的自由性。

(4) 出租车行驶安全性

不限制短途票的有效期限，司机便可以不必要因为时间问题急忙赶回机场。时间若限制为 1 小时，而乘客目的地在短距边界处，那么司机的时间就很紧迫。不排除遇到堵车，或者红绿灯因素导致为在期限前到达而超速驾驶。

(5) 对于车辆是否满足短距距离限制的检测不方便

在现实情况中，不同城市的经济情况是有很区别的，所以机场的条件也不尽相同。对于 B 方案的短距标准，对于条件差、硬件性能不够强的机场来说就很不适用，因为它无法准确把控车辆是否满足条件进入特殊接客区。

5.4.8 实际机场对 A、B 方案的选取

对于条件允许的条件下 B 方案显然更好一些，可以很大程度上减轻当今的一些社会问题，但对机场的经济和硬件能力有很强要求。

相反对于条件一般的机场，则可以选择 B 方案，也可以较好的实现出租车收入均衡的目标。

六、模型的优缺点及改进

优点：问题一引用 0-1 变量分别对两种决策进行分析，尤其是引用时间成本，进一步减少了决策的误差，增强了实用性。问题二通过研究浦东国际机场的数据对司机的决

策有较大的参考价值。问题三采用 M/M/s 排队论模型对乘客排队候车情况进行分析,充分考虑了候车的各种情况,有较大的参考价。问题四对”短距票“的时间处理方案有很强的实用性,能使选取不同方案的出租车利润最大化。

缺点: 由于没有考虑天气,白天晚上打车不同的情况,是假设的理想条件,所以最后的结果会存在误差

问题一模型没有考虑其他因素如同机个人因素。突发因素等,某些时刻会有一点误差。M/M/s 排队论数学模型,由于时间限制只将出租车种类分为两大类进行讨论,相对与真实生活中的复杂情况稍显简化

参考文献

- [1] 张宗垚, 孟康, 董龙琦. 机场出租车司机选择策略与出租车调度设计 [J]. 信息技术与信息化, 2020, (07): 66-68.
- [2] 燕惹弟, 朱海龙, 徐书航, 汪洋. 基于排队论的机场出租车上客区优化 [J]. 高师理科学刊, 2020, 40(01): 37-41.
- [3] 温磊. 机场停车设施相关设计参数的选取与应用 [J]. 市政技术, 2016, 34(03): 56-60.
- [4] <http://sh.eastday.com/m/20170808/u1a13176587.html> 来源: 解放日报作者: 梁建刚选稿: 吴春伟 (浦东机场入港飞机数据)
- [5] <http://dxs.moe.gov.cn/zx/a/qktsxjmlw2019qgdxssxjmlwzs/191029/1529305.shtml> (第一问模型建立参考)
- [6] 于晗丹, 周璐鑫, 施雨晴, 张慧增, 李安水. 基于排队论的机场出租车调度问题研究 [J]. 应用数学进展, 2019, 8(12): 1905-1920.