



中国科学院大学  
University of Chinese Academy of Sciences

## 硕士学位论文

基于无网格压缩感知的宽带信号高分辨参数估计方法研究

作者姓名: 张景铭

指导教师: 侯朝焕 研究员 中国科学院声学研究所

郝程鹏 研究员 中国科学院声学研究所

学位类别: 工学硕士

学科专业: 信号与信息处理

培养单位: 中国科学院声学研究所

2025 年 6 月



**High-resolution Parameter Estimation for Wide-band Signals**  
**Based on Gridless Compressive Sensing**

**A thesis submitted to**  
**University of Chinese Academy of Sciences**  
**in partial fulfillment of the requirement**  
**for the degree of**  
**Master of Engineering**  
**in Signal and Information Processing**

**By**

**ZHANG Jingming**

**Supervisor: Professor HOU Chaohuan**

**Professor HAO Chengpeng**

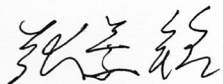
**Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences**

**June, 2025**



## 中国科学院大学 学位论文原创性声明

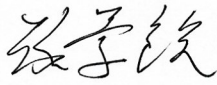

本人郑重声明：所呈交的学位论文是本人在导师的指导下独立进行研究工作所取得的成果。承诺除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体享有著作权的研究成果，未在以往任何学位申请中全部或部分提交。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人或集体，均已在文中以明确方式标明或致谢。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

作者签名：   
日期： 2025.5.10

## 中国科学院大学 学位论文授权使用声明

本人完全了解并同意遵守中国科学院大学有关收集、保存和使用学位论文的规定，即中国科学院大学有权按照学术研究公开原则和保护知识产权的原则，保留并向国家指定或中国科学院指定机构送交学位论文的电子版和印刷版文件，且电子版与印刷版内容应完全相同，允许该论文被检索、查阅和借阅，公布本学位论文的全部或部分内容，可以采用扫描、影印、缩印等复制手段以及其他法律许可的方式保存、汇编本学位论文。

涉密及延迟公开的学位论文在解密或延迟期后适用本声明。

作者签名：		导师签名：	
日期：	2025.5.20	日期：	2025.5.20



## 摘 要

声呐能够在水下实现探测、通信和导航等功能，因此被广泛应用于水下警戒、情报搜集和资源勘探等方面。当今时代海洋安全形式的日益严峻和对海洋资源开发的不断深入给声呐的探测性能带来了更高的要求，这需要对水下目标参数实现更精准，更高分辨的估计。

相比于传统方法，基于压缩感知的方法可以在源数量未知、有限快拍数和信号源高度相干等条件下实现参数估计，并显著提升估计精度。在基于压缩感知的参数估计方法中，以原子范数最小化 (Atomic Norm Minimization, ANM) 方法为代表的无网格方法由于不受网格失配的影响近年来受到广泛关注。然而，现有的基于原子范数最小化的无网格压缩感知参数估计方法通常对信号模型有着严格限制，难以被直接应用于实际应用中广泛存在的宽带信号和多维参数提取等场景。

针对上述问题，本文旨在拓宽无网格压缩感知方法的应用范围。按照应用场景复杂度的层层递进，依次对限定范围的窄带一维波达方向 (Direction of Arrival, DOA) 估计问题、宽带被动声呐俯仰角-方位角联合估计问题、宽带主动声呐角度-距离联合估计问题和宽带主动声呐角度-速度联合估计问题展开研究。基于原子范数最小化理论，本文在上述场景信号模型所对应的原子集的对偶原子范数约束不满足三角多项式约束的情况下推导了相应原子范数最小化问题的半正定规划 (Semi-definite Programming, SDP) 形式，提出了一系列高分辨无网格参数估计算法，解决了上述场景中模型不适配的问题，并针对部分运算复杂度高的算法推导了快速算法，实现了更高精度和分辨率的参数估计性能。本文的主要工作和创新成果总结如下：

(1) 限定范围的窄带一维 DOA 估计：当目标的 DOA 限定在一定区域范围内时，可以通过仅对目标区域的 DOA 进行搜索以降低算法复杂度。受限于有界引理的应用条件，基于 ANM 的 DOA 估计方法难以被直接应用于限定区域的 DOA 估计问题中，从而导致全区域角度搜索带来大量的运算冗余。针对这一问题，本文通过对对偶变量进行带通滤波和降采样，使得相应的对偶三角多项式不等式约束可以使用有界引理转化为半正定约束，并将对偶问题转化为半正定规划问题，进而得到了基于 ANM 的限定区域 DOA 估计方法。为了提升上述算法的运算效率，本文还提出了一种适用于上述算法的快速求解算法，通过原对偶内点法提升了运算速度。仿真结果表明，相比于原始 ANM 算法，所提限定区域的 ANM 算法的运算时间更短；所提快速求解算法在估计精度与原算法一致的条件下运算速度进一步提升。

(2) 宽带俯仰角-方位角联合估计：现有的方位估计算法大多针对窄带一维场景设计，无法被直接应用于宽带信号和高维参数提取的场景中。为了解决宽带被动声呐的二维定位问题，本文提出了一种二维多频 ANM 算法 (2DMFANM)

以估计宽带信号的俯仰角和方位角。为了降低 2DMFANM 的运算复杂度以便于部署, 本文提出了两种快速算法, 分别为 2DMFDANM 和 2DMFANM\_SizeRedu。具体的, 2DMFDANM 通过将空间角频率解耦以降低原始算法的规模, 而 2DMFANM\_SizeRedu 则通过去除原算法中的冗余信息以提升速度。理论和仿真分析表明上述两种算法可以以稍微降低估计精度的代价显著提升运算速度。数值仿真和实验验证展现了所提方法相比于现有算法的优越性。

(3) 宽带主动声呐角度-距离联合估计: 为了实现宽带主动声呐的二维定位, 本文对角度-距离联合估计问题进行了研究。相比于窄带声呐, 宽带声呐能实现更高的距离分辨率。然而, 由于带宽增加而带来的窄带假设被破坏和距离徙动等问题使得传统窄带算法难以被直接应用于宽带的情况中。为了解决这一问题, 基于宽带线性调频 (Linear Frequency Modulation, LFM) 脉冲声呐, 本文分别针对单脉冲和多脉冲的情况基于原子范数最小化理论提出了单脉冲 ANM 方法和多脉冲 ANM 方法以从宽带回波信号中估计目标的角度和距离。针对多脉冲情况下距离徙动的问题, 由于传统的 Keystone 变换无法抑制速度模糊的影响, 本文提出了一种新的变换策略, 在单脉冲 ANM 方法的基础上得到了一种可以抑制速度模糊的多脉冲积累方法。数值仿真证明所提单脉冲算法可以抑制混叠, 实现准确的距离-角度联合估计; 而多脉冲算法则可在速度模糊存在的情况下成功利用多个脉冲进行相干积累, 实现更低信噪比下的高分辨距离-角度联合估计。

(4) 宽带主动声呐角度-速度联合估计: 水下混响为声呐探测中所面临的主要问题, 多普勒/速度信息的提取是混响抑制的主要手段。为充分利用信号的多维信息, 本文研究了宽带主动声呐的角度-速度联合估计方法。首先, 本文研究了宽带 LFM 脉冲声呐的角度-速度联合估计问题, 并基于推导的信号模型分别提出了一种基于多字典稀疏贝叶斯学习 (Sparse Bayesian Learning, SBL) 方法的有网格算法和两种基于原子范数最小化的无网格算法。为了实现无网格的角度-速度联合估计, 本文根据推导的信号模型构造了相应的原子集并提出了对应的 ANM 算法。为了进一步利用距离信息带来的特殊结构, 本文在角度-速度-距离联合估计算法的基础上通过将距离信息与角度-速度信息解耦得到了一种考虑距离信息的角度-速度联合估计算法。数值仿真结果显示所提算法均可以在快-慢时间耦合、空域导向向量随频率改变、混叠以及速度模糊等问题存在的条件下实现角度-速度的高分辨精确估计。特别的, 所提无网格方法由于不受到网格失配的影响, 在高信噪比下性能优于有网格的多字典 SBL 算法。同时, 由于利用了距离的结构信息, 考虑距离信息的角度-速度联合估计算法的性能优于忽略距离信息的算法。

综上所述, 本文基于原子范数最小化理论, 对水下常见场景中的参数估计问题进行了研究, 实现了各场景下高分辨无网格的参数估计, 解决了模型不适配的问题, 并针对部分运算复杂度过高的算法设计了相应的快速算法, 极大的拓宽了无网格方法的适用范围。

**关键词:** 原子范数最小化, 宽带信号, 多维参数估计, 半正定规划



## Abstract

Sonars are capable of accomplishing tasks such as underwater detection, communication, and navigation and are therefore widely used in underwater policing, intelligence gathering and resource exploration. In the current era, the increasingly severe maritime security situation and the continuous deepening of ocean resource development have resulted in higher requirements for the detection performance of the sonars, which requires more accurate and higher-resolution estimation of underwater target parameters.

Compared with traditional methods, algorithms based on compressive sensing (CS) can achieve parameter estimation under the conditions of unknown number of sources, limited snapshots, and highly coherent signal sources and significantly improve the resolution. Among the CS-based parameter estimation methods, gridless methods based on atomic norm minimization (ANM) have attracted much attention in recent years because they are not affected by grid mismatch. However, existing gridless CS-based parameter estimation methods based on ANM usually have strict limitations on the signal model, making it difficult to apply them directly to scenarios of wideband signals and multidimensional parameter retrieval which are widely used in practical applications.

To address these problems, this study aims to broaden the application scope of gridless compressive sensing methods. This study sequentially investigates the problems of narrowband one-dimensional Direction of Arrival (DOA) estimation with constrained area, the joint elevation-azimuth angle estimation for wideband passive sonar, the joint angle-range estimation for wideband active sonar, and the joint angle-velocity estimation for wideband active sonar, according to the progressively increasing complexity of application scenarios. Based on the atomic norm minimization theory, this study derives the semi-definite programming (SDP) form of the corresponding atomic norm minimization problem under the condition that the dual atomic norm constraints of the atomic sets corresponding to the signal models in the aforementioned scenarios do not satisfy the trigonometric polynomial constraints. A series of high-resolution gridless parameter estimation algorithms are proposed to address the model mismatch issues in the aforementioned scenarios. In addition, for some algorithms with high computational complexity, fast algorithms are derived, achieving higher accuracy and resolution in the parameter estimation performance. The main contributions of this dissertation are summarized as follows:

(1) Narrowband DOA Estimation with Constrained Area: When the region of the DOA is known, the algorithm complexity can be reduced by searching for DOAs only within a constrained area. However, owing to the constraints imposed by the bounded lemma, the ANM-based DOA estimation methods cannot be directly applied

to constrained-area DOA estimation problems, which leads to significant computational redundancy. To address this issue, this paper proposes a method that applies band-pass filtering and down-sampling to the dual variable such that the corresponding dual triangular polynomial inequality constraints can be transformed into semi-definite constraints using the bounded lemma. This transformation converts the dual problem into a semi-definite programming problem, leading to a constrained area DOA estimation method based on ANM. To improve the computational efficiency of the aforementioned algorithm, a fast algorithm is proposed, which speeds up the computation through the primal-dual interior point method.

(2) Wideband Joint Elevation-Azimuth Angle Estimation: Most of the existing angle estimation algorithms are designed only for narrowband one-dimensional scenarios, which can not be directly applied to scenarios involving wideband signals and multi-dimensional parameters. In order to address the two-dimensional source localization problem of wideband passive sonar, this dissertation proposes a two-dimensional multi-frequency ANM algorithm (2DMFANM) to estimate the elevation and azimuth angles of wideband signals gridlessly. In order to reduce the computational burden of 2DMFANM, two fast algorithms, 2DMFDANM and 2DMFANM\_SizeRedu, are proposed. Specifically, 2DMFDANM reduces the size of the original algorithm by decoupling the spatial angular frequencies, while 2DMFANM\_SizeRedu removes the redundant information in the original algorithm to increase the speed. Theoretical and simulation analyses show that the above two algorithms can significantly improve the computational speed at the cost of slightly reducing estimation accuracy. Numerical simulations and experimental verification demonstrate the superiority of the proposed method over the state-of-the-art algorithms.

(3) Joint Angle-Range Estimation for Wideband Active Sonar: In order to realize the two-dimensional source localization of wideband active sonar, this dissertation studies the problem of joint angle-range estimation. Compared to narrowband sonar, wideband sonar can achieve higher range resolution. However, the problems of violation of the narrowband assumption and range migration due to the increase in bandwidth make it difficult to apply traditional narrowband algorithms directly to the wideband case. In order to solve this problem, based on wideband Linear Frequency Modulation (LFM) pulse sonar, this dissertation proposes a single-pulse ANM method and a multi-pulse ANM method for the single-pulse and multi-pulse cases, respectively, based on the atomic norm minimization theory, to estimate the angles and ranges of the targets from the wideband received signals. For the problem of range migration in the multi-pulse case, since the traditional Keystone transform cannot suppress the effect of velocity ambiguity, this dissertation proposes a new transform strategy to obtain a multi-pulse accumulation method based on the single-pulse ANM method that can suppress velocity ambiguity. Numerical simulations prove that the proposed single-pulse

algorithm can suppress aliasing and realize accurate joint distance-angle estimation, whereas the multi-pulse algorithm can successfully utilize the coherent accumulation of multiple pulses in the presence of velocity ambiguity and realize the high-resolution joint angle-range estimation with a lower signal-to-noise ratio.

(4) Joint Angle-Velocity Estimation for Wideband Active Sonar: Underwater reverberation is a major problem in sonar detection, and the extraction of Doppler/velocity information is the main means of reverberation suppression. In order to fully utilize the multi-dimensional information of the signal, this dissertation investigates the joint angle-velocity estimation problem for wideband LFM pulse sonar. Based on the deduced signal model, this dissertation proposes a grid-based algorithm based on a multi-dictionary sparse Bayesian Learning (SBL) method and two types of gridless algorithms based on atomic norm minimization. In order to realize the gridless joint angle-velocity estimation, this dissertation constructs the corresponding atom sets and proposes the corresponding ANM algorithms based on the derived signal model. In order to further utilize the special structure brought by the range information, this dissertation derives a joint angle-velocity estimation algorithm that considers the range information by decoupling the range information from the angle-velocity information based on the joint angle-velocity-range estimation algorithm. Numerical simulation results show that the proposed algorithms can realize accurate high-resolution estimations of angle-velocity under the conditions of fast-slow time coupling, frequency-dependent changes in spatial steering vectors, aliasing, and velocity ambiguity. In particular, the proposed gridless methods outperform the on-grid multi-dictionary SBL algorithm at high signal-to-noise ratios because they are unaffected by grid mismatches. Meanwhile, the joint angle-velocity estimation algorithm that considers the range information outperforms the algorithm that ignores the range information owing to the utilization of the structural information of the range.

In summary, based on the atomic norm minimization theory, this dissertation investigates parameter estimation problems in common underwater scenes, realizes high-resolution gridless parameter estimation in these scenes, and significantly broadens the scope of application of gridless methods.

**Key Words:** atomic norm minimization, wideband signals, multi-dimensional parameter estimation, semi-definite programming



## 目 录

第 1 章 绪论 .....	1
1.1 背景和意义 .....	1
1.2 国内外研究进展和现状 .....	2
1.2.1 基于波束形成的目标参数估计方法 .....	2
1.2.2 基于子空间方法的目标参数估计方法 .....	3
1.2.3 基于压缩感知的目标参数估计方法 .....	5
1.3 本文主要工作和创新点 .....	9
1.4 本文的结构安排 .....	12
第 2 章 基于压缩感知的参数估计理论及其在 DOA 估计中的应 用 .....	15
2.1 前言 .....	15
2.2 有网格压缩感知理论简介 .....	15
2.3 基于原子范数最小化方法的无网格压缩感知方法简介 .....	17
2.4 基于原子范数最小化的限定范围 DOA 估计方法 .....	20
2.4.1 算法设计 .....	20
2.4.2 基于内点法的通用原子范数最小化问题求解方法 .....	25
2.4.3 数值仿真 .....	31
2.5 基于多原子集的稀疏参数估计方法性能分析 .....	37
2.6 本章小结 .....	41
第 3 章 基于多频率模型的宽带信号俯仰角-方位角联合估计 .....	43
3.1 前言 .....	43
3.2 信号模型 .....	43
3.3 算法设计 .....	45
3.3.1 二维多频原子范数最小化算法-2DMFANM .....	45
3.3.2 解耦算法 - 2DMFDANM .....	50
3.3.3 降规模算法 - 2DMFANM_SizeRedu .....	53
3.4 仿真结果 .....	55
3.4.1 2DMFANM 算法仿真 .....	55
3.4.2 解耦和降规模算法仿真 .....	56
3.4.3 噪声环境下算法参数估计性能仿真 .....	61
3.4.4 目标俯仰角和方位角由于阵列移动而改变时的算法性能仿真 .....	62
3.5 本章小结 .....	64

第 4 章 基于 ANM 的宽带主动声呐角度-距离联合估计·····	65
4.1 前言·····	65
4.2 信号模型·····	66
4.3 单脉冲角度-距离联合估计·····	68
4.4 基于多脉冲相干积累的角度-距离联合估计·····	73
4.5 数值仿真·····	79
4.6 本章小结·····	87
第 5 章 基于压缩感知的宽带主动声呐角度-速度联合估计·····	89
5.1 前言·····	89
5.2 基于多字典 SBL 的有网格压缩感知宽带角度-速度联合估计·····	89
5.3 基于原子范数最小化的无网格压缩感知宽带角度-速度联合估计·····	92
5.4 数值仿真·····	97
5.5 本章小结·····	101
第 6 章 总结与展望·····	103
6.1 本文工作总结·····	103
6.2 未来工作展望·····	104
参考文献·····	107
附录一 定理 2.2 证明·····	115
附录二 定理 3.1 证明·····	117
附录三 第 4 章相关结论和引理证明·····	121
附录三.1 多快拍情况下基于原子范数最小化的距离-角度联合估计·····	121
附录三.2 基于原子范数最小化的角度-距离-速度联合估计算法·····	121
附录三.3 无距离徙动情况下的角度-距离-速度联合估计算法·····	122
附录三.4 引理 4.1 证明·····	123
致谢·····	125
作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与其他相关学术成果·	127

## 图目录

图 1-1 论文整体框架图 .....	10
图 1-2 论文结构示意图 .....	12
图 2-1 阵元数 $N_m = 50$ 和 100 时不同信噪比下的成功估计次数和 RMSE .....	34
图 2-2 阵元个数不同时的 RMSE 以及运算时间 .....	34
图 2-3 DOA 搜索范围时的 RMSE 以及运算时间 .....	35
图 2-4 截断误差与 DOA 的关系 .....	36
图 2-5 截断阶数不同时 CA-ANM 算法在不同信噪比下的成功估计次数和 RMSE .....	36
图 3-1 阵列设置示意图 .....	44
图 3-2 无噪声情况下空间角频率和俯仰角-方位角估计结果 .....	57
图 3-3 算法 6 估计结果 .....	57
图 3-4 快速算法估计结果 .....	58
图 3-5 RMSE 和成功估计次数随信噪比的变化 .....	62
图 3-6 阵列移动时目标的俯仰角、方位角和空间角频率 .....	63
图 3-7 阵列移动时空间角频率和俯仰角-方位角的估计结果 .....	63
图 4-1 主动声呐示意图 .....	67
图 4-2 大孔径 ( $N_m = 100$ ) 下的归一化功率谱 .....	80
图 4-3 小孔径 ( $N_m = 5$ ) 下的归一化功率谱 .....	81
图 4-4 距离-角度估计结果 .....	82
图 4-5 不同信噪比下的成功估计次数和归一化 RMSE .....	84
图 4-6 SNR=-10 dB 时距离-角度估计结果 .....	85
图 4-7 不同信噪比下的成功估计次数和归一化 RMSE, $N_m = 20$ .....	86
图 5-1 传统算法角度-速度联合估计结果 .....	98
图 5-2 角度-速度估计结果 .....	98
图 5-3 不同信噪比下的成功估计次数和归一化 RMSE .....	99
图 5-4 角度-速度联合估计结果, SNR = 0 dB .....	100

## 表目录

表 3-1 成功估计次数 (总次数: 100) .....	56
表 3-2 运行时间 /s .....	59
表 3-3 俯仰角-方位角估计的 RMSE .....	59
表 3-4 空间角频率估计的 RMSE .....	59

