队号

**2020年《数学建模2》课程论文**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **参赛队号** |  | | |
| **队员**  **姓名** | **1.易登** | **学**  **号** | **201910412224** |
| **2.毛玲玲** | **201910412213** |
| **3.彭祥洲** | **201910412114** |

**机场的出租车问题**

摘要

随着人们生活节奏的加快，我国的航空业迅速发展，飞机也逐渐成为人们长途旅行的重要交通工具之一。而对于机场出租车问题的研究也具有深远意义。本文针对某特定机场，从司机分别对该问题进行了探究。

针对问题一，首先站在司机的角度上建立决策模型，做出模拟过程：分别假设做出排队等待及空载返回两种决策，参考两种假设下的预期利润大小，进行决策。在决策过程中，分析发现对利润的影响因素有：等待时间、返回时间、空跑损耗、载客利润以及市区收益。而进一步分析，影响这些直接因素的还有：排队车数、打的人数、收费标准以及返回路程。然后，采用0-1变量Q表示采取的决策，建立了不同决策下最大利润为目标函数的选择决策模型。当排队等待利润大于空载返回收益，采取排队等待；反之，则采取空载返回。

针对问题二，我们收集了上海浦东机场的部分数据，在问题一所建立的模型基础上，在本题中我们需要得到出租车等待载客时间，所以运用排队论模型中的单服务台等待制模型(即//1/)求解出等待载客时间，再将相关数据代入问题一所建立的模型中，求解得到，即出租车司机选择A方案，等待载客。对于相关因素的依赖性，我们直接将两者方案最终的收益做差，在保持其他条件不变的情况下，得出最终的结果与(市中心每小时的拉客利润)有关，即当增大到一定的程度，司机就会改变自己选择方案。所以司机的选择策略与依赖性较强。

针对问题三，为使得总的乘车效率最高。即单位时间内出租车载客离开乘车区的车辆(或人数)最多。为方便分析，本问题可转化为求其运行效率最小值，即平均每辆车乘载１批乘客所需时间的最小值。如此，可以分别假设出在车辆到达乘车去所需要的时间、每组乘客上车所需要的时间以及每辆车载客后从启动、离开乘车区所需要的时间，再找出一个批次所安排的车辆，最后写出运行效率的表达式，求其最小值即可。通过查出相关数据，发现设置３个上车点,乘车区的运行效率是最高的。

针对问题四，我们基于时间给出方案，使短途载客的出租车享有一定的优先权，使其收益均衡。首先，写出司机正常返回市区和短途载客后返回市区在单位时间的收益，然后进行比较。当两者之间的差异最小时，得出短途载客的出租车返回时所等待的时间，即得出优化方案。

**关键词：**决策模型；排队论

**目录**

[一、问题的重述 3](#_Toc336010301)

[1.1 问题由来 3](#_Toc336010302)

[1.2 问题要求 3](#_Toc336010303)

[二、问题的假设 3](#_Toc336010305)

[三、符号说明 3](#_Toc336010306)

[四、问题的分析 4](#_Toc336010307)

[五、模型的建立与求解 5](#_Toc336010308)

[5.1 问题1的分析与求解 5](#_Toc336010309)

[5.2 问题2的分析及求解 7](#_Toc336010310)

[5.3问题3的分析及求解 9](#_Toc336010311)

5.4 问题4的分析及求解……………………………………………………………………………………………11

[六、模型优缺点及其改进 11](#_Toc336010312)

七、参考文献……………………………………………………………………………………………………………………………12

**一、问题的重述**

**1.1 问题由来**

乘坐航班到达机场后，大多数乘客下飞机后要去市区或周边的目的地，出租车是主要的交通工具之一。而国内多数机场采用进站客流与出站客流分离的规划思想，即送客与接客区域相隔离，于是送客到机场的出租车司机都将会面临两个选择：

(A) 前往到达区排队等待载客返回市区。出租车必须到指定的“蓄车池”排队等候，依“先来后到”排队进场载客，等待时间长短取决于排队出租车和乘客的数量多少，需要付出一定的时间成本。

(B) 直接放空返回市区拉客。出租车司机会付出空载费用和可能损失潜在的载客收益。

**1.2 问题要求**

在某时间段抵达的航班数量和“蓄车池”里已有的车辆数是司机可观测到的确定信息。通常司机的决策与其个人的经验判断有关，比如在某个季节与某时间段抵达航班的多少和可能乘客数量的多寡等。

如果乘客在下飞机后想“打车”，就要到指定的“乘车区”排队，按先后顺序乘车。机场出租车管理人员负责“分批定量”放行出租车进入“乘车区”，同时安排一定数量的乘客上车。要求结合实际，建立数学模型研究下列问题：

(1) 分析研究与出租车司机决策相关因素的影响机理，综合考虑机场乘客数量的变化规律和出租车司机的收益，建立出租车司机选择决策模型，并给出司机的选择策略。

(2) 收集国内某一机场及其所在城市出租车的相关数据，给出该机场出租车司机的选择方案，并分析模型的合理性和对相关因素的依赖性。

(3) 在某些时候，经常会出现出租车排队载客和乘客排队乘车的情况。某机场“乘车区”现有两条并行车道，管理部门应如何设置“上车点”，并合理安排出租车和乘客，在保证车辆和乘客安全的条件下，使得总的乘车效率最高。

(4) 机场的出租车载客收益与载客的行驶里程有关，乘客的目的地有远有近，出租车司机不能选择乘客和拒载，但允许出租车多次往返载客。管理部门拟对某些短途载客再次返回的出租车给予一定的“优先权”，使得这些出租车的收益尽量均衡，试给出一个可行的“优先”安排方案。

1. **问题的假设**

（1）假设两种决策时间段相同。

（2）假设各个时间段到达的出租车数量相同

（3）假设“蓄车池”规模无限大，允许出租车无限排队

（4）出租车默认为相同的速度，即匀速行驶。

（5）决策的选择只考虑收益，忽略个人倾向等其它因素的影响。

（6）假设不考虑突发事件对乘客上车时间的影响。

**三、符号说明**

表3.1 符号说明

|  |
| --- |
| 符号 符号说明 |
| T 等待时间  载客返回收益  短途载客车辆行驶时间  空载返回损耗  潜在收益损失  空载返回收益  Q 代表采取的决策  Z 某种方案利润  等待载客的利润  空载返回的利润  等待载客时间成本  空载返回时间成本  时间成本系数  空载返回时间成本系数  决策模型  单位时间内新来车辆的平均到达率  单位时间内，平均车辆离开数  平均队长  等待载客返回市中心的油耗  空载返回市场中心的油耗  K 上车点的个数  k辆车到达乘车区所需要的时间  每组乘客上车所需要的时间  每辆车载客后从启动、离开乘车区所需要的时间  排队等待的时间  载客返回市区行驶的时间  载客返回市区收益  短途载客行驶时间  t 短途返回车辆其等待时间 |

**四、问题的分析**

4.1**对问题1的数学化描述与分析**

针对本问题，为充分分析决策的影响因素，我们可以站在司机角度，以司机得到利润的多少来做出决策过程。以下有两种考虑：

假设排队等待载客，通过排队车辆、机场航班等因素而造成的等候时间成本，结合载客回市区所得的收益得出司机最后所得利润；假设空载返回市区，将空载的损耗作为成本，然后估计空载返回所节省下的时间在市区拉客所得的收益，最后可得出此决策的利润。

比较两种决策的利润，我们可以直接找出对利润的影响因素：等待时间、返回时间、空跑损耗、载客利润以及市区收益。而我们分析发现，影响这些直接因素的还有：排队车数、打的人数、收费标准以及返回路程。对这类决策问题，我们采用0-1变量建立相关模型，采用决策模型分别对影响直接因素的5个量分析，建立不同决策下最大利润的目标函数，以这5个量表示不同决策下的收益成本作为约束条件即可建立决策优化模型。

4.2**对问题2的数学化描述与分析**

针对问题二，对机场的选择有一定的要求。机场旅客的吞吐量不能太小。其次，机场所在城市的出租车的流量要尽可能大，这样对得出的结论才更有可信度。基于上述条件，我们选择上海浦东机场。

4.3**对问题3的数学化描述与分析**

本问题要求给出机场乘车区“上车点”的设置方案，在保证车辆和乘客安全的条件下，为使得总的乘车效率最高，即要使运行效率最小值。可以分别写出车辆到达乘车区所需要的时间、每组乘客上车所需要的时间以及每辆车载客后从启动、离开乘车区所需要的时间，最后可以分析出运行效率，即平均每辆车乘载１批乘客所需时间，并求解其最小值，即可求解。

4.4**对问题4的数学化描述与分析**

目前机场出租车运营可能存在的情况根据载客距离可分为：远途载客、中距离载客、短距载客三种情况。出租车都付出了一定的时间成本。但是对于短途载客而言，司机可能会消耗大量时间而不能获得足够的利润。因此造成了出租车收入不均衡现象。为尽可能使短途载客和正常返回的出租车的收益均衡，本问题围绕司机的收益均衡对“优先性”进行设计。本问题通过比较司机正常返回市区和短途载客后返回市区在单位时间的收益，让两者之间的差异尽可能小，才可能最大程度上达到收益均衡。

**五、模型的建立与求解**

**5.1 问题1的分析与求解**

（1）模型分析

本问题针对出租车司机得到的利润来做出决策。我们要使司机的收益最大，利润最大，就要对影响收益的因素分别进行分析。特别的，我们不能忽略了因时间浪费而损失的收益即时间成本。分别对题中A、B两种决策的收益进行分析。为了方便研究，假设两种决策时间段相同。我们将分别对两种决策的收益即成本进行分析。

对于决策A排队等待载客，整个过程中可分为两部分：一段时间等待载客、一段时间载客回市区。而在等待载客这段时间内，有一定的时间成本的损失；在载客回市区的时间内，会有一定的载客收益。

对于决策B空载返回市区，其也可以分为两部分：空载返回市区以及市区拉客。在空载返回市区的时间内，有一定的空跑损耗以及潜在乘客的损失；在市区拉客的时间内，有市区载客的利润。

通过以上分析可以得出：影响司机利润的因素就有：等待载客时间、载客回市区的收益利润、空载返回的空跑损耗、潜在乘客的损失、市区拉客的利润。而对这些因素继续分析发现：影响这些因素的还有：排队车数m、打的人数n、返回路程x以及收费标准g(x)。其中，排队车数决定了等待时间T、返回路程和收费标准共同影响了载客收益。另外返回路程还影响了空载损耗的多少，收费标准决定了市区收益。

因此，我们做出了如图所示的决策影响因素机理图。

总时间相同

总时间相同

收费标准g(x)

返回路程x

打的人数n

排队车数m

空跑损耗

返回时间

载客收益

等待时间T

空载返回

等待载客

决策

潜在收益损失

市区收益

图5.1.1 影响因素机理图

1. 模型建立
2. 目标函数的确定

对于本问题中“二选一”决策，可采用0-1变量来表示司机的决策方案。若Q取1，代表选择等待载客，Q取0代表选择空载返回。分别代表了两方案的利润。所以，某种决策下的利润Z可表示为：

Q为决策变量，决定了采取的决策。

目标函数对利润Z求最大值：

2、约束条件的确定

在目标函数中，并没有给出具体的表达式，而无论采取哪种决策，其利润的计算公式都是：利润=收益-成本。

对于等候载客而言，假设不需等待直接载客返回市区，省下的时间可以在市区拉客，不妨假设在市区平均每小时能够获利，则得出该决策下的时间成本[1]：

为等待载客时间，称为时间成本系数。

对于空载返回而言，由于为载运乘客，时间成本即为载客的潜在获利，该时间成本[2]为：

若考虑概率，则有：

其中，为A决策中的等待时间，为方案A的收益。因此，结合分析出：

其中，为对应方案的收益，分别为返回时的载客油耗和空跑损耗。等于市中心拉客的每小时利润，为潜在乘客损失系数。分别是与路程、等待时间有关的系数，而与某时刻的排队出租车数有关。因此，得出约束条件：

综上可得出该问题线性规划模型：

1. 模型求解

由于出租车司机在选择方案的时候，总是以利润最大化为目标，因此我们通过对比在相同时间段内方案A、B的利润，建立出租车司机选择决策模型

即

当时，选择A方案，排队等待载客；若，选择B方案，直接放空返回市区拉客。

**5.2 问题2的分析及求解**

1.机场的选取

在选择机场的过程中，我们发现上海浦东机场有着特别的优势。第一，上海作为世界一线城市，在数据整合收集的广度、深度以及频率要远远高于国内大部分城市。第二，上海浦东机场作为一个国际化大机场，有着较为完善的数据储备和较为先进的路测交通管理模式。第三，在我们寻找到具有真实性和可靠性的资料中，上海浦东机场可获得资料量较多，所以我们选择收集上海浦东机场和其城市所在的出租车的相关数据。

2.等待载客时间的确定

为计算司机等待载客时间，可以将出租车排队载客看作一个动态、离散、随机的排队系统。因此我们选择使用排队论对其进行求解。

（1）输入过程

我们假设“蓄车池”空间大小无限，允许无限排队。且出租车单独到达上车点接客。另外出租车到达“蓄车池”时间服从参数为的负指数分布，乘客上车时间(即出租车离开乘车区时间)服从参数为的负指数分布。

（2）排队规则

出租车在单车道依次排队等候，先到先接客：乘客为单条排队队列候车，先到先上车。

（3）服务台

假设仅有一个上车点，即出租车为单车道依次排队等候。且乘客为单条排队队列候车，假设一辆出租车仅搭载一位乘客。

于是可通过建立单服务台等待制模型[3](即//1/)来求解出租车司机排队接客逗留时间T。

记=为出租车载客系统达到平衡状态后队长的概率分布，由于每个状态下出租车到达上车点时间都是独立的，乘客上车时间同样也是独立的，因此有 和。

记，由于在平稳状态下队长的分布为

其中

故

则得到平均队长

可以证明出租车司机在该排队系统中的接客等待时间服从参数为的负指数分布，则出租车司机排队接客等待时间概率分布为

所以理论上平均逗留时间=。

其中表示单位时间平均到达“蓄车池”的车辆数，表示单位时间离开乘车区的车辆数

3.相关数据的收集

（1）返回路程x及收费标准g(x)的确定

根据问题一中所建立的出租车司机选择决策模型，结合所给的司机选择策略、收集到的上海浦东机场的旅客吞吐量、机场旅客乘坐出租车的占比、上海浦东机场距离市中心的距离以及上海市出租车市区内行驶速度与收费标准及其成本等数据。

整理我们所收集的数据，根据需求进行筛选处理，得到模型所需数据。其中，结合上海出租车公司官网数据得到，上海市大部分出租车车型为桑塔纳4000，该车使用的汽油价格约为6.60元/L。通过经验判断得到出租车每行驶10Km大约消耗1升汽油，由此确定出租车行驶每公里的油耗成本为0.66元/km。结合问题一对空载和载客费用的分析得到，出租车行驶每公里费用0.66元。由于上海市区的主干道路的限速主要为30、40km/h,所以我们把出租车的速度设为40km/h.计算的上海浦东机场距离市中心的距离为40公里。结合上海市出租车收费标准，为了便于计算，得出收费标准，如下：

(元/)

整理数据得到单位时间到达“蓄车池”车辆数为186.9辆/，单位时间离开上车点的车辆数为187.5辆/。

4.模型求解

（1）等候载客,收益为

(元)

返回市中心的油耗为

(元)

等待时间1.67(),所以可得出

（2）空载回市区，返回市中心所需时间=1（），收益。

空跑损耗其实也就是油耗，所以,=5，所以可得出

31

（3）决策结果

很显然，>，也就是说。等待载客的总体收益是要大于空载返回市区的收益，所以司机应选择等候载客，即选择A方案。

（4）相关因素的依赖性

如上所示，的值与有关，即市中心每小时的拉客利润。所以当增大到一定程度，司机的决策就会发生变化，当两者的差值小于0时，司机选择B方案；当两者的差值大于0时，司机选择A方案。

**5.3问题3的分析及求解**

（1）模型分析

在保证车辆和乘客安全的条件下，为使得总的乘车效率最高。可以写出车辆到达乘车区所需要的时间、每组乘客上车所需要的时间以及每辆车载客后从启动、离开乘车区所需要的时间，最后分析出运行效率，并求解其最小值，即可求解。

（2）模型建立[4]

查询资料[5]可知，出租车排队系统分为3类：单点式出租车排队服务系统、多点并列式出租车排队服务系统、多点纵列式出租车排队服务系统。而本题是机场的出租车排队系统，所以采用多点纵列式出租车排队服务系统，排队原理如图5.3.1所示：

  

上车点

乘车队伍

图5.3.1 多点纵列式出租车排队服务系统

如果设置()个上车点，则实际安全的条件下，所有车辆停稳后才能上客，所安排的乘客都上车后车辆依次启动、离开乘车去。

不妨假设辆车到达乘车区所需要的时间：

每组乘客上车所需要的时间：

每辆车载客后从启动、离开乘车区所需要的时间：

一个批次安排2k辆车共需时间：

其运行效率为：

（3）模型求解

根据实际情况分析，不妨取

在实际情况中，的值都不会太大，因为乘车区的空间都是有限的。根据实际情况，一辆车从“蓄车池”到乘车区停稳需要时间100 ，每一组乘客上车时间，出租车载客后启动、驶离乘车区的时间.

当，

当，

当， (),

当， .

由上述求解可知，，所以当时，出租车所用的总时间最短，运行效率最高。综上，应设置3个上车点，可使总的乘车效率最高。

**5.4问题4的分析及求解**

1. 模型分析

本问题为使短途载客和正常返回的出租车的收益均衡，我们找出司机在单位时间下正常返回市区的收益和短途载客后返回市区的收益，通过比较两者之间的关系，我们发现，只要尽可能使两者之间的差异达到最小，才可能缩小收益差距，从而最大程度上达到收益均衡。

1. 模型建立

如果某时间段排队等待时间为,载客返回市区行驶时间为,收益;而短途载客行驶时间,收益，即需经返回机场，短途载客时间段图由5.4.1所示。根据上述分析，应如何安排“优先”方案?

图5.4.1 短途载客时间段图

一辆车正常载客返回城区平均单位时间收益: ,

一辆车载短途乘客的平均单位时间收益:.

要让这些同样在机场排队等待时间的出租车单位时间的收益尽量均衡，即要求短途返回车辆其等待时间t满足:

.

根据某机场实际情况，，，，，确定,则可求出t值。即-辆短

途车只要从载客离开在内返回，只需再等待时间即可“优先”载客。

1. 模型求解

以上海浦东机场为例，从机场载客到市区平均行驶分钟，相应收益元;短途的行驶时间为分钟，相应收益元。

不妨假设排队等待时间分钟，则分钟。

如果机场的短途载客出租车能在40分钟内返回机场，则该车只需要等待6.32分钟即可“优先”直接载客。

如果能载长途客返回市区，则与之前载长途客返回市区出租车单位时间的收益基本均衡。

**六、模型优缺点及其改进**

**6.1.模型优点**

（1）问题一运用决策模型，能够清晰的分析各个变量之间的关系，使我们在求解模型时更加容易的分析以及得到模型结果。

（2）问题二中对于求解等待载客时间时，运用排队论中的单服务台等待制模型求解时比较容易理解，也符合出租车排队等待的实际情况。

**6.2.模型缺点**

（1）问题考虑的因素比较少，比如天气，季节因素等等。

（2）在机场的选择问题上，本题选择的机场是大型机场，也就是说，第二问的模型仅适用于大型机场，对于中小型机场不适用。

（3）没有考虑各个时间段的乘客数量可能对司机的决策造成的影响。

**6.3.模型改进**

（1）在决策模型中可以适当的增加对司机造成影响的各种因素。

（2）对于机场的数据收集，本题收集的数据较少，所以对结果的准确性影响较大，若要更加准确的分析，可利用其它技术收集数据。

**七、参考文献**

[1] 曾晓琳, 李凡诗, 仲志佩, et al. 基于排队论和蒙特卡洛算法的机场出租车司机决策问题 %J 电子测试[J], 2020(14): 51-52+114.

[2] 吴叶凡. 机场出租车的排队问题 %J 低碳世界[J], 2019, 9(11): 263-266.

[3] 于晗丹. 基于排队论的机场出租车调度问题研究 %J 应用数学进展[J], 2019, 8(12).

[4] 韩中庚. 机场出租车问题的数学模型 %J 数学建模及其应用[J], 2020, 9(01): 49-56.

[5] 魏中华, 王琳, 邱实. 基于排队论的枢纽内出租车上客区服务台优化 %J 公路交通科技(应用技术版)[J], 2017, 13(10): 298-300.