队号

**2020年《数学建模2》课程论文**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **参赛队号** |  | | |
| **队员**  **姓名** | **1.汪维** | **学**  **号** | **201910412216** |
| **2.伍崇政** | **201910412219** |
| **3.谭洪** | **20191041215** |

**基于排队论的机场出租车调度问题研究**

**摘要**

本文针对机场的出租车优化问题进行了研究，通过分析机场当前人数和司机收益建立司机决策模型。出租车是机场的主要交通工具之一，日前国内大多数机场都是将送客通道与接客通道分开的，出租车司机将面临继续排队等待载客或放空返回两个选择，有经验的司机会根据当前状况进行初步估计并做出决定，但实际中有很多影响因素会影响出租车的收益和乘客的出行。机场如何合理分配上车点、制定合理的载客计划对提高工作效率、最大化收益有着十分重要的意义。

针对问题一，概括为建立出租车司机选择的决策模型。其主要思想是：首先通过决策因子关系图宏观分析影响利润的主要因素。然后建立决策因子，利用单服务台等待制模型(即)来求解出租车司机排队接客的平均逗留时间，从而得到利润表达式P。最后通过研究相同时间段内A、B方案所获得的利润差得到：当 时，，即当机场乘客数量较多且满足此关系式时，出租车司机选择方案A润更大。当机场乘客数量较少时，出租车司机选择方案B利润更大。

针对问题二，为了帮助司机做出合理的决策，在问题一建立的排队论模型上，我们需要搜集现实世界中机场出租车运行数据和旅客的乘车数据，对数据进行合理简化之后，带入模型中计算出一天当中不同时间的机场蓄车池中已经存在的出租车数量N，此时N的值就是司机决定是否去机场载客还是继续留在市区载客的决策值。最后为了分析模型的合理性和对相关因素的依赖性，我们通过改变每个二级指标的值对模型进行敏感性分析，得到每个二级指标对模型影响的敏感系数，最后通过对敏感系数的分析，进一步分析模型的合理性与否。

针对问题三，概括为有约束条件的最优化问题。通过以出租车排队时长与乘客排队时长组合而成的排队系统时长最小化为目标，得出最合理的安排方案。多点单独发车模式排队系统的乘车区排队模型属于M/M/n排队模型。出租车等待费用为，乘客等待费用为，建立这两者的费用总和最小的优化目标规划，然后运用排队系统中的费用模型对多点单独发车模式排队系统进行优化，最后确定最优上车点数量为4。

针对问题四， 为了较好的判断该出租车是否接到短途乘客可以通过司机接到乘客离开机场到司机返回机场的时间间隔来判断。我们通过道路交通数据，可以知道城市道路限速v，则出租车司机短程往返的限制时间为：。根据市区限速和其他因素的影响计算出限制时间为36分钟。低于36分钟则给予优先权。

最后，本文对模型的优点和缺点进行了评价，分别在广度和深度上对模型进行了推广。

关键词 :排队论，有约束条件的最优化问题，敏感系数，司机决策模型，机场分配模型

**目录**

[一、问题的重述 5](#_Toc336010301)

[1.1 问题由来 5](#_Toc336010302)

[1.2 问题要求 5](#_Toc336010303)

[1.3 问题的提出 5](#_Toc336010304)

[二、问题的假设 5](#_Toc336010305)

[三、符号说明 5](#_Toc336010306)

[四、问题的分析 6](#_Toc336010307)

[五、模型的建立与求解 7](#_Toc336010308)

[5.1 问题1的分析与求解 7](#_Toc336010309)

[5.2 问题2的分析及求解 12](#_Toc336010310)

[5.3问题3，4的求解 15](#_Toc336010311)

[六、模型优缺点及其改进 17](#_Toc336010312)

七、参考文献 18

**一、问题的重述**

**1.1 问题由来**

大多数乘客下飞机后要去市区（或周边）的目的地，出租车是主要的交通工具之一。国内多数机场都是将送客（出发）与接客（到达）通道分开的。送客到机场的出租车司机都将会面临两个选择：(A) 前往到达区排队等待载客返回市区。(B) 直接放空返回市区拉客。

**1.2 问题要求**

(1) 分析研究与出租车司机决策相关因素的影响机理，综合考虑机场乘客数量的变化规律和出租车司机的收益，建立出租车司机选择决策模型，并给出司机的选择策略。

(2) 收集国内某一机场及其所在城市出租车的相关数据，给出该机场出租车司机的选择方案，并分析模型的合理性和对相关因素的依赖性。

(3) 在某些时候，经常会出现出租车排队载客和乘客排队乘车的情况。某机场“乘车区”现有两条并行车道，管理部门应如何设置“上车点”，并合理安排出租车和乘客，在保证车辆和乘客安全的条件下，使得总的乘车效率最高。

(4) 机场的出租车载客收益与载客的行驶里程有关，乘客的目的地有远有近，出租车司机不能选择乘客和拒载，但允许出租车多次往返载客。管理部门拟对某些短途载客再次返回的出租车给予一定的“优先权”，使得这些出租车的收益尽量均衡，试给出一个可行的“优先”安排方案。

1. **问题的假设**
2. 假设司机空载返回的成本是确定的。
3. 乘客数量与时间段、进港航班数、载客量和乘车比例等有关。
4. 假设蓄车池规模无限大，允许车辆无限排队。
5. 假设每辆出租车的性能相同且不计车重变化及突发路况急刹车等特殊情况对每公里耗油的影响。
6. 假设不考虑突发事件对乘客上车时间的影响。
7. 假设短途返程的司机均将乘客送达目的地，不存在中途放客。
8. 假设每辆出租车从接客到起步的时间相同。
9. 假设相邻上车点的距离相等。
10. 假设出租车是无法区分的，所有的出租车都有相同的长度和相同的最高速度，乘客不 会自行选择。
11. **符号说明**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 符号 | 意义 | 单位 |
|  | 出租车司机的收益 | 元 |
|  | 出租车每公里收费价格 | 元/km |
|  | 出租车载客行驶里程 | Km |
|  | 空载费用 | 元 |
|  | 出租车空载行驶里程 | Km |
|  | 出租车每公里成本 | 元/km |
|  | 载客费用 | 元 |
|  | 潜在收益 | 元 |
|  | 出租车空载率 | — |
|  | 载客平均收益 | 元 |
|  | 时间成本 | 元 |
|  | 司机平均排队接客逗留时间 | h |
|  | 出租车司机单位时间内收益 | 元/h |
|  | 敏感系数 | — |
|  | 平均排队长 | Km |
|  | 单位时间离开乘车区的辆数 | 辆/h |
|  | 机场距离市中心的距离 | Km |

**四、问题的分析**

**4.1对问题1的数学化描述与分析**

针对问题1，为充分分析决策的影响因素及其机理，应站在司机角度上模拟决策做出的过程:

若司机选择方案（A），即：排队等候。可通过排队车辆数，机场航班等情况估算等候的时间成本，并结合载客回市区的收益得出采取此决策的预期利润。

若司机选择方案（B），即：空载返回。则将空载损耗作为成本，估计返回节省下的等候时间在市区拉客产生的收益，同样地可以给出采取空载返回决策的预期利润。

决策因子：收益、空载费用、载客费用、潜在收益 、时间成本 、司机平均排队接客逗留时间 。

问题1本质上就是通过分析出租车司机去机场等候乘客和返回市区拉客两种收益值，来得出不同情况下出租车司机应选择的方案. 通过具体分析得到出租车司机选择的决策因子关系图，通过各决策因子与利润之间的关系,然后联系变量建立一个出租车司机选择决策模型Y：

**4.2对问题2的数学化描述与分析**

针对问题2,为了帮助司机做出合理的决策，在问题建立的排队论模型上，我们需要搜集现实世界中机场的出租车运行数据和旅客的乘车数据，对数据进行合理简化之后，带入模型一，计算出一天当中不同时间的机场蓄车池中已经有的出租车数量N，此时N的值就是司机决定是否去机场载客还是继续在市区载客的决策值。最后为了分析模型的合理性和对相关因素的依赖性，我们通过对每个二级指标进行敏感性分析，得到每个二级指标对模型影响的敏感系数，最后通过对敏感系数的分析，进一步分析模型的合理性与否。

4.3**对问题3的数学化描述与分析**

针对问题3，要使总的乘车效率达到最高，首先机场出租车接客上车点应设置为多点单独发车模式。同时为使得乘车效率达到最高，还需要合理安排“上车点”。

经过分析多点单独发车模式的乘车区排队模型属于M/M/n排队模型。可先通过此模型算出系统中乘客排队长度 ；然后通过以出租车排队时长与乘客排队时长组合而成的排队系统时长最小化为目标，建立目标规划：；最终得出最合理的安排方案。

4.4**对问题4的数学化描述与分析**

针对问题4，为了较好的判断该出租车是否接到短途乘客可以通过司机接到乘客离开机场到司机返回机场的时间间隔来判断。通过道路交通数据，可以知道城市道路限速v，则出租车司机短程往返的限制时间为：。当出租车往返的时间小于该限制时间，视作司机为短途返程，让他可以不用在“蓄车池”等待，直接排队进场载客。

**五、模型的建立与求解**

**5.1 问题1的分析与求解**

5.11 站在司机角度上模拟决策做出的过程：

1. 假设排队等候，通过排队车辆数，机场航班等情况估算等候的时间成本，假设排队等候，通过排队车辆数，机场航班等情况估算等候的时间成本，并结合载客回市区的收益得出采取此决策的预期利润。
2. 假设空载返回，将空跑损耗作为成本，估计返回节省下的等候时间在市区拉客产生的收益，同样地可以给出采取空载返回决策的预期利润。

司机可以对A、B方案可获得利润进行判断，根据利润比较，对A、B方案进行决策，选择是否进入“蓄车池”。经过分析，得到了影响利润的主要因素包含收益和成本，此外，结合实际情况发现影响成本的主要因素有空载费用、载客费用、潜在收益和时间成本。因此将空载费用、载客费用、潜在收益、时间成本以及收益作为一级指标，又通过具体分析得到出租车司机选择的决策因子关系图，如图1所示。

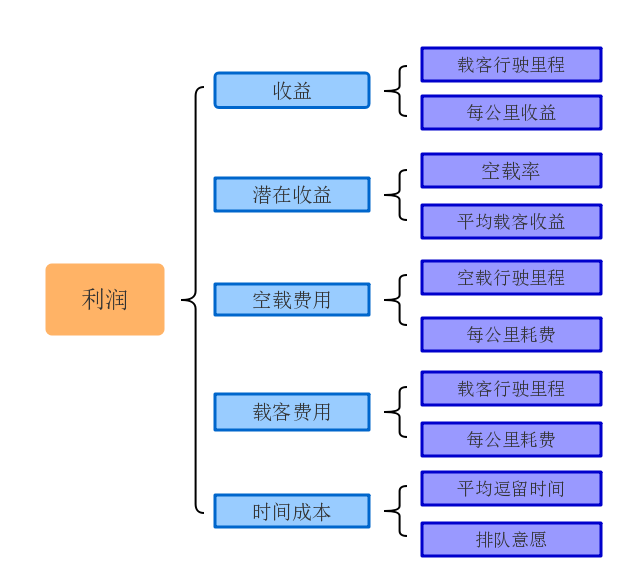


图1 决策因子关系图

5.12 各个决策因子的建立：

1) 收益

出租车收益R由出租车的载客行驶里程和每公里收费价格得到

=×=  （1）

其中为出租车载客行驶里程，(元/km)为出租车每公里收费价格，为载客行驶时间，为出租车行驶的平均速度。

2) 空载费用

出租车空载费用是指出租车没有搭乘乘客时行驶所消耗的费用。由于出租车在行驶过程中的最大耗费在汽油上，对于车体的损耗难以定量估计，所以出租车空载费用E为：

（2）

其中为出租车空载行驶里程，为出租车每公里成本，为空载行驶时间，为出租车行驶的平均速度。

3) 载客费用

出租车载客费用是指出租车在搭乘乘客时行驶所消耗的费用。同样，由于出租车在行驶过程中最大耗费在汽油上，对于车体的损耗难以定量估计，所以出租车载客费用F为：

（3）

其中为出租车载客行驶里程，为出租车每公里成本，为出租车行驶的平均速度。

4) 潜在收益

出租车在直接放空返回市区拉客的情况下可能会损失潜在的载客收益。这里我们把可能会损失的潜在的载客收益叫做潜在收益，跟潜在收益紧密相连是潜在的载客可能性。而与载客可能性相关的另一个因素是空载率，空载率即为没有搭乘乘客的出租车在所有营行车中的百分比，往往出租车的空车率越大，出租车接到客的概率就越小。故潜在收益为：

（4）

其中 是出租车空载率，为载客的平均收益。

5) 时间成本

时间成本不仅是时间上的损失，也指在等待时间内造成的市场机会的流失。在本文的实际背景中，有时候可能会出现由于机场乘客数量较少或者乘客上车速度较慢导致的排队载客情况。此时，司机在这段等待时间中就会产生相应的时间成本。所产生的时间成本为：

（5）

其中 为司机平均排队接客逗留时间，为出租车司机单位时间内收益。

6）司机平均排队接客逗留时间 ：

将出租车排队载客看作一个动态、离散、随机的排队系统。选择使用排队论对其进行求解。

1. 输入过程

假设蓄车池空间大小无限，允许无限排队。且出租车单独到达上车点接客。另外出租车到达蓄车池时间服从参数为 的负指数分布，乘客上车时间(即出租车离开乘车区时间)服从参数为的负指数分布。

1. 排队规则

出租车在单车道依次排队等候，先到先接客；乘客为单条排队队列候车，先到先上车。

1. 服务台

假设仅有一个上车点，即出租车为单车道依次排队等候。且乘客为单条排队队列候车，假设一辆车仅搭载一位乘客。

通过建立单服务台等待制模型(即)来求解出租车司机排队接客逗留时间。

记 = 为出租车载客系统达到平衡状态后队长L的概率分布，由于每个状态下出租车到达上车点时间都是独立的，乘客上车时间同样也是独立的，因此有 和

记，在平稳状态下队长的分布为：

(6)

其中=, n=1,2,⋯,

故得到：

则得到平均排队队长为

出租车司机在该排队系统中的接客逗留时间服从参数为的负指数分布，则出租车司机排队接客逗留时间概率分布为：

故平均逗留时间:

其中λ表示单位时间平均到达蓄车池的车辆数，μ表示单位时间离开乘车区的辆数。

由于司机可知晓某时间段“蓄车池”里已有的车辆数以及抵达航班数量，因此司机在做出决策时，也会受到个人意愿的影响，为了综合直观地描述司机个人主观判断的强弱。建立关于“蓄车池”里已有的车辆数以及抵达的乘客数的效用函数Q作为排队意愿，来调节平均逗留时间所造成的损失。效用函数Q的具体数学表达式如下：

其中n为某时间段内乘客人数，N为某时间段内蓄车池中已有的车辆数。

因此在实际情况下，平均逗留时间为：

5.13 司机选择决策模型的建立及策略的提出：

根据上述决策因素的机理分析以及对各决策因子的分析，权衡收益和成本，得到利润表达式如下：

其中 R（元） 表示出租车司机的收益，表示时间成本，F（元）表示载客费用，E（元）表示空载费用，表示潜在收益。

（A） 司机在“蓄水池”等待载客后再返回市区，这会造成一定的时间成本。但是选择A方案的司机不会产生空载费用以及潜在收益的损失，故对于A方案的利润中 、E均为0。即对于方案A，在固定时间段t内的获得的利润为：

其中， 代表选择方案A所产生的出租车司机的收益， 代表选择方案A产生的载客费用， 代表在方案A条件下出租车载客行驶里程。

（B）由于司机送客到机场后空车返回市区，因此基本不会造成排队现象产生时间成本，也就不会有时间成本的损失，即 =0。但是司机在选择B方案的同时需要承担返回市区的空载成本和可能存在的潜在收益，即对于方案B，在固定时间段t内的获得的利润为：

其中， 代表选择方案B所产生的出租车司机的收益，代表选择方案B产生的载客费用，代表在方案B条件下出租车载客行驶里程。

由于出租车司机在选择方案的时候，总是以利润最大化为目标，因此可通过对比在相同时间段内方案A、B的利润，建立出租车司机选择决策模型Y即：

为了进一步为出租车司机提出选择策略，对相同时间段内A、B方案所获得的利润做差进行研究。

由公式(14)-公式(15)得到：

由于时间t相同，于是有

其中, 、 分别表示方案A、B载客行驶时间， 表示方案B的空载时间。

化简公式(17)，得到：

其中， 表示机场到市中心的平均距离。

由于在同一路程中所花费的成本一定小于所获得的收益，因此的系数一定小于0，故当 时，，即当机场乘客数量较多且满足上述关系式时，出租车司机选择方案A润更大，而相反，当机场乘客数量较少时，出租车司机选择方案B利润更大。

**5.2 问题2的分析及求解**

**5.21．决策方案的确定：**

在得到机场的出租车数据后，为了帮助司机做出决策，我们只需要在问题一已建立的排队论模型，带入数据进行运算，通过做差的方法对两种方案的实际利润进行比较，最后站在司机的角度对两个方案进行比较，即可得出决策。

表一是通过网络搜集的成都市出租车运行数据（数据来源网络，与实际存在误差）

|  |  |
| --- | --- |
| 参数 | 单位 |
| 单位成本 | 0.64元/km |
| 出租车市区内行驶速度 | 35km/h |
| 平均收益 | 57.76元 |
| 单位路程收益 | 3.2元/km |
| 空载率 | 38% |
| 单位时间到达蓄车池车辆数 | 66.43辆/h |
| 单位时间的收益 | 88.29元/h |
| 距离市中心平均距离 | 16.8km |
| 单位时间离开上车点车辆数 | 67.82辆/h |

表一

根据公式问题一建立的模型，将表一中得到的数据代入公式（19），得到A与B方案的利润差值：

再联立（11）与（12）式，化简得到：

由于司机可以通过观测得到“蓄车池”中已有的车辆数N,所以我们可以通过带入一个月中随机四天的平均单位小时的旅客乘坐出租车的人数n（数据见表二），计算当取临界值0时，N的取值。进一步得到：

其中n为机场乘客数，N为“蓄车池”中已有的车辆。

最终决策方案：司机首先通过经验判断得出机场大致的乘客人数，然后通过选择决策模型计算得到临界的“蓄车池”车辆数N，当司机得到的已在“蓄车池”的车辆未超过临界值N时，司机选择A方案。否则，若车辆超过临界值时，则选择B方案。表二所示是司机在指定小时得到的“蓄车池”临界值，当“蓄车池”中已有的车辆数N值大于该小时的临界值时，则选择方案B，即放客后直接返回。反之，则选择方案A，即前往“蓄车池”等待载客。

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | day1 | day2 | day3 | day4 | average | 决策值N |
| 0 | 17 | 18 | 17 | 21 | 18.25 | 34.76853 |
| 1 | 15 | 11 | 16 | 19 | 15.25 | 29.05315 |
| 2 | 10 | 10 | 14 | 18 | 13 | 24.76662 |
| 3 | 14 | 11 | 10 | 9 | 11 | 20.95637 |
| 4 | 21 | 9 | 11 | 11 | 13 | 24.76662 |
| 5 | 28 | 21 | 32 | 27 | 27 | 51.43837 |
| 6 | 52 | 49 | 41 | 59 | 50.25 | 95.73252 |
| 7 | 58 | 52 | 51 | 78 | 59.75 | 113.8312 |
| 8 | 73 | 68 | 53 | 62 | 64 | 121.928 |
| 9 | 69 | 63 | 67 | 88 | 71.75 | 136.6927 |
| 10 | 74 | 72 | 68 | 69 | 70.75 | 134.7876 |
| 11 | 88 | 81 | 72 | 75 | 79 | 150.5049 |
| 12 | 68 | 69 | 74 | 69 | 70 | 133.3587 |
| 13 | 89 | 78 | 55 | 71 | 73.25 | 139.5504 |
| 14 | 67 | 77 | 64 | 81 | 72.25 | 137.6453 |
| 15 | 77 | 54 | 59 | 60 | 62.5 | 119.0703 |
| 16 | 89 | 82 | 73 | 54 | 74.5 | 141.9318 |
| 17 | 69 | 74 | 69 | 57 | 67.25 | 128.1196 |
| 18 | 78 | 71 | 60 | 49 | 64.5 | 122.8805 |
| 19 | 88 | 49 | 61 | 47 | 61.25 | 116.6889 |
| 20 | 57 | 37 | 41 | 49 | 46 | 87.63574 |
| 21 | 42 | 22 | 34 | 39 | 34.25 | 65.25052 |
| 22 | 31 | 28 | 29 | 27 | 28.75 | 54.77234 |
| 23 | 22 | 19 | 27 | 23 | 22.75 | 43.34159 |

表二

**5.22模型的合理性分析**

从问题一的分析得到影响决策的一级指标和二级指标，由于一级指标是通过二级指标推导得到的，这里我们进行模型对相关因素依赖性的探究。我们采取敏感性分析来探究模型对相关因素的依赖性。操作方案如下：

1. 在不改变其他因素数据的情况下，选择一个二级指标进行改动。
2. 由于司机在做出决策时考虑的是将利润最大化，所以我们分别求出指标改动后的方案A利润PA和方案B利润PB进行作差，得出方案A较方案B的利润差。

3) 计算方案A较方案B利润的相对变动，并将其与二级指标数据的相对变动做比，得到利润对该指标变动的敏感系数，推导模型对该指标的依赖性。

如下是模型对各个二级指标的依赖性探究。首先，确定双流机场的各个指标初始值如下表四所示：

|  |  |
| --- | --- |
| 参数 | 单位 |
| 单位成本 | 0.64元/km |
| 出租车市区内行驶速度 | 35km/h |
| 平均收益 | 57.76元 |
| 单位路程收益 | 3.2元/km |
| 空载率 | 38% |
| 单位时间到达蓄车池车辆数 | 66.43辆/h |
| 单位时间的收益 | 88.29元/h |
| 距离市中心平均距离 | 16.8km |
| 单位时间离开上车点车辆数 | 67.82辆/h |
| 排队旅客数 | 100人 |
| 蓄车池车辆数 | 80辆 |

表四. 指标初始值

以每公里收益为例，将每公里收益上调20%后，通过司机选择决策模型分别得到变动前后的方案 A、B利润，计算得到方案A较方案B利润的相对变动为:

其中，为变动后A方案利润，为变动后的B方案利润。

将方案A较方案B利润的相对变动L与每公里收益的相对变动20%做比，得到方案A较方案B利润对每公里收益的敏感系数。

通过MATLAB，求解得到方案A较方案B利润对每公里收益的敏感系数 为0.7856。表五是方案A较方案B利润对各个因素的敏感系数。

|  |  |
| --- | --- |
| 因素 | 敏感系数 |
| 车速  载客行驶里程 | -0.4725  1.1178 |
| 每公里收益 | 0.7856 |
| 平均收益 | 0.5619 |
| 平均逗留时间 | -0.9381 |
| 每公里油耗 | 0.1181 |
| 单位时间收益 | -0.4656 |
| 空载率 | 0.5618 |

表五. 方案A较方案B利润对各个因素的敏感系数

从表中可以看出出租车在“蓄车池”平均逗留时间 越长，出租车单位时间收益越高，车速越快，方案A较方案B的利润就越小，司机选择方案B的概率就越大。当载客行驶里程越多，空车率越高，每公里收益、平均收益越高，每公里耗费越高，方案A较方案B的利润就越大，司机选择A的概率就越大。其中，出租车在“蓄车池”平均逗留时间，行驶里程对司机选择方案的敏感度均较高。空车率、每公里收益、平均收益、出租车每公里、单位时间收益、车速、每公里收益对司机选择方案的敏感度均较低。此外，载客行驶里程对司机选择方案的敏感度最高，每公里收益对司机选择方案的敏感度最低。

通过表五，我们可以得出司机决策对模型中的指标因素变化敏感，模型对指标的依赖性较强，说明决策模型的建立的指标选取比较合理。并且，通过实际推导，各指标对司机决策的正负影响及影响大小符合实际，模型较为合理。

**5.3问题3的分析与求解**

在某些时候，由于出租车数量和乘客数量的供求不平衡以及机场交通管理模式不当，容易导致“车等人”或“人等车”的现象发生。为缓解此问题，我们通过文献查阅以及资料搜集，综合考虑资源成本以及效率，总结出适用于两条并行车道的乘车区的上车点的设置方式，即多点单独发车模式。同时为使得乘车效率达到最高，再通过合理安排“上车点”，最终通过以出租车排队时长与乘客排队时长组合而成的排队系统时长最小化为目标，得出最合理的安排方案。

多点单独发车模式的出租车接客系统简单介绍：

乘客拥仅有一个公共排队通道，但有多个上车点，且每个上车点分别对应一辆出租车，该模式可以看成M/M/n排队模型。其中内车道为载客停靠车道，当出租车完成服务后，随即转至外车道驶离乘车区，无需按照依次驶离的原则，因此出租车在乘车区的等待时间仅与乘客上车时间有关，故该种模式能够减少出租车等待时间，同时由于拥有多个上车点，因此可以通过实际乘客数以及车辆数，来合理调整上车点的开放数以及对应的管理人员数，从而降低管理成本、减少资源浪费。

根据上述分析，多点单独发车模式的乘车区排队模型属于M/M/n排队模型。在该系统达到稳态时，n个上车点并联发车，根据排队论的相关知识，得知该系统的繁忙程度为：

（20）

推导出：

（21）

从而求出该系统中乘客排队长度 的数学表达式如下:

（22）

为使得总的乘车效率达到最高，需要减少乘客逗留时间(降低乘客等待费用)，同时提高服务水平(降低出租车等待费用)，而服务水平与服务率以及服务窗口数(上车点数n)有关。建立这两者的费用总和最小的优化目标，运用排队系统中的费用模型对多点单独发车模式排队系统进行优化来确定最优上车点数量。

假设乘客等待费用为，出租车等待费用，其中a为每个乘客单位时间的等待时间成本，b为每辆出租车等待时间成本，n表示上车点数。当两者之和达到最小时，系统为最优，建立以下目标规划：

= （23）

即： （24）

采用问题二中搜集得到的双流机场出租车乘车区的乘客到达率λ与服务率μ，每个乘客单位时间的等待时间成本与每辆出租车等待时间成本之比为0.025，并假设乘客等待费用与出租车等待费用之比（）为1:400。

利用上述排队模型得到结果,如表三所示：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 模拟过程 | 结果 | 模拟过程 | 结果 |
|  | 3.1385 |  | 0.0008497 |
|  | 0.2912 |  | 0.0001106 |
|  | 0.03913 |  | 0.00001300 |
|  | 0.005930 |  | 0.000001382 |

表三

由表三得到，当n = 4时，满足公式(24)，即此时排队接客系统达到最优，可实现总的乘车效率最高。

**5.4 问题4的分析与求解**

已知选择方案A的司机都需要经历排队，他们的时间成本相同。除此之外，他们的每公里耗费、每公里收益等指标数据也大致相同。以机场为圆心，以机场距离市中心的平均距离S为半径，如图3所示：

S/2

市中心

S

机场

图3

由于市中心人口密集，出租车需求量大，出租车司机一般更为愿意在市中心附近工作。故当司机驾驶出租车到距市中心距离小于距机场距离时，司机将不会选择返程。所以当司机接到的乘客前往的目的地属于图中半径为S/2的圆内，那么司机不但行驶的里程较短并且返程接客的意愿较大。因此当司机行驶的路程小于或等于S/2，视作此次接客为行驶里程为短途。

为了较好的判断该出租车是否接到短途乘客可以通过司机接到乘客离开机场到司机返回机场的时间间隔来判断。通过道路交通数据，可以知道城市道路限速v，则出租车司机短程往返的限制时间为：

当出租车往返的时间小于该限制时间，视作司机为短途返程，让他可以不用在“蓄车池”等待，直接排队进场载客。下面以成都双流机场为例，设计出租车短途返程“优先权”方案。

通过问题二的数据收集与处理，我们已经得到了双流机场距市中心的距离约为16.8km。又由于越靠近市中心道路的限速越严，车速越小，越偏离市中心道路的限速越宽，车速越大。出租车短途的范围内道路大都为城市道路，限速为40 km/h左右，故双流机场短途司机的往返限制时间为0.42小时。虽然在车辆行驶道路上出现行人，障碍物等影响行驶时间的可能性较小，但出于安全考虑，我们将出租车短途返程的限制时间适当调大，此时限制时间为0.6小时，也就是36分钟。

故对双流机场，为出租车短途返程设置的“优先权”方案为：当双流机场的司机接到乘客后36分钟内返回机场，就给与他“优先权”，可以不用再“蓄车池”等待，直接进场载客。

**六、模型优缺点及其改进**

6.1 优点

（1）本文所建立的模型均参考实际机场数据进行应用，可直观通过结果检验模型是否合理。

（2）将总的乘车效率最高问题转化为乘客平均等待时长和司机等待时长之和最小的指标规划问题，把握了主要矛盾的主要因素，舍弃了次要因素，从而简化了模型。

（3） 在问题三中引入了排队论中的费用决策模型，对机场出租车接客系统进行优化，使得该系统中总的服务效率得到提升。

6.2 缺点

（1）本文建立模型时考虑的情况皆适用于大规模机场，缺乏对机场规模较小情况的思考。

（2）在建立机场司机选择决策模型时，对于司机排队时间成本的计算仍有需要改进的地方。

（3）在进行问题的假设时，假设条件相对理想化，没有完全符合实际。

（4）在问题二中，搜集的数据量太少了，如果能将大量的机场日均乘车客流数据一起取平均值，并且将时间间隔进一步缩短，然后再计算临界值N，那么模型的可靠性就大幅增加。

**七、参考文献：**

**[1]**[嗨Sirius](https://blog.csdn.net/weixin_43698328)**.**机场出租车优化问题（原创）**.**<https://blog.csdn.net/weixin_43698328/article/details/102891595>

**[2]**于晗丹，周璐鑫，施雨晴，张慧增，李安水.基于排队论的机场出租车调度问题研究杭州师范大学理学院数学系，浙江 杭州.<https://image.hanspub.org/Html/3-2621064_33310.htm#ref6>

**[3]**M/M/1排队模型.<https://zh.wikipedia.org/wiki/M/M/1>

**[4]**韩中庚.2019全国大学生数学建模竞赛讲评：机场出租车问题的数学模型**.** <http://dxs.moe.gov.cn/zx/a/qkt_sxjm_sxjmstjp/191203/1520406.shtml>