队号

**2020年《数学建模2》课程论文**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **参赛队号** |  | | |
| **队员**  **姓名** | **1.曾睿** | **学**  **号** | **201910412202** |
| **2.余龙瑶** | **201910412225** |
| **3.** |  |

出租车问题

摘要

本次建模中要解决的问题是机场的出租车的问题。在本次建立的模型中主要用到的是分治法和排队论，从而解决建模问题。通过成都双流机场官网收集分析数据，列式计算，little公式计算，得到所需的数据及答案。

对于问题1，确定影响因素有乘客数量和出租车数量，用分治法确定，当乘客数量小于，出租车数量小于时，出租车司机选择在蓄车池等待；反之，出租车司机选择直接放空返回市区拉客。

对于问题2，从成都双流机场的官网和百度地图，收集整理数据，利用问题1 的分治法进行计算，当乘客数量和出租车数量都小于131时，出租车司机选择在蓄车池等待；反之，出租车司机选择直接放空返回市区拉客。

对于问题3，基于排队论，建立顾客源无限、队长不受限的（****） 的排队模型，乘客到达服务台的概率服从泊松分布，little公式确定各个评价指标，确定设立2,3,4,5个上车点时的四个指标，当上车点设置到一定数目时，乘客排队时间减少的不够明显，这时的上车点数为最好。

对于问题4，考虑载客返回市区的出租车和短途载客后再次返回的出租车之间收益的差距，确定返回时间和等待时间，设置“优先权”给予短途载客后再次返回的出租车，使得这些出租车的收益尽量均衡。

**目录**

[一、问题的重述 3](#_Toc336010301)

[1.1 问题由来 3](#_Toc336010302)

[1.2 问题要求 3](#_Toc336010303)

[1.3 问题的提出 3](#_Toc336010304)

[1.4问题的提出 3](#_Toc336010304)

[二、问题的假设 3](#_Toc336010305)

[三、符号说明 3](#_Toc336010306)

[四、问题的分析 4](#_Toc336010307)

[五、模型的建立与求解 5](#_Toc336010308)

[5.1 问题1的分析与求解 5](#_Toc336010309)

[5.2 问题2的分析及求解 6](#_Toc336010310)

[5.3问题3的分析及求解 7](#_Toc336010311)

[5.4问题4的分析及求解 9](#_Toc336010311)

[六、模型优缺点及其改进 9](#_Toc336010312)

七[、参考文献 1](#_Toc336010312)0

**一、问题的重述**

**1.1 问题由来**

随着人们生活水平的提高，飞机成为了人们长途出行的重要交通工具。机场也成为了重要的交通枢纽。出租车作为机场的主要交通工具，来往于机场和市区之间。在此过程中，出租车司机会面临两种不同的选择，不同的选择成本不同，所要承担的风险也不同。即：1、前往到达区排队等待载客返回市区。出租车必须到指定的“蓄车池”排队等候，依“先来后到”排队进场载客，等待时间长短取决于排队出租车和乘客的数量多少，需要付出一定的时间成本。2、直接放空返回市区拉客。出租车司机会付出空载费用和可能损失潜在的载客收益。除此之外，还会受到季节、早晚高峰等其他因素的影响。基于此研究机场出租车问题对提高司机的收益以及提高机场运行效率有着重要作用。

**1.2 问题要求**

要求通过分析影响出租车载客的因素建立出租车司机的选择决策模型，使得司机能获得的收益最大化，并通过研究某一机场的实际数据建立机场出租车的选择模型。对模型进行优化使得总乘车效率最高。根据机场的出租车载客收益与载客的行驶里程有关来给出一个可行的“优先”安排方案使得出租车的收益尽量均衡。

**1.3 问题的提出**

需要解决的问题：

(1)送客到机场的出租车司机会面临两种选择，我们需要分析与出租车司机决策相关因素的影响机理，综合考虑机场乘客数量的变化规律和出租车司机的收益，建立出租车司机选择决策模型，并给出司机的选择策略。

(2)收集国内某一机场及其所在城市出租车的相关数据，给出该机场出租车司机的选择方案，并分析模型的合理性和对相关因素的依赖性。

(3)在某些时候，经常会出现出租车排队载客和乘客排队乘车的情况。某机场“乘车区”现有两条并行车道，管理部门应如何设置“上车点”，并合理安排出租车和乘客，在保证车辆和乘客安全的条件下，使得总的乘车效率最高。

(4)机场的出租车载客收益与载客的行驶里程有关，乘客的目的地有远有近，出租车司机不能选择乘客和拒载，但允许出租车多次往返载客。管理部门拟对某些短途载客再次返回的出租车给予一定的“优先权”，使得这些出租车的收益尽量均衡，试给出一个可行的“优先”安排方案。

1. **问题的假设**

1.假设一个乘客上一辆车，则第个乘客上第辆车

2.假设出租车数量无限，乘客源流无限，排队队长不受限制，乘客到达候车区的概率服从泊松分布

1. **符号说明**

G：平均价格

K：空载费用

:资源成本（为获得最大收益，支出的各项费用的总和）

：等待时间

：单位时间内损失费用

：在等待过程中损失的成本（时间成本）

**：**蓄车池内最多能停留的出租车数量

：每辆出租车停留载客的时间

：第位乘客的等待时间

：第辆车载送第位乘客所获得的利润

：蓄车池中的最大乘客数量

：系统中并行的服务台数

：在这段时间内有个乘客来到服务系统的概率

：平均到达率（单位时间内到达的平均顾客数），为常数时记为

：平均服务率，为常数时记为

：服务强度

：队长为的服务利用率

：系统中恰有个乘客的概率（当时记为）

：平均队长

：平均排队长（正在排队的顾客数的平均值）

：乘客在系统中的逗留时间

：平均逗留时间

：平均等待时间

**四、问题的分析**

4.1**对问题1的数学化描述与分析**

在问题1中，我们考虑影响出租车司机决策的因素，包括资源成本和时间成本。若出租车司机选择直接放空返回市区拉客，则会产生资源成本，资源成本受到空载费用和平均价格的影响；时间成本受到等待时间、在蓄车池中等待出租车的数量以及乘客数量的影响。对其中的变量关系进行分析求解，最终从两种选择中选出对出租车司机最有利的一种。

4.2**对问题2的数学化描述与分析**

收集成都双流机场及成都市出租车的相关数据，通过给出该机场出租车司机的选择方案，并分析模型的合理性和对相关因素的依赖性。

4.3**对问题3的数学化描述与分析**

将排队的出租车看为“流动的顾客”,机场现有２条并行车道，为了使乘车效率尽量高，建立多服务平台的出租车排队系统模型．基于排队理论，假设乘客源流无限，排队队长不受限制，乘客到达候车区的概率服从泊松分布，因此可建立 M/M/1/ 模型．不断增加上车点数目，直到乘客排队时间减少的不够明显时，即排队系统进入稳定状态时，确定上车点数目．

4.4**对问题4的数学化描述与分析**

在问题4中需要考虑载客返回市区的出租车和短途载客后再次返回的出租车之间收益的差距并且设置“优先权”给予短途载客后再次返回的出租车，使得两者之间的差距尽量减少。

**五、模型的建立与求解**

**5.1 问题1的分析与求解**

利用分治法解决问题**，**影响因素：时间成本，资源成本，见图1

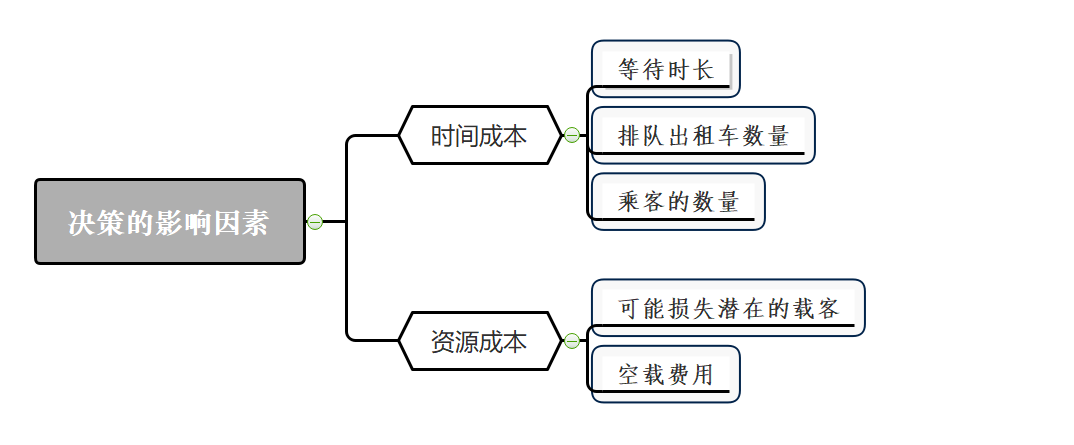


图1 决策的影响因素

在等待时间中损失的成本（时间成本）：

资源成本：

1.车池内最多能出租车数量对司机决策分析：

,资源成本大于时间成本，出租车司机能获得利润

，资源成本小于时间成本，出租车司机不能获得利润

，资源成本等于时间成本，此时可计算出获利的临界值

根据表的数据计算出租车行驶1小时所获得的大约收益：d

“蓄车池”的每辆车停留载客的时间

出租车在机场“蓄车池”等候的时间：

停留的出租车数量

出租车数量：小于时，可以选择在蓄车池等待；

超过时，可以选择放空回市里拉客

2.乘客数量对出租车决策分析：

第辆车等待的时间成本：

第位乘客等待的时间：

第n辆车载送第n位乘客的利润P：

P>0时，出租车司机获利，求出这时的最大乘客数量n

乘客数量：少于时，出租车司机选择在蓄车池等待；

超过时，出租车司机择放空回市里拉客

**5.2 问题2的分析及求解**

数据来源于成都双流国际机场官网、百度地图。根据成都双流国际机场至市内代表性地点的出租车数据整理得到表1。

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 参考里程 | 平均价格 | 空载费用 | 资源成本 |
| 天府广场 | 20 | 51.70 | 10.00 | 118.70 |
| 九眼桥 | 19 | 48.85 | 9.50 | 118.20 |
| 宽窄巷子 | 21 | 54.55 | 10.50 | 119.20 |
| 武侯祠 | 18 | 46.00 | 9.00 | 117.70 |
| 杜甫草堂 | 22 | 57.40 | 11.00 | 119.70 |

表1：双流机场至市内代表性地点出租车资源成本

根据计算所得行驶1小时所获得的大约收益是d =108.7元/时（超过10公里）.“蓄车池”的每辆车停留载客的时间=30s.

1.出租车数量对司机决策分析：

以成都双流国际机场到天府广场为例.通过表1得到天府广场资源成本：

= 118.70

资源成本等于最大时间成本:

=118.70

出租车在机场“蓄车池”等候的时间:

==1.09h

计算出“蓄车池”里最多能停留出租车数,保证时间成本小于资源成本：

=131，则出租车数量最大值为=131

出租车数量：少于131辆车时，选择去“蓄车池”等候排队；

超过131辆车时，选择空载返回市区拉客.

2.乘客数量对出租车决策分析

第n位乘客等待时间的成本 ==30\*n\*108.7/3600=0.91n

则由可列出式子，

P=0时,解得n=130.4131，则乘客数量的最大值n为131人

当乘客数量：小于131人次时，出租车应选择去“蓄车池”等候排队；

超过131人次时，出租车应选择空载返回市区拉客.

通过对表1数据的分析和求解，可以得出，若在蓄车池等待的出租车数量超过一定界限，则司机的决策对蓄车池排队的出租车依赖性较大。

**5.3问题3的求解**

1.****

基于排队理论，建立顾客源无限、队长不受限制（****） 的排队模型

乘客到达服务台的概率服从泊松分布，即：

（当时有）

服务机构的平均服务率：



，即服务系统总的服务效率应高于乘客的平均到达率，保证系统最终能进入稳定状态，之后使用生灭过程的有关结论。

因此：







由Little公式可得：

平均队长:

平均排队长:

平均逗留时间:

平均队长与平均排队长之间的关系为,

在多个服务台的情况下可得：









1. 确定上车点数

建立模型的目的是使乘客乘车的效率最高，即乘客乘车所花费的时间最少．

排队模型的评价指标有平均队长，平均排队长 ，乘客平均等待时间，乘客平均逗留时间，对于乘客来说这４个指标均是越小越好，即这些指标越小乘车效率越高．选择出租车服务系统为忙期，且系统的服务利用率 ，排队系统最终会进入稳定状态。

根据数据，成都双流机场某时期乘客到达乘车区的平均到达率为 2.5人/min，出租车服务台的平均服务率为 2人/min，

即确定参数 ，，依次改变服务台数量即上车点数，求解不同上车点数下各指标值（见表 2）

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 指标 | 2个上车点 | 3个上车点 | 4个上车点 | 5个上车点 |
| 平均排队长 | 8.6801 | 0.6719 | 0.5481 | 0.4713 |
| 平均队长 | 9.3052 | 1.9219 | 1.8281 | 1.7213 |
| 乘客平均等待时间 | 3.7222 | 0.2687 | 0.2192 | 0.1885 |
| 乘客平均逗留时间 | 4.2222 | 0.7688 | 0.7192 | 0.6885 |

表2 不同上车点数下各指标值

由表 2可以看出，随着上车点设置的增加，以一定到达速率乘客的排队等待时间、乘车区逗留时间以及排队队长是逐渐减少，但当上车点设置到一定数目时，乘客排队时间减少的不够明显．相比较而言，增加一个上车点对减少乘客等待时间的影响不大，相反，多增加一个上车点是需要建造费用，在花费一定建造费用增加上车点而带来的影响效益不高，会使机场利益损失．

综合来看，忙期设置３个上车点就可以使乘客的乘车效率达到较高程度．

**5.4问题4的求解**

假设某时间段内排队等待的出租车等待的时间长度为

1. 载客返回市区的出租车,行驶时间长度：,收益：

（2）短途载客再次返回的出租车,行驶时间长度：,收益：

需要经过 才能返回机场。

对载客返回市区的出租车：平均收益为

对短途载客再次返回的出租车：平均收益为，经过后返回机场并需要等待后“优先”载客，则：



根据机场的实际情况，给出确定的****，，,具体数值,则可以求解出相应的值．即对于一辆短途的出租车来说,只要载客离开并在２ 时间内返回,只需要等待t时间即可 “优先”载客,根据机场的具体情况确定合适的 和．

**六、模型优缺点及其改进**

**模型优点**：

1、在问题（1）中使用分治法进行求解，较为简洁地分析了影响出租车司机决策的相关因素，准确得出司机该如何选择方案的结论。

2、在问题（2）中一些数据的收集来源于官网，较为准确。

3、在问题（3）中使用排队论进行求解，对如何设置“上车点”进行了分析。

**模型缺点**：

1、在问题（1）中需要考虑的相关因素较为复杂，没有掌握这些因素对结果的影响以及因素之间的联系性。

2、在问题（2）中没有很好的利用相关数据来验证问题（1）中的结论，不能很好地分析相关因素的依赖性。

3、在问题（3）中理解排队论不够深入，只是浅显的套用了已知排队论的公式。

**改进**：

1、需要真正从实际出发深入地分析问题并从中得到解决问题的方法。

2、对问题（1）理解清楚影响出租车收益的因素有哪些、哪些因素是确定的、哪些因素是不确定的并分析其对于决策的影响。

3、对问题（2）需要正确地利用数据来分析问题并且验证问题（1）中模型的合理性和对相关素的依赖性。

4、对问题（3）需要更加了解排队论并且意识到在这个排队系统中的 “顾客”应该是出租车而不是乘客，并且得出的结果应该符合实际，服务台并不是越多效率就越高。

**七、参考文献：**

【1】吴云标. "基于分治法及排队论的机场出租车问题研究 %J 九江学院学报:自然科学版." 35, no. 1 (2020).

【2】燕惹弟. "基于排队论的机场出租车上客区优化 %J 高师理科学刊." 40, no. 1 (2020).

【3】胡印权.“运筹学基础及应用.第六版”.北京：高等教育出版社，2014,2.

【4】韩中庚. "机场出租车问题的数学模型 %J 数学建模及其应用." 9, no. 1 (2020).