队号

**2020年《数学建模2》课程论文**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **参赛队号** |  | | |
| **队员**  **姓名** | **1.**曾超 | **学**  **号** | 201910412101 |
| **2.**吴吉林 | 201910412119 |
| **3.**郗旭洋 | 201910412121 |

机场出租车问题的数学模型

**摘要**

针对机场出租车问题，首先介绍了问题的背景与来源；

对于问题一，在满足要求的前提下提出了出租车司机的决策模型，以机场排队是否还有需要上车的乘客作为判断依据之一，以出租车不同抉择下的不同收益作为判断标准进行抉择；

对于问题二，查找资料得到一系列有关此模型的数据(某个机场一天的实时动态的进出航班数量、时间和载客量等)并计算此模型的合理性与变量依赖性；

对于问题三，合理安排出租车和乘客，在保证车辆和乘客安全的条件下，以设置乘车点要使得总的乘车效率最高为目的建立了机场上车点的设置模型，得到乘客效率最高也最安全的结果；

对于问题四，建立短途出租车的优先权问题建立优先方案模型，给出评定优先权的方法和标准，使得不论长途还是短途出租车所得收益相对均衡；

最后是对文章的检索，认识到模型的优缺点，并想办法进行改进。

**目录**

[一、问题的重述 3](#_Toc336010301)

[1.1 问题由来 3](#_Toc336010302)

[1.2 问题要求 3](#_Toc336010303)

[二、问题的假设 3](#_Toc336010305)

[三、符号说明 3](#_Toc336010306)

[四、问题的分析 4](#_Toc336010307)

[4.1 问题1的数学化描述与分析 4](#_Toc336010309)

[4.2 问题2的数学化描述与分析 5](#_Toc336010309)

[4.3 问题3的数学化描述与分析 5](#_Toc336010309)

[4.4 问题4的数学化描述与分析 6](#_Toc336010309)

[五、模型的建立与求解 7](#_Toc336010308)

[5.1 问题1的分析与求解 7](#_Toc336010309)

[5.2 问题2的分析及求解 7](#_Toc336010310)

[5.3 问题3的分析及求解 .8](#_Toc336010310)

[5.4 问题4的分析及求解 9](#_Toc336010310)

[六、模型优缺点及其改进 9](#_Toc336010312)

[七、参考文献 9](#_Toc336010312)

**一、问题的重述**

**1.1 问题由来**

大多数乘客下飞机后要去市区（或周边）的目的地，出租车是主要的交通工具之一。国内多数机场都是将送客（出发）与接客（到达）通道分开的。送客到机场的出租车司机都将会面临两个选择：

1、前往蓄车池排队等待载客返回市区。付出时间成本，以先来后到的顺序进场载客。

2、直接放空返回市区拉客。付出空载时的成本并可能损失潜在的载客收益。

在实际中，这种决策通常与司机的经验有关，还有很多影响出租车司机决策的确定和不确定因素，其关联关系各异，影响效果也不尽相同。

**1.2 问题要求**

1、分析研究与出租车司机决策相关因素的影响机理，综合考虑机场乘客数量的变化规律和出租车司机的收益，建立出租车司机选择决策模型，并给出司机的选择策略。

2、收集国内某一机场及其所在城市出租车的相关数据，给出该机场出租车司机的选择方案，并分析模型的合理性和对相关因素的依赖性。

3、在某些时候，经常会出现出租车排队载客和乘客排队乘车的情况。某机场“乘车区”现有两条并行车道，管理部门应如何设置“上车点”，并合理安排出租车和乘客，在保证车辆和乘客安全的条件下，使得总的乘车效率最高。

4、机场的出租车载客收益与载客的行驶里程有关，乘客的目的地有远有近，出租车司机不能选择乘客和拒载，但允许出租车多次往返载客。管理部门拟对某些短途载客再次返回的出租车给予一定的“优先权”，使得这些出租车的收益尽量均衡，试给出一个可行的“优先”安排方案。

**二、问题的假设**

1、假定从机场出来的人都要坐出租车，且这些人相互独立。

2、假设每个乘客上车的时间相等，也就是每辆出租车离开蓄车池的时间相等。

3、假定出租车的载客收益仅与载客距离、价格和耗油费有关。

**三、符号说明**

:由机场到市区，出租车不排队由空载到接到乘客的时间(时)

:在市区将顾客送到目的地的时间(时)

:出租车搭载每位乘客行驶的路程

F:出租车搭载每位乘客行驶的耗油费

V(t):出租车的行驶速度

L(t):出租车的耗油量

S:出租车的收益

C：等候在蓄车池的出租车数量

：每辆出租车在机场载客离开的时间

：出租车将乘客由机场运送至目的地所用的时间

f(P):航班降落所下飞机的乘客数

出租车由候车区到上车点就位所用时间

：乘客上车的时间

：每辆车载客后启动、离开乘车区平均需要时间

：上车点数对乘客上车时间和出租车离开的时间影响因子

：每批乘客的乘车效率

**四、问题的分析**

4.1**对问题1的数学化描述与分析**

对于问题一，一般来说司机作出决策的主要原因是做此决策得到的收益，哪种决策得到的受益更多，司机就会选择哪种。

由机场到市区，出租车不排队由空载到接到乘客的时间为 (时),且将顾客送到目的地的时间为 (时)，出租车的行驶速度为v(T) (千米/时)，那么我们可以的到出租车搭载每位乘客行驶的路程为：

=

出租车的耗油量为L(T)(升),经查询，我们规定汽油的单价为：5.86元/升耗油费为：

=

那么由当地收费标准

|  |  |
| --- | --- |
| 基本组价(起步价) | 8元 |
| 车公里组价 | 1.9元/公里 |
| 基价公里数 | 2公里 |
| 单程回空里程 | 10公里 |
| 回空补贴 | 增加50%当前所获得的收益 |

我们可以得到收益关路程的函数模型为：=

对于蓄车池，我们以已经等候在蓄车池的出租车数量为C，每辆出租车离开的时间为，那么司机进入蓄车池要等待的时间为C\*；出租车将乘客运送至目的地所用的时间为，一共需要消耗(+C\*)的时间成本，其中油耗成本为：

=

所行使的路程为：

=

而所得到的收益还是:

=

机场乘客的到达量的直接影响因素为降落的航班数，我们以P代表航班降落所下飞机的乘客数，而每个时间段内，P的值都不尽相同，我们以f(P)表示每个时间段下飞机的乘客数；这个时间段内所有乘客离开机场所用的时间为：f(P)\*；机场是否有正在等待乘车的乘客直接影响司机是否会选择回到市区拉客的决策。

4.2**对问题2的数学化描述与分析**

从问题一的分析我们可以得到影响决策的指标；查找某个机场一天的实时动态的进出航班数量、时间和载客量等数据,某城市的出租车所规定的的价格和出租车单位时间的收益情况,以及机场距离市区的里程和油耗等成本费用,则可以验证说明模型的合理性,并给出租车司机的选择方案．针对相关参数的变化情况,可以说明模型对相关参数的依赖性。

1. 任取一个时间段(8:00-16:00)的出港人数。
2. 机场出租车载客从机场到市区的距离服从正态分布N(,)。该机场距所属城市市区距离大约10~40km,距其市中心为25km,即=25,=15。
3. 出租车每天工作的时间大概10~20h收益400~800元,平均每小时收益20~50元。
4. 市区的道路限速为30~40km/h；机场到市区的高速道路限速为60~120km/h。运送一趟行驶的时间为30~60min。
5. 出租车每百公里油耗8~10升，油价平均为0.6元/千米。

将这些数据代入到上诉模型进行验证计算，给出不同时间段出租车司机决策方案，在一定范围内符合来证明模型的合理性，然后变化影响出租车收益的变量(等待时间，空载时间按，空载油耗等)，研究其对决策方案的影响来证明模型对相关因素的依赖性。

4.3**对问题3的数学化描述与分析**

现机场“乘车区” 现有两条并行车道，合理安排出租车和乘客，在保证车辆和乘客安全的条件下，设置乘车点要使得总的乘车效率最高，即单位时间内离开的乘客最多。由于有两条并行并行道，那么可以分为在路的一边设置上车点和在路的两边设置上车点；由于在路的两边设置上车点需要乘客穿过马路到达另一边上车点，存在安全隐患，即使这样可以提高效率，但不可取。所以我们采用在路的一边设置上车点，另一条并行道可以作为出租车等候区，如下图所示。

上车点

不妨设上车点为k个，每个上车点距离x米；出租车由候车区到上车点就位所用时间为；乘客上车的时间为；每辆车载客后启动、离开乘车区平均需要时间为；所以一批k辆出租车，k个人离开机场。所以一批出租车从开始进入上车点到载客离开所用的总时间为：

T总=++

在实际情况中，所设置的上车点越多，车与车之间的相互影响也会越大，所以k增大时，乘客的上车时间和出租车离开的时间会因k的增加而增加，其中的影响效果不妨取

0 k=1;

0.2 k=2;

0.3 k=3;

= 0.4 k=4;

0.5 k=5;

0.6 k=6;

…

即总时间为：

T总=+\*k\*++\*k\*+

所以我们认为其乘车效率(一批出租车离开的时间)为：

= T总/k= (+\*k\*++\*k\*+)/k

4.4**对问题4的数学化描述与分析**

机场的出租车载客收益与载客的行驶里程(或时间)有关，乘客的目的地有远有近，而出粗车司机不能选择拒载，所以机场管理部门会给予短途载客再次返回的出租车一定的优先权，使得这些出租车的收益尽量均。

我们以出租车的平均收益作为判定标准，当短途出租车所得平均收益≤长途出租车所得收益时，就让短途出租车优先载客。

出租车进入蓄车池需要等待的时间定为C\*；短途(0~10km)出租车行驶的时间为，收益为= (R≤10)；长途(10~30km)出租车行驶时间为，收益为= (R＞10)；所以对于一辆载短途乘客的出租车的平均收益为：

而对于一辆正常载客返回市区的出租车的平均收益为：

短途出租车需要2Td的时间回到机场，即途中不另行接客的情况下才能享受优先权。

**五、模型的建立与求解**

**5.1 问题1的分析与求解**

我们以出租车完成在某一个时间段的一单为基础，比较大小：-

其中=

=

当f(P)\*＜(C\*)时，说明司机回到时机场没有客源，所以司机直接选择在市区拉客；

当f(P)\*≥(C\*)时，如果≥，说明去市区的收益高，选择市区；

如果＜，说明去机场的收益高，选择机场；

**5.2 问题2的分析及求解**

经查询我们得到一天内的航班入港出港情况如下图

以Y/N表示司机到达上车点是否还有上车的人，Y表示有，N表示没有

经计算每个时间段决策数据如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 时间段 | 8-9 | 9-10 | 10-11 | 11-12 | 12-13 | 13-14 | 14-15 | 15-16 |
| 蓄车池车数 | 400 | 639 | 286 | 580 | 599 | 487 | 387 | 266 |
| 航班降落人数 | 720 | 727 | 55 | 983 | 837 | 504 | 324 | 387 |
| 司机是否能接单 | Y | Y | N | Y | Y | Y | N | Y |
| 市区空车率 | 0.809 | 0.525 | 0.336 | 0.247 | 0.493 | 0.684 | 0.897 | 0.156 |
| 某次里程 | 36 | 45 | 38 | 42 | 36 | 40 | 15 | 50 |
| 选择市区收益 | 35 | 63 | 84 | 103 | 68 | 56 | 24 | 125 |
| 选择机场收益 | 80 | 120 | 0 | 36 | 24 | 98 | 0 | 168 |
| 决策 | 机场 | 机场 | 市区 | 市区 | 市区 | 机场 | 市区 | 机场 |
| 上车点 | 5 | | | | | | | |

可以看出表中出租车的空车率越大，所获得的收益就越少；当单次行程所走的路程越长，空载率越低时，所得到的收益就越高；但由于市区道路限速比高速道路限速低，同样的条件下市区的收益会低于机场。行驶里程对司机选择方案的敏感度均较高，而空车率，蓄车池车数，车速对司机选择方案的 敏感度均较低。

**5.3问题3的分析及求解**

为了乘客的安全，结合实际情况，我们规定每个上车点距离x=6米；出租车由候车区到上车点就位所用时间为=120秒；乘客上车的时间为=30秒；每辆车载客后启动、离开乘车区平均需要时间为=30秒，得到乘车效率(一批出租车离开的时间)为：=180/k+60\*

当k=1时(一个上车点)：=180

当k=2时(二个上车点)：=102

当k=3时(三个上车点)：=78

当k=4时(四个上车点)：=69

当k=5时(五个上车点)：=66

当k=6时(六个上车点)：=66

当k=7时(六个上车点)：=68

当k=8时(六个上车点)：=71

由于车辆越多，存在的安全隐患越大，结合上面数据可以得知：设置5个上车点的乘车效率是最高的。

**5.4问题4的分析及求解**

基于问题二，所得到的相关数据取平均值，,从机场载客到市区行驶时间为=45min，所得收益为=120元；短途出租车的行驶时间为=20min，相应收益为=35元。可以假设排队时间为60min，经计算=0.727＞=0.438,如果短途出租车在40min内返回机场，该出租车可以行使优先权。

**六、模型优缺点及其改进**

模型可以比较直观地看出关于机场出租车额的一系列问题及其解决方案，但由于模型的设置并没有将所有的因素都考虑进去，所得按到的结果还存在偏差，查阅资料所得到的数据并不准确，导致模型结果结果存在偏差，在现实世界中还会出现许多的突发情况，但模型的灵活性还远远不够，这是模型需要改进的地方。

**七、参考文献：**

(于晗丹 2019, 韩中庚 2020, 姚入榕 and 赵德昌 2020)

韩中庚 (2020). "机场出租车问题的数学模型 %J 数学建模及其应用." **9**(01): 49-56.

针对2019年全国大学生数学建模竞赛的C题——机场的出租车问题,首先介绍了问题的实际背景和问题的提法;然后根据实际问题分别建立了机场出租车司机的选择模型、上车点的设置模型和短途载客返回出租车的优先方案模型,并给出了模型的求解结果;最后对竞赛论文的总体情况做了点评分析.

姚入榕 and 赵德昌 (2020). "基于排队论的机场出租车最优决策模型 %J 现代商贸工业." **41**(33): 29-32.

本文以出租车机场排队接客为背景,基于M/M/1经典排队论模型,引入机场航班载客人数、通往出租车载客点的通道长度、旅客上车时间等参数,建立了司机在蓄车池等待时间与司机观察到的航班数量、蓄车池数量的函数关系。又有蓄车池等待时间与机场旅客的订单时间之和等于空载返回市区的时间和在市区经营的时间之和,以此建立两种方案的综合收益函数,得出在不同条件下的理性选择方案。但是,模型并未考虑司机和乘客的心理学因素,具有一定的局限性。

于晗丹 (2019). "基于排队论的机场出租车调度问题研究 %J 应用数学进展." **8**(12).

本文旨在研究基于排队论的机场出租车调度问题。首先,本文通过对影响出租车司机决策的相关因素进行了机理分析,综合考虑各相关因素,建立了基于排队论的司机决策模型,并给出了司机的相应选择策略。同时,运用基于排队论的决策模型对机场出租车载客系统进行优化,得到了多点单独发车的机场载客区出租车分配模型。最后,通过与浦东机场相关数据进行分析对比,我们的模型具有较强的合理性和指导性。