

李崇银 等

动力气象学概论

气象出版社

动力气象学概论

李崇银 等著

气象出版社

内 容 简 介

本书共分十四章，包括了动力气象与天气分析预报实践，大气运动方程组，大气热力学，大气静力稳定度，大气中的平衡运动，环流和涡度，大气中的波动，长波动力学，不稳定理论，中纬度天气系统的演变，中小尺度动力学，大气运动的适应过程，热带大气动力学基础与大气环流等内容。全书深入浅出，着重物理意义，简化公式推导，且包括了国内外 80 年代最新的进展。

本书适于广大气象工作者、特别是中专以上台站预报员提高，也可作为科研和教学参考之用。

动力气象学概论

李崇银 等著

责任编辑：陆勇 庞小琪

* * *

气 象 出 版 社 出 版

(北京西郊白石桥路 46 号)

北京环球印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行

* * *

开本：787×1092 1/32 印张：8.5 字数：185千字

1985年12月第1版 1985年12月第1次印刷

印数：1—3,000

统一书号：13194.0243 定价：2.00 元

前 言

为适应广大气象工作者，特别是长期从事气象台站天气预报工作者学习理论和提高业务的需要，《气象》杂志于1983年4月—1984年3月举办了“动力气象讲座”。该“讲座”以简明扼要的方式，深入浅出地论述了动力气象学的基本内容，同时也介绍和讨论了近年来动力气象学的一些新进展。根据读者的要求，在保留原“动力气象讲座”的基本体系和特点的基础上，我们重新进行了改写，增补了一些内容，现以《动力气象学概论》一书出版。

本书绪言和第一章由叶笃正和李崇银编写；第二章和第七章由黄荣辉编写；第三章由王两铭编写；第四章由刘式适编写；第五、八、九、十三章和附录由李崇银编写；第六章由孙淑清编写；第十章由曾庆存和卢佩生编写；第十一章由杨大升编写；第十二章由袁重光编写；第十四章由朱抱真编写；最后由李崇银统一定稿。

“动力气象讲座”及本书的出版都得到《气象》编辑部汪文修和陆同文同志的支持和帮助，特表示感谢。

鉴于作者学识水平以及篇幅的关系，本书会存在不少错误和不足，欢迎读者批评指正。

作者（李崇银执笔）

一九八四年六月

目 录

绪言	(1)
第一章 动力气象与天气分析预报实践	(4)
§ 1. 动力气象与天气分析预报实践	§ 2. 动力气象与数值 天气预报
§ 3. 几个重要研究课题	
第二章 大气运动的基本方程组	(14)
§ 1. 大气中基本的作用力	§ 2. 地球大气的运动方程式
§ 3. 运动方程式的简化	§ 4. 连续方程
§ 5. p -坐标系 中的大气运动基本方程组	
第三章 大气热力学	(35)
§ 1. 状态方程	§ 2. 热力学第一定律
§ 3. 热力学第二 定律	§ 4. 大气中的几种主要温度参数的表示方法及其在 分析预报中的应用
§ 5. 干、湿绝热过程	§ 6. 水汽对大气 运动的影响
第四章 大气静力稳定度	(51)
§ 1. 大气层结与静力平衡	§ 2. 静力稳定度
§ 3. 不稳 定能量	§ 4. 加热对不稳定能量的影响
第五章 自由大气中的平衡运动	(64)
§ 1. 静力平衡下的大气状态	§ 2. 地转风
§ 3. 热成 风——地转风随高度的变化	§ 4. 梯度风
§ 5. 惯性圆	§ 6. 流线和轨迹
§ 7. 正压与斜压	
第六章 环流与涡度	(80)
§ 1. 环流与涡度	§ 2. 环流定理
§ 3. 散度	§ 4. 涡度 方程,位势涡度
§ 5. 散度方程	
第七章 大气中的波动	(96)
§ 1. β 平面近似与小扰动理论	§ 2. 大气中的声波和重力

波 § 3. 惯性重力波 § 4. 罗斯贝波 § 5. 滤波的概念及方法 § 6. 热带波动 § 7. 非线性波	
第八章 长波和超长波动力学	(120)
§ 1. 长波形成的机理 § 2. 长波的移动 § 3. 长波频散及上游效应 § 4. 超长波的一般特征 § 5. 超长波活动与中期天气演变 § 6. 大尺度运动的多时态特征	
第九章 大尺度大气运动的不稳定理论	(136)
§ 1. 大气运动的不稳定概念 § 2. 惯性不稳定 § 3. 正压不稳定 § 4. 斜压不稳定 § 5. 环境对斜压不稳定的影响 § 6. 凝结加热对斜压不稳定的影响 § 7. 非纬向气流的斜压不稳定	
第十章 中纬度天气系统的演变过程	(156)
§ 1. 天气系统的表示法——波包 § 2. 天气系统的发展问题 § 3. 槽脊线的移动和变形 § 4. 天气系统垂直尺度和剖面图上槽线坡度随时间的演变 § 5. 扰动和基本气流的相互作用	
第十一章 中小尺度动力学	(173)
§ 1. 非静力平衡 § 2. 重力惯性波 § 3. 飚线 § 4. 对称(惯性)不稳定性 § 5. 龙卷 § 6. 对流云的数值试验 § 7. 湿对流研究的一个新进展	
第十二章 地转适应过程	(197)
§ 1. 大气中的地转适应过程 § 2. 适应过程和演变过程的可分性 § 3. 扰动尺度对适应过程的影响 § 4. 正压大气中的适应场 § 5. 非线性作用和不平衡区域很大的情况 § 6. 斜压大气中的地转适应 § 7. 适应问题研究的一些应用	
第十三章 热带大气动力学基础	(210)
§ 1. 热带大气运动的尺度 § 2. 对流凝结加热的参数化 § 3. 第二类条件不稳定(CISK)和台风的发生发展 § 4. 切变基本气流中的 CISK § 5. 热带辐合带 § 6. 西南季风	

第十四章 大气环流动力学问题	(234)
§ 1. 东西风带和经圈环流的维持	§ 2. 平均槽脊的形成
§ 3. 阻塞形势的建立和崩溃	§ 4. 大气环流数值模拟
附录	(251)
1. 气象上常用物理常数	
2. 标准大气	
3. 气象上常用英文缩写词	

绪 言

动力气象学是大气科学的一个分支，它应用流体力学方程组及有关物理定律研究大气运动和天气演变的规律。然而它不同于一般流体力学，首先，由于地球在不断自转，地转偏向力（又称科里奥利力）对于大尺度大气运动有着重要的影响。在一般情况下，水平气压梯度力和地转偏向力接近平衡，大气运动的水平加速很小。其次，对于运动的地球大气，重力和铅直气压梯度力接近平衡，大气经常处于所谓“静力平衡”状态。因而，除一些尺度很小的大气运动系统（如龙卷、对流云等）外，大尺度大气运动的铅直速度和铅直加速度均很小，使其具有准水平特征。

提到动力气象，部分长期从事台站工作的同志，可能会感到深奥，尤其是对于一些数学表达式觉得难于掌握。实际上，广大气象工作者随时都在运用动力气象理论。例如在分析高空天气图时，我们总是尽量让等高线的切线方向同风向保持一致，而并不单纯地划等值线。在这里，不仅用到了地转风这个基本原理，也用到了大尺度大气运动基本上处于地转平衡的动力气象学理论。再如，在天气预报中，当高空温度槽落后于高度槽时，我们会考虑该高空槽可能发展加深。这又正是长波斜压不稳定理论的应用，因为温度场和高度场的这种配置，正好造成温度和垂直速度间的正相关，暖空气上升、冷空气下沉，有效位能将扰动动能转换，促使扰动发展，高空槽加深。由此可见，动力气象并非深奥莫测，而是日常业务工作中经常会遇到的。

提到动力气象,也许还有一些同志认为它比较空洞,解决不了实际问题。为此,我们准备从两方面来谈谈。首先,动力气象主要来源于天气学,它将天气学中所发现和分析出的现象,通过基本方程组对有关大气运动和天气现象给予物理的、定性或定量的解释。同时,动力气象研究的结果又应用于天气预报,特别是定量的数值天气预报。大气行星波(长波)理论是动力气象学的一个重大发展,而这个理论正是在大量高空观测资料的基础上,结合多年锋面气旋的天气学分析研究而发展起来的。这一理论的建立,包括行星波的能量频散,长波的正压和斜压不稳定等,不仅对大气运动规律给出了理论解释、为天气分析和预报提供了理论依据、提高了天气分析和预报水平,并且为近代数值天气预报的发展奠定了物理基础。数值天气预报从1921年里查逊(Richardson)的失败到五十年代初期取得成功,并不是偶然的。行星波理论的建立,尤其是涡度方程的使用,引入准地转假定而滤去了模式中的重力惯性波,是极为重要的原因。数值预报在其后的发展也直接同动力气象研究的新成果有紧密联系。其次,我们也要指出,地球大气的运动及天气演变都是极其复杂的,比较难于用一种数学模式给予完全的描写。为了求得方程组的解答,理论研究中往往要针对所论对象作必要的简化假定,因此动力气象的研究结果一般都只能揭示大气运动的主要性质及某些特定对象的运动特征、要用来说明天气演变的各种具体现象或用于业务预报,还需要有进一步工作相配合。可以预料,如果一大批有丰富实践经验的台站气象工作者也对动力气象的一些基本问题进行研究和应用,不但可以促进动力气象学的发展,也将对天气分析预报实践带来极大的好处。

这本《动力气象学概论》共分十四章,将简单介绍动力气

象学的主要内容和近年来的重要进展。第一章的主要目的是说明动力气象在气象学以及在天气分析预报实践中的地位和作用，使读者对动力气象有一个概略的认识。第二—七章，将简要但比较系统地讨论动力气象学的基本概念。第八—十章主要针对中纬度地区的大尺度运动，叙述各种基本理论，也将介绍一些新的发展。第十一和十三章分别介绍中小尺度系统和热带大气运动的基本动力学特征及一些主要理论。第十二章介绍大气运动的适应过程。大气环流的基本状态以及大气环流（包括行星风带和大型槽脊等）的维持机制，是最后一章——大气环流的主要内容。

第一章 动力气象与天气 分析预报实践

动力气象学及其所研究的问题主要源于天气学，它将天气学中所发现和分析出的现象，通过大气运动基本方程组或针对性的简化方程组进行物理的、定性或定量的解释；同时，动力气象学研究的结果又提供一定的理论依据，且广泛应用于天气预报，特别是定量的数值天气预报。因此，动力气象学所讨论的问题不仅具有理论意义，同时也有实用价值。

§ 1 动力气象与天气分析预报实践

为了说明动力气象同天气分析预报实践的紧密联系，以及动力气象理论在天气分析预报实践中的应用，下面我们举几个实例。

1. 风场和气压场的调整

在天气分析中，我们经常用到地转平衡。但地转关系成立时，大气运动就无时间变化，天气系统也就没有时间演变。实际大气经常出现非地转的情况。当某一地区出现非地转风场之后，随即就会有环流的演变，而且这种演变非常迅速，经过很短的时间（约 3—6 小时），风场和气压场又将接近地转平衡。一般把环流由非地转向地转调整的过程叫做地转适应过程。

预报实践中会看到这样的情况，夏季我国江淮气旋（水平

尺度约几百公里)的形成,大多先在风场上表现出气旋性环流,其后在天气图上才能分析出低压系统。相反夏季西太平洋副热带高压西伸发展时,可以先划出等高(等压)线(此时风场不明显),其后才有反气旋性环流建立。平时我们可能把它们视为当然的现象并不去追究其原因,实际上它们是遵循着动力气象规律的。

上述两种天气系统发展变化的特征,不难从地转适应的尺度理论得到解答。例如,假定初始时刻气压场为零,有一圆形风场存在,用流函数可表示成

$$\psi_0(x, y) = A \left[2 + \left(\frac{R}{L_0} \right)^2 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] e^{-\frac{r^2}{2R^2}} \quad (1.1)$$

其中 $r^2 = x^2 + y^2$, R 是扰动系统(涡旋)的半径; L_0 是所谓“变形半径”; A 为某常数。根据地转适应理论,可以计算出适应后的流场为

$$\psi_1(x, y) = A \left[2 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] e^{-\frac{r^2}{2R^2}} \quad (1.2)$$

而最终风场和初始风场之比则为

$$c_v = \frac{4 - \left(\frac{r}{R} \right)^2}{4 + \left(\frac{R}{L_0} \right)^2 - \left(\frac{r}{R} \right)^2} \quad (1.3)$$

很显然,当 $R \ll L_0$ 时, $c_v \approx 1$; 而当 $R \gg L_0$ 时,则 $c_v \ll 1$ 。这就是说,较小范围的没有气压场支持的风场可以维持,气压场要向它适应,相反,大范围没有气压场支持的风场,则不能维持,将迅速改变。另一方面,如果在初始时刻风场为零,只有气压场存在,则地转适应理论表明,小范围的没有风场支持的气压场是不能维持的;大范围没有风场支持的气压场可以

维持,而风场向它适应。

从上述分析讨论可以看到,用地转适应的尺度理论可以很好地解释一些天气系统的变化情形,大尺度系统往往在气压场(高度场)上反映清楚,而较小尺度的系统往往在流场(风场)上表现明显。由此可以得出有益的启示,就是对于分析预报来讲,较大尺度的系统(如副热带高压等)应该抓气压场,较小尺度的系统(如江淮气旋等)需要抓风场。

2. 中纬度地区天气系统的演变

图 1.1—1.3 是一次北欧高空小槽强烈发展又减弱的例子。1972 年 3 月 22 日 12 时(世界时)的 500 毫巴图上,北欧地区有一个槽,在急流轴以南的槽线基本呈西北——东南向,在急流轴以北的槽线基本呈东北——西南向(图 1.1):两天之后,小槽得到强烈发展,此时扰动的纬向尺度(波长)明显增大,槽线也都转为近乎南——北向(图 1.2)。3 月 27 日槽已显著减弱,槽线由南北向变为东北——西南向,波长也显著缩短(图 1.3)。中纬度天气系统的这种演变过程并非偶然,而是一种较为普遍的现象。近年来将天气系统作为波包处理,得到了一些很有意义的结果。就正压情况而言,天气系统在其演变过程中,系统的位置、强度、尺度、形状和倾斜度等一般都要变化。因此,从动力学上既可以写出相速公式,还可以写出强度变化和波数变化的方程式(公式略)。由图 1.4 还可以看出,在急流轴以北的槽线呈东北——西南向,以南的槽线呈西北——东南向,这是正压发展型;在系统发展过程中槽线将逐渐趋于南北向,并且扰动尺度增大。相反,在急流轴以北槽线呈西北——东南向,以南槽线呈东北——西南向,这是正压衰减型;在系统衰减过程中槽线亦逐渐趋于南北向,并且扰动

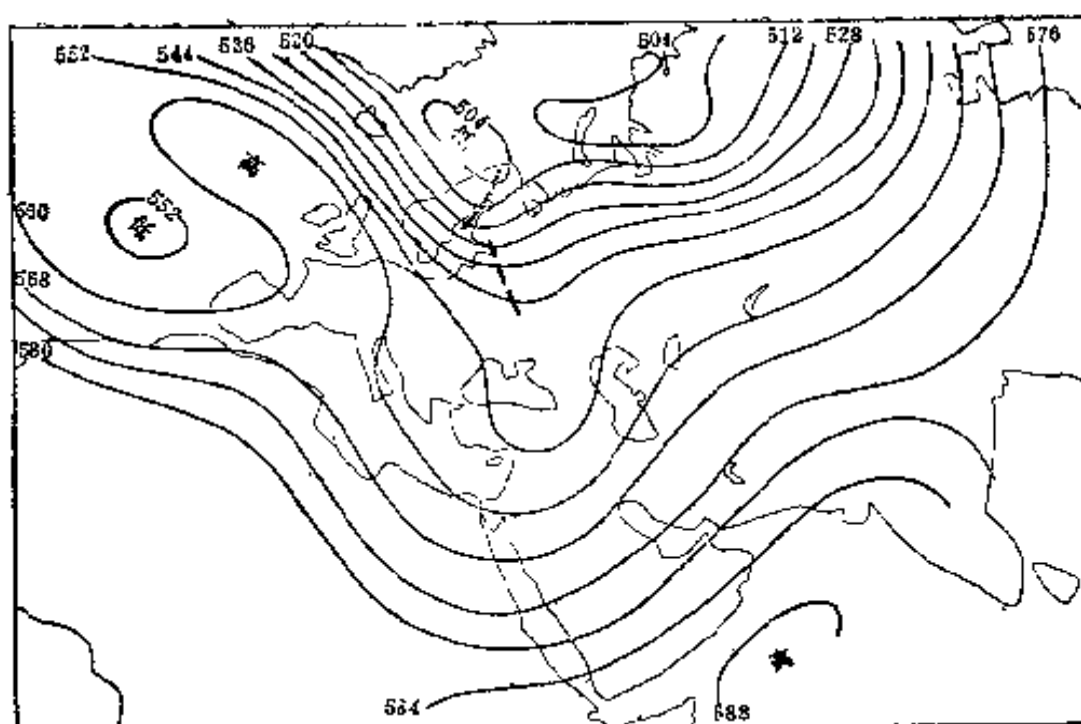


图 1.1 1972 年 3 月 22 日 12 时(世界时,下同)500 毫巴形势图

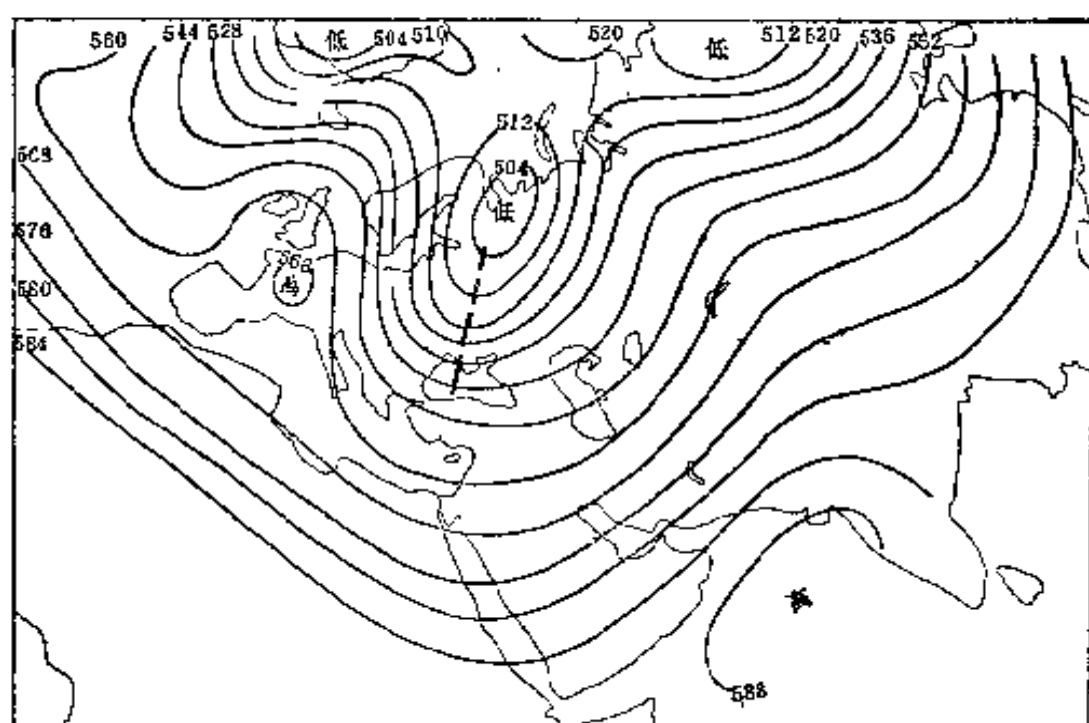


图 1.2 1972 年 3 月 24 日 12 时 500 毫巴形势图

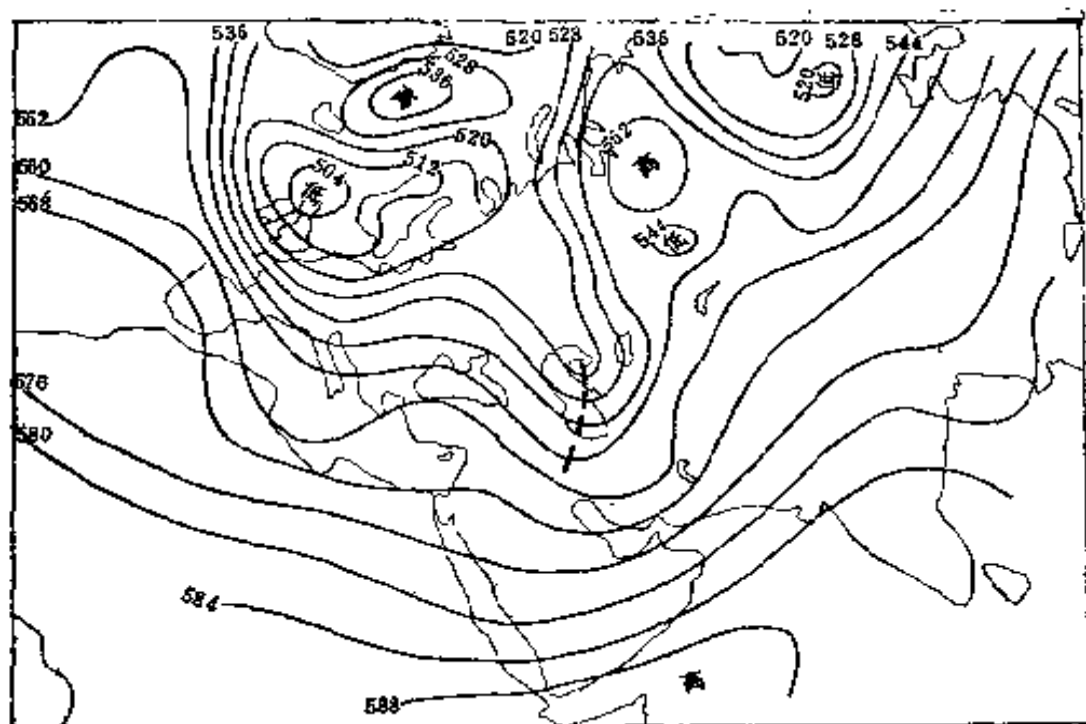


图 1.3 1972 年 3 月 27 日 12 时 500 毫巴形势图

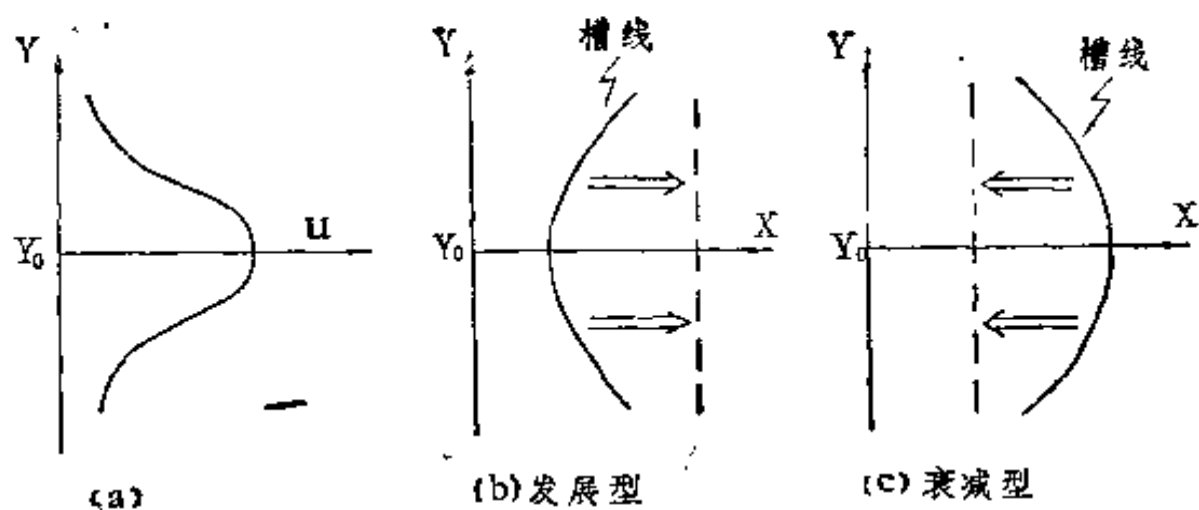


图 1.4 正压发展型和衰减型扰动的结构

尺度减小。

理论分析结果同天气系统演变规律是基本一致的，天气系统的演变由此得到一定理论解释，而我们又可以应用理论

结果指导天气预报实践。

3. 台风发生发展的垂直通风条件

关于台风的发展，六十年代提出了第二类条件不稳定 (CISK) 理论，这个理论的物理本质是：热带低压扰动通过边界层摩擦辐合，使潮湿空气强迫抬升，引起积云对流，水汽凝结潜热的释放使低压中心温度升高、气压下降，出现指向中心的低层流入气流，由于绝对角动量守恒，切向风增大，低压环流加强，从而使对流加强，凝结加热更厉害……，如此循环，造成积云对流与低压环流间的正反馈，使低压发展加强。

最近我们将垂直切变基本气流引入 CISK 模式，在简单的板对称两层模式下，讨论了垂直切变基本气流对 CISK 的影响。在无垂直风切变情况下，扰动发展的增长率类似于过去已有研究的结果。在有基本气流的垂直切变时，增长率将受到削弱，而且其影响同扰动水平尺度有关。图 1.5 是从计算结果得出的，实线为没有基本气流垂直切变的情况，虚线是

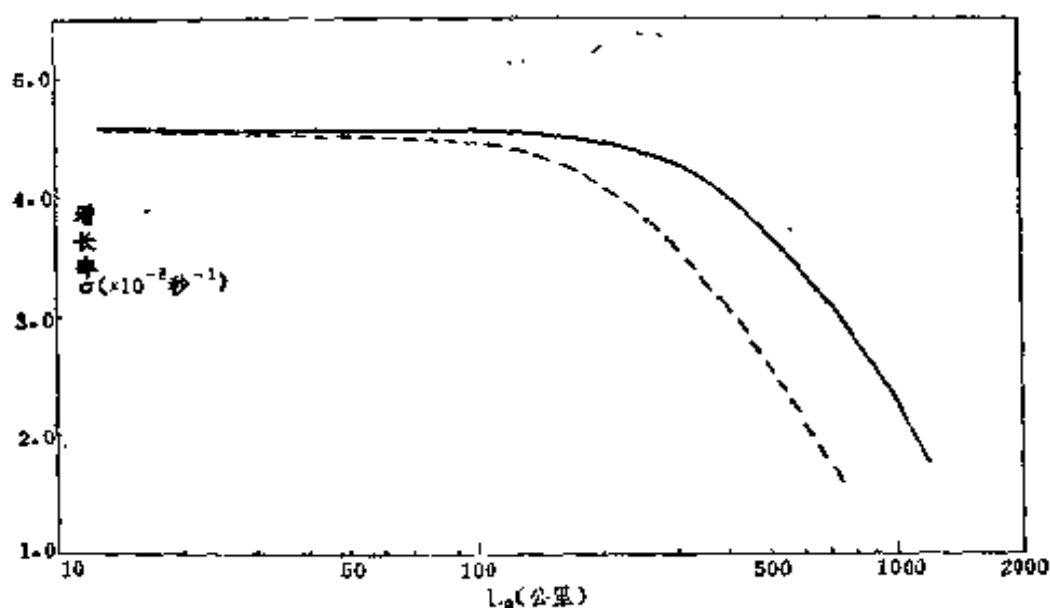


图 1.5 基本气流垂直切变对增长率的影响

有基本气流垂直切变的情况 $\left(\frac{d\bar{u}}{dy}=5\text{米}\cdot\text{秒}^{-1}\cdot(100\text{毫巴})^{1)}\right)$ 。很显然,基本气流的垂直切变将削弱扰动发展的增长率,即不利于台风的发生发展。关于台风发生发展的一系列天气和气候学研究都一致指出,纬向风垂直切变的极小值区同扰动和风暴发展相关,大的切变风场使扰动和风暴受阻。从而人们一直把“弱的对流层风垂直切变”作为扰动和风暴发展的一个必要条件,即所谓“对流层通风”条件。显然,依据 CISK 的理论结果可以对“对流层通风”条件给予动力学解释。

§ 2 动力气象与数值天气预报

动力气象理论奠定了数值预报的物理基础,其成果可直接提供数值预报使用。四十年代发展起来的大气长波理论,由于引入了地转近似,得到了大气大尺度运动中的许多基本规律,特别是依据滤波概念建立了数值预报上所称的滤波模式,使数值天气预报在 50 年代的计算条件下得以实现。里查逊当年所用的预报方程组含有大气中可能出现的各种波动,在计算过程中,声波和重力波等一类快波不仅会模糊大型天气过程的本质,而且更严重的是方程组对快波的敏感性,虚假地产生和放大快波的影响,造成所谓计算不稳定。引入地转近似就滤去了上述快波,仅保留了控制大型天气变化的缓慢涡旋运动。但是,实际大气中存在的重力惯性波对天气演变是有影响的,又需要在预报模式中保留它,因此,七十年代以来已普遍放弃滤波模式而采用原始方程模式。计算不稳定问题

1) 按国家法定计量单位毫巴因改为帕斯卡(1 毫巴=100 帕斯卡)。下文同

的克服，依靠差分格式的构造和缩短时间步长来实现。

大尺度大气运行的一个最基本特征是运动的准地转性，即大气运动在准地转平衡状态下演变（大气运动的演变过程），而在大气中地转偏差又经常存在，因此大气中也存在着地转平衡关系破坏后的适应过程。一系列研究表明，演变过程是一种慢过程，依赖于各种平流作用；适应过程是一种快过程，依赖于地转偏差。适应过程和演变过程的可分性已有理论证明，而且这一理论结果已发展成求解天气预报方程组的分解算法。就是将描写适应过程的部分和描写演变过程的部分分别进行计算，然后叠加或综合，从而使计算逻辑简化，大大节省计算时间，在数值天气预报中得到了广泛的运用。

积云对流活动，尤其是热带地区的积云对流对天气尺度系统的影响，一直是人们所注意的问题。但数值预报计算中水平网格距一般为 100—500 公里，因此很难直接在模式中描写水平尺度为几到几十公里的积云的活动及其影响。动力气象学家提出，用天气尺度系统的物理量，表示积云尺度系统的统计效果的办法，即所谓“积云对流参数化”。把这种积云对流参数化方法用到数值天气预报模式上，可提高预报效果。

以上是动力气象学的发展对数值天气预报的建立和发展所起作用的几个例子，两者的紧密联系是不言而喻的。实际上，世界上的著名动力气象学家大多数又是数值天气预报方面的专家。随着数值天气预报的发展，不仅为动力气象学的研究提供了一种新的方法——数值试验，而且数值天气预报中所遇到的问题也给动力气象提出了崭新的课题。可以预料，随着现代观测系统的发展，以及计算技术和系统的进步，动力气象和数值天气预报将同时得到新的发展。

§ 3 几个重要研究课题

以行星波理论为代表的中纬度大尺度大气运动的动力学研究,几十年来已取得了较大的进展,正如前几节所指出的,不少结果已应用于天气分析和数值天气预报的实践。当然,中纬度大尺度大气运动的许多问题并没有完全搞清楚,不少气象工作者还在致力于有关问题的研究。

近几年来对数值天气预报结果的分析表明,超长波系统预报得不好,对于大范围数值天气预报准确率有重大的影响。由此引起了人们对超长波动力学的重视,从准静止超长波和移动超长波几个方面在进行理论研究。特别是地球大气中的超长波(行星波)活动具有遥相关的特征,有关研究结果可能对大范围的中长期天气预报提供一定依据和办法。

大气中各种形式和各种尺度的运动都不是孤立的,存在相互影响和相互制约的关系,而且其相互作用往往是非线性的。因此,非线性动力学的研究无疑很重要,不仅有理论的意义而且有实际价值。近年来,随着“多重平衡态”理论的提出,大气运动的非线性动力学研究正在普遍开展。

暴雨是对世界各国都有严重影响的灾害性天气,一系列的观测和分析都表明,在暴雨过程中往往有多个中小尺度天气系统活动。因此,中小尺度动力学,包括中小尺度系统的发生发展、活动规律、结构特征、中小尺度系统与天气尺度系统的相互影响等,是近年来大家注意的重要课题,不少国家专门组织了综合观测,开展了理论研究和数值试验。估计今后十年里,在这方面将会有更多的研究成果问世。

热带大气动力学的研究自六十年代中期之后已进行了一

系列的工作,取得了可喜的成果,例如台风发生发展的动力学,热带大气中波动的研究等。但是仍然有许多问题急待解决,尤其是同积云对流凝结加热有关的动力学问题。我国广大区域位于热带和副热带地区,因此热带大气动力学的研究也是急需开展和进行的一项重要课题。

地形对大气环流和天气的影响越来越引起人们的注意,青藏高原不仅对我国的环流和天气造成重要影响,而且对整个东亚甚至全球大气环流都有显著的作用。近年来有关理论研究工作已经开始,但高原的动力、热力作用尚不十分清楚,例如青藏高原对于南亚夏季西南季风的建立、维持及活动的影响就需要很好研究。我国大量的分析研究工作,揭出了许多重要现象,可望深入的动力学理论研究将取得丰硕的成果。

参 考 文 献

- [1] Rossby, C. G., *J. Met.*, (2), 187—204(1945).
- [2] Yeh, T. C.(叶笃正), *J. Met.*, (5), 1—16(1949).
- [3] Kuo, H. L. (郭晓岚), *J. Met.*, (6), 105—122(1949).
- [4] Charney, J. G., *J. Met.*, (4), 125—162(1947).
- [5] 叶笃正, 李麦村, 大气运动中的适应问题, 科学出版社, (1965).
- [6] Zeng Qing-cun (曾庆存), The evolution of Rossby-wave Packet in a three-dimensional baroclinic atmosphere *J. Atmos. Sci.*, 40, (1), (1983).
- [7] Charney, J. G., and Eliassen, A., *J. Atmos. sci.*, 21, 68—75(1964).
- [8] 李崇银, 大气科学, (7)427—431(1983).
- [9] 曾庆存, 气象学报, (33), 163—174, 281—289(1953).
- [10] 曾庆存, 袁重光, 科学通报, (25), 842—845(1980).
- [11] Charney, J. G., et al., *J. Atmos. Sci.*, 36, 1205—1216(1979).

第二章 大气运动的基本方程组

动力气象学是一门根据流体力学与热力学的基本定律来研究在地球大气中所发生的各种运动的学科。因此，从流体力学与热力学的基本定律出发，建立适合于地球大气运动特点的方程组，这是动力气象学最基本的内容。

§ 1 大气中基本的作用力

在地球大气中最基本的作用力有万有引力、气压梯度力与摩擦力，还有由于地球自转而产生的地转偏向力与离心力。

1. 地球引力

根据牛顿万有引力定律，某大气质元受到地球的引力为

$$\mathbf{F}_g = -\frac{GMm}{r^2} \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \right) \quad (2.1)$$

这里 $r = |\mathbf{r}|$ ； G 是万有引力常数 (6.668×10^{-8} 达因·厘米²·克⁻²)¹⁾； M 是地球的质量； m 是大气(或海洋)某质元的质量； \mathbf{r} 是地球中心与该大气质元的距离矢量。这样作用于单位质量的大氣質元的地球引力是

$$\mathbf{F}_g \equiv \mathbf{g}^* = -\frac{GM}{r^2} \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \right) \quad (2.2)$$

设该质元离海平面的高度为 z ，地球的半径为 a (6371 公

1) 按国家法定计量单位规定(达因·厘米²·克⁻²)应改为(牛顿·厘米²·克⁻²)，
(1 达因·厘米²·克⁻² = 10^{-5} 牛顿·厘米²·克⁻²)。下文同

里), 由于 $r = a + z$, 所以(2.2)式可变成

$$g^* = \frac{g_0^*}{\left(1 + \frac{z}{a}\right)^2} \quad (2.3)$$

$g_0^* = -\frac{GM}{a^2}\left(\frac{r}{r}\right)$ 是平均海面处的单位质量所受的引力, 对于对流层与平流层的大气质元, $z \ll a$, 所以可以认为地球对大气质元的引力与高度无关。

2. 气压梯度力

任何一个大气质元, 由于空气分子的杂乱运动, 它要受到周围空气分子运动所产生的压力。这个压力在该质元的上下和东西南北各方向都不一样, 因而在各个方向上产生了气压梯度力, 使得该质元产生运动。

考虑以 (x_0, y_0, z_0) 为中心的大气质元, 其体积 $\delta V = \delta x \delta y \delta z$, 其质元的中心气压为 p_0 , 这样, 在质元的东面受到的气压力是

$$F_{Ax} = -\left(p_0 + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \delta x\right) \delta y \delta z$$

同样, 在质元的西面受到的气压力是

$$F_{Bx} = \left(p_0 - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \delta x\right) \delta y \delta z$$

因此, 作用于质元东西方向的气压梯度力是

$$F_x = F_{Ax} + F_{Bx} = -\frac{\partial p}{\partial x} \delta x \delta y \delta z$$

假设这个质元的密度为 ρ , 则这个质元的质量 $m = \rho \delta x \delta y \delta z$ 。因此, 作用于每单位质量的质元的气压梯度力的 x 分量是

$$F_x = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.4)$$

同理可证，单位质量的气压梯度力的 y 方向及 z 方向的分量分别为

$$F_y = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad F_z = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.5)$$

因此，单位质量气压梯度力的矢量形式是

$$\mathbf{F}_p = -\frac{1}{\rho} \nabla p$$

式中 ∇p 是气压梯度。

这说明气压梯度力是与气压梯度成正比，而不是与气压成比例。

3. 摩 擦 力

当大气质元运动时，由于分子粘性，它还要受到其四周空气分子的粘性力，这种力称摩擦力。单位质量摩擦力 \mathbf{F}_r 在 x 、 y 、 z 方向的分量为

$$\begin{aligned} F_{rx} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) & F_{ry} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ F_{rz} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

μ 为运动粘性系数， u 、 v 、 w 是速度的三个分量。若把 μ 看成不随高度变化，引进运动粘性系数 $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ ，于是单位质量的摩擦力的三个分量可写成

$$F_{rx} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad F_{ry} = \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad F_{rz} = \nu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \quad (2.6)$$

一般在接近地表面的边界层内,需要考虑分子粘性作用。一般取 $\nu = 0.13 \text{ 厘米}^2 \cdot \text{秒}^{-1}$ 。除了接近地表面薄薄一层边界层及 100 公里以上的大气层外,大气中“紊乱”的大大小的湍流涡动所产生的摩擦力要比分子粘性所产生的摩擦力大得多。因此,把(2.6)式所表示的摩擦力应用于实际大气时,式中的 ν 要看成湍流涡动粘性系数,这种情况, ν 称为涡动粘性系数,一般取为 $10^5 \text{ 厘米}^2 \cdot \text{秒}^{-1}$ 。

§ 2 地球大气的运动方程式

1. 旋转坐标、地转偏向力与离心力

为了描述空气质点运动状况,我们必须建立坐标系。因为我们居住在地球上并与其一起旋转,所以要应用坐标原点固定于地球上的坐标系来描述地球大气的运动。这种坐标系随地球而旋转,故称为旋转坐标系。

假如在一个空间固定的坐标系上来观测该坐标系中一个物体的匀速运动。根据牛顿第一定律,如果此物体不受外力作用,它将一直保持匀速直线运动的状态,因此,这种在空间固定不变的坐标系称为惯性坐标系。然而,地球是旋转的,从惯性坐标系来看地球上任何一个静止的物体,它不是静止的;在地球上作匀速运动的物体,它不是匀速的,而是加速运动,这样就有一个力产生。下面简单阐述一下这个力是如何产生的。

假如在惯性坐标系中看地球上某物体的运动,该物体运动随时间的变化是 $\frac{da}{dt}$, 地球为一旋转坐标系并以角速度 Ω 旋转,在这坐标系中所看到的运动的距离 A 。那么,从惯性坐

标系看位于旋转坐标系中矢量 A 的时间变化, 应该是矢量 A 在旋转坐标系中的时间变化 $\frac{d_r}{dt}A$ 与由于坐标系以角速度 Ω 旋转而引起了矢量 A 变化的和, 即

$$\frac{d_a A}{dt} = \frac{d_r A}{dt} + \Omega \times A \quad (2.7)$$

若把 A 看成大气质元的位置矢量 r , 那么 Ω 是地球自转角速度 ($7.292 \times 10^{-5} \text{秒}^{-1}$)。从 (2.7) 式可以得到惯性坐标系的速度 (V_a) 与旋转坐标系中速度 (V_r) 的关系, 即

$$V_a = V_r + \Omega \times r \quad (2.8)$$

这样, 在惯性坐标系里的加速度与旋转坐标系中加速度的关系可由 (2.7) 式得到

$$\frac{d_a V_a}{dt} = \frac{d_r V_a}{dt} + \Omega \times V_a \quad (2.9)$$

将 (2.8) 式代入 (2.9) 式, 则得

$$\frac{d_a V_a}{dt} = \frac{d_r}{dt} (V_r + \Omega \times r) + \Omega \times (V_r + \Omega \times r)$$

根据矢量公式, 将有

$$\frac{d_a V_a}{dt} = \frac{d_r V_r}{dt} + 2 \Omega \times V_r - \Omega^2 R \quad (2.10)$$

上式 R 的方向与地球自转轴成直角, 其大小等于离开自转轴的距离。 $2 \Omega \times V_r$ 是地球偏向加速度, 也是单位质量所受的地转偏向力。地转偏向力也称科里奥利力 (Coriolis force), 它对大气运动起着重要作用, 其方向与地球自转轴垂直。

假设一气块相对于惯性坐标系作匀速运动, 如果从转动轴垂直于运动平面的旋转坐标系中来观测, 则气块的路径就会出现弯曲 (见图 2.1), 这就是地转偏向力的作用。 $\Omega^2 R$ 是离心加速度, 也是单位质量所受的离心力, 如图 2.2 所示其方

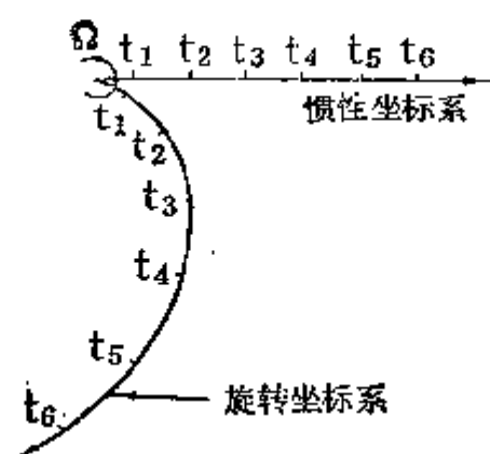


图 2.1 从惯性坐标系与从旋转坐标系观测到的物体运动

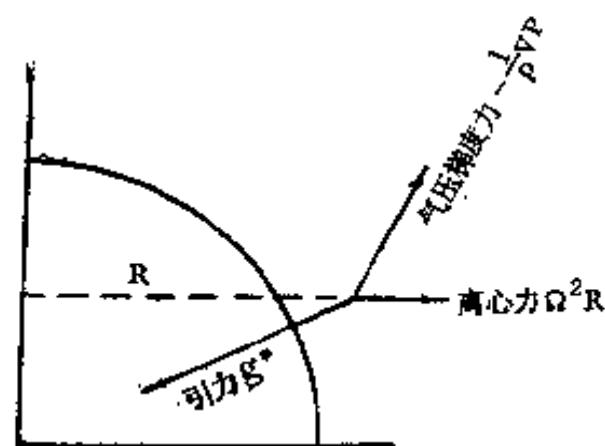


图 2.2 大气质元所受的作用力

向沿 R 指向外。

公式 (2.10) 所表示的关系说明了从惯性坐标系所看到的加速度等于从旋转坐标系所看到的加速度与地转偏向加速度、离心加速度之和。

2. 大气运动方程

根据牛顿第二定律，在惯性坐标系所看到的单位质量大气质元的加速度等于作用于单位质量大气质元上力的总和 (图 2.2)

$$\frac{d_a \mathbf{V}_a}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g}^* + \mathbf{F}_r \quad (2.11)$$

把 (2.10) 式代入，这样，在旋转坐标系所观测到的加速度是

$$\frac{d_r \mathbf{V}_r}{dt} = -2 \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_r - \frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \mathbf{F}_r \quad (2.12)$$

如图 2.2 所示，单位质量大气所受的重力是单位质量大气所受到的地球吸引力与离心力的合力，即 $\mathbf{g} = \mathbf{g}^* + \boldsymbol{\Omega}^2 \mathbf{R}$ 。气象上所用的重力，其方向除极地与赤道外，一般并不指向地球

中心，其值一般用 45° 纬度海平面的重力加速度值，即 $g = 9.806 \text{ 米} \cdot \text{秒}^{-2}$ 。

3. 球面大气的运动方程式

把所得到的矢量形式的运动方程式应用于实际大气运动

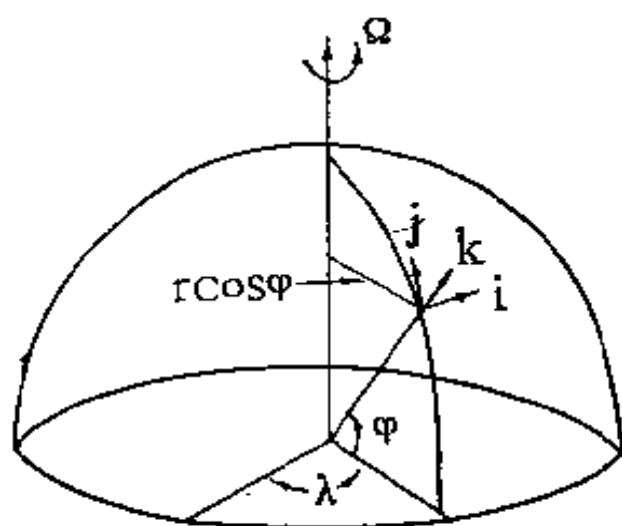


图 2.3 球坐标

时，就要写成分量形式。因地球是球形的，故采用球坐标系来表示分量形式最为合适。如图 2.3 所示， λ 为经度， φ 为纬度， r 为离球心的距离。在球坐标中，速度的三个分量（以下都是研究旋转坐标系的速度变化，故略去下标 r ）是

$$u = r \cos \varphi \frac{d\lambda}{dt} \quad v = r \frac{d\varphi}{dt} \quad w = \frac{dr}{dt}$$

如在球面上各点定义一个直角坐标系 (i, j, k) (见图 2.3)，其坐标系是随地点不同而不同，则 i, j, k 的方向随 λ, φ, r 的变化而变化。若把(2.12)式中的速度 V 以这个坐标系表示，则得

$$V = ui + vj + wk \quad (2.13)$$

定义 k 的方向是垂直于与地球表面相切的平面，与指向球心方向相反取为正， i 位于与地球表面相切的平面里，沿纬度线向东为正。 j 也位于同一平面，取沿经度线向北为正。因此，加速度由(2.13)式对时间取微商可得

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{du}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv}{dt}\mathbf{j} + \frac{dw}{dt}\mathbf{k} + u\frac{d\mathbf{i}}{dt} + v\frac{d\mathbf{j}}{dt} + w\frac{d\mathbf{k}}{dt} \quad (2.14)$$

$\frac{d\mathbf{i}}{dt}$ 、 $\frac{d\mathbf{j}}{dt}$ 、 $\frac{d\mathbf{k}}{dt}$ 为曲率项, 随 λ 、 φ 、 r 不同而不同。从上式可以知道, 在球面坐标系中, 加速度等于在球面上所观测到的速度与由于地球曲率所引起曲率项之和。由图 2.3 所示的球坐标与直角坐标系的关系, 可以得到下式

$$\frac{d\mathbf{i}}{dt} = u \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial \lambda} + \frac{v}{r} \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial \phi} + w \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial r}$$

同样

$$\frac{d\mathbf{j}}{dt} = u \frac{1}{r \cos \varphi} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial \lambda} + \frac{v}{r} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial \phi} + w \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial r}$$

$$\frac{d\mathbf{k}}{dt} = u \frac{1}{r \cos \varphi} \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \lambda} + \frac{v}{r} \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \phi} + w \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial r}$$

我们利用旋转坐标系的单位矢量 \mathbf{i} 、 \mathbf{j} 、 \mathbf{k} 与惯性坐标系单位矢量的关系, 由于 \mathbf{i} 、 \mathbf{j} 并不依赖于 r , 就可以得到下面几个关系式

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial \lambda} = \sin \varphi \mathbf{j} - \cos \varphi \mathbf{k} \\ \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial \lambda} = -\sin \varphi \mathbf{i} \\ \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \lambda} = \cos \varphi \mathbf{i} \end{cases} \quad (2.15)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial \varphi} = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial \varphi} = -\mathbf{k} \\ \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \varphi} = \mathbf{j} \end{cases} \quad (2.16)$$

把(2.15)、(2.16)式分别代入上面三个关系式,则可得

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = -\frac{u \operatorname{tg} \varphi}{r} j - \frac{u}{r} k \\ \frac{dj}{dt} = -\frac{u \operatorname{tg} \varphi}{r} i - \frac{v}{r} k \\ \frac{dk}{dt} = \frac{u}{r} i + \frac{v}{r} j \end{cases} \quad (2.17)$$

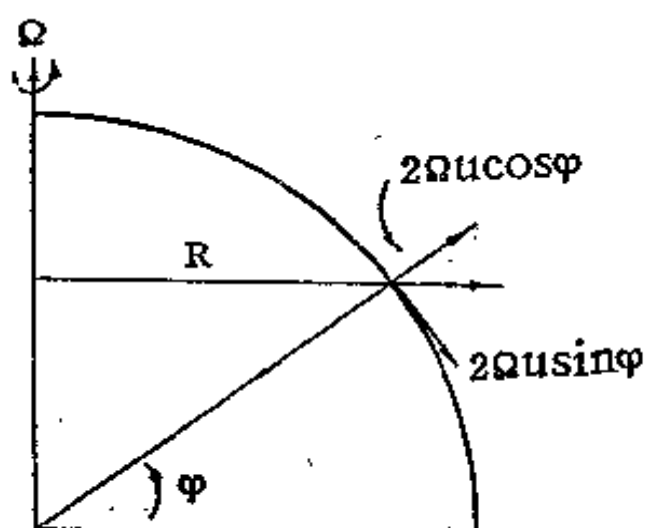


图 2.4 地转偏向力的分量

上式即为球坐标系中加速度的分量形式。

为了得到运动方程的分量形式还必须把地转偏向向上写成分量形式。把地球自转角速度投影到 i 、 j 、 k 坐标系 (见图 2.4), 在 i 方向 $\Omega_x = 0$, j 方向 $\Omega_j = \Omega \cos \varphi$, k 方向 $\Omega_k = \Omega \sin \varphi$ 。地转偏向力的三

$$\begin{aligned} -2 \Omega \times V &= -2 \Omega \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ u & v & w \end{vmatrix} \\ -2 \Omega \times V &= -(2 \Omega w \cos \varphi - \\ &\quad -2 \Omega v \sin \varphi) i \\ &\quad -2 \Omega u \sin \varphi j + 2 \Omega u \cos \varphi k \quad (2.18) \end{aligned}$$

由(2.12)、(2.14)与(2.17)、(2.18)式可以得到球坐标系中三个分量的运动方程式

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} + \frac{uv \operatorname{tg} \varphi}{a} + \frac{uw}{a} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2 \Omega v \sin \varphi - \\ \quad - 2 \Omega w \cos \varphi + F_x \\ \frac{dv}{dt} + \frac{u^2 \operatorname{tg} \varphi}{a} + \frac{vw}{a} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2 \Omega u \sin \varphi + F_y \\ \frac{dw}{dt} - \frac{u^2 + v^2}{a} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + 2 \Omega u \cos \varphi + F_z \end{cases} \quad (2.19)$$

式中 $\partial x = a \cos \varphi \partial \lambda$; $\partial y = a \partial \varphi$ 。

从上式可以看出某一分量的加速度与曲率项之和是与该坐标分量的气压梯度力、地转偏向力与摩擦力相平衡。方程组(2.19)是最一般的运动方程式,它能够描述从近地面层附近到全球大气环流的各种各样的运动。

§ 3 运动方程式的简化

1. 尺度分析理论

大气的运动是复杂的,它包含着各种空间尺度与时间尺度的运动(表 2.1)。因此,针对所研究的对象的各种特征尺度,对运动方程式中各项进行数量级估计,若忽略某些不损害

表 2.1 大气运动的水平尺度与时间尺度

运动种类	超长波	长 波	高、低压	台 风	积 云	大气边界层 小尺度运动	湍 流
水平尺度	10^4 公里	$10^3 \sim 10^4$ 公里	10^3 公里	10^2 公里	1—10 公 里	100 米—1 公 里	1 厘米— 100 米
时间尺度	2 周	几天	2—3 天	2—3 天	几小时	几 小 时	几分钟

物理本质的小项,可使得方程式大大简化,这种方法一般称尺度分析方法。利用尺度分析方法必须考虑如下三点:① 所研究的对象中其物理量的大小;② 在该现象中物理量变动的振幅;③ 其现象的特征时间尺度与特征的空间尺度。

2. 大尺度运动的水平运动方程的简化

根据最常见的天气系统——移动性长波槽脊的水平特征尺度 L (10^8 厘米),特征水平速度 U (10^3 厘米·秒 $^{-1}$);特征高度 H (10^6 厘米);特征垂直速度 W (1 厘米·秒 $^{-1}$)、特征时间尺度 T (10^5 秒)、扰动的气压变化 (10 毫巴)、地转偏向参数 $f = 2 \Omega \sin \varphi$ (10^{-1} 秒 $^{-1}$)、 ρ (10^{-3} 克·厘米 $^{-3}$)、大气的涡动粘性系数 ν (10^5 厘米 2 ·秒 $^{-1}$)等代入方程(2.19)的水平运动方程中各项进行运算,其结果见表 2.2。

表 2.2 水平运动方程的尺度分析

	A	B	C	D	E	F	
x 分量	$\frac{du}{dt}$	$-2 \Omega v \sin \varphi$	$+2 \Omega w \cos \varphi$	$-\frac{uw}{a}$	$-\frac{uv}{a} \lg \varphi$	$=\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$	$+ \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$
y 分量	$\frac{dv}{dt}$	$+2 \Omega u \sin \varphi$		$-\frac{vw}{a}$	$+\frac{u^2}{a} \lg \varphi$	$=\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$	$+ \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$
各项尺度	$\frac{U^2}{L}$	$f_0 U$	$f_0 W$	$\frac{UW}{a}$	$\frac{U^2}{a}$	$\frac{\Delta p}{\rho L}$	$\nu \frac{U}{H^2}$
数量级	10^{-2}	10^{-1}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-3}	10^{-1}	10^{-4}

从表 2.2 可以看到,在 x 分量式中 $2 \Omega w \cos \varphi$ 、 $\frac{uw}{a}$ 、 $\nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ 是小项,可以略去。 y 分量式中 $\frac{vw}{a}$ 、 $\nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$ 是小项可以略去。因此,描写水平波长从 1000 公里到数千公里的长波运

动时，水平运动方程可简化成下式

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} - \frac{uv}{a} \operatorname{tg} \varphi - f v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{dv}{dt} + \frac{u^2}{a} \operatorname{tg} \varphi + f u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \end{cases} \quad (2.20)$$

3. 大尺度运动的垂直运动方程的简化

对于垂直运动方程也可以应用上述所规定的特征尺度进行类似的尺度分析。由于从地面到对流层顶气压约降低 I 个量级，因此，垂直气压梯度的尺度可取为 P_0/H ， H 为对流层的厚度， P_0 为地面气压。把各特征尺度代入到方程(2.19)的垂直运动方程中，则可得各项的数量级见表 2.3。

表 2.3 垂直运动方程的尺度分析

	A	B	C	D	E	F
z 分量	$\frac{dw}{dt}$	$-2 \Omega u \cos \varphi$	$-\frac{u^2 + v^2}{a}$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$	$-g$	$+v \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$
各项尺度	$\frac{UW}{I}$	$f_0 U$	$\frac{U^2}{a}$	$\frac{P_0}{\rho H}$	g	$v \frac{W}{H^2}$
数量级	10^{-5}	10^{-1}	10^{-3}	10^3	10^3	10^{-8}

从表 2.3 可以看到，则 $\frac{dw}{dt}$ 、 $2 \Omega u \cos \varphi$ 、 $\frac{u^2 + v^2}{a}$ 、 $v \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$ 均可以忽略不计，气压梯度力与重力占绝对优势，这就是说气压场是高精度地处于静力平衡，即任意点的气压仅仅等于该点的单位横截面积上气柱的重量。因此，垂直运动方程就简化成静力平衡公式，即

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -g \quad (2.21)$$

同样，也可对积云运动这样小的尺度现象进行相似的尺度分析，从而得出一组适合于小尺度的运动方程组。此外，我们还可以利用加速度的特征尺度与地转偏向力的特征尺度的比值，即罗斯贝数 $R_o = U/FL$ 来进行严格的尺度分析，建立最适合于各种现象的运动方程式。

§ 4 连续方程

前面介绍了根据牛顿第二定律建立的大气运动方程。因为垂直运动随时间的变化要比垂直方向的气压梯度力或重力小 7 个量级。故天气系统的垂直运动不能由垂直运动方程来求得。但垂直运动对天气预报也是一个重要的物理量，故用质量守恒原理把垂直运动与水平运动联系起来，就可以从水平运动来估计垂直运动。根据质量守恒原理：大气中一定容积 V 的气块，其质量随时间是不变的，但是，由四周空气流入此气块或由气块向四周空气流出都会引起该气块的密度或者体积的变化，由密度所引起的质量变化 $V \frac{d\rho}{dt}$ 与体积所引起的质量变化 $\rho \frac{dV}{dt}$ 之和为零，即

$$V \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{dV}{dt} = 0 \quad (2.22)$$

而散度是容积对于原来容积的单位时间增大率，即

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} \quad (2.23)$$

所以

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \cdot \nabla \mathbf{V} = 0 \quad (2.24)$$

从上式可以看出,若气块的空气向外辐散,气块密度就要减小;若气块四周的空气向气块里辐合,气块的密度就要增加。假定空气为不可压缩,即 $d\rho/dt=0$,这样可得到 $\nabla \cdot V=0$,则不可压缩的连续方程为

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.25)$$

(2.24)式称质量守恒公式。若用矢量公式

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = \rho \nabla \cdot \mathbf{V} + \mathbf{V} \cdot \nabla \rho$$

则(2.24)式也可写成

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (2.26)$$

这是连续方程的另一公式,它说明了对于空间固定的单位体积来说,质量的净流入量等于在该体积内密度的时间变化。

状态方程及热力学方程(详细内容在以后章书中讲)如下

$$p = \rho R T \quad (2.27)$$

$$c_v \frac{dT}{dt} - \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = Q \quad (2.28)$$

其中 c_v 是定容比热, Q 是单位时间单位质量的加热量。

由式(2.20)、(2.21)、(2.24)、(2.26)、(2.27)、(2.28)组成了大尺度大气运动的基本方程组。

§ 5 p -坐标系中的大气运动 基本方程组

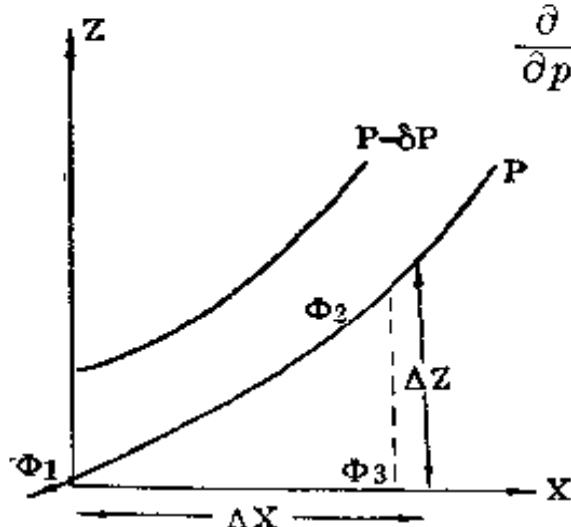
在静力平衡成立的大尺度运动系统中,气压 p 随高度单调减少,因此可用 p 代替 z 作为一个垂直坐标。并且由于在

高空气象观测中, 气温与湿度等要素是作为气压的函数来测定, 高空天气图是在等压面上进行分析的, 因此, 把 z 坐标系中的方程组变换到 p -坐标系中来讨论大气运动比较方便。

1. p -坐标的运动方程

等高面上某一点的气压值与等压面上高度值是一一对应的。在等压面上往往应用重力位势 ϕ 来表示高度, 它等于等压面上高度值乘上重力加速度。这样, 在 z -坐标系中的静力学平衡公式可以变成下式

$$\frac{\partial}{\partial p}(gz) = \frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{1}{\rho} \quad (2.29)$$



如图 2.5 所示, 等压面与等高面并不一致, 所以一个物理量沿等压面上的水平变化应等于这个物理量沿等高面的水平变化与由于等压面在等高面倾斜所产生的变化之和。

见图 2.5, 在 p -坐标系中任意的物理量 ψ 在 x 方向的微商是

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_p = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[\frac{(\psi_2 - \psi_1)}{\Delta x} \right]$$

来定义。然而, 从图 2.5 可以看出

$$\frac{\psi_3 - \psi_1}{\Delta x} = \frac{\psi_2 - \psi_1}{\Delta x} - \frac{\psi_2 - \psi_1}{\Delta z} \cdot \frac{\Delta z}{\Delta x}$$

若 $\Delta x \rightarrow 0, \Delta z \rightarrow 0$, 则

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_{x,y,t} = \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_{x,p,t} - \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)_{x,y,t} \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{x,p,t}$$

上式中下标表示在这个下标所表示的自变量不变之下取偏微商。不言而喻, $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)$ 表示等压面在 x 方向的倾斜。然而, 当静力平衡成立时, 由于

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)_{x,y,t} = \frac{\partial \psi}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{x,y,t} = -\rho g \left(\frac{\partial \psi}{\partial p}\right)_{x,y,t}$$

所以

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_z = \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_p + \rho g \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_p \frac{\partial \psi}{\partial p} \quad (2.30)$$

上式省略了下标 y 、 t , 同样有

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)_z = \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)_p + \rho g \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_p \frac{\partial \psi}{\partial p} \quad (2.31)$$

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\right)_z = \left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\right)_p + \rho g \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_p \frac{\partial \psi}{\partial p} \quad (2.32)$$

这样

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} &= \frac{\partial \psi}{\partial t} + u \frac{\partial \psi}{\partial x} + v \frac{\partial \psi}{\partial y} + w \frac{\partial \psi}{\partial z} \\ &= \left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\right)_p + u \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)_p + v \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)_p - \rho g w \frac{\partial \psi}{\partial p} \\ &\quad + \rho g \left[\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_p + u \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_p + v \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_p \right] \frac{\partial \psi}{\partial p} \end{aligned} \quad (2.33)$$

因为

$$\omega = \frac{dp}{dt} = -\rho g w + \rho g \left[\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)_p + u \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_p + v \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_p \right]$$

所以, 最后可得到在 z -坐标系中的全微商与在 p -坐标系中全微商的关系

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \left(u \frac{\partial}{\partial x}\right) + \left(v \frac{\partial}{\partial y}\right) + \omega \frac{\partial}{\partial p} \quad (2.34)$$

上式说明了在 p -坐标系中的全微商中只要用 $\omega \frac{\partial}{\partial p}$ 来代替

z -坐标系中的 $w \frac{\partial}{\partial z}$ 就可以。我们把气压梯度力变成等压面的位势沿等压面的水平变化就可以得到 p -坐标系中的大气运动方程, 即

$$\frac{du}{dt} - \frac{uv}{a} \operatorname{tg} \varphi - fv = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2.35)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{u^2}{a} \operatorname{tg} \varphi + fu = -\frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (2.36)$$

2. ω 与 w 之间的关系

ω 是 p -坐标系中的垂直运动, 而 w 是 z -坐标系中的垂直运动, 根据上面两个坐标系的变换关系

$$\begin{aligned} \omega &= -\rho g w + \rho g \left[\left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)_p + u \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_p + v \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_p \right] \\ &\approx -\rho g w \end{aligned} \quad (2.37)$$

$\omega < 0$ 表示上升运动, $\omega > 0$ 表示下沉运动, 通常在大尺度系统中 ω 约 10^{-3} 毫巴·秒⁻¹, 相当于 w 约 1 厘米·秒⁻¹。

3. p -坐标系中的连续方程

在 p -坐标系中的质量守恒公式可用各种各样方法来推导, 我们从(2.24)式出发, 即

$$-\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right]$$

将(2.30)—(2.33)代入上式, 则得

$$\begin{aligned} &-\frac{1}{\rho} \left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_p + u \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right)_p + v \left(\frac{\partial \rho}{\partial y} \right)_p + \omega \frac{\partial \rho}{\partial p} \right] \\ &= \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_p + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_p + \rho g \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_p \frac{\partial u}{\partial p} + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_p \frac{\partial v}{\partial p} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial v}{\partial p} \left[\left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)_p + u \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_p + v \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_p - \frac{\omega}{\rho g} \right] \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \\
& = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_p + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_p + \rho g \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_p \frac{\partial u}{\partial p} + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_p \frac{\partial v}{\partial p} \right] \\
& + \frac{\partial}{\partial p} \left[\left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)_p + u \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_p + v \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_p \right] \cdot (-\rho g) - \\
& \quad - \left[\frac{1}{\rho g} \frac{\partial \omega}{\partial p} + \omega \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{\rho g} \right) \right] (-\rho g) \\
& = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_p + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_p + \rho g \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_p \frac{\partial u}{\partial p} + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_p \frac{\partial v}{\partial p} \right] \\
& \quad - \rho g \frac{\partial}{\partial p} \left[\left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)_p + u \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_p + v \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_p \right] + \frac{\partial \omega}{\partial p} \\
& - \frac{\omega}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_p + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_p + \frac{\partial \omega}{\partial p} + \rho g \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_p \frac{\partial u}{\partial p} \right. \\
& \quad + \left. \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_p \frac{\partial v}{\partial p} \right] - \frac{\omega}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} - \rho g \frac{\partial}{\partial p} \left[\left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)_p \right. \\
& \quad + \left. u \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_p + v \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_p \right] \\
& = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_p + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_p + \frac{\partial \omega}{\partial p} + \rho g \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_p \frac{\partial u}{\partial p} + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_p \right. \\
& \quad \left. \frac{\partial v}{\partial p} \right] - \frac{\omega}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} - \rho g \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right) + u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right) + v \frac{\partial}{\partial y} \right. \\
& \quad \left. \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right) \right] - \rho g \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_p \frac{\partial u}{\partial p} + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_p \frac{\partial v}{\partial p} \right] \\
& = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_p + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_p + \frac{\partial \omega}{\partial p} - \frac{\omega}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} + \frac{1}{\rho} \left[\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_p \right. \\
& \quad + \left. u \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right)_p + v \left(\frac{\partial \rho}{\partial y} \right)_p \right]
\end{aligned}$$

消去等式两边相同项，则可得

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_p + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_p + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (2.38)$$

上式中密度的个别微商不出现,它与 z -坐标系中不可压缩的连续方程一样,其形式特别简单,这就是 p -坐标系的主要优点。因此,大尺度运动一般采用 p -坐标系较合适。

4. p -坐标系中的热力学方程

把 z -坐标系中的热力学方程应用状态方程(2.27)与 p -坐标系中的静力学公式就可以得到 p -坐标系中的热力学方程。

(2.28)式可以改写成

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + \omega \frac{\partial T}{\partial p} - \frac{1}{c_p \rho} \omega = \frac{Q}{c_p} \quad (2.39)$$

根据在 p -坐标系中的静力平衡公式

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{1}{\rho} = -\frac{RT}{p}$$

可得

$$T = -\frac{p}{R} \frac{\partial \phi}{\partial p} \quad (2.40)$$

把上式代入(2.39), 可得

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + \frac{R}{p} \left(\frac{1}{c_p \rho} - \frac{\partial T}{\partial p} \right) \omega = -\frac{RQ}{c_p p}$$

这里

$$\begin{aligned} \frac{R}{p} \left(\frac{1}{c_p \rho} - \frac{\partial T}{\partial p} \right) &= \frac{1}{p} \left[\frac{R}{c_p} \left(-\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + p \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \right] \\ &= \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p} \left[p \frac{\partial \phi}{\partial p} - \frac{R}{c_p} \phi \right] = S \end{aligned} \quad (2.41)$$

S 是静力稳定度。所以在 p -坐标系中的热力学方程可以写成

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + S \omega = -\frac{RQ}{c_p p} \quad (2.42)$$

这样由方程(2.29), (2.35), (2.36), (2.38), (2.42)组成了在 p -坐标系中的大气运动基本方程组, 即

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{du}{dt} - \frac{uv}{a} \operatorname{tg} \varphi - f v = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{dv}{dt} + \frac{u^2}{a} \operatorname{tg} \varphi + f u = -\frac{\partial \phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{1}{\rho} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \\ p = \rho R T \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \cdot \nabla \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + S \omega = -\frac{R Q}{c_p p} \end{array} \right. \quad (2.43)$$

(2.43)式一般称原始方程组, 它不仅是动力气象学中最基本的方程组, 也是数值天气预报与大气环流中最常用的方程组。

利用 p -坐标系中的运动方程组描述对流层及平流层低层的大气运动有其优越性, 但描述平流层上层及中层大气的运动是不太合适的。因为本来在 z -坐标系中, 垂直距离是很大的, 而变换到 p -坐标系中, 由于高度高, p 值很小, 这样在用数值解法时, 其垂直差分的间隔就变得很小, 从而使得波解产生歪曲, 所以一般描写高层大气的运动, 还是采用在 z -坐标系中的方程组。

另外, 无论是 z -坐标系或 p -坐标系, 地面都不是一个坐标面, 因此, 当考虑地形影响时, 其下边界条件则比较复杂, 并且由于地形的缘故, 有些等压面的天气图上某些区域就变成空白区, 为了消除这些缺陷, 故往往用 σ -坐标系, $\sigma = \frac{p}{p_s}$ 或

$\sigma = \frac{p - p_t}{p_s - p_t}$, p_s 是地面气压, p_t 是某一固定气压值, 如取模式顶的气压, 在 p_s 处, $\sigma = 1$, 也即表示地表面, 这样容易引入下边界条件。

我们可以利用所得到的基本方程组讨论各种天气系统的演变及大气中一些主要动力过程, 并且随着计算数学及电子计算机的发展, 预报这些天气系统的演变过程会愈来愈精确。近年来利用大气环流模式来模拟大气中各种各样的动力过程也日益发展。

参 考 文 献

- [1] 曾庆存, 数值天气预报的数学物理基础, 科学出版社, (1979)。
- [2] 小仓义光, 黄荣辉译, 大气动力学原理, 科学出版社, (1981)。
- [3] 霍尔顿, 中国人民解放军空军气象学院译, 动力气象学引论, 科学出版社, (1980)。
- [4] 栗原宜夫, 大气力学入门, 岩波全书, (1978)。

第三章 大气热力学

热能生风这个通俗的道理说明了大气热力作用是大气运动的根本原因。因此，在动力气象学中讨论大气热力学的有关问题是很有必要的。本章将着重讲述各种主要温度参数的表示方法、它们的物理意义及其在天气分析预报中的应用。

§ 1 状态方程

研究任何一个热力系统时，总要寻找几个能够定量表征该系统物理特征的量，该量称为状态参数。如干空气热力系统的状态参数有四个：质量 δM 、体积 $\delta \tau$ （或用密度 $\rho = \frac{\delta M}{\delta \tau}$ ，即单位体积内的干空气质量）、压力 p 和温度 T 。在气象上，有时也用比容 α 。比容和密度互为倒数，即 $\rho = \frac{1}{\alpha}$ 。因此，对于单位质量的干空气，其状态参数只有三个，即 p 、 T 、 ρ 或 p 、 T 、 α 。表示三个状态参数之间关系的方程，称为状态方程。气象上通常研究的是理想气体，干空气的理想气体状态方程为

$$p = \rho R_d T \text{ 或 } p \alpha = R_d T \quad (3.1)$$

其中 R_d 为单位质量干空气的气体常数。当 $p_0 = 760$ 毫米水银柱高、 $T_0 = 273.16 \text{ K}$ 、 $\alpha_0 = 773.4 \text{ 厘米}^3 \cdot \text{克}^{-1}$ 时， $R_d = 2.87 \times 10^6 \text{ 厘米}^2 \cdot \text{秒}^{-2} \cdot \text{度}^{-1}$ 。(3.1)式可以用图解(图 3.1)说明。由图可见，当温度相同时，气压增大则比容减小，即呈反比关系；而当气压(或比容)相同时，比容(或气压)与温度呈正比关系。因此，当给定其中二个状态参数时，另一个参数也就被确

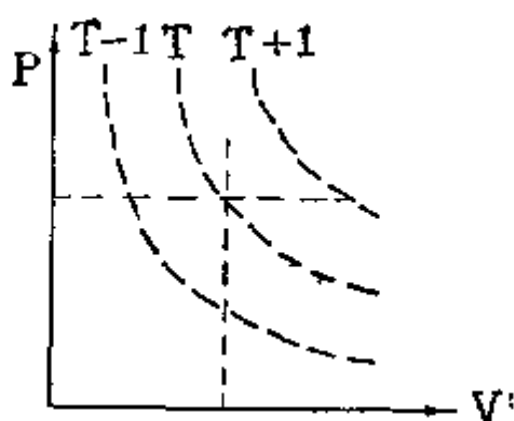


图 3.1
(横坐标为比容)

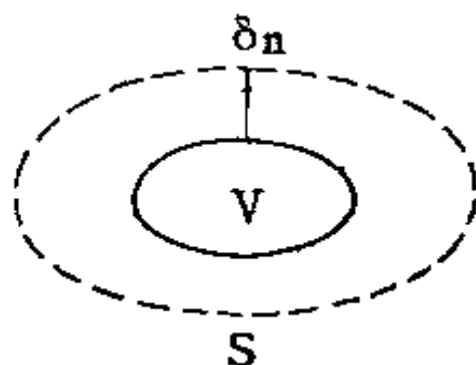


图 3.2

定。

对于未饱和的湿空气,除了干空气的三个参数外,还有一个湿度参数。气象上常用的湿度参数有:湿空气中的水汽分压力 e ;湿空气中的水汽质量与其中干空气质量之比,即混合比 $w = \frac{M_v}{M_d}$;湿空气中含有的水汽质量与湿空气质量之比,即比湿 $q = \frac{M_v}{M}$;混合比与饱和混合比之比,即相对湿度 $f = \frac{W}{W_s}$;以及露点温度 T_d 等。湿度参数通常只用一个,他们之间是可以相互推导的。

湿空气的状态方程为

$$p = \rho R_d T_v \quad (3.2)$$

这就是说,对于水汽的存在,利用绝对温度加以订正的办法,仍可采用干空气状态方程的形式。 T_v 为订正后的温度,称为绝对虚温。

状态方程是气象上最常用的基本方程之一。它表示在某个给定时刻的状态参数间的相互关系而不考虑状态参数的变

化。研究状态参数随时间变化的方程称为变态方程，或称过程。

§ 2 热力学第一定律

大家知道，气块受热膨胀，因而对四周大气做功。如果这个气块的气压是 p 。比容是 α 则单位质量物体膨胀做功为

$$\delta w = p \delta \alpha = p \cdot S \cdot \delta n$$

式中 S 为空气的表面积， δn 为垂直于表面积向外膨胀的距离（图 3.2）。任何一部分气体都有一定的可以变为功的能量储蓄，它可以由别的物体通过作机械功或热量输送等方式增加（或减小）这种能量储蓄。能量之间的相互转换是热力学第一定律所讨论的基本问题。在转换过程中，有两个物理量是值得注意的，即：一卡的热能够转换成 4.186×10^7 尔格¹⁾ 的功，这个量称为热功当量，用 J 表示；另一个物理量是一个尔格的功可以产生 2.389×10^{-8} 卡²⁾ 的热量，这个量称为功热当量，用 A 表示。还有一个问题我们要了解的，即单位质量（如每克）空气温度上升 1°C (1 K) 所需要的热量，即比热。在定压下得到的称为定压比热 c_p ；在定容下得到的称为定容比热 c_v 。这两个量同气体常数间有下列关系

$$c_p - c_v = AR \quad (3.3)$$

式中的 A 就是功热当量。

热力学第一定律的物理意义是：系统中能量既不会消灭，也不会产生，它只能由一种形式转换为另一种形式。所以它

1), 2) 按国家法定计量单位规定尔格、卡均改为焦耳，(1 尔格 = 10^{-7} 焦耳，1 卡 = 0.24 焦耳)。下文同

是广义的能量守恒定律，其数学表达式在气象上常称为热流量方程，即

$$\delta Q = c_p dT + \Delta p d\alpha \quad (3.4)$$

上述表达式说明单位质量的干空气从外界得到(或失去)热量 δQ ，增加(或减少)了气块的内能 $c_p dT$ 和四周大气对它作了功(或它对四周大气做功) $p d\alpha$ ，这个功相当于产生 $\Delta p d\alpha$ 卡的热。(3.4)式的另一种写法是

$$\delta Q = c_p dT - \Delta \alpha dp \quad (3.5)$$

如果这气块与外界无热量交换(绝热)，即 $\delta Q = 0$ ，从(3.4)和(3.5)式可见状态参数温度与比容或温度与气压之间随时间变化的关系。

在热力学上还常用到状态函数焓 H (也称热函)的概念。它定义为

$$H = U + PV \quad (3.6)$$

其中 U 是系统的内能， V 是系统的体积。当讨论单位质量时，则有

$$h = u + p\alpha \quad (3.7)$$

这里 h 称比焓； u 是比内能。热力学第一定律则可写成

$$\delta q = du + \alpha dp \quad (3.8)$$

其中 δq 是单位质量的热量变化。

§ 3 热力学第二定律

热力学第一定律只说明所考虑的各个过程中的能量关系，但并不管其过程在实际上能否发生。热力学第二定律则指出过程进行的方向和限度，当然，这里提到的过程是指没有外界影响的过程。

著名的物理学家焦耳 (Joule) 曾作过一个实验。他利用重物下降而转动螺旋桨, 并使之搅动液体, 由于摩擦生热, 液体的量热计显示了液体温度增高。相反, 如果将液体温度增加的热量重新取出, 使温度降至原来的温度, 而让其热量用于使重物升高到原来位置, 同时还要求别处无任何改变。事实上这个相反的过程是不可能实现的, 这便是热力学第二定律的开尔文 (Kelvin) 讲法: 不可能从单一热源取得热量使之完全改变为有用的功, 而不发生其它的变化。

同样, 高温物体通过热传导可以将热量传给低温物体以达到热量平衡; 相反, 如从低温物体中重新取出得到的热量还给放热的物体, 却不发生其它任何变化是不可能。由此可以得到热力学第二定律的克劳修斯 (Clausius) 讲法: 不可能把热量从低温物体传到高温物体, 而不发生其它变化。

如果一个过程先沿某个方向进行, 而后沿其相反方向进行, 最后能回复到起始状态又不引起其它变化, 则称该过程是可逆的。反之, 则其过程是不可逆的。可逆过程是一个理想化的过程, 它要求过程进行时没有摩擦发生, 而且系统的变态无限缓慢。一切实际过程都是不可逆的, 热力学第二定律正是说明一切宏观过程的不可逆性。

在热力学中, 常用一个状态函数熵来作为判定过程是否可逆的标准。一般用 S 表示熵, 则有

$$\delta S \geq \frac{\delta Q}{T} \quad (3.9)$$

上式当过程是可逆时取等号, 不可逆时取不等号。可见熵的含义即为: 熵是一个状态函数, 它的微分 dS 等于可逆过程中系统吸收的热量与绝对温度之比。因此, 在可逆过程中, 系统由状态 I 变到状态 II, 熵的变化为

$$S_{II} - S_I = \int_I^{II} \frac{\delta Q}{T} \quad (3.10)$$

下面我们讨论如何确定过程的性质和方向。假定过程是绝热的, $\delta Q = 0$, 则有

$$dS \geq 0 \quad (3.11)$$

可见, 系统在绝热过程中, 若熵是不变的, 则过程是可逆的; 若熵增加, 则过程是不可逆的。

对于一个封闭系统, 熵不能减少, 至多不变, 这就是所谓熵增加原理。一般, 不是非常严格地讲, 可认为在一切自然过程中, 熵总是增加的。

由(3.9)式并引入焓, 则可得到

$$dS = \frac{1}{T} dH - \frac{V}{T} dp \quad (3.12)$$

由此不难求得

$$dS = c_p d \ln T - V \alpha_p dp \quad (3.13)$$

其中 $\alpha_p = \frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dT} \right)_p$, 是定压膨胀系数。这个公式可以方便地用来计算熵的变化。

在动力气象中通常讨论的大气过程是可逆的, 故常用热力学第一定律。但是, 这是一个理想的情况, 自然界中实际的大气过程是不可逆的, 然而由于问题的复杂性而在气象上很少讨论, 故热力学第二定律也很少使用。

§ 4 大气中的几种主要温度参数的表示方法及其在分析预报中的应用

空气的温度参数大体上可以分为三大类。

1. 干 温 度

(1) 虚温 T_v

$$T_v = (1 + 0.61 w) T$$

它的物理意义是：在相同的气压条件下，假定干空气密度等于湿空气密度时干空气应具有的温度。显然 T_v 总高于 T 。在温度较高，湿度较大的大气低层，虚温和实际气温之差可达 4—5°C。

虚温在气象上的应用很普遍，如在探空记录中就进行这种订正，然后再计算位势高度。

(2) 相当温度 T_e

$$T_e = T_w + \frac{L}{c_{pd}} w_s = T + 2.5(10^3 w)$$

它的物理意义是：在等压、绝热（也即等焐）条件下，将湿球温度 T_w 、混合比 w 的湿空气中的水汽全部凝结成同温度的水，用相变所释放出来的潜热 Lw_s 加热空气，并使降水连续地脱离系统，使空气最后完全干燥时（ $w_s = 0$ ）所升高到的温度即为相当温度 T_e 。相当温度在研究暴雨和强对流天气时是一个有用的参数。

(3) 绝热相当温度（或称假相当温度 T_{se} ）

$$T_{se} = T e^{\frac{Lw}{c_{pd}T}} \simeq T + \frac{L}{c_{pd}} w + \frac{1}{2T} \left(\frac{L}{c_{pd}} w \right)^2$$

假相当温度的物理意义是：将气压为 p 、温度为 T 、混合比为 w 的未饱和湿空气块，沿湿绝热线膨胀，水汽开始凝结并不断从气块中降落，凝结释放的潜热加热气块，直至水汽全部凝结降落后，又按干绝热压缩到原来的气压 p 时气块所升高到的温度即为假相当温度 T_{se} 。由此可见，假相当温度也是一种

干温度。

假相当温度与相当温度一样，在研究暴雨及强对流天气中是极其有用的。在实际运用中人们通常用假相当位温而不计算假相当温度。

2. 饱和温度

(1) 露点温度(简称露点 T_d)

设一气压为 P 、温度为 T 、混合比为 w 的未饱和气块，在等压条件下冷却(即图 3.3 中从 T 沿等 P 线左移至 T_d 点)，且在此过程中气块的水汽含量不变。但是，湿空气的饱和水汽压 e_s 是气压 P 和温度 T 的函数，由于过程是在等压下进行的，故 e_s 只是温度 T 的函数，并随着温度的降低而减小，当降到 $e_s = e$ 时，气块所具有的温度即露点温度 T_d 。

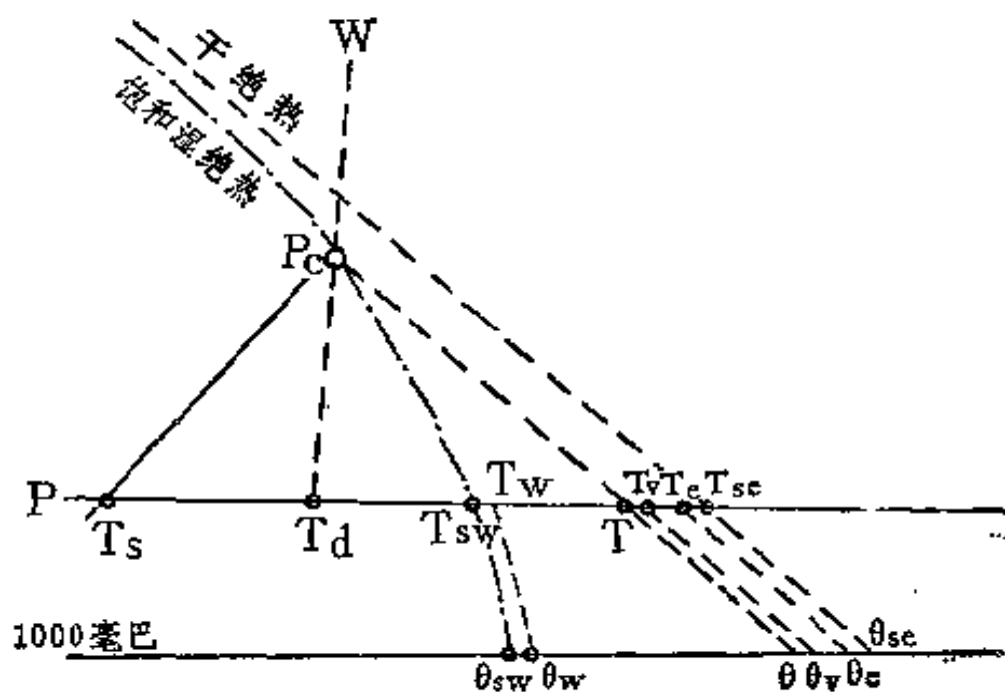


图 3.3

(2) 霜点温度 T_f

它同露点温度的物理意义是一样的, 只是把对水汽所达到的饱和改为对冰所达到的饱和, 即当空气对冰达到饱和时的温度称为霜点温度 T_f 。

(3) 等压湿球温度(简称湿球温度 T_w)

$$T_w = T - \frac{L(w_s - w)}{c_{p1}}$$

湿球温度的物理意义是: 在一个具有干空气和水的封闭系统中, 假定将系统中的水在等压下蒸发, 使温度为 T 、混合比为 w 的空气达到饱和, 即 $w = w_s$ 时, 空气所冷却到的温度即湿球温度 T_w 。所以, $T_w < T$ 。由此可见, 湿球温度和相当温度一样, 都是在等压绝热条件下计算的, 只是湿球温度是蒸发水汽使空气达到饱和时的温度。在图 3.3 中是由 T 沿等 p 线左移至 T_w , 而相当温度是将水汽全部凝结降落后的干燥空气温度, 在图 3.3 中是由 T 沿等 p 线右移至 T_s , 故 $T_w < T < T_s$ 。

同样, 如果蒸发的水汽不是由水而是由冰进行的, 则在此条件下空气达到饱和时的温度称之为冰球温度。

(4) 饱和温度 T_s

气块因绝热上升而达到饱和的高度称为抬升凝结高度, 一般用其对应的气压表示, 即 p_s , 而在该处气块所具有的温度称为饱和温度 T_s 。

饱和温度和露点温度不同, 前者是气块在等压冷却下使空气达到饱和时的温度。

(5) 绝热湿球温度(或称假湿球温度 $T_{s,w}$)

$T_{s,w}$ 的计算公式比较复杂, 因为实际工作中常用查表或图解方法, 故这里不再介绍。它的物理意义是: 一个气压为

p , 温度为 T 、混合比为 w 的未饱和气块, 沿干绝热线抬升膨胀, 达到饱和高度 p_c 后, 再沿湿绝热线下降(注意, 相当温度是沿该线上升), 由于下降将使湿空气变为不饱和, 故假定下降的过程中继续有水蒸发进去并使气块一直保持饱和, 当下降到气压 p 时空气所具有的温度即假湿球温度 T_{sw} 。如图 3.3 中由 $T \rightarrow p_c \rightarrow T_{sw}$ 。

3. 位 温

(1) 位温 θ

$$\theta = T \left(\frac{1000}{p} \right)^{\frac{\gamma_d}{\gamma_d}}$$

物理意义是: 一个气压为 p 、温度为 T 的干空气块, 沿干绝热线下降到 1000 毫巴的空气温度, 即位温 θ 。

(2) 虚位温 θ_v

$$\theta_v = T_v \left(\frac{1000}{p} \right)^{\frac{\gamma_d}{\gamma_d}}$$

物理意义是: 将气压为 p 、温度为 T 、混合比为 w 的潮湿空气订正为气压 p 、温度 T_v 的干空气, 然后由 (p, T_v) 点干绝热地下降到 1000 毫巴时的空气温度。

(3) 相当位温 θ_e

$$\theta_e = \theta + \frac{Lw}{c_{pd}}$$

物理意义是: 气压为 p 、温度为 T_e 的相当干空气气块干绝热地下降到 1000 毫巴时的温度, 即相当位温 θ_e 。

(4) 假相当位温 θ_{se}

其物理意义为: 气压为 p 、温度为 T_{se} 的气块干绝热地下降到 1000 毫巴时的温度, 即假相当位温 θ_{se} 。其计算公式

为

$$\theta_{se} = T_{se} \left(\frac{1000}{p} \right)^{AR_d/C_{pd}} = \theta e^{Lw/C_{pd}T}$$

(5) 湿球位温 θ_w

物理定义同 T_w ，只是到 T_w 后继续沿湿绝热线下降到 1000 毫巴时的温度。

(6) 假湿球位温 θ_{sw}

物理定义同 T_{sw} ，只是到 T_{sw} 后继续沿湿绝热线下降到 1000 毫巴时的温度。

我们将所有这些温度都表示在温熵图上(图 3.3)，此图称为温湿参量的概述图。

这些温湿参数究竟有什么用呢？主要是用来判别气块的大气热力学特性——保守性。例如，某一气团等压地变暖或冷却时，露点值保持不变；气团绝热上升或下降而不发生凝结或蒸发时，位温保持常值；如发生凝结或蒸发时，位温 θ 要变，但假相当位温 θ_{se} 和假湿球位温 θ_{sw} 保持不变；一个冷湿气团沿着山坡上升，由于降水而变干，然后再沿背风坡下降抵达地面时变成干热气团。如果我们能计算出 θ_{se} 或 θ_{sw} 即可判断

表 3.1 几个主要温湿参量在主要过程中的保守性

	等压增暖或冷却 (无凝结或蒸发)	等压蒸发或凝结	未饱和绝热膨胀	饱和绝热膨胀
f	非保守	非保守	非保守	保守
e, T_d	保守	非保守	非保守	非保守
q, w	保守	非保守	保守	非保守
T_{sw}, T_{se}	非保守	保守	非保守	非保守
θ	非保守	非保守	保守	非保守
θ_{sw}, θ_{se}	非保守	保守	保守	保守

气块的源地。因此，利用这些参量可以识别经历了一系列变性的气团。为了便于查阅，现将一些主要温湿参数在几种主要过程中的保守性列于表 3.1。

§ 5 干、湿绝热过程

绝热过程是气象学中常见的一种热力过程。在此过程中，气块与周围没有热量的交换。一般地说，只要在较短的时间内气块的状态的变化过程都可以近似地看成绝热过程。

1. 干绝热过程

如果气块中不含水汽而进行的绝热过程称为干绝热过程。一般未饱和的湿空气的绝热过程，也是干绝热过程。由 (3.5) 式可见，当绝热 ($\delta Q = 0$) 时，气块温度的变化完全由气压的变化所确定。但是四周大气中的温度分布因地而异，故如在不同地方两个气压和温度相同的气块从同一高度上升，由于各地温度随高度分布的不同，要到达同一气压值所需升高的高度也不同。反之，如果在不同的拔海高度上观测到不同的温度，我们可以利用干绝热过程中位温不变的特性，将各地地面（不同拔海高度）气温订正到海平面高度，即用位温来比较气块冷暖的性质。

在干绝热过程中温度随高度的变化为

$$-\frac{dT}{dz} = + \frac{AgT}{c_{pd}\bar{T}}$$

$$\gamma_d = \frac{Ag}{c_{pd}} \quad (3.14)$$

式中的 \bar{T} 为四周大气的温度， $\frac{Ag}{c_{pd}} = \gamma_d$ 称为干绝热递减率，其

数值近似地为 $0.98^{\circ}\text{C}/100$ 米。

2. 湿绝热过程

湿空气的上升过程是极其复杂的，大体可分为四个阶段（见图 3.4）；即干燥阶段、成雨阶段、成雹阶段及成雪阶段。湿空气到达凝结高度前，与干空气的绝热膨胀无明显的差别，称为干燥阶段。到达凝结高度后直至上升到 0°C ，随气块的上升，水汽逐渐凝结成水滴，此段称为成雨阶段。当气块再上升时，水滴冻结，则称为成雹阶段。再向上抬升，水汽升华而成雪晶，称为成雪阶段。由图可见，除干燥阶段外都有潜热释放，故冷却率比干绝热直减率要小。

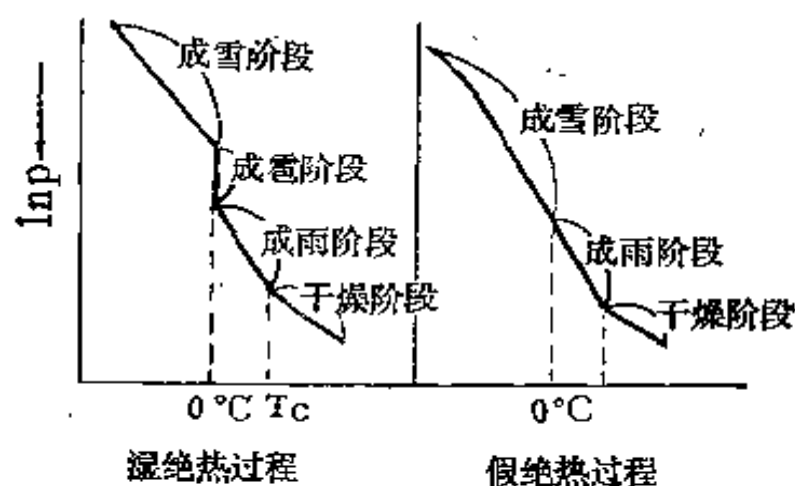


图 3.4

当在上述过程中由于凝结成的水滴及升华成的冰晶与上升气块同时上升的过程中不下落，且在气块下降，并沿与上面相反的过程而完全返回到原来的状态，则称为可逆过程，也叫湿绝热过程。如果水或冰晶下落并完全与气块分离则称为假绝热过程。事实上这两种过程都不是大气的实际过程，而是理想的两个极端过程。在实际问题中，只要是绝热膨胀过程，

那么不论以哪种过程计算饱和潮湿空气的绝热变态，其结果几乎是相同的。但是在绝热压缩过程中其结果则有明显的区别。

对有潜热释放的湿空气热力学第一定律可近似地写为

$$\frac{dT}{dt} - \frac{\Lambda R_d T}{c_{pd} p} + \frac{L}{c_{pd}} + \frac{dq}{dt} = \frac{\delta Q^*}{\delta t} \quad (3.15)$$

式中的 $\frac{\delta Q^*}{\delta t}$ 为除系统内由于凝结而释放的潜热以外的非绝热加热。比湿 q 和混合比 w 相差甚小，故可相互换用。上式在绝热条件下得

$$\frac{dT}{dz} + \frac{\Lambda g}{c_{pd}} + \frac{L}{c_{pd}} \frac{dq}{dz} = 0 \quad (3.16)$$

而湿绝热递减率 $\gamma_m = -\frac{dT}{dz}$ ，故

$$\gamma_m \simeq \gamma_d + \frac{L}{c_{pd}} \frac{dq}{dz} \quad (3.17)$$

因为饱和混合比在上升过程中是减小的，故它比干绝热递减率 γ_d 为小，在水汽含量多的情况下， γ_m 约比 γ_d 的一半还小。

在湿绝热的过程中相当位温 θ_e 是一个近似的保守量，而它在干绝热过程中又是严格地保持不变，更值得注意的是在等压蒸发或凝结过程中也几乎不变。因此，我们可以用相当位温来识别湿空气微团。

§ 6 水汽对大气运动的影响

近年来随着暴雨研究工作的进展，水汽对大气运动的影响的研究也取得了发展。研究指出，在有水汽影响时的最不

稳定的波长大约是在干空气时的最不稳定波长的 $1/3$ ，该地区的温度梯度并不明显，但湿度的梯度却相当明显，这些事实表明，水汽似乎对大气的运动发生重要的影响。

在第九章中我们将要讨论凝结加热对斜压不稳定的影响，实际上也反映了水汽对大气运动的影响。须要指出的是，我们讲水汽对大气运动的影响，关键是水汽相变(凝结)释放出潜热，影响大气的运动。如果不考虑水汽凝结和释放的潜热，而讲水汽对大气运动的影响，意义就不大了。我们知道，斜压不稳定问题中，若不考虑凝结加热，其最不稳定波长约为 $4000 \sim 5000$ 公里；当考虑有中等强度凝结加热后，最不稳定的波长则变为约 2500 公里。加热愈强，最不稳定的波长将变得更短。水汽凝结加热对大气运动的这种反馈作用，可能有利于象夏季我国江淮气旋一类天气系统的发生发展，从而造成比较严重的天气现象。

近些年来，我国部分气象工作者还结合暴雨的分析预报问题，开展了湿空气动力学研究，取得一些有一定意义的结果，但整个问题有待继续深入研究。已有的分析研究表明，若用 $T - T_d \leq 4^\circ\text{C}$ 区域内的相当温度代替该区饱和湿空气的温度来讨论相当干燥的大气的动力学，能较好地阐明暴雨地区所观测到的主要现象。如该地区风的垂直切变不同温度梯度成正比，而是近似地同广义温度(或假相当位温)的梯度成正比，则具有“湿热成风”的特征；暖湿(不是暖区)中心的右侧(背风而立)低层和左侧高层分别有一支超地转的急流；暖湿区的最不稳定波长大约为 $1000 - 2000$ 公里；湿空气地区的大尺度垂直运动的条件比干空气的条件几乎大一量级；如该地区的纯斜压性不强，而“湿斜压性”明显，即广义温度的梯度较大，这也表明斜压性主要来自水汽的作用。由此可见，水汽对

大气运动的影响是明显的,许多数值试验的结果也证明了这种重要作用。因此。我们在研究象台风、暴雨这样一些具有大量水汽参加的天气现象时,不仅要注意到温度,并且要注意湿度的状态参数,更好地研究水汽对大气运动的影响。

参 考 文 献

- [1] J.V.艾里巴、W.L.戈德森,空军气象学院译,大气热力学,(1978)。
- [2] 杨大升等,动力气象,气象出版社,(1981)。
- [3] 麦文建,论广义模型中的湿准地转斜压不稳定,中国科学(B),(6),(1983)。

第四章 大气静力稳定度

空气的垂直运动对天气的变化和发展起着重要的作用，对于云雨等重要天气现象的生消有着直接的影响。大气中的垂直运动，按其产生的原因、影响范围的不同，可以分为两大类。一类是系统性的垂直运动，另一类是对流性垂直运动。本章讨论的是与对流性垂直运动密切相关的大气静力稳定度问题。

§ 1 大气层结与静力平衡

1. 大气层结

所谓大气层结是指大气密度和温度在垂直方向上的分布，密度的垂直分布称为密度层结，温度的垂直分布称为温度层结。

图 4.1 是密度层结曲线，由图可见，空气密度随高度减小。图 4.2 是温度层结曲线。图中 T 为任一高度上静止空气

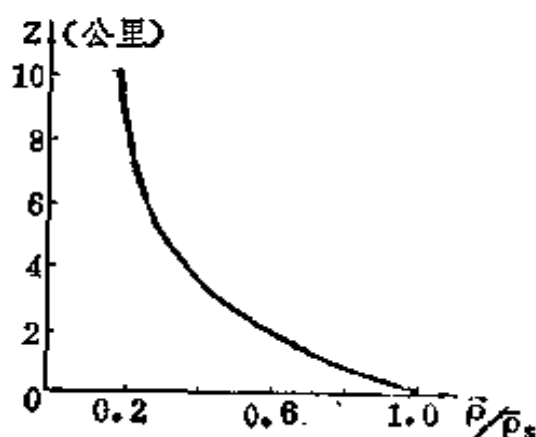


图 4.1

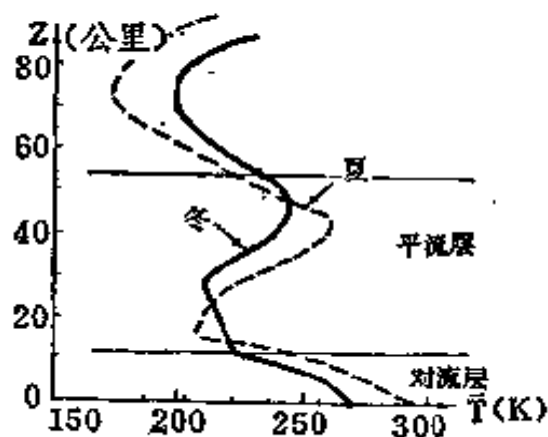


图 4.2

的温度。温度层结曲线把大气分为对流层、平流层等。

对流层是大气的最低层，温度是随高度减小的。该层大气质量约占全部大气质量的 80%，大气的主要天气现象均出现在对流层中。

若令 γ 表示气温随高度的递减率，即

$$\gamma = -\frac{\partial T}{\partial z} \quad (4.1)$$

则当温度随高度减小时， γ 为正值；反之 γ 为负值。在对流层中，高度增加 100 米，气温平均下降 0.6°C ，即 $\gamma = 0.6^{\circ}\text{C}/100$ 米。

2. 静力平衡

若不考虑摩擦，在局地直角坐标系中，大气运动方程为

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} - fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{dv}{dt} + fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{dw}{dt} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \end{cases} \quad (4.2)$$

对于静止的空气 $u=v=w=0$ ，则有

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \frac{\partial p}{\partial z} = -g\rho \quad (4.3)$$

由此可知，对静止大气，气压 p 仅仅是 z 的函数。相应地， θ ， T ， ρ 也只能是 z 的函数。其中 $\frac{\partial p}{\partial z} = -g\rho$ ，这就是静力学关系。

状态方程和位温关系即是

$$p = \rho R T, \theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}} \quad (4.4)$$

其中 θ 是位温。

将位温公式两边取对数, 然后对 z 微商得到

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\theta}{T} (\gamma_d - \gamma) \quad (4.5)$$

其中

$$\gamma_d = -\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p} \quad (4.6)$$

称为干绝热垂直递减率。它表示运动的空气在干绝热垂直位移过程中的温度递减率, 其数值 $\gamma_d = 0.98^\circ\text{C}/100$ 米。若空气是潮湿的, 饱和湿空气在上升过程中, 因水汽凝结要释放潜热, 因此, 空气湿绝热上升过程中, 温度的下降相对干绝热过程要小一些。湿绝热垂直递减率 γ_m ,

$$\gamma_m = \gamma_d + \frac{L}{c_p} \frac{\partial q_s}{\partial z} \quad (4.7)$$

其中 q_s 为饱和比湿, $L \approx 600$ 卡·克⁻¹ 为凝结潜热。因 q_s 决

表 4.1 湿绝热直减率 ($^\circ\text{C}/100$ 米)

气压(毫巴) \ 气温($^\circ\text{C}$)	-30	-20	-10	0	10	20	30
1013	0.93	0.86	0.76	0.63	0.54	0.45	0.38
1000	0.93	0.86	0.76	0.63	0.54	0.44	0.38
900	0.93	0.85	0.74	0.61	0.52	0.43	0.37
800	0.92	0.83	0.71	0.58	0.50	0.41	
700	0.91	0.81	0.69	0.56	0.47	0.38	
600	0.90	0.79	0.66	0.52	0.44		
500	0.89	0.76	0.62	0.48	0.41		
400	0.87	0.72	0.57	0.44			
300	0.85	0.66	0.51	0.38			

定于气温和气压，则 ρ_m 随气温和气压的变化而变化（见表 4.1）。

§ 2 静力稳定度

1. 定 义

设想在层结大气中有一空气块，由于某种原因，使它从起始位置产生一垂直位移，若层结大气（它处于静力平衡条件下）使空气块趋于返回原来位置，则称层结是稳定的；若层结大气使空气块趋于继续上升，则称层结是不稳定的；若层结大气对空气块无净的作用力使其恢复或继续离开原来位置，则称层结是中性的。层结稳定、中性、不稳定统称层结稳定度。所以，层结稳定度就是讨论大气层结对于垂直运动的空气的作用，因静止大气满足静力平衡，所以，层结稳定度又称为静力稳定度。

必须注意，大气的层结稳定度，只是对大气本身状态分布的一种描写，它并不表示大气已经实际存在着对流运动。层结的作用只有当空气块有了垂直位移后才能表现出来。

2. 静力稳定度判据

用在静止大气中受到垂直扰动的气块的运动状况来鉴别大气静止稳定度，这种方法称为气块法。气块法假定受扰动的气块在运动过程中保持绝热状态。

从密度层结看，密度随高度减小，即重空气位于轻空气之下，似乎大气层结是稳定的。但它还受温度层结的制约，因此，层结稳定度乃是所有大气层结状态的综合作用。

设 $z = 0$ 是空气块的起始位置, 在这个位置上它与环境空气有相同的气压、密度和气温。例如, 密度和气温分别是

$$\rho' = \rho = \rho_0, T' = T = T_0 \quad (4.8)$$

气块法假定空气块在垂直位移的过程中进行得足够慢, 以致其气压不断调整到与环境空气的气压相同; 另一方面又进行得足够快, 以致它来不及与环境空气进行热量交换(即绝热), 也就是假定

$$p' = p, \frac{\partial p'}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial z} = -g\rho, \frac{dT'}{dz} = -\gamma_a \quad (4.9)$$

必须注意, 尽管假定 $z = 0$, 空气块的密度、气温分别与环境空气的密度、气温相同, 但当气块干绝热上升或下降后, 其密度、气温一般就不能与环境空气的一样了。

运动气块在垂直方向的运动方程为

$$\frac{dw}{dt} = -g - \frac{1}{\rho'} \frac{\partial p'}{\partial z}$$

把(4.9)中第2式代入上式得

$$\frac{dw}{dt} = g \frac{\rho - \rho'}{\rho'} \quad (4.10)$$

上式左端为气块的垂直加速度, 右端表征的是净的阿基米德(Archimede)浮力。这是因为根据阿基米德浮力原理, 运动的空气块所受的浮力在数值上等于它所排开的与运动气块同体积的环境空气的重量。因单位质量空气块的体积即是比容,

$\alpha = \frac{1}{\rho'}$, 则环境空气(与空气块体积相同)的重量为 $(\rho\alpha)g =$

$g \frac{\rho}{\rho'}$, ($\rho\alpha$ 为环境空气的质量), 即阿基米德浮力为 $g \frac{\rho}{\rho'}$, 它

减去重力 g , 即是净的阿基米德浮力 B , 则

$$B = g \frac{\rho}{\rho'} - g = g \frac{\rho - \rho'}{\rho'} \quad (4.11)$$

上式与(4.10)式右端完全相同。由(4.10)式看到,当 $\rho' < \rho$ 时,即空气块比环境空气轻,则净的阿基米德浮力使空气块垂直加速, $\frac{dw}{dt} > 0$, 表示层结不稳定;同理,当 $\rho' > \rho$ 时, $\frac{dw}{dt} < 0$, 表示层结稳定;当 $\rho' = \rho$ 时, $\frac{dw}{dt} = 0$, 表示层结中性。

因假定 $p' = p$, 则利用状态方程, (4.10)式可改写为

$$\frac{dw}{dt} = g \frac{T' - T}{T} \quad (4.12)$$

上式右端也为净的阿基米德浮力,则当 $T' > T$ 时,气块垂直加速,层结不稳定;当 $T' < T$ 时,气块垂直减速,层结稳定;当 $T' = T$ 时,气块无加速运动,层结中性。

设空气块从 $z=0$ 运动到 $z=z$ 高度,在 z 不大时有

$$T' = T_0 + \frac{dT'}{dz} \cdot z = T_c - \gamma_a z \quad (4.13)$$

而从 $z=0$ 到 $z=z$, 环境空气温度变为

$$T = T_c + \frac{\partial T}{\partial z} \cdot z = T_0 - \gamma z \quad (4.14)$$

(4.13)、(4.14)两式代入(4.12)式得到

$$\frac{dw}{dt} = \frac{g}{T} (\gamma - \gamma_a) z \quad (4.15)$$

根据前述静力稳定度的概念,由(4.15)式看出, $\frac{dw}{dt}$ 的符号与 $\gamma - \gamma_a$ 的符号相同。所以,我们得到判别静力稳定度的判据为

$$\begin{array}{ll} < & \text{层结稳定} \\ \gamma = \gamma_a, & \text{层结中性} \\ > & \text{层结不稳定} \end{array} \quad (4.16)$$

这是因为,当 $\gamma < \gamma_a$ 时,空气块上升到新的位置的温度比环境空气温度低(相应气块密度比环境空气大),气块就不能继续上升,而要返回到起始位置,这种情况表示层结是稳定的;当 $\gamma > \gamma_a$ 时,空气块上升到新的位置的温度比环境空气温度高(相应气块密度比环境空气密度小),气块要继续上升,远离起始位置,这种情况表示层结是不稳定的;当 $\gamma = \gamma_a$ 时,空气块上升到新的位置的温度与密度分别与环境空气的温度与密度相等,因而气块无加速运动,这种情况表示层结是中性的(见图 4.3)。

注意(4.5)式,则我们可以用位温随高度的分布来判别静力稳定度,其判据为

$$\begin{array}{ll} \frac{\partial \theta}{\partial z} > 0, & \text{层结稳定} \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0, & \text{层结中性} \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} < 0, & \text{层结不稳定} \end{array} \quad (4.17)$$

它表示:当位温随高度增加时,层结是稳定的;当位温随高度减小时,层结是不稳定的;当位温不随高度变化时,层结是中性的。

为了更恰当地表征静力稳定度,还可以引进一个叫做浮升频率或布朗特-维赛拉(Brunt-Väisälä)频率的量,记为 N ,它满足

$$N = \left[\frac{g}{T} (\gamma_a - \gamma) \right]^{\frac{1}{2}} = \left(g \frac{\partial \ln \theta}{\partial z} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.18)$$

再注意 $w = \frac{dz}{dt}$, 则(4.15)式可改写为

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + N^2 z = 0 \quad (4.19)$$

因为层结稳定时, $N^2 > 0$, 上式为 - 振动方程, 其振动频率是 N 。它表示稳定时, 空气块要在平衡位置(即起始位置)上下振动。

3. 饱和湿空气的静力稳定度

上面讨论的是干绝热过程, 相当于分析的是未饱和空气块的情况。如果作垂直位移的空气块是饱和的, 则它在湿绝热上升过程中, 气温随高度的递减率是 γ_m 。 γ_m 与 γ_a 的关系为

$$\gamma_m = \gamma_a + \frac{L}{c_p} \frac{\partial q_s}{\partial z}, \quad (4.20)$$

其中 $L = 596$ 卡/克, 为单位质量空气的凝结潜热。

这样, 把(4.16)式中的 γ_a 改为 γ_m , 就得到对饱和空气的静力稳定度判据, 即

$$\begin{array}{ll} < & \text{层结稳定} \\ \gamma = \gamma_m & \text{层结中性} \\ > & \text{层结不稳定} \end{array}$$

类似, 我们也可以用相当位温 $\theta_e = \theta e^{\frac{L q_s}{c_p T}}$ 随高度的分布来表示饱和空气的静力稳定度, 其判据为

$$\frac{\partial \theta_e}{\partial z} \begin{array}{l} > \\ = 0 \\ < \end{array} \begin{array}{l} \text{层结稳定} \\ \text{层结中性} \\ \text{层结不稳定} \end{array} \quad (4.21)$$

4. 条件性不稳定

由上分析便知, 若 $\gamma < \gamma_m$, 则对于饱和及未饱和空气来讲, 层结都是稳定的, 这种情况称为绝对稳定(见图 4.4 中的 γ_1 线); 若 $\gamma > \gamma_a$, 则对于饱和及未饱和空气来讲, 层结都是

不稳定的,这种情况称为绝对不稳定,见图 4.4 中的 γ_2 线。

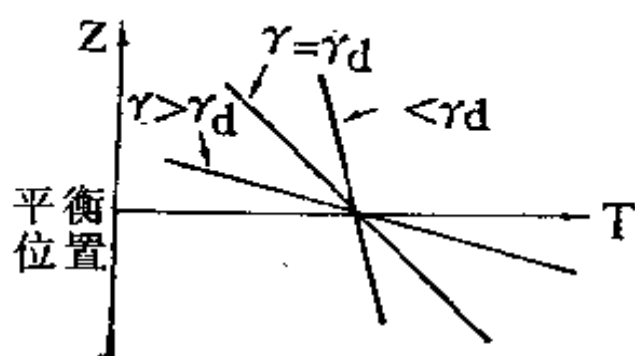


图 4.3

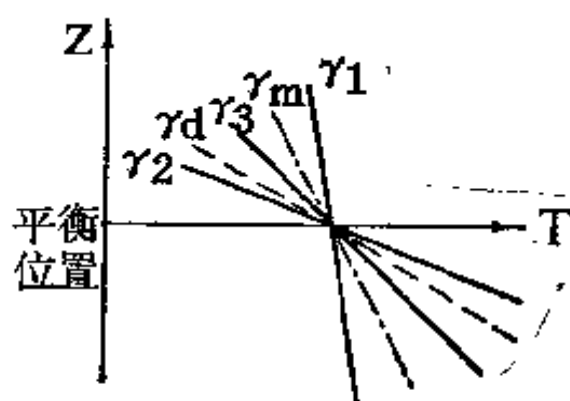


图 4.4

如果 γ 介于 γ_d 和 γ_m 之间,即

$$\gamma_m < \gamma < \gamma_d \quad (4.22)$$

则表示对未饱和空气来讲,层结是稳定的,但对饱和空气来讲,层结是不稳定的。这种情况称为条件不稳定(见图 4.4 中的 γ_3 线)。

在物理上,条件性不稳定表示:有一未饱和的空气块在层结大气中由于某种原因作上升运动,因 $\gamma < \gamma_d$, 所以,层结是稳定的,该气块上升一段距离后不能继续上升。但如果某种外力能使该气块上升到凝结高度,气块中的水汽达到饱和并开始凝结,因 $\gamma > \gamma_m$, 所以,层结是不稳定的,该气块还要继续上升。

从上述分析看到,静力稳定度既决定于大气的层结,也与气块的状态(饱和与未饱和)有关。在实际大气中,除贴近地面的极薄气层外,很少出现 $\gamma > \gamma_d$ 的情况;同样,除等温和逆温外,也很少出现 $\gamma < \gamma_m$ 的情况,经常出现的是 $\gamma_m < \gamma < \gamma_d$, 即条件不稳定的情况。

§ 3 不稳定能量

大气层结稳定度的判据用到实际大气中去时,会遇到如下两个问题:第一,我们是把 γ 作为一个常数看待,在实际大气中,温度随高度变化的层结曲线不是一条直线,而是曲线。因而,上述层结稳定度判据只适用于 γ 变化不大的较薄气层,对于较厚气层则不好用。第二,我们假定作垂直位移的气块或是处于未饱和状态或是处于饱和状态,而实际大气,气块在垂直位移过程中,往往两种状态都会出现,这时,也不能简单地根据 γ 、 γ_m 、 γ_d 间的关系来判断层结是否稳定。所以,要根据大气层结分析对流发展,必须对一较厚的气层作整体分析,并且从能量角度考察气块作加速运动所需要的能量。

1. 定 义

设空气块向上移动 dz 距离,则(4.12)式两端乘以 dz 后得到

$$\frac{dw}{dt} \cdot dz = \frac{T' - T}{T} g dz \quad (4.23)$$

因 $dz = w dt$,应用静力学关系,则上式可改写为

$$w dw = R(T' - T) d(-\ln p)$$

将上式从 $z = z_1$ (相应 $p = p_1$) 到 $z = z_2$ (相应 $p = p_2$) 积分得到

$$\frac{1}{2}(w_2^2 - w_1^2) = R \int_{p_1}^{p_2} (T' - T) d(-\ln p) \quad (4.24)$$

上式右端表示气块从 z_1 高度移到 z_2 高度, 净的阿基米德浮力对气块所作的功, 称为不稳定能量, 记为 I 。左端表示单位质量的空气块垂直方向动能的变化。若右端为正, 表示净的

阿基米德浮力对气块作正功,气块动能增加;若右端为负,表示净的阿基米德浮力对气块作负功,气块动能减小。(4.24)式可改写为

$$I = R \int_{p_1}^{p_2} (T' - T) d \ln p \quad (4.25)$$

上式表明,不稳定能量决定于气块在上升过程中温度的变化(即所谓状态曲线)和环境空气温度的垂直分布(即所谓层结曲线),它是大气中所储存的、在一定条件下可转化为上升气块动能的那一部份能量。当 $I > 0$ 时,不稳定能量为正,能够促进对流的发展;当 $I < 0$ 时,不稳定能量为负,将抑制对流的发展。

2. 不稳定能量在埃玛图上的表示

埃玛(Ema)图,即温度-对数压力图解,其横坐标为温度 T ,纵坐标为 $\ln \frac{p_0}{p}$,或 $-\ln p$ 。由定积分的几何意义可知,在埃玛图上,不稳定能量 I 就是状态曲线 $T'(p)$ 与层结曲线 $T(p)$ 之间所夹的面积(见图 4.5)。当状态曲线在层结曲线的右方时, $I > 0$, 不稳定能量为正,称为正面积,如图 4.5 C 点以上的面积;当状态曲线在层结曲线的左方时, $I < 0$, 不稳定能量为负,称为负面积。在正面积的情况下, $T' > T$; 即气块温度比环境空气温度高;在负面积的情况下, $T' < T$; 即气块温度比环境空气温度低。

在图 4.5 中, A 点表示起始高度,若气块未饱和,则沿干绝热线(AB)上升, B 点的高度为凝结高度,此时空气达到饱和,气块开始沿湿绝热线(BCE)上升。状态曲线与层结曲线的交点 C 所在的高度称为自由对流高度。其意义是,当气块

上升到该高度以下时,气块只能在外力作用下被迫抬升,但当气块上升到该高度后,气块就可以在层结的作用下自由上升了。根据状态曲线和层结曲线的分布状况,利用正、负面积的相对大小,可将层结不稳定分为以下三类:

(1) **绝对稳定型** 从起始高度开始,层结曲线就位于状态曲线的右方,即 $\gamma < \gamma_m < \gamma_d$, 不稳定能量为负,即全是负面积。此时,即使大气中有较强的扰动,对流也得不到发展,故称为绝对稳定型(见图 4.6)。

(2) **绝对不稳定型** 从起始高度开始,层结曲线就位于状态曲线的左方,即 $\gamma > \gamma_d > \gamma_m$, 不稳定能量为正,即全是正面积。此时,只要大气中有较弱的扰动,也能使对流得到发展,故称为绝对不稳定型(见图 4.7)。

(3) **潜在不稳定型** 状态曲线与层结曲线相交,交点 C 以下是负面积,交点 C 以上、 E 点以下是正面积(见图 4.8)。此时,若起始高度有较强的扰动,即便 E 点以下负面积数值大于正面积数值,只要气块能被抬升到 C 点以上,对流就能得到发展,故称为潜在不稳定型。因 E 点以上是负面积,因而当气块上升到 E 点后,对流即不易发展。 E 点所在的高度称为对流上限高度,它大致相当于对流云云顶的高度。

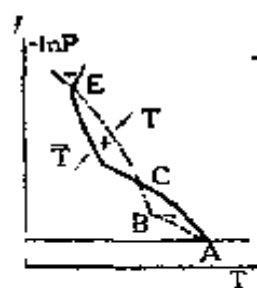


图 4.5

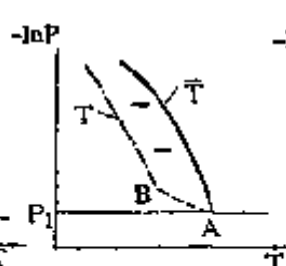


图 4.6

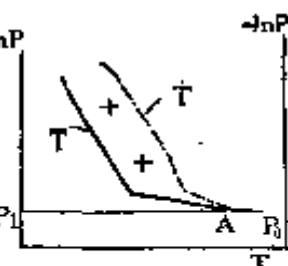


图 4.7

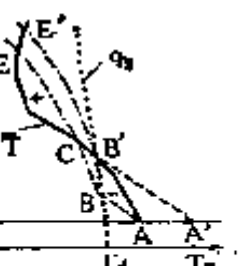


图 4.8

§ 4 加热对不稳定能量的影响

本来是稳定的气层,由于地面加热,有时会使气层变得不稳定。图 4.8 中实线 ACE 为早晨的层结曲线,显然,低层是稳定的,而且整个气层是低层负面积较小的潜在不稳定型。如果有适当的外力把气块抬升到 C 点以上,则对流就能得到发展。日出后,地面受太阳辐射加热,并逐渐向上传递。若视空气的加热过程在等压下进行,则地面气温不断升高时, A 点便沿 $p_0 = \text{常数}$ 的直线向右移动。由于在等压加热过程中比湿不变,所以在 A 点向右移动的过程中,其凝结高度便沿着等饱和比湿线 q_s (q_s 为 A 点露点温度所对应的比湿) 逐渐向上移动。当地面 A 点移到 A' 点时,其对应的凝结高度由 B 点移到 B' 点, B' 点即是等饱和比湿线和层结曲线的交点。由图看出,此时低层的负面积已全部消失,这样,地面空气只要稍受外力冲击就能产生强烈对流。我们称 B' 点所在的高度为对流凝结高度,它大致相当于对流云云底的高度,相应 A' 点的温度称为对流温度。若预报地面最高温度大于对流温度,对流云就有可能生成。

大气中对流的发生一般都与大气层结(或稳定度)有关,由于热力原因造成的对流现象,称之为热(力)对流。从连续的卫星云图分析可以发现,在热带洋面上,对流云和云团有着明显的日变化,下午和傍晚有极旺盛的对流活动。这就反映了辐射加热造成大气层结不稳定能量的增加,从而有利于对流的发展。

第五章 自由大气中的平衡运动

在第二章中,我们已经讨论了地球大气运动的基本作用力。大气运动就是在这些基本力系的驱动下发生的,而对于不同的运动系统(主要表现为系统空间尺度的差异),各种力的作用有主次之分,运动则又各具不同的特征。本章我们将讨论在某些基本力相平衡时,大气运动的性质。

§ 1 静力平衡下的大气状态

如果垂直气压梯度力与重力相平衡,垂直方向的运动方程可简化为

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (5.1)$$

我们称之为静力平衡。

在实际大气中,对于大尺度运动来讲,垂直速度及其变化都比较小,因此(5.1)式是很好的近似。就是在较小尺度的运动中,例如当积雨云发展时,1小时内垂直速度 w 可以从0增加到30米·秒⁻¹左右, $\frac{\partial w}{\partial t} \approx 1$ 厘米·秒⁻²,虽与大尺度运动的 $\frac{\partial w}{\partial t}$ 相比,要大5个量级,但与 $g \approx 10^3$ 厘米·秒⁻²相比,仍小三个量级。如果用 L 表示运动的特征水平尺度,而用 H 表示运动的垂直特征尺度,可以证明,对于大气运动来讲,只要 $H \ll L$, (5.1)式才成立。即当运动系统的垂直尺度比水平尺度小得多时,静力平衡是很好的近似。

静力方程给出了密度分布为 $\rho(z)$ 的某高度处大气压强

随高度的变化率,如果再利用状态方程 $p = \rho RT$, (5.1) 式可以变为

$$\frac{dp}{p} = d \ln p = -\frac{g}{RT} dz \quad (5.2)$$

对上式从 $z=0$ ($p=p_0$) 到高度 z ($p=p_z$) 作积分,便可得到所谓压高公式

$$p_z = p_0 e^{-\int_0^z \frac{g}{RT} dz} \quad (5.3)$$

在气象学上讲, R 和 g 都可以看作常数。因此,要用 (5.3) 式计算某高度的气压值,就需知道温度 T 。但实际大气中温度 T 的分布是复杂的,只有在某些简单假定情况下才容易算出 (5.3) 式的积分,这样就出现了几种理想的大气状态。

1. 均质大气

假定空气的密度不随高度变化的理想大气。积分静力方程 (5.1) 式,可以得到均质大气的高度 (H) 为

$$H = \frac{R_0}{\rho_0 g} \quad (5.4)$$

或者由海平面处的状态方程 $p_0 = \rho_0 RT_0$, 则有

$$H = \frac{RT_0}{g} \quad (5.5)$$

在均质大气中,气压随高度减小,但密度不变,因此气温也随高度减低,而且此时温度递减率是一个相当大的常数 ($-\frac{dT}{dz} = \frac{g}{R} = 3.41^\circ\text{C}(100\text{米})^{-1}$)。虽然均质大气在实际上并不存在,实际大气中密度都是随高度减小的,但这个概念在理论上有一定用处,在一些理论研究中均质大气高度 H 常作为参数出现。

2. 等温大气

等温大气是气温不随高度改变的理想大气。由(5.3)式不难得到等温大气的气压公式

$$p_z = p_0 e^{-\frac{g}{RT}z} = p_0 e^{-\frac{z}{H}} \quad (5.6)$$

在等温大气中,大气压强随高度呈指数减小,愈往高处去气压愈小,但等温大气没有确定的上界。

3. 温度垂直递减率为常数的大气

假定温度随高度线性递减,即

$$T = T_0 - \gamma z$$

其中 T_0 是海平面气温, γ 为温度垂直递减率(常数)。此时,气压的表达式可写成

$$p = p_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{g/\gamma R} \quad (5.7)$$

当 γ 为正时,气温随高度递减,这同对流层大气中温度的变化相近。对流层大气中在局部地区有时也出现温度随高度增加的情况,即所谓“逆温层”,在那里 γ 就变为负值。

4. 绝热大气

我们将位温不随高度变化的理想大气称之为绝热大气。根据位温 θ 的定义,有

$$\frac{T}{\theta} = \left(\frac{p}{1000} \right)^{\frac{R}{c_p}}$$

对上式取对数,然后对 z 求微商,考虑 θ 为常数,并利用静力方程,则得

$$-\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p} = \gamma_d \quad (5.8)$$

因此也可以说,温度垂直递减率为 γ_d (称为绝热递减率)的理想大气称为绝热大气。绝热大气实际上是温度垂直递减率为常数的大气中的一种特例。

§ 2 地 转 风

在离地约1000米以上的自由大气中,摩擦力很小。同时,我们也知道,大尺度大气运动接近于水平,而且惯性力相对又比较小。因此,对于水平面上的大尺度运动来讲,两个基本作用力是科氏力和气压梯度力。若这两种力完全平衡,则有

$$\begin{cases} fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ fv = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \end{cases} \quad (5.9)$$

这里 $f = 2\Omega \sin \varphi$ 是科氏参数, u 、 v 分别是 x 方向和 y 方向的风速。

一般把满足(5.9)式的风称为“地转风”,用 u_g, v_g 表示,以便与实际风相区别。(5.9)式常称为地转关系,写成矢量形式为

$$\mathbf{V}_g = -\frac{1}{\rho f} \nabla_h p \times \mathbf{k} \quad (5.10)$$

或者利用静力关系,则变为

$$\mathbf{V}_g = -\frac{1}{f} \nabla_p \phi \times \mathbf{k} \quad (5.11)$$

其中 $\phi = gz$, 称为重力位势, $\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y}$, 为水平面

上的哈密顿(Hamilton)算子。

由地转关系我们可以看到,地转风的方向平行于等高面上的等压线(或等压面上的等位势线),在北半球,背风而立,高气压在右侧,低气压在左侧;在南半球则相反。地转风的大小与水平气压梯度的大小成正比,与科氏参数和空气密度成反比。

在自由大气中,地转风是实际风的一个良好近似,所以在天气图分析和预报中常用地转风来代表实际风。在地转风条件下,等压线(或等位势线)也就是流线,气压梯度力和科里奥利力都不作功,因而空气在运动中没有动能变化,也没有天气的演变。但是,实际大气中严格的地转平衡并不存在。

大尺度大气运动基本上是地转的,即近似满足(5.9)式。但又不完全满足地转平衡,否则就没有形势的演变和天气变化。大气中经常出现地转关系不被满足的情况,即有地转偏差(也称非地转风)产生。下面我们分析一下地转偏差产生的物理机制。对自由大气的水平运动方程作矢量积运算,则有

$$\frac{d\mathbf{V}_h}{dt} \times \mathbf{k} = f\mathbf{V}_h + \frac{1}{\rho} \nabla_h p \times \mathbf{k} \quad (5.12)$$

由(5.10)和(5.12)式可以求得

$$\mathbf{V}'_g = \mathbf{V}_h - \mathbf{V}_g - \frac{1}{f} \frac{d\mathbf{V}_h}{dt} \times \mathbf{k} \quad (5.13)$$

上式 \mathbf{V}'_g 就是地转偏差。将(5.13)式右端展开,并用地转风 \mathbf{V}_g 代替 \mathbf{V}_h ,则得到

$$\mathbf{V}'_g = \frac{1}{f} \frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial t} \times \mathbf{k} + \frac{v}{f} \frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial s} \times \mathbf{k} + \frac{w}{f} \frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial z} \times \mathbf{k} \quad (5.14)$$

式中 s 为流线方向, v 是水平风速大小, w 是垂直风速分量。

由上式可以看到,非地转风一般可以由三种过程产生:第

一种是所谓局地变化(右端第一项)。由于密度的局地变化很小,一般为气压的局地变化所造成,因此称为变压风;第二种是所谓下游变化(右端第二项),它包括等压线(等高线)的辐合(辐散)和弯曲作用;第三种是所谓垂直运动引起的变化(右端第三项)。

§ 3 热成风——地转风随高度的变化

我们知道,大气中的风是随高度而变化的。一般把上下两层地转风的矢量差,称为热成风($\mathbf{V}_T = \mathbf{V}_{g1} - \mathbf{V}_{g2}$)。考虑到地转关系可得到

$$\mathbf{V}_T = -\frac{1}{f} \nabla_p (\Delta\phi) \times \mathbf{k} = -\frac{g}{f} \nabla p (\Delta z) \times \mathbf{k} \quad (5.15)$$

其中 Δz 是等压面 p_1 和 p_2 间的垂直厚度。比较 (5.11) 式及 (5.15) 式,可以看到在 p_1 和 p_2 气层中的热成风 \mathbf{V}_T 与气层厚度 Δz 的关系,正如等压面上地转风与等压面高度的关系一样。由此可知,热成风平行于等厚度线,在北半球低值厚度区位于热成风左侧,高值厚度区位于右侧,其数值与等厚度线的疏密成正比。由静力方程和状态方程可以写出两个给定等压面之间的垂直厚度

$$\Delta z = \frac{R}{g} \bar{T} \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (5.16)$$

其中 \bar{T} 代表该气层的平均温度,(5.15)式可以改写成

$$\mathbf{V}_T = -\frac{R}{f} \ln \frac{p_2}{p_1} \nabla_p \bar{T} \times \mathbf{k} \quad (5.17)$$

由此可见,热成风平行于气层的平均等温线,低温区位于热成风左方,高温区位于右方。由 (5.16) 和 (5.17) 式得到另一热

成风表达式

$$\mathbf{V}_T = -\frac{g}{f} \frac{\Delta z}{\bar{T}} \nabla_p \bar{T} \times \mathbf{k} \quad (5.18)$$

将上式两边同除以 Δz ，然后取 $\Delta z \rightarrow 0$ 的极限，则得到

$$\frac{\partial \mathbf{V}_g}{\partial z} = -\frac{g}{f \bar{T}} \nabla_p \bar{T} \times \mathbf{k} \quad (5.19)$$

可见，地转风的垂直切变 $(\partial \mathbf{V}_g / \partial z)$ 平行于等压面上的等温线，而且低温区位于切变矢量的左方，高温区在右方。图 5.1 表征了地转风的垂直切变。

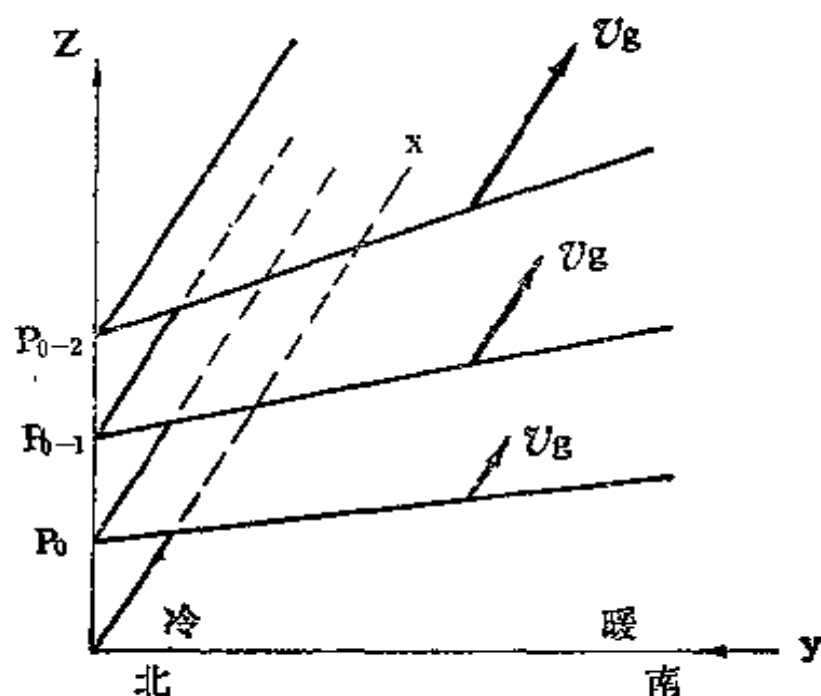


图 5.1 地转风的垂直切变

由(5.16)式可见，如果在某气层中平均气温是均匀的。在这种情况下，气压场在垂直方向上没有改变，等压面在垂直方向的坡度也不改变，地转风不随高度变化，各等压面上最低高度的位置正好在同一垂直线上，如图 5.2 (a) 所示。如果气层中平均温度分布不均匀，右侧比左侧暖，这时最低气压的轴

线愈往高处则愈偏于冷空气一侧,如图5.2(b)所示。

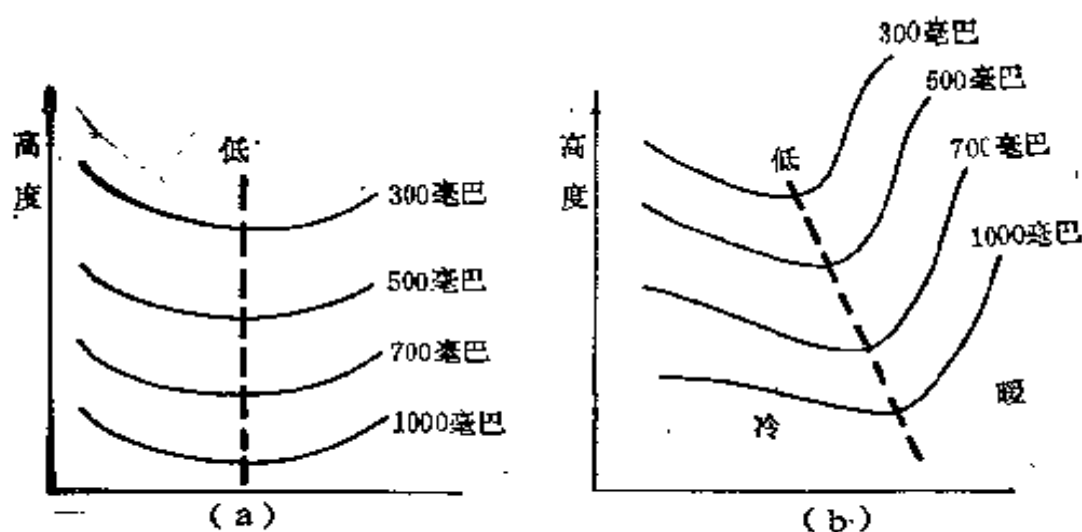


图 5.2 气压场形势与气层平均温度分布的关系

一般当风自暖空气吹向冷空气时(暖平流),风向将随高度作反气旋式旋转;当风自冷空气吹向暖空气时(冷平流),风向将随高度作气旋式旋转。

§ 4 梯 度 风

地转风是地转偏向力与气压梯度力严格平衡时的运动,这时空气质点的速率和方向是不改变的,也就是说等压线是直的。因此,在等压线曲率较大的地区,或者沿气流方向等压线分布的疏密很不均匀的条件下,地转风近似就比较差。在空气质点运动时,如果其轨迹的曲率甚大,则向心加速度很显著,而切向加速度却很小。这种情况下,地转偏向力,气压梯度力和离心力相平衡,我们称这种平衡运动时的风为梯度风,记作 V_{gr} 。

梯度风方程是以自然坐标(s, n)表示的。 s 永远指向风

吹的方向，一般称为切向， n 的方向与风向垂直并指向其右方，称为法向。梯度风的方程式可写成

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial s} = 0 \\ \frac{1}{R} V_{\epsilon r}^2 + f V_{\epsilon r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} \end{cases} \quad (5.20)$$

式中 R 是轨迹曲线的曲率半径。由方程 (5.20) 第二式可求得

$$V_{\epsilon r} = -\frac{fR}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{4}{\rho^2 f R} \frac{\partial p}{\partial n}} \right) \quad (5.21)$$

对于反气旋性弯曲的轨迹， R 是负值。如用 R_a 表示反气旋性轨迹曲率半径，则

$$V_{\epsilon r} = \frac{fR_a}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4}{\rho^2 f R_a} \frac{\partial p}{\partial n}} \right) \quad (5.22)$$

式中平方根的可能最小值是零，也就是在给定 $\frac{\partial p}{\partial n}$ 的情况下， R_a 有一个最小值，即

$$R_{am} = \frac{4}{f^2 \rho} \frac{\partial p}{\partial n} \quad (5.23)$$

可见，反气旋轨迹的曲率半径是有限制的，而气旋性的曲率半径则无限制，从这里可以说明，在实际天气图上为什么能出现很小尺度的气旋，而难见到较小尺度的反气旋；一般是反气旋区域要比气旋区域大。(5.23)式表明气压梯度与流场的曲率半径成正比，气压梯度大的地方(等压线密集)，曲率半径较大，等压线也就比较平直；在气压梯度小的地方(等压线稀疏)，曲率半径较小，等压线也就比较弯曲。这些流场特征在实际天气图上基本上可以观测到。

由(5.20)的第二式还可以看到，在有气旋性弯曲的气流

中，梯度风比地转风小；而在有反气旋性弯曲的气流中，梯度风要大于地转风。图 5.3 给出了北半球的梯度风平衡。

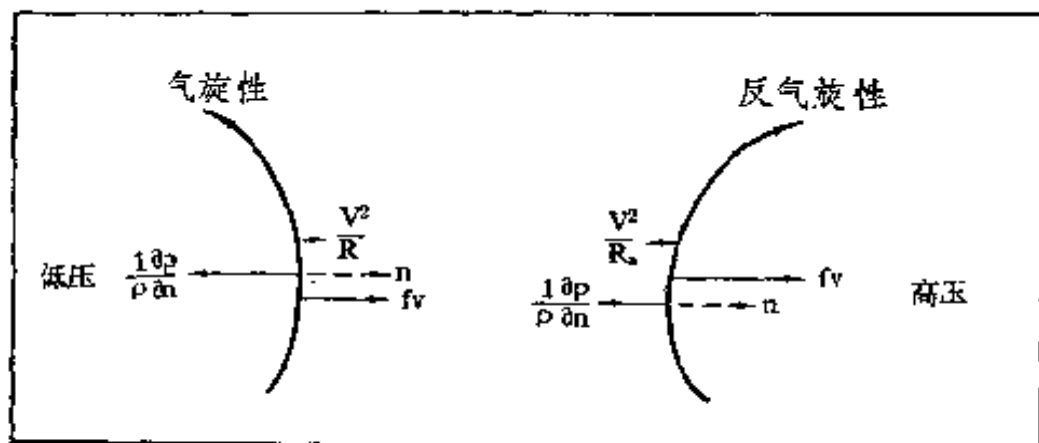


图 5.3 北半球的梯度风平衡

在小尺度的大气运动系统(如龙卷等)中，空气作强烈旋转运动，空气质点运动轨迹的曲率则很大，如果地转偏向力项相对可以忽略，则离心力只和气压梯度力相平衡，即

$$\frac{V^2}{R} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} \quad (5.24)$$

这种运动称作旋转风。在低纬度地区因为地转参数比较小，这种运动容易在那里出现。

§ 5 惯性圆

地转风是地转偏向力与气压梯度力相平衡的运动，如果气压梯度很小且近于零，那么空气质点的运动如何呢？这种情况下，其运动方程可写成

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = fv - f \frac{dy}{dt} \\ \frac{dv}{dt} = -fu = -f \frac{dx}{dt} \end{cases}$$

上式积分后可得

$$\begin{cases} u = fy + A \\ v = -fx + B \end{cases} \quad (5.25)$$

因为地转偏向力的方向与风垂直,它只能改变运动的方向,而不能改变运动的速度,因此 $u^2 + v^2 = c^2$ 为常数。由此可得到

$$\left(x - \frac{B}{f}\right)^2 + \left(y + \frac{A}{f}\right)^2 = \left(\frac{c}{f}\right)^2 \quad (5.26)$$

上述方程描写了一个圆,圆心为 $\left(-\frac{B}{f}, \frac{A}{f}\right)$, 半径为 c/f , 一般称为惯性圆。在北半球,空气质点将沿着圆周作顺时针旋转。同时,可得到惯性运动的周期 T

$$T = \frac{2\pi c/f}{c} = \pi / \Omega \sin \phi \quad (5.27)$$

T 仅是纬度的函数,与质点速度无关。因为当质点速度大时,半径也大,质点所走的路程也就相应增加。惯性运动表现出了地球自转的一个固有偏向本质,它只能改变运动的方向,而不能改变运动的速度,这就是地转偏向力的作用。(5.23)式还表明,在地转偏向力起作用的运动中,运动总包含着一种以半摆日为周期的振动。

如果气压场比较均匀,在梯度风方程中可以略去气压梯度力项。这时柯氏力与离心力相平衡,则产生一种所谓“惯性风”的大气运动,即

$$\frac{V_i^2}{R} = -fV_i$$

故有

$$V_i = -fR = -2R\Omega \sin \phi \quad (5.28)$$

可见曲率半径 R 随纬度增加而减小。低纬度地区 $\sin \phi$ 变化

大，故此种纬度效应在那里更为明显。图 5.4 是惯性风曲率半径随纬度变化的情况。

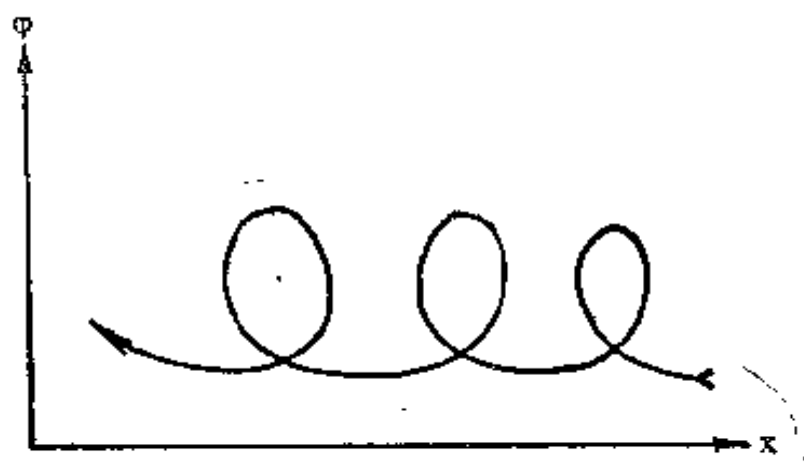


图 5.4 惯性风曲率半径随纬度的变化

§ 6 流线和轨迹

前面已用到轨迹的概念，在实际工作中也常会遇到确定轨迹以及分析流线图的情况。因此，这里我们简单介绍一下有关流线和轨迹的一些问题。

质点在指定的一段时间内走过的路径称为该质点的轨迹。流线是某一时刻流体速度场中这样的一条曲线，在这条曲线上，每一点都有瞬时风速矢量与其相切。因此，流线是特定时刻速度场空间分布的“快照”，而轨迹则是在某一段时间内个别质点运动的踪迹。

轨迹的方程是

$$\frac{dx}{dt} = u(x, y, t) \quad \frac{dy}{dt} = v(x, y, t)$$

对这两个方程求解，并给定初始条件 $u(x_0, y_0, t_0)$ 和 $v(x_0, y_0, t_0)$ 就可以确定空气质点运动的轨迹。

流线的方程是

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v(x, y, t_0)}{u(x, y, t_0)}$$

可见,两者是不一样的,只有在一定条件下,两者才可能一致。

下面讨论轨迹曲率 $K_T = \frac{1}{R_T}$ 与流线曲率 $K_s = \frac{1}{R_s}$ 之

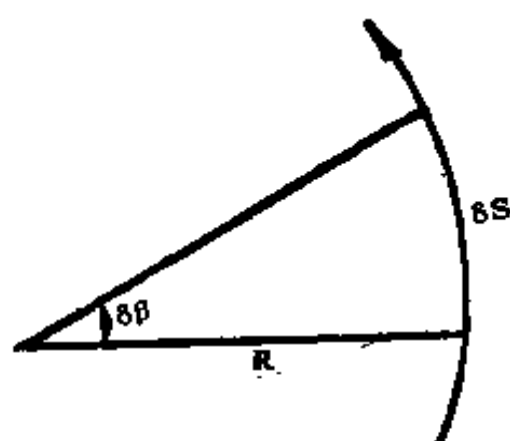


图 5.5 风向角度变化($\delta\beta$)
与曲率半径(R)的关系

间的关系。以 β 表示风速矢与 x 轴的夹角, β 不仅是速度场上位置 s 的函数,而且也是时间 t 的函数,即

$$\beta = \beta(s(t), t) \quad (5.28)$$

由图 5.5 可知, $\delta s = R\delta\beta$, 取极限 $\delta s \rightarrow 0$, 对轨迹则有

$$\frac{d\beta}{ds} = \frac{1}{R_T} = K_T \quad (5.29)$$

而对流线而言,由于时间 t 是固定的,于是有

$$\frac{\partial\beta}{\partial s} = \frac{1}{R_s} = K_s \quad (5.30)$$

这里 $\frac{d\beta}{ds}$ 表示风向沿轨迹的变化率,而 $\frac{\partial\beta}{\partial s}$ 表示特定时刻风向沿流线的变化率。因而,随着运动风向的变率为

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{d\beta}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{V_h}{R_T} \quad (5.31)$$

这里 V_h 为二维水平风速。同时

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{\partial\beta}{\partial t} + V_h \frac{\partial\beta}{\partial s} = \frac{\partial\beta}{\partial t} + \frac{V_h}{R_s} \quad (5.32)$$

合并上而两式,便得到风向局地变化的公式

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = V_A(K_T - K_s) \quad (5.33)$$

如果运动是定常的, 则 $K_T = K_s$, 流线和轨迹就相重合。

§ 7 正压与斜压

正压和斜压是动力气象学中的重要概念之一, 是表示大气中气压场和质量场分布的关系, 这种分布关系对于大气的运动有着很大的影响。如果在大气中各个高度上等压面和等密度面相重合, 即大气中气压场和质量场(密度场)满足 $\rho = \rho(p)$, 这时密度分布仅决定于气压分布, 称这种大气是正压的。在正压大气中, 由于等压面和等密度面相重合, 因此等压面也和等温面相重合, 故等压面上没有等温线出现(图 5.6)。而且任何两个等压面之间的气层厚度到处相等, 因此地转风不随高度改变, 也就不存在热成风。又由于正压大气中没有风的垂直切变, 所以可用一个层次(例如 500 毫巴等压面)的运动状况来代表整个大气的情况。在正压大气中扰动也是可以发展的, 但由于等压面上水平温度梯度为零, 没有位能的释放, 扰动发展的能源仅来自平均动能的转换。

如果在大气中等压面和等密度面相交割, 即密度分布不仅决定于气压场, 而且还决定于温度场($\rho = \rho(p, T)$), 则称这种大气是斜压大气。在斜压大气中, 由于等压面和等密度面相交割, 等压面上就有等温线出现。由于气柱的平均密度各处不一样, 因此在两个等压面之间气层的厚度并不处处一样, 地转风随高度有变化, 即存在着热成风。而且, 大气的斜压性愈强, 温度的水平梯度便愈大, 热成风也就愈强。在斜压大气中由于等压面和等密度面(或等比容面)相交割, 因此有等压面和

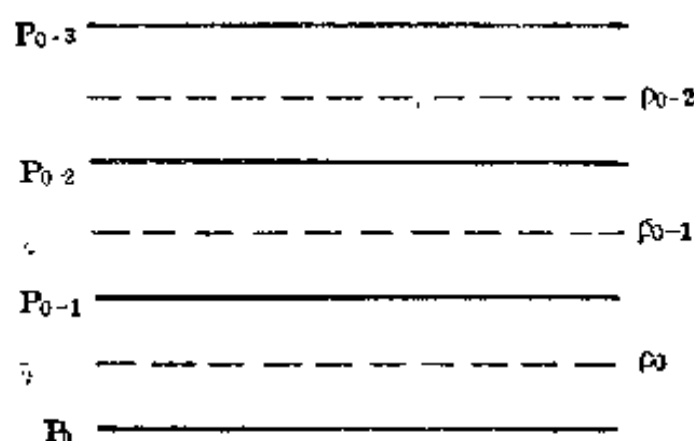


图 5.6 正压大气的气压场和密度场

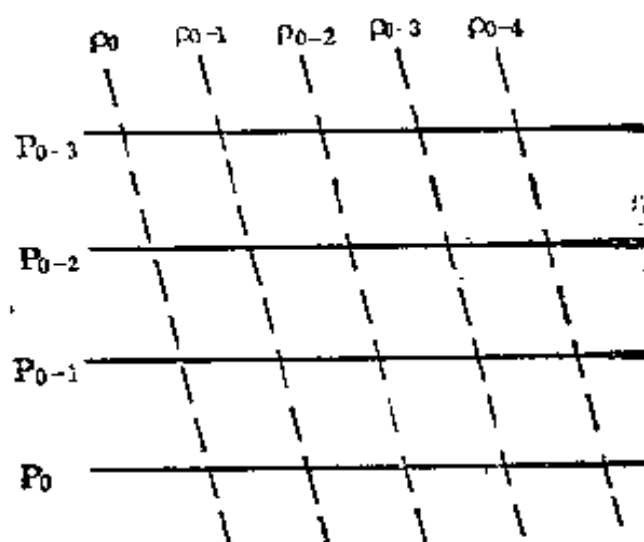


图 5.7 斜压大气的气压场和密度场

等比容面所交割成的管子,即压容——网络管。一般说来,压容网络管是一组长而且近乎水平的管子,在其截面上大体表现成一组平行四边形(图 5.7)。在单位面积内网络管数目愈多,表示斜压性愈强,因此,常用网络管数目来衡量大气斜压性的程度。

正压大气是理想化的情况,在一般情况下,大气是斜压的。但在动力气象和数值预报中,如果把实际大气当作正压

大气处理,往往可以使问题大大简化。而且,在很多情况下,从正压大气所得出的结论与实际大气的变化情况还相当一致。

参 考 文 献

- [1] 杨大升等,动力气象,气象出版社,(1981)。
- [2] 小仓义光,黄荣辉译,大气动力学原理,科学出版社,(1981)。
- [3] 叶笃正等,天气动力学(中国科学技术大学讲义)。

第六章 环流与涡度

大气作为一种流体,其运动形式是各种各样的,不仅位置可以发生变化,流体微团还可以发生转动,形变及辐散(合)等。为反映大气运动的这些特性,仅有速度场 \mathbf{V} 还不够,有必要引进环流、涡度、散度及形变率等物理概念。这些物理量及其相应规律的研究在动力气象学中占有重要的位置。

§ 1 环流与涡度

1. 环 流

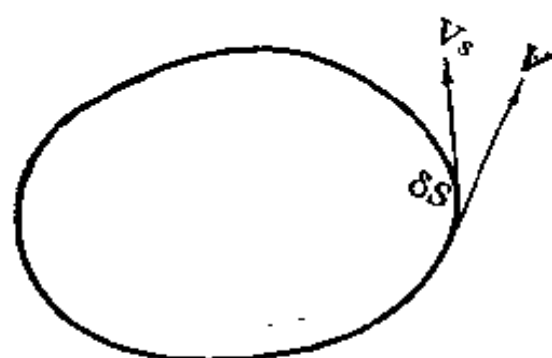


图 6.1

环流指速度场沿某一闭合曲线的线积分。在流体中取一条闭合曲线(图 6.1), 设沿曲线流动的切向风速为 V_s , 而曲线的无限小元量为 ds , 将其乘积 $V_s \cdot ds$ 对整个曲线求积分, 写作

$$c = \oint V_s \cdot ds \quad (6.1)$$

c 为沿该闭合曲线的速度环流或简称环流。可以看出 c 的大小不仅决定于曲线路径, 还与速度在曲线上的分布有关。空气质点可以有沿着曲线或逆着曲线的运动, 但 c 所描述的却是积分的总体效果, 它反映了在曲线 l 所围的面积中空气质点转动特征的一个总的趋势。沿着取定的闭合曲线的方向积分,

环流值为正($c > 0$),反之则为负值($c < 0$)。在气象学中通常以逆时针方向为正,顺时针方向为负。

2. 涡 度

涡度是度量流体转动的一个重要的物理量。在笛卡尔坐标系中,它在 x 、 y 和 z 三个方向的分量各为: $\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}$, $\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ 。由于大气运动主要是水平运动,所以表征水平运动场的垂直涡度分量比其他两个分量都更重要,在动力气象和诊断分析中常把它简称为涡度 ξ 。

涡度与环流有着十分密切的关系。流体力学中根据斯托克斯(Stokes)定理可以证明某点的涡度就是单位面积的环流的极限值。对于某个区域上的平均涡度来说它就等于环流对面积微商。下面用一个长方形面积元作为例子来说明涡度的物理意义。

设 xy -平面上的一长方形的面积元(图 6.2),其边长分别为 δx 和 δy ,各边上的风速分布如图所示,则沿该面积元周界的环流为

$$\begin{aligned} \delta c = & u\delta x + \left(v + \frac{\partial v}{\partial x}\delta x \right)\delta y + \left(u + \frac{\partial u}{\partial y}\delta y \right)(-\delta x) + \\ & + v(-\delta y) = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)\delta x\delta y \end{aligned}$$

$\delta x\delta y$ 即为该面积元 δA ,则得

$$\frac{\delta c}{\delta A} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (6.2)$$

上式等号右端即为垂直于 xy -平面的涡度分量 ξ 。实际上等号两端的表达式都可以作为涡度的定义,可以从一个推导出

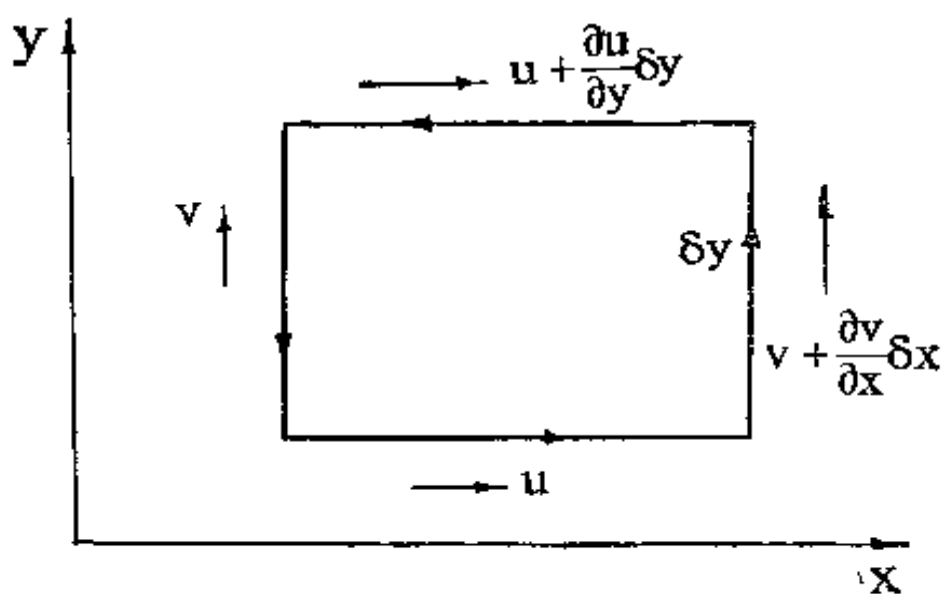


图 6.2

另一个。

如果所取的面积为一个圆，绕着以半径为 r 的圆周旋转，角速度为 ω ，则其环流为

$$c = \omega r \times 2\pi r = 2\pi r^2 \omega \quad (6.3)$$

可见其涡度 $\zeta = c/A = 2\omega$ ，为该流体旋转角速度的两倍。可以看出，环流和涡度都是衡量流体旋转度的量。

在研究地球大气的运动时，人们不仅要研究大气相对于地球表面的运动，而且也要研究由于地球自转对它的影响。空气质点的绝对速度 V_a 可表示为相对于地球的速度（即相对速度）与地球自转引起的速度 V_ω 之和。对于它们的涡度来说相应有

$$\zeta_a = \zeta + \zeta_\omega$$

即绝对涡度为相对涡度与地球旋转涡度之和。后者牵连涡度，亦称地转涡度。对于地球表面某个水平面而言，根据涡度的定义，牵连涡度 ζ_ω 即可写成 $\zeta_\omega = 2\omega \sin \varphi = f$ ，则有

$$\zeta_a = \zeta + f$$

在自然坐标中, 涡度垂直分量转换成如下形式

$$\zeta = \frac{V}{R} - \frac{\partial V}{\partial n} \quad (6.4)$$

(6.4)式第一项为沿流线方向转动所造成的涡度, 称为曲率涡度。当运动沿反时针方向旋转时, 该项为正, 反之为负; 第二项为法向风速梯度所造成的涡度, 称为切变涡度。利用上式可以很直观地判定流场涡度的大小。对于不同系统来说, 曲率涡度项与切变涡度项的重要性是不一样的。如气旋, 反气旋和低涡系统, 流线的曲率半径较小, 曲率涡度项的贡献就较大; 而大尺度的锋面系统或急流, 曲率半径较大, 风速在法向的切变很大, 因此切变涡度项就较为重要。所以这种表示方式常有助于定性地考察流场中涡度的变化。

§ 2 环流定理

环流随时间的变化反映了大气中运动的发展或减弱, 因此人们更注意研究环流随时间变化的规律, 即环流定理。它给出了决定环流加速度的因子。

将绝对坐标系中的运动方程对闭合回路 L 线积分, 得

$$\oint_L \frac{d_a V_a}{dt} dl = - \oint_L \frac{1}{\rho} \nabla p dl - \oint_L \nabla \phi dl \quad (6.5)$$

上式等号左端为绝对加速度的环流, 可以证明它等于绝对环流的加速度 $\frac{d c_a}{dt}$; 对于右端第一项, 由于 $\nabla p dl$ 为气压 p 沿线段 dl 的变化, 即为 dp ; 对于右端第二项, 同样也有 $\nabla \phi dl = d\phi$, 对于闭合回路而言, 端点重合, 则 $-\oint_L d\phi = 0$ 。于是(6.5)式

可以写成

$$\frac{dc_a}{dt} = \oint_L \frac{1}{\rho} dp \quad (6.6)$$

上式的右端即为力管项。下面介绍它的物理意义。

利用状态方程可以把(6.6)式改写如下

$$-\oint_L \frac{1}{\rho} dp = -\oint_L \alpha dp = -\oint_L \frac{RT}{p} dp = -R \oint_L T d(\ln p) \quad (6.7)$$

其中 α 为比容，可以证明力管项的大小决定于闭合曲线所包围的压容管（由相隔一个单位的等压面和等容面新构成的管子）的数目。图 6.3 是由 α, p 两个面所构成的力管场的一个切面。取回路 $ABCD$ 分别沿等压线和等容线。由于沿 AB 和 CD 的 $dp=0$ ，所以 $\frac{1}{\rho} dp$ 沿这两段的积分为零，则有

$$\begin{aligned} -\oint_{ABCD} \alpha dp &= -\int_A^B \alpha dp - \int_B^C \alpha dp - \int_C^D \alpha dp - \int_D^A \alpha dp \\ &= -(\alpha+n)[p-(p+m)] - \alpha[(p+m)-p] \\ &= mn \end{aligned}$$

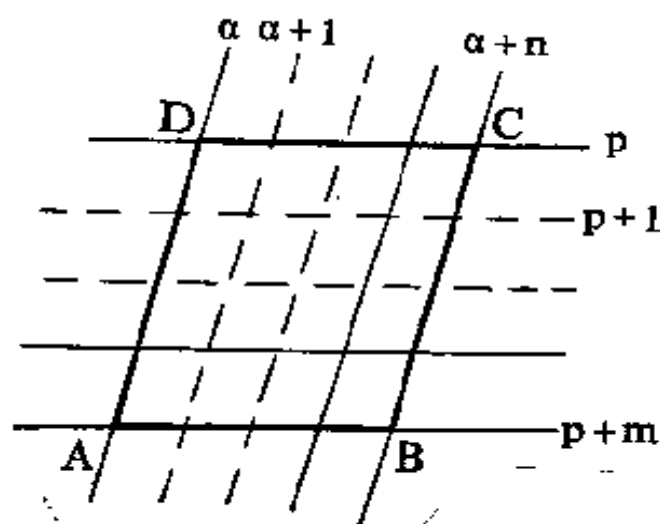


图 6.3

为该两个场所构成的力管数，对于任意形状的回路都是一样，即沿流体闭合回路的环流加速度决定于该回路内所包含的力管的数目。从(6.7)式还可知道力管也可用 T, p 或 $T, \ln p$ 来表示

在正压大气中，等

容面(或等温面)与等压面平行, 力管项为零, 则

$$\frac{dc_a}{dt} = 0$$

这时绝对环流守恒。可见大气的斜压性是产生环流加速度的动力因素。

环流定理可以用来很好地解释海陆风和山谷风等局地环流。由于陆地上温度的日变化远较海洋上的日变化大, 陆地

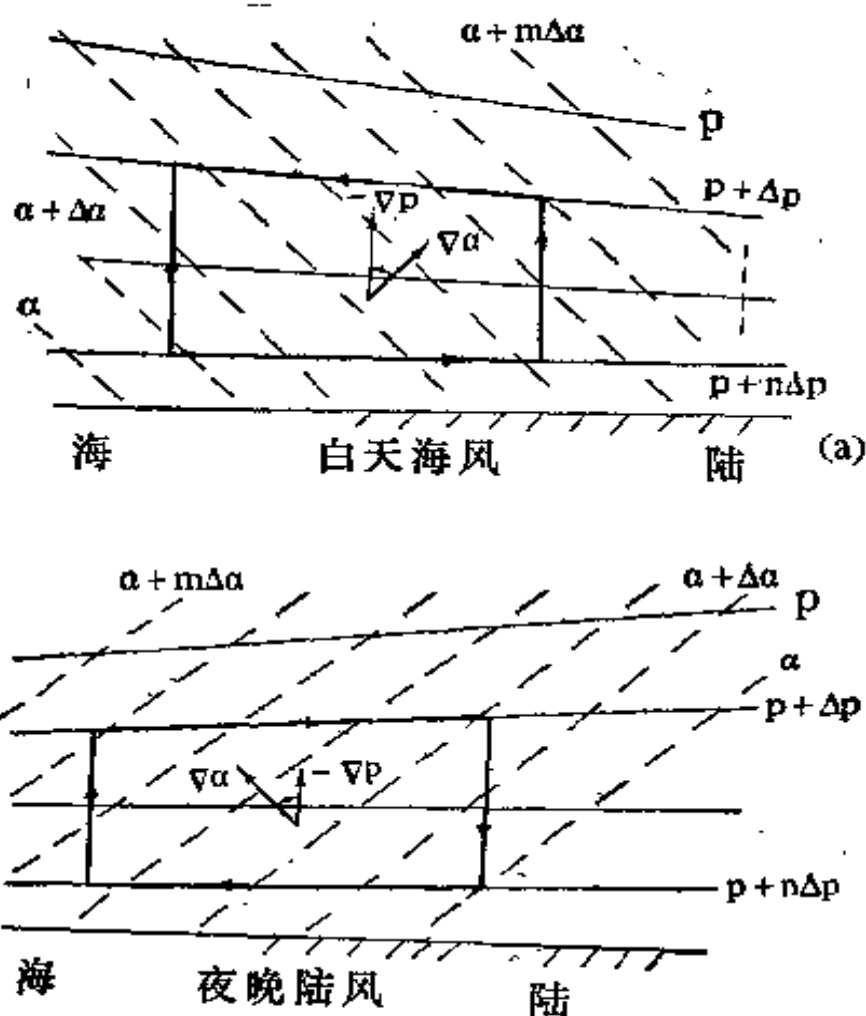


图 6.4

白天的增温和夜间冷却均较海洋快, 海陆间的温度梯度的方向日夜不一致, 构成力管的方向也不一致 (如图 6.4 所示)。

因此环流的方向日间和夜晚正相反,在低层则表现为白天的海风和夜间的陆风。

在动力气象中,相对于旋转地球的环流比绝对环流更为实用。相对环流定理为

$$\frac{dc}{dt} = - \oint_L \alpha dp - 2 \omega \sin \varphi \frac{d\sigma}{dt} \quad (6.8)$$

上式又称皮叶克尼斯(Bjerknes)环流定理, σ 为回路所围之面积。

环流、涡度、力管等概念以及环流定理的引入在气象学中产生了深远的影响。它不仅提供了定量地量度大气中旋转运动的可能性,而且与经典流体力学不同,它注意到了密度面与气压面的相交所构成的斜压性在大气运动发展中的作用。

§ 3 散 度

研究流体运动状态的另一个物理量就是散度。由于大气中的散度场与涡度场有着密切的关系,所以先介绍一些散度的有关知识。

三维散度 $D_s = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ 是小块体积元量的相对

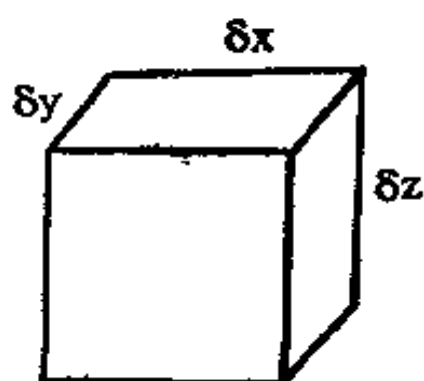


图 6.5

变化率。为了直观地说明问题,取如图 6.5 所示的小立方体元,其边长分别为 δx 、 δy 和 δz ,立方体的体积为 M 。当流体处于运动状态时,其体积的相对变化率可写成 $\frac{1}{M} \frac{\delta M}{\delta t}$ 。根据微分原则及速度的定义,有

$$\begin{aligned}\frac{1}{M} \frac{\delta M}{\delta t} &= \frac{1}{\delta x \delta y \delta z} \frac{\delta}{\delta t} (\delta x \delta y \delta z) \\ &= -\frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta y} + \frac{\delta w}{\delta z} \equiv D_3\end{aligned}\quad (6.9)$$

这正是三维的速度散度。

二维散度即为水平面积的相对变化率。一般记作 $\nabla \cdot \mathbf{r}$ 或 $\text{div } \mathbf{V}$ 。从第二章已知, 气压坐标系中连续方程的表达式为:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} + \frac{\partial w}{\partial p} = 0.$$

它把水平面上的散度与垂直风场的分布连结起来了。近代天气学中广泛地应用各层等压面上的散度场分布来计算垂直速度。对于天气尺度的系统来说散度的量级为 10^{-6}秒^{-1} , 而涡度则为 10^{-5}秒^{-1} , 相差一个量级。因此天气尺度的运动主要是一种准无辐散运动。但是对于中小尺度系统或强烈发展的天气系统来说, 散度场的变化很大, 散度量级也可达 10^{-5}秒^{-1} 以上。如在强暴雨形成时, 低层的辐合量可有 $5-10 \times 10^{-5} \text{秒}^{-1}$ 。因此散度是这类天气系统诊断分析中一个重要的物理量。

§ 4 涡度方程, 位势涡度

1. 涡度方程

涡度方程是研究涡度变化的动力学方程。我们把 u 分量的动量方程和 v 分量的动量方程分别对 y 和 x 微商, 然后两式相减, 并用 $\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$, $D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$, 及 $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$ 代入, 则有

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -u \frac{\partial \xi}{\partial x} - v \frac{\partial \xi}{\partial y} - w \frac{\partial \xi}{\partial z} - (\xi + f) D - \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} - \right.$$

$$-\frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} \Big) - v\beta + \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (6.10)$$

上式即为涡度方程。其中 $\beta = \frac{\partial f}{\partial y}$ 。绝对涡度方程的形式为

$$\begin{aligned} \frac{d(\xi + f)}{dt} = & -(\xi + f)D - \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \\ & + \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (6.11)$$

(6.10)式右端各项的物理意义是：

(1) $u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y} + w \frac{\partial \xi}{\partial z}$ ：统称平流项，表示由于相对涡度在水平和垂直方向上分布不均匀造成的水平及垂直方向的输送。

(2) $(\xi + f)D$ ：称水平散度项。在天气学中 f 的量级一般比 ξ 大，因此绝对涡度常为正号。考虑绕着一条闭合曲线旋转的流体，当存在辐散时 ($D > 0$)，其所围面积就扩大，这时单位面积的环流量(涡度)就变小，即 $\frac{\partial \xi}{\partial t} < 0$ ；当辐合时 ($D < 0$)，则 $\frac{\partial \xi}{\partial t} > 0$ ，涡度就增加。

(3) $\left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} \right)$ ：称扭转项，它表示由于垂直速度在水平方向分布不均匀造成水平涡管(即涡度在 x 、 y 方向的分量)产生倾斜，因而使涡度的垂直分量发生变化。如果 v 的分布随高度减小(即 $\frac{\partial v}{\partial z} < 0$)，这时产生一个 x 方向的正涡度 $\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)$ 如图 6.6 所示，考虑 w 场在 x 方向上的分布，若有 $\frac{\partial w}{\partial x} > 0$ ，则 x 方向的涡管就会发生倾斜而产生垂直分量如图

中虚线所示。也即 $\frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} < 0$, 使垂直方向的涡度增加。

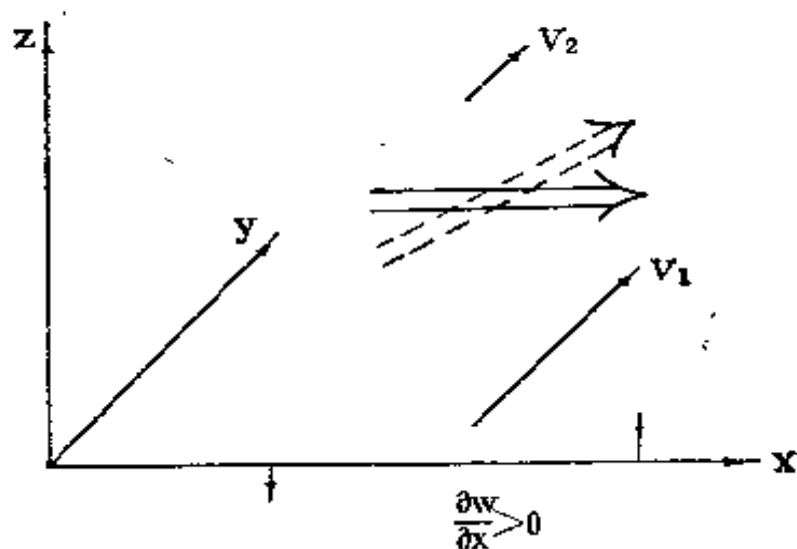


图 6.6

(4) $\frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial \rho}{\partial y} \right)$: 称力管项。推导表明, 该项即为单位面积内的力管。

对于 p 坐标系来说, 涡度方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial t} = & -u \frac{\partial \xi}{\partial x} - v \frac{\partial \xi}{\partial y} - \omega \frac{\partial \xi}{\partial p} - v \beta - (\xi + f) D - \\ & - \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial p} \right) \end{aligned} \quad (6.12)$$

与(6.11)式比较, (6.12)式少了一个力管项, 这是因为在等压面上, 回路上的 dp 皆为零的缘故。

对于不同尺度的天气系统, 涡度方程各项的重要性是不同的。对于天气尺度的系统, 尺度分析表明各项的大致量级如下

$$\frac{\partial \xi}{\partial t}, \quad u \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad v \frac{\partial \xi}{\partial y} \sim 10^{-10}; \quad \omega \frac{\partial \xi}{\partial p} \sim 10^{-11},$$

$$v\beta \sim 10^{-10}; \quad \xi D \sim 10^{-11}; \quad fD \sim 10^{-10}; \quad \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial p} \sim$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial p} \sim 10^{-11}$$

作为第一近似,略去 10^{-11} 项,则得适用于天气尺度的简化涡度方程

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -u \frac{\partial \xi}{\partial x} - v \frac{\partial \xi}{\partial y} - v\beta - fD = -\mathbf{V} \cdot \nabla(\xi + f) - f \cdot \nabla \mathbf{V} \quad (6.13)$$

即相对涡度的局地变化是由平流变化,南北向运动所造成的纬度变化以及水平辐散(合)造成的。

在实际大气中接近 500 毫巴高度处垂直运动往往达到最大,这时 $\frac{\partial \omega}{\partial p} = 0$ 。涡度方程为

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -\mathbf{V} \cdot \nabla(\xi + f) = -u \frac{\partial \xi}{\partial x} - v \frac{\partial \xi}{\partial y} - \beta v \quad (6.14)$$

上式就是正压无辐散的涡度方程。经归并也可写成 $\frac{d(\xi + f)}{dt} = 0$, 即为绝对涡度守恒定理。

涡度方程在数值预报中有较为广泛的应用。这是因为利用倾向方程或原始方程组计算气压或其它物理量,虽然有较清楚的物理意义,但在实际计算中,这种方法有一定的缺点,它们的局地变化项比右端各项小一个量级,它相当于右端各项加减后的一个余数,右端各项的误差会很大地影响它的准确性。而对于涡度方程来说,它的局地变化项与右端主要项同量级,用它来计算涡度倾向就可以避免上述性质的误差。

值得注意的是,上述的讨论都是对于天气尺度系统而言的,尺度分析和实际计算表明,对于中小尺度系统,散度和垂

直速度都是很强的，它们可以比天气尺度系统的值大一个量级以上。这时涡度方程中垂直输送项 $\omega \frac{\partial \xi}{\partial p}$ ，扭转项及 ξD 项皆可与其它各项相当，甚至更大。因此在研究中尺度涡旋的发生发展时，简化了的涡度方程就不再适用了。

2. 位 势 涡 度

为了研究大尺度系统在干绝热情况下的运动规律，引出位势涡度(简称位涡)这个概念。对一个有限气柱来说，如运动保持干绝热过程，则气柱上下层的位温值 $\theta + \Delta\theta$ ， θ 将保持不变。两个位温面之间的气压高度为 Δp 。干绝热过程中气流没有穿越等 θ 面的运动，因此质量守恒，气柱面积的大小则与气压高度 Δp 成反比。利用正压情况下的环流定理 $\frac{dc_a}{dt} = 0$ 可得

$$\frac{\xi + f}{\Delta p} = \text{常数} \quad (6.15)$$

这就是正压绝热过程下的位涡守恒定理。

位势涡度的另一种表示形式是绝对涡度与递减率的乘积，即 $(\xi + f) \frac{\partial \theta}{\partial p}$ 。在均质大气中， ρ 为常数，这时 Δp 就与 Δz 等价，(6.15)式又可写成

$$\frac{\xi + f}{\Delta z} = \text{常数}$$

位涡守恒定理在大尺度天气运动中有广泛的应用。对于过山的西风气流，假定流速是均匀的(如图 6.7 所示)，则 $\xi = 0$ 。在迎风侧气柱爬坡收缩， Δp 减小。为维持 (6.15) 式所表示的位涡守恒， f 必须相应减小，即气流向低纬折向，或呈反

气旋旋转($\xi < 0$);过山顶后气柱伸展, Δp 增大,绝对涡度也须相应增大,则反气旋涡度减小,甚至变气旋涡度($\xi > 0$),气流又逐渐向北折,这样在山脉的背风侧形成低槽区。这就大体上解释了背风地形槽的形式。位涡守恒定理还可以解释大尺度向北气流中急流的形成。位于大洋西岸的大陆上如有南北向的高山屏障,这时大洋上空的东南信风西行遇到山脉屏障时就会向北折成偏南气流(如图6.8)。假如气流在南北向运动时气柱厚度不变,则向北运动 f 增大时,为保持位涡守恒,相对涡度必然减小,这样气流就作反气旋式旋转或加强其东西

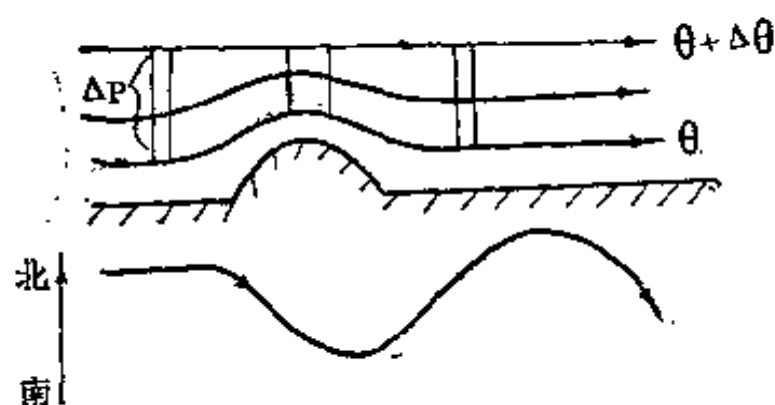


图 6.7

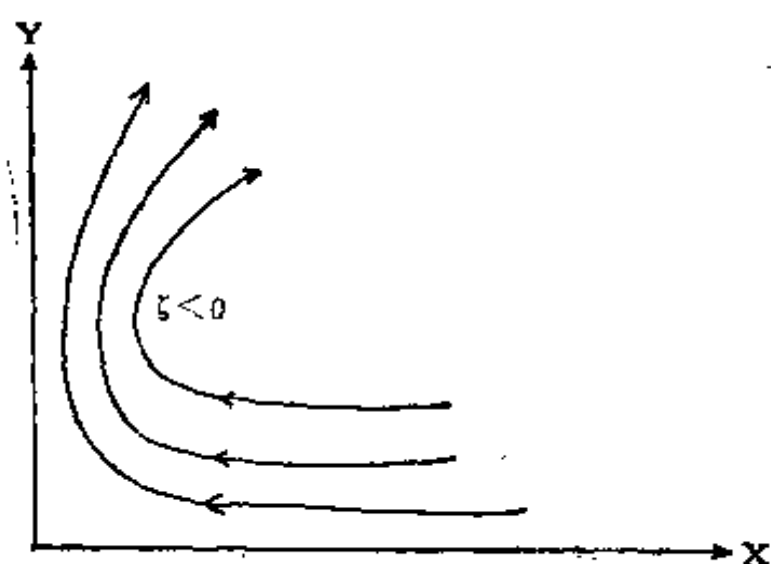


图 6.8

方向的风速切变 $\left(\frac{\partial v}{\partial x} < 0\right)$ ，即在气流的西边界发展成高速气流而出现西南风的急流状结构。韦克斯勒 (Wexler) 就是这样用它来解释美洲大陆上大尺度低空急流的形成的。同样也可以用来解释东非低空急流及东亚地区大尺度低空急流的形成。

由于位涡与干绝热过程有关，应用热力学方程及涡度方程，可以推导出表示位涡变化的因素的位势涡度方程，并用它来诊断大尺度气流的运动规律或中尺度系统发生的物理过程。

§ 5 散 度 方 程

散度方程是描写散度局地变化的动力诊断方程。

把 u 分量的动量方程和 v 分量的动量方程分别对 x 和对 y 微商，然后两式相加，就可得到散度方程。实际工作中常用 p 坐标上的散度方程，其形式如下

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial t} + V \cdot \nabla D + \omega \frac{\partial D}{\partial p} + D^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial p} + \right. \\ \left. + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial p} \right) - 2 J(u, v) + \nabla^2 \phi - f\xi + \beta u = 0 \quad (6.16) \end{aligned}$$

其中 J 为雅可宾 (Jacobi) 算子， ∇^2 为拉普拉斯 (Laplace) 算子。

前面已经指出，在天气尺度运动中，散度是一个很小的量，它的局地变化也是很小的。(6.16) 式中带有散度和垂直速度的前五项的量级皆在 10^{-11} — 10^{-12} 秒 $^{-2}$ 之间，而 $J(u, v)$ 和 βu 项为 10^{-10} 秒 $^{-2}$ ， $\nabla^2 \phi$ 和 $f\xi$ 项为 10^{-9} 秒 $^{-2}$ 左右。因此作为散度方程的一级近似有

$$\beta u - 2J(u, v) + \nabla^2 \phi - f\xi = 0 \quad (6.17)$$

(6.17)式称之为平衡方程。方程不再出现散度和垂直运动，它反映了风场 (u, v, ξ) 与高度场 ϕ 之间的一种平衡关系。数值预报中常用它来协调初始场中高度场与风场之间的关系。

如果对(6.17)式作进一步近似，略去 10^{-10} 项，就演化为地转关系

$$\nabla^2 \phi - f\xi = 0 \quad (6.18)$$

这时涡度 ξ 即为地转风涡度

$$\xi_g = \frac{1}{f} \nabla^2 \phi$$

从这里也可看出地转风关系是风场与气压场之间关系的一种最粗略的近似。

在中尺度系统中，散度方程各项的大小有了很大的变化。众所周知，中尺度系统中不仅有较强的涡旋运动，而且有很大的散度和强烈的垂直运动(如强对流系统)。近年来对暴雨或强对流天气系统的研究表明，散度方程中包含有 D 和 ω 的项(如扭转项和垂直输送项)皆可达 $10^{-10}—10^{-9}$ 秒 $^{-2}$ 。可以与地转风涡度项($\nabla^2 \phi$)和实测风涡度项($f\xi$)相比拟。在中尺度系统发生发展过程中，散度的局地变化可达 10^{-9} 秒 $^{-2}$ ，甚至更大，因此平衡方程就不能应用。强对流天气过程常有强辐散辐合伴随，因此近年来出现了不少利用散度方程对中小尺度系统进行诊断的研究。而散度变化又是造成重力波传播的主要原因，所以散度方程对于中小尺度的波动系统的研究也就具有特殊的意义。

参 考 文 献

- [1] 余志豪、王彦昌，流体力学，气象出版社，(1982)。
- [2] Edited by B.W. Atkinson, Dynamical Meteorology, An Introdu-

- ctory Selection. Methuen & Co. Ltd (1981).
- [3] Wexler, H., *Tellus*, 13,(3),368—378(1961).
- [4] Da-sheng yang and T. N. Krishnamurti, *J. Appl. Sci.* 38, (12), 2676—2695 (1981).
- [5] 孙淑清, 大气科学, 6,(4),(1982)。

第七章 大气中的波动

大气中的空气微团,由于受力的作用,常围绕某个平衡位置振动,这种振动在空间的传播就形成波动。由于大气中产生波动的因子很多,如由于地球旋转而产生的科里奥利力、重力、大气的可压缩性、大气的温度层结等等。不同因子可以形成不同性质的波动,因此使得大气中存在着各种各样的运动。如促使对流云发展的重力波、产生大范围天气变化的大气长波。为了掌握大气中这些运动的规律,我们必须了解发生在大气中各种波动的物理机制。为了突出某种波动的物理本质,我们可以通过一些假设,简化一些基本方程组。下面,先介绍在本讲所要用到的两个基本假定,即 β 平面近似及小扰动法。

§ 1 β 平面近似与小扰动理论

1. β 平面近似

我们首先假定运动局限于比较窄小区域,运动的水平特征尺度 L 与地球半径 a 之比是很小的,即 $\frac{L}{a} \ll 1$,这样就可以略去地球曲率的影响。地转偏向力可以简单地表示成 $f = f_0 + \beta y$, f_0 就是某一纬度的地转偏向力; $\beta \approx \frac{df}{dy}$ 是地转偏向力随纬度的变化,取其为常数;这就称 β 平面近似。在热带地区, f_0 很小,因此上式可以写成 $f = \beta y$,这称为赤道平面近似。

2. 小扰动法

在第二章中所推导的基本运动方程组都是非线性的, 很难求出它们的解。为了理解所表示的物理意义, 一般把方程中的变量分成两部分: 一部分称基本状态, 通常与时间无关, 它只是空间坐标的已知函数; 另一部分是扰动部分, 它表示实际变量与基本状态的偏差。例如, 气流在 x 方向的速度 $u(x, y, t)$ 可表示成

$$u(x, y, t) = \bar{u} + u'(x, y, t) \quad (7.1)$$

上式中 \bar{u} 是基本气流, 一般取为常数, u' 是实际气流与基本气流的偏差, 即扰动气流。

小扰动理论就是把大气运动中任一物理量看成是由已知的基本状态和迭加在其上的微扰量组成, 并且假设当扰动部分为零时, 基本状态的各变量本身必须满足运动方程组。此外, 扰动变量相对基本量是足够小的, 因此使得控制方程中所有扰动变量的二次以上的项都可以忽略, 即略去所有的非线性项, 把非线性方程变成线性方程, 从而容易求出方程的解析解。例如对惯性项线性化

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = (\bar{u} + u') \frac{\partial (\bar{u} + u')}{\partial x} = \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} + u' \frac{\partial u'}{\partial x} \quad (7.2)$$

依小扰动假定, $|u'/\bar{u}| \ll 1$, $\left| \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} \right| \gg \left| u' \frac{\partial u'}{\partial x} \right|$, 这样, (7.2) 式可以变成

$$u \frac{\partial u}{\partial x} \approx \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} \quad (7.3)$$

因此, 水平运动方程可以写成如下小扰动方程式

$$\begin{cases} \frac{\partial u'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} - f v' = -\frac{\partial \phi'}{\partial x} \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial v'}{\partial x} + f u' = -\frac{\partial \phi'}{\partial y} \end{cases} \quad (7.4)$$

其中 ϕ' 是扰动位势。

随着非线性方程的理论进展,扰动变量不必足够小了,而只假设扰动的振幅是有限的,这样就保留扰动变量的二次以上的项,从而可得到非线性波。

§ 2 大气中的声波和重力波

1. 声 波

由于大气是可压缩性流体,当压缩(或膨胀)某部分空气,其四周空气也依次被压缩(或膨胀),在这种过程中,空气可压缩性就产生了一种传播性波动,这就是声波,因此,声波是空气的可压缩性引起的。声波是一种纵波。为了便于考虑大气的可压缩性,我们采用 z 坐标系,并假定扰动只在 x 方向传播,因此, $v=w=0$ 。若忽略地转偏向力的作用,这样描述声波的运动方程、连续方程和绝热方程是

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (7.5)$$

$$\begin{cases} \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (7.6)$$

$$\begin{cases} \frac{d \ln \theta}{dt} = 0 \end{cases} \quad (7.7)$$

(7.7)式中 θ 是位温

$$\theta = \frac{p}{\rho R} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}} \quad (7.8)$$

此处 $p_0 = 1000$ 毫巴, 把(7.8)式代入(7.7)式可得

$$\frac{1}{\gamma} \cdot \frac{d \ln p}{dt} - \frac{d \ln \rho}{dt} = 0 \quad (7.9)$$

上式中 $\gamma = c_p/c_v$, 消去(7.6)式与(7.9)式的 ρ , 这样就可得

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d \ln p}{dt} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (7.10)$$

现在利用小扰动法, 即取

$$\begin{cases} u(x, t) = \bar{u} + u'(x, t) \\ p(x, t) = \bar{p} + p'(x, t) \\ \rho(x, t) = \bar{\rho} + \rho'(x, t) \end{cases} \quad (7.11)$$

因为 $|\rho'/\bar{\rho}| \ll 1$, 所以利用二项式展开就有下式

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\bar{\rho} + \rho'} = \frac{1}{\bar{\rho}} \left(1 + \frac{\rho'}{\bar{\rho}} \right)^{-1} \approx \frac{1}{\bar{\rho}} \left(1 - \frac{\rho'}{\bar{\rho}} \right) \quad (7.12)$$

把(7.11)式与(7.12)式分别代入(7.5)与(7.10)式, 可得

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) u' + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad (7.13)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) p' + \gamma \bar{p} \frac{\partial u'}{\partial x} = 0 \quad (7.14)$$

对(7.14)进行 $\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right)$ 运算后把(7.13)式代入, 这样可消去 u' , 故得到

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 p' - \frac{\gamma \bar{p}}{\bar{\rho}} \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = 0 \quad (7.15)$$

(7.15)式是波动方程的一种形式, 假设解的形式有

$$p'(x, t) = A e^{ik(x - ct)} \quad (7.16)$$

上式中一般称 A 是波的振幅, k 是波在 x 方向的波数, c 是波的相速度。

把(7.16)式代入方程(7.15), 可以得到

$$(-ikc + ik\bar{u})^2 - \frac{\gamma \bar{p}}{\bar{\rho}} (ik)^2 = 0 \quad (7.17)$$

因此, 可得声波的相速度公式

$$c = \bar{U} \pm (\gamma R \bar{T})^{\frac{1}{2}} \quad (7.18)$$

从(7.18)式可以看到声波相对于气流的传播速度是 $(\gamma R \bar{T})^{\frac{1}{2}}$, 这一速度也称绝热声速。在绝热情况, 声波的相速度是 330 米·秒⁻¹ 左右。从(7.18)式可以看到, 当基本气流为零时, 声波相速度只与大气的热状态 γ, \bar{T} 有关, 而与波长或者波数无关, 因而声波不是频散波。此外, 从(7.18)式可以看到声波可以沿基本气流正反两个方向传播, 其传播速度大大超过气流速度, 故声波属于快波, 它对天气的影响是微不足道的。

2. 重 力 波

空气块相对于原来位置作垂直振动, 其向外传播就形成重力波, 它是以重力作为位移的原动力的一种波动。大气中重力波分为重力外波和重力内波。重力外波是指处于大气上下边界(如自由面或下边界)附近的空气受到扰动以后, 偏离平衡位置在重力作用下产生的波动。因此, 它主要发生在边界面上, 离边界面愈远, 波动就愈不显著。而重力内波指在大气内部的不连续面上或稳定的大气层结中, 空气受到扰动以后, 偏离平衡位置, 在重力作用下产生的波动。

下面我们先讨论大气自由面上所发生的重力外波, 假设地球不旋转, 即 $f=0$, 并假设运动不依赖于 y , 扰动只沿 x 方向传播, 这样由小扰动法可得到描述重力波的方程组。

$$\begin{cases} \frac{\partial u'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} = -\frac{\partial \phi'}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \phi'}{\partial x} + gH \frac{\partial u'}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (7.19)$$

式中 H 是大气的平均高度。

上面两式分别对 x, t 进行微商, 并由两式消去 $\frac{\partial^2 U'}{\partial x \partial t}$, 得

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \bar{U} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right)^2 \phi' - c_0^2 \frac{\partial^2 \phi'}{\partial x^2} = 0$$

上式中 $c_0 = \sqrt{gH}$ 。令波解形式为

$$\phi' = \Phi e^{ik(x-ct)}$$

这样可得到重力外波的波速公式

$$c = \bar{U} \pm \sqrt{gH} \quad (7.20)$$

从此式可以看到波的相速度是与重力有关, 如果 $g=0$, 波就不存在了, 故称之为重力波。还可以看到重力外波的波速与波数无关, 故重力外波是非频散波, 并且它以 \sqrt{gH} 的速度向 x 的正、负方向传播, 它的相速度大约为 $200 \text{ 米} \cdot \text{秒}^{-1}$ 左右, 因此重力波是快波。

下面, 我们将说明产生重力外波的物理机制:

设有一大气柱, 它的下界没有垂直方向的扰动, 而在自由面上有一扰动, 这样在自由面上某一点自由面高度就抬高, 该点压强增加, 从而会产生指向两边的气压梯度力。由(7.19)第一式可以看到该点附近的空气沿 x 轴正负两个方向产生加速运动, 这样造成该点附近的空气水平辐散, 辐散的结果就使得下一时刻该点的自由面高度下降, 而别的地方的自由面的高度上升。因此由于相邻区域的辐散辐合和自由面升降的交替出现不断地向两边传播, 这就形成重力波。所以外界条件造成边界垂直扰动是重力外波产生的外因, 而这种扰动在重

力作用下引起相邻区域的水平辐散辐合，则是重力外波传播的条件。因此，若使上下边界固定，没有边界的垂直扰动，当然也就没有重力外波产生。

由于大气存在密度层结，两种不同密度的不可压缩流体的不连续面上也可以产生重力波，这种波称重力内波。下面，我们将讨论重力内波：

为了讨论方便，我们设基本气流 $\bar{u}=0$ ，不考虑地球的旋转，即没有科里奥利力的作用，并且假设扰动与 y 无关，这样由基本运动方程组可得下面扰动方程

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{\rho} u'}{\partial t} = -\frac{\partial p'}{\partial x} \\ \mu \frac{\partial \bar{\rho} w'}{\partial t} = -\frac{\partial p'}{\partial z} - \rho' g \\ \frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\left(\frac{\partial \bar{\rho} u'}{\partial x} + \frac{\partial \rho' w'}{\partial z}\right) \\ \frac{\partial p'}{\partial t} + w' \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} = \gamma R \bar{T} \left(\frac{\partial \rho'}{\partial t} + w' \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z}\right) \end{cases} \quad (7.21)$$

上式中 $\mu=1$ 表示非静力平衡， $\mu=0$ 表示静力平衡。

为了消去重力外波，这里我们引入边界条件

$$\begin{cases} z=0, & w'=0 \\ z \rightarrow \infty, & \rho w' \rightarrow 0 \end{cases}$$

这里，把(7.21)式中第4个方程进行简化，得

$$\frac{\partial p'}{\partial t} - \gamma R \bar{T} \frac{\partial \rho'}{\partial t} = \left(\gamma R \bar{T} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \right) w'$$

在绝热过程， $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ ， $\gamma R \bar{T} = c_0^2$ ， c_0 是绝热声速。

上式中

$$\begin{aligned}
& \left(\gamma R \bar{T} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \right) = \left(\gamma \frac{\bar{p}}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \right) \\
& = \gamma \bar{p} \left(\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} - \frac{1}{\partial \bar{p}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \right) = \gamma R \bar{T} \bar{\rho} \left(\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} - \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{\gamma} \frac{1}{\bar{p}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \right) = c_0^2 \bar{\rho} \left(\frac{\partial \ln \bar{\rho}}{\partial z} - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \ln \bar{p}}{\partial z} \right) \\
& = -\frac{c_0^2 \bar{\rho}}{g} N^2 = -\bar{\rho} \tilde{N}^2 \\
& \quad \tilde{N}^2 = \frac{c_0^2 N^2}{g}
\end{aligned}$$

式中 N 一般称布朗特-维赛拉频率。 \tilde{N} 是与大气静力稳定度有关的参数。这样可以得到

$$\frac{\partial p'}{\partial t} - c_0^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\tilde{N}^2 \bar{\rho} w' \quad (7.22)$$

消去方程组的 u' , ρ' , w' 可得

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{\partial}{\partial t^2} \left[\mu \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} (g + \tilde{N}^2) \frac{\partial}{\partial z} \right] - \right. \\
& \quad \left. - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\mu \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \tilde{N}^2 g \right] \right\} \bar{\rho} w' = 0 \quad (7.23)
\end{aligned}$$

设方程(7.23)的解为

$$\bar{\rho} w'(z) = w(z) e^{i(kz - \sigma t)}$$

式中 σ 是波的频率。把上式代入方程(7.23), 可得

$$\frac{d^2 w}{dz^2} + \frac{g + \tilde{N}^2}{c_0^2} \frac{dw}{dz} + \left[\frac{\mu \sigma^2}{c_0^2} + \frac{k^2}{\sigma^2 c_0^2} \tilde{N}^2 g - \mu k^2 \right] w = 0 \quad (7.24)$$

设 $w = e^{-\frac{g + \tilde{N}^2}{2c_0^2} z} \hat{w}(z)$, 并代入方程(7.24), 可得

$$\begin{cases} \frac{d^2 \hat{w}}{dz^2} - \left[\mu \left(\frac{\sigma}{c_0^2} - k^2 \right) + \frac{k^2 \tilde{N}^2 g}{\sigma^2 c_0^2} - \frac{1}{4} \left(\frac{g + \tilde{N}^2}{c_0^2} \right)^2 \right] \hat{w} = 0 \\ \hat{w} = 0 \quad \text{当 } z = 0 \\ \hat{w} \text{ 有界} \quad \text{当 } z \rightarrow \infty \end{cases} \quad (7.25)$$

设方程(7.25)的解为

$$\hat{w}(z) = A \sin(mz) + B \cos(mz)$$

显然, 有下面两式

$$\mu \left(\frac{\sigma^2}{c_0^2} - k^2 \right) + \frac{k^2 \tilde{N}^2 g}{\sigma^2 c_0^2} - \frac{1}{4} \left(\frac{g + \tilde{N}^2}{c_0^2} \right)^2 \sigma^2 + \frac{k^2 \tilde{N}^2 g}{\mu} = m^2 \quad (7.26)$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 = & \frac{1}{2} \left(c_0^2 k^2 + \frac{c_0^2 m^2}{\mu} + \frac{(\tilde{N}^2 + g)^2}{4 c_0^2} \right) \pm \\ & \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(c_0^2 k^2 + \frac{c_0^2 m^2}{4 c_0^2} + \frac{(\tilde{N}^2 + g)^2}{4 c_0^2} - \frac{k^2 \tilde{N}^2 g}{\mu} \right)} \end{aligned} \quad (7.27)$$

因此, 重力内波不仅与大气层结, 重力有关, 而且与波在水平方向、垂直方向的波数有关。它是频散波。

下面, 我们分别讨论两种特殊情况:

1) 在等温大气的情况下, 并且没有重力作用, 这种情况就是 $\tilde{N}^2 = 0, g = 0$, 那么(7.27)式就变成

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left(c_0^2 k^2 + \frac{c_0^2 m^2}{\mu} \right) + \frac{1}{2} \left(c_0^2 k^2 + \frac{c_0^2 m^2}{\mu} \right)$$

因为没有重力作用, 故 $\mu = 1$, 这样可得波的相速度

$$c = c_0 \sqrt{1 + \left(\frac{m}{k} \right)^2} \quad (7.28)$$

当 $k \gg m$ 时 $c \rightarrow c_0$, 这是声波的速度, 而重力内波不存在。

2) 在静力平衡条件下, 因此有 $R\bar{T} = gH$, 并且 $\mu = 0$, 这时

$$\tilde{N}^2 = \frac{1}{\bar{\rho}} \left(\gamma R\bar{T} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \right) = \gamma + g = (1 - \gamma)g$$

$$\frac{\tilde{N}^2 + g}{4c_0^2} = \frac{(1 - \gamma)g + g}{4c_0^2} = \frac{\gamma^2 g^2}{4\gamma^2 g^2 H^2} = \frac{1}{4H^2}$$

把(7.27)式根号中按二项式展开, 可得

$$\sigma_a^2 = \frac{c_0^2}{2} \left[k^2 + \frac{m^2}{\mu} + \frac{1}{4\mu H^2} \right]$$

$$\cdot \left\{ 2 - \frac{1}{2} \frac{4k^2 \tilde{N}^2 g}{\mu c_0^4 \left(k^2 + \frac{m^2}{\mu} + \frac{1}{4\mu H^2} \right)^2} \right\} \quad (7.29)$$

$$\sigma_g^2 = \frac{c_0^2}{2} \left[k^2 + \frac{m^2}{\mu} + \frac{1}{4\mu H^2} \right]$$

$$\cdot \left\{ \frac{1}{2} \frac{4k^2 \tilde{N}^2 g}{\mu c_0^4 \left(k^2 + \frac{m^2}{\mu} + \frac{1}{4\mu H^2} \right)^2} \right\} \quad (7.30)$$

把 $\mu = 0$ 代入, 可得

$$\sigma_a^2 \rightarrow \infty \quad (7.31)$$

$$\sigma_g^2 = \frac{k^2 \tilde{N}^2 g}{C_0^2 \left(m^2 + \frac{1}{4H^2} \right)}$$

从(7.29), (7.30)可以看到当引入静力平衡假定时, 只有重力内波, 而不存在声波。

同样, 当运动的水平尺度大于垂直尺度时, 即 $k^2 \ll m^2$, 也可消去声波, 只存在重力内波。

一般情况下, 重力内波的频率为

$$\sigma_g^2 = \frac{k^2}{k^2 + m^2 - \frac{1}{4H^2}} N^2$$

所以 $\sigma_g < N$, 因此伯朗特-维萨拉频率是重力内波极限频率。

一般重力内波相速度在绝热情况下为 $46 \text{ 米} \cdot \text{秒}^{-1}$ 左右, 它比重力外波小一个量级, 相对于声波与重力外波而言, 重力内波是中速波。

下面, 我们将说明一下重力内波的产生机制。

设在一上下边界固定不动的稳定层结的大气中, 有一空气微团受到扰动, 如产生上升运动, 这样由于绝热上升, 空气微团的温度必然要下降。因此, 到一定时刻, 受扰动的空气微团的温度将等于四周空气的温度, 这时的空气微团将不再上升而转为下沉, 在下沉过程中, 由于绝热增温, 故到一定高度, 此微团又将上升, 如此不断重复, 这种稳定层结的作用, 使空气微团在垂直位移过程中产生振动。而这种振动同时带来周围空气的辐散辐合, 从而使此振动向四周逐渐传播下去, 这就形成了重力内波。

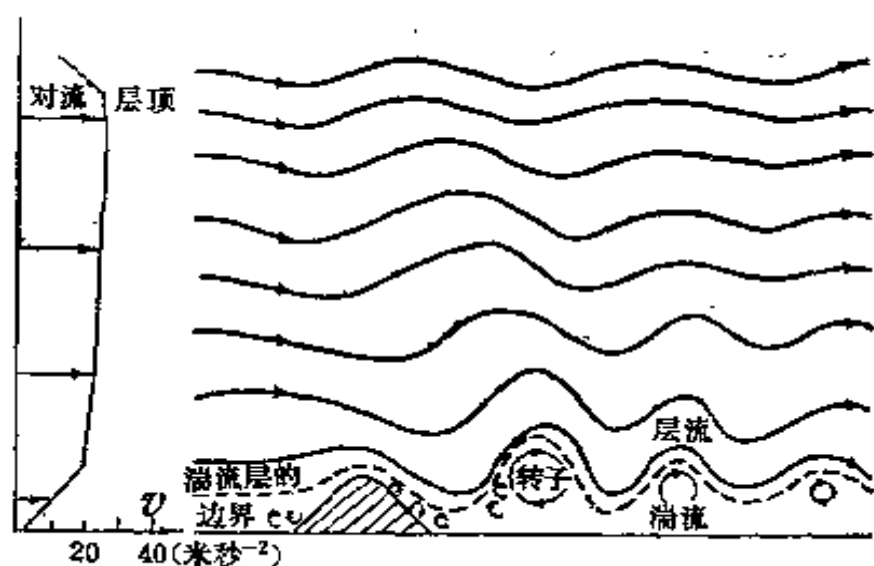


图 7.1 根据观测而得到的背风波流线示意图

从上面分析可以看到,如果是中性层结,空气微团在垂直位移的任何时刻,其温度都与周围环境温度相同,出现中性平衡,故不可能有垂直振动,也就没有重力内波。

重力波可以沿水平方向传播,也可以沿垂直方向传播,虽然它对于天气尺度的短期预报并不重要,但它是山地背风波的形成原因(见 7.1)。重力波在中、小天气系统中起着很大作用。如在暴雨的形成中,重力波的传播被认为是向暴雨天气系统中输送能量和动量的一个重要机制。

§ 3 惯性重力波

前面所讲的重力波是假定地球没有旋转,实际上地球是旋转的。因此,重力波将受地球自转的影响而变形,这种考虑地球自转的影响而变形的重力波称为惯性重力波。若考虑地转偏向力的影响,方程组(7.19)可写成

$$\begin{cases} \frac{\partial u'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} - f_0 v' = -\frac{\partial \phi'}{\partial x} \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial v'}{\partial x} + f_0 u' = -\frac{\partial \phi'}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \phi'}{\partial x} + gH \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right) = 0 \end{cases} \quad (7.32)$$

为简单起见,设基本气流 $\bar{U} = 0$,若消去(7.32)式第一式与第二式的 v', u' ,则分别可得

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f_0^2 \right) u' = -\frac{\partial \phi'}{\partial x \partial t} - f_0 \frac{\partial \phi'}{\partial y} \quad (7.33)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f_0^2 \right) v' = -\frac{\partial \phi'}{\partial y \partial t} + f_0 \frac{\partial \phi'}{\partial x} \quad (7.34)$$

用(7.33)式对 x 求微商,用(7.34)式对 y 求微商,并用(7.32)

式第三式代入,可得

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f_0^2\right)\frac{\partial\phi'}{\partial t} = gH\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\frac{\partial\phi'}{\partial t} \quad (7.35)$$

因为我们所考虑的运动不仅在 x 方向传播,而且在 y 方向也传播,所以设

$$\phi' = \Phi e^{i(kx + ly - \sigma t)} \quad (7.36)$$

这是一平面波, k 与 l 分别是 x 与 y 方向的波数。因此,此波的波数矢量 $|K| = (k^2 + l^2)^{\frac{1}{2}}$ 。用(7.36)代入方程(7.35),可得频率方程式

$$\sigma[\sigma^2 - f_0^2 - gH(k^2 + l^2)] = 0 \quad (7.37)$$

由(7.37)式可得到 $\sigma = 0$, 这个根并不是完全没有意义的,而正是代表地转平衡时的解。得到的另一个根是当 $\sigma \neq 0$ 时

$$\sigma = \pm [f_0^2 + gH(k^2 + l^2)]^{\frac{1}{2}} \quad (7.38)$$

因此波的相速度 c 的表达式为

$$c = \frac{\sigma}{|K|} = \pm \sqrt{gH} \left(1 + \frac{f_0^2}{gH(k^2 + l^2)}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (7.39)$$

上式说明了重力波由于地球旋转的影响产生变形,这种波称惯性重力波。从式中可以知道,惯性重力波的位相速度依赖于波数,称这样一类相速度依赖于波数的波为频散波。惯性重力波的相速度总比重力波的相速度大。

§ 4 罗斯贝波

前面所谈的波动都认为地转偏向力 f 不随纬度而变化的情况。实际上 f 是随着纬度不同而不同的,即产生 β 效应,这样将产生一种气象上最重要的波动——罗斯贝波。为了突出罗斯贝波的物理本质,我们假定运动是在静力平衡下产生,

运动是在 β 平面上进行,这样就有下列扰动方程组

$$\begin{cases} \frac{\partial u'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} - f v' = -\frac{\partial \phi'}{\partial x} \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial v'}{\partial x} + f u' = -\frac{\partial \phi'}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \phi'}{\partial x} + g H \left(\frac{\partial \phi'}{\partial x} + \frac{\partial \phi'}{\partial y} \right) = 0 \end{cases} \quad (7.40)$$

为简单起见,取 $\bar{U}=0$ 。不言而喻,上面方程式中的 f 可看成 $f_0 + \beta y$ 。用(7.40)式第一式对 y 取微商;用第二式对 x 取微商,消去 ϕ' ,则可得涡度方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y} \right) \right] + \beta v' + f \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right) = 0 \quad (7.41)$$

与其它两个方程式联立,对于某一 β 平面则可得

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(\frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y} \right) \right] + \beta v' + f_0 \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right) = 0 \\ \frac{\partial u'}{\partial t} - f v' = -\frac{\partial \phi'}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi'}{\partial t} + g H \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right) = 0 \end{cases} \quad (7.42)$$

设方程(7.42)有以下形式的解

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \\ \phi' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{u} \\ \hat{v} \\ \hat{\phi} \end{pmatrix} e^{i(kx + ly - \sigma t)} \quad (7.43)$$

代入方程(7.42),则可得

$$\begin{cases} (-\sigma l + i k f_0) \hat{u} + [(\sigma k + \beta) + i l f_0] \hat{v} = 0 \\ -i \sigma \hat{u} - f_0 \hat{v} + i k \hat{\phi} = 0 \\ i k g H \hat{u} + i l g H \hat{v} - i \sigma \hat{\phi} = 0 \end{cases} \quad (7.44)$$

为了使这个关于 $\hat{u}, \hat{v}, \hat{\phi}$ 的三个齐次代数联立方程式具有不

为零的根,其系数组成的行列式必须为零,即必须是

$$\begin{vmatrix} -\sigma l + ikf_0 & \sigma k + \beta + ilf & 0 \\ -i\sigma & -f_0 & ik \\ ikgH & ilgH & -i\sigma \end{vmatrix} = 0$$

把上式展开并整理一下,则得

$$(\sigma k + \beta)(\sigma^2 - k^2 g H) - \sigma k l^2 g H - k \sigma f_0^2 = 0 \quad (7.45)$$

我们可以严格求出上面频率方程的三个根。如果我们假定其中一个根比其它二个的小得多,则(7.45)式近似地变成

$$(\sigma k + \beta)(-k^2 g H) - \sigma k l^2 g H - k \sigma f_0^2 = 0$$

则得

$$\sigma = -\frac{\beta k}{(k^2 + l^2) + \frac{1}{\lambda^2}} \quad (7.46)$$

于是我们可以得到罗斯贝波的位相速度是

$$c_1 = -\frac{\beta}{(k^2 + l^2) + \frac{1}{\lambda^2}} \quad (7.47)$$

另外还可以得到两种惯性重力波

$$c_{2,3} = \pm \sqrt{gH} \left(1 + \frac{f_0}{gH(k^2 + l^2)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7.48)$$

(7.47)式中 $\lambda = \sqrt{gH}/f_0$, 称罗斯贝变形半径。 k 与 l 分别是 x 与 y 方向的波数。图7.2表示(7.47)与(7.48)式所表示的波动。方程组(7.7)包含了三个不同的波,即东进的惯性重力波,西进的惯性重力波及西进的罗斯贝波。并且以位相速度为 \sqrt{gH} 的凯尔文(Kelvin)波(下面叙述)为分界,很清楚地区分成位相速度快的惯性重力波与位相速度慢的罗斯贝

波。

下面，我们推导在无辐散下的罗斯贝波速公式，当水平散度为零时， u', v' 应用流函数来表示

$$u' = -\frac{\partial \psi'}{\partial y}, v' = \frac{\partial \psi'}{\partial x}$$

这样(7.41)可变成

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi' + \beta \frac{\partial \psi'}{\partial y} = 0 \quad (7.49)$$

上式 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ ，设解

的形式

$$\psi' = \hat{\psi} e^{i(kx + ly - \sigma t)}$$

代入(7.49)式可得

$$-i\sigma(-k^2 + l^2) - ik\beta$$

这样，可得罗斯贝波的位相速度为

$$c = \frac{\sigma}{k} = -\frac{\beta}{k^2 + l^2} \quad (7.50)$$

下面，我们说明罗斯贝参数 β 在大气长波的形成中起的重要作用。在无辐散条件下，我们将有位涡度守恒。假设有一自西向东运动的空气微团，在起始具有气旋性涡度($\xi > 0$)，由于某种原因得到向北扰动分量，在向北过程中由于 β 作用，地转涡度 f 将增大，这样为了维持绝对涡度守恒，那么该空气微团的涡度 ξ 就要减少。当向北到了某纬度，气旋性涡度减少到零，在以后继续向北运动的过程中， f 将继续增大，则该微团由气旋性涡度转变为反气旋性涡度($\xi < 0$)，当微团运动

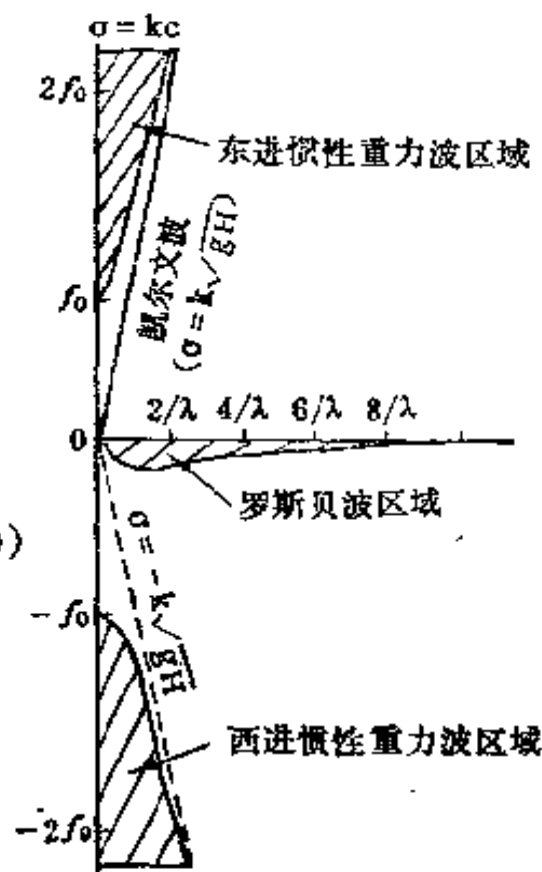


图 7.2 惯性重力波、凯尔文波、罗斯贝波波数与频率($\sigma = kc$)关系示意图

到某一纬度,反气旋涡度达到最大,这以后空气微团就开始向南运动,在向南运动的过程中,由于 β 的作用, f 将减少,要维持绝对涡度守恒,该微团气旋性涡度要增加,而反气旋涡度减少,当运动到某一纬度,反气旋涡度减少到零。以后,在继续向南运动过程中, f 将继续减少,这样,该微团又由反气旋涡度转变为气旋性涡度 ($\xi > 0$),这就形成了涡旋慢波。因此,产生罗斯贝波的物理机制就是扰动在地转涡度 f 随纬度变化的作用下的传播,也就是 β 效应的作用。

从(7.47)与(7.50)式可以看到罗斯贝波是一种频散波,并且,它只能向一个方向移动,相对于纬向平均气流而言,罗斯贝波总是向西传播的。对于中纬度地区,若取纬向波长约 6000 公里、经向宽度为 3000 公里,由(7.8)式可以算得罗斯贝波相对于纬向平均气流的波速是 $-6 \text{ 米} \cdot \text{秒}^{-1}$ 。如设基本气流为 $20 \text{ 米} \cdot \text{秒}^{-1}$,这样罗斯贝波波速为 $14 \text{ 米} \cdot \text{秒}^{-1}$ 。而一般惯性重力波是 $\pm 280 \text{ 米} \cdot \text{秒}^{-1}$,可见罗斯贝波是一种慢波,也就是我们在高空图上所看到的缓慢东移的天气系统。

§ 5 滤波的概念及方法

从上可知在大气运动基本方程组中包含有快波(如声波、重力波)及慢波(罗斯贝波)。如果直接应用未经简化的运动方程组来预报天气系统的变化,则必须要求时间步长特别短,空间差分格距也要特别小,否则就会引起计算不稳定。例如,为了使计算稳定,要求时间步长 Δt 和空间步长 Δx 满足

$$\Delta t \leq \frac{1}{c} \Delta x$$

c 是波的相速度。若取 $\Delta x = 300 \text{ 公里}$, 对于 $c = 300 \text{ 米} \cdot \text{秒}^{-1}$

的快波,要求时间长 $\Delta t \leq 16$ 分钟,而对于 $c = 30$ 米·秒⁻¹的慢波,则可以取 $\Delta t = 2.5$ 小时。因此,要作 24 小时预报,若含有快波,则需要作 100 步的计算,否则就不稳定;而对只有慢波的情况,则只要作 10 步计算。因此,在没有高速大型电子计算机的情况下,作预报时必须把快波过滤掉。此外,初始资料的误差在计算过程中迅速扩大,因此还会造成在气象上具有重要意义 的罗斯贝波被这些误差所掩盖的情况。在十九世纪二十年代,理查逊应用了未经简化的基本方程组来作天气预报,结果失败了,其主要原因就是由于上面所说的声波、重力波的振幅虚假地扩大,从而掩盖掉气象上最重要的罗斯贝波。解决这个问题最简单的方法就是简化运动方程组以消除气象上不需要的快波,只保留气象上具有重要意义的波动,这就是“滤波”。

1. 声波的过滤

只要在基本方程组中引进静力平衡就可以消除声波。因为声波是由于介质的交替绝热压缩和膨胀而得到传播的,如图 7.3 所示,空气由于某种原因在①处受到压缩,将产生气压梯度力,这使得②、③地点的空气质点向周围产生加速运动,结果使得②至③区域之间的空气受到压缩,在该区域又产生气压梯度力,使那里的空气加速移出,这样,在③的上边又产生新的压缩区。所以,由于空气交替压缩和膨胀引起了连续的绝热增压和减压,这样管子

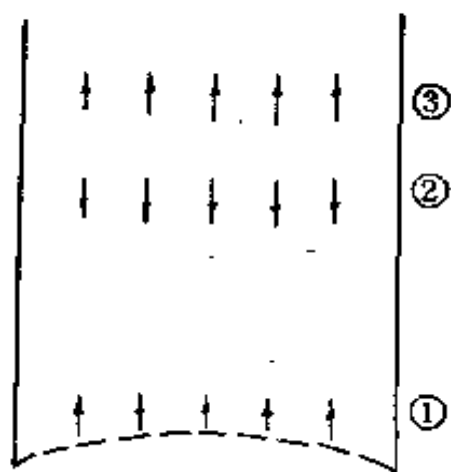


图 7.3 声波垂直传播示意图

底部所产生的扰动就沿管子传播。假如气压维持静力平衡，则管子中任何一点的气压完全由该点以上的重量所决定。因此，绝热压缩不会影响垂直压力梯度，但声波就不能沿垂直方向传播。这样就能滤去垂直方向的声波。下面，我们利用波动方程来说明这种滤波原理。

正如第二节中所讲，若在方程组(7.20)的第二式中取 $\mu = 0$ ，也就是假设运动处于静力平衡，并且 $RT = -gH$ ，这样方程组(7.20)就只有两个根，即

$$c \approx \pm \sqrt{\frac{\tilde{N}^2 g}{c_0^2(m^2 + 1/4 H^2)}} \quad (7.51)$$

m 是垂直方向的波数，(7.51)式是重力内波的波速，因此，声波就不存在了。从此可以看到用静力平衡就能滤去一般的声波。但是，在静力平衡大气中仍然可以有一种在水平方向传播的声波，它是边界层中的压力振荡，为了滤去这类波动，必须在下边界有 $\omega = dp/dt = 0$ 。

2. 重力波的过滤

只要应用地转平衡就可以滤掉重力波。当纬向风速与南北方向的风速满足地转风平衡时，水平散度为零。引进流函数 ψ ，则 $u' = -\partial\psi/\partial y$ ， $v' = \partial\psi/\partial x$ ，这样方程组(7.42)只有 1 个解， $c = -\beta/(R^2 + l^2)$ ，此解是罗斯贝波的波速，惯性重力波不存在。所以应用地转平衡就可以滤去重力波。

从上面的讨论可以看到，把地转平衡和静力平衡引进动力方程组，这样便可滤去声波和重力波而保留气象上最重要的罗斯贝波，因而，使我们的差分时间步长取长，计算稳定。

§ 6 热带波动

在中高纬度地区，惯性重力波的位相速度要比罗斯贝波的位相速度大得多，所以容易区别这两种波。然而，在赤道附近， f 变小，特别在赤道上， $f=0$ ，而 β 又较大。我们可以从图 7.2 看到，当 $f \rightarrow 0$ 时，表示罗斯贝波区域与表示惯性重力波的区域连接起来了，因此，可以想象会出现即不能说是惯性重力波，又不能说是罗斯贝波的情况。

描述在赤道附近所产生的波动还是用方程组 (7.40)，但在式中的地转偏向力只能利用赤道平面近似式。因此，设 $\bar{u}=0$ ，扰动方程是

$$\begin{cases} \frac{\partial u'}{\partial t} - \beta y v' = -\frac{\partial \phi'}{\partial x} \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + \beta y u' = -\frac{\partial \phi'}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi'}{\partial t} + gH \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right) = 0 \end{cases} \quad (7.52)$$

设解的形式为

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{u} \\ \hat{v} \\ \hat{\phi} \end{pmatrix} e^{i(kx + \sigma t)} \quad (7.53)$$

把解代入 (7.52) 式，则得

$$\begin{cases} +i\sigma \hat{u} - \beta y \hat{v} + ik\hat{\phi} = 0 \\ +i\sigma \hat{v} + \beta y \hat{u} + \frac{d\hat{\phi}}{dy} = 0 \\ +i\sigma \hat{\phi} + c_0^2 \left(ik\hat{u} + \frac{d\hat{v}}{dy} \right) = 0 \end{cases} \quad (7.54)$$

这里 $c_0^2 = gH$, 在方程组(7.54)消去 $\hat{u}, \hat{\phi}$, 这样就得到只有 $\hat{\psi}$ 的方程

$$\frac{d^2 \hat{\psi}}{dy^2} + \left(\frac{\sigma^2}{c_0^2} - k^2 + \frac{\beta k}{\sigma} - \frac{\beta^2}{c_0^2} y^2 \right) \hat{\psi} = 0 \quad (7.55)$$

上式为了满足边界条件 $y \rightarrow \pm \infty, \hat{\psi} \rightarrow 0$, 按照常微分方程的知识, 它应满足

$$\frac{c_0}{\beta} \left(\frac{\sigma^2}{c_0^2} - k^2 + \frac{\beta k}{\sigma} \right) = 2n + 1 \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (7.56)$$

因此, 其解必须是

$$\psi(\xi) = A e^{-\frac{1}{2}\xi^2} H_n(\xi) \quad \xi = \sqrt{\frac{\beta}{c_0}} y \quad (7.57)$$

$H_n(\xi)$ 是厄米尔特(Hermite)多项式, n 是与波南北方向的波节有关的参数。从(7.57)式可以看到波只局限于赤道地区, 而远离赤道, 波的振幅几乎为零, 故一般把上述方程中所含的波称为赤道波。

(7.56)式表示波频率 σ 与波数 k 的频散关系, 其相速度为

$$c = -\frac{\sigma}{k}$$

求解上述方程(7.56)是很复杂的, 它有三个根,

$$c_{1,2} = \pm c_0 \sqrt{1 + \frac{\beta(2n+1)}{c_0 k^2}} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (7.58)$$

它表示向东及向西的以快速传播的惯性重力波, 另外一个根是

$$c_3 = -\frac{\beta}{k^2 + \frac{\beta}{c_0}(2n+1)} \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (7.59)$$

上两式中 $c_0 = \sqrt{gH}$, (7.59) 式表示向西以缓慢速度传播的罗斯贝波。图 7.4 表示波的频率与波数的关系。因此, 当 $n = 0$ 时就会出现既是重力波又是罗斯贝波的波动, 这就是罗斯贝—重力混合波。当 $n = 0$ 时, 我们可以从 (7.56) 方程组的频率方程得到

$$c_{1,2} = c_0 \left(\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\beta}{k^2 c_0}} \right) \quad (7.60)$$

从式中可以看到, 对于 c_1 , 当 k 大时, 此波是罗斯贝波; 当 k 小时, 此波是重力波。所以一般将 c_1 称罗斯贝—重力混合波波速。 c_2 是向东传播的重力波波速。

在上述方程中一般 $v' \neq 0$, 若假设 $v' = 0$, 再由方程组 (7.52) 解得 $c = c_0$ 。这种波没有南北风分量, 而只是向东传播, 这就是凯尔文(Kelvin)波。为了与前面所谈的波一致, 用 $n = -1$ 来代表。

因此如图 7.4 所示, 当 $n = 1, 2, 3 \cdots$ 时, 有东进的惯性重力波, 西进的惯性重力波及罗斯贝波。当 $n = 0$ 时, 有东进惯性重力波, 另一个是西进混合罗斯贝—重力波, 当 $n = -1$ 时, 只有凯尔文波。

下面, 我们阐述一下热带波动的压力场与流场的关系。图 7.5(A) 表示热带罗斯贝波的压力场与风场的关系。从图可以看到, 除了很靠近赤道的地方, 罗斯贝波的压力场与风场满足地转风关系, 绕着低压中心, 在北半球是反时针旋转的流动, 在南半球是顺时针旋转, 而压力场分布相对于赤道是对称分布。图 7.5(B) 表示混合罗斯贝—重力波的压力场与风场的关系。可以看到压力场分布相对于赤道是反对称分布, 其压力场与风场的关系在偏离赤道的地区是接近地转关系, 而在接近赤道的地区不满足地转关系, 非地转分量很大。图 7.5

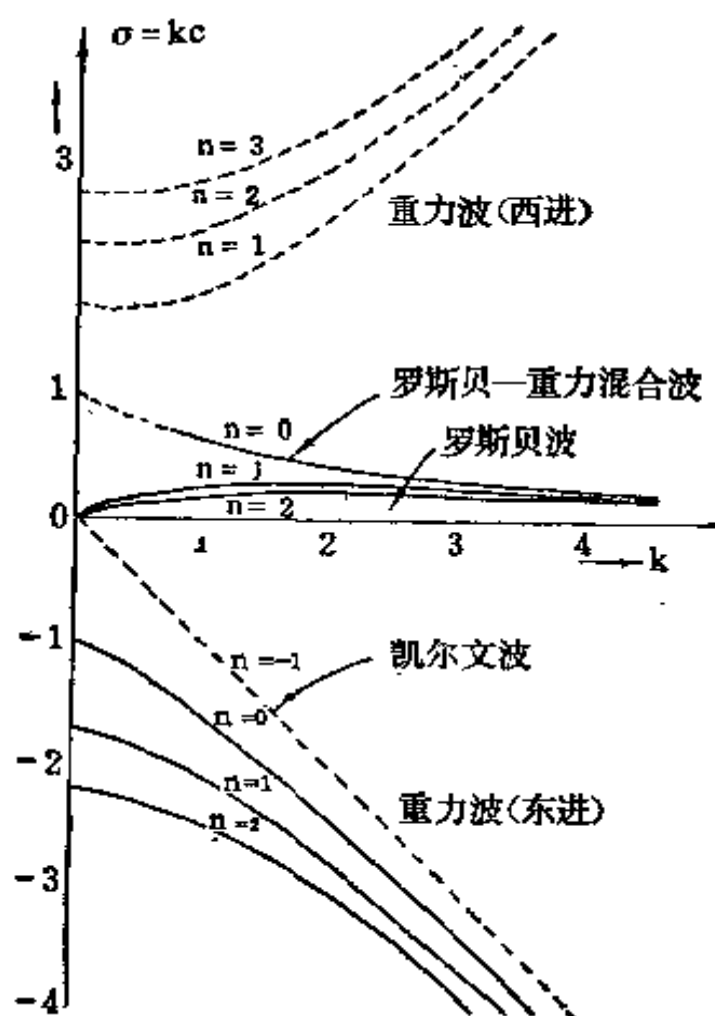


图 7.4 热带波动的波数与频率关系图

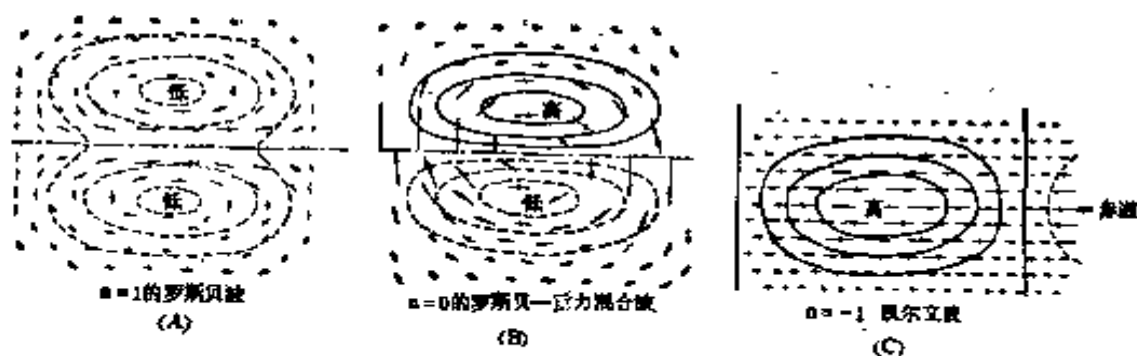


图 7.5 热带波动所产生的气压场与风场的关系

(C)表示凯尔文波的压力场与风场的关系。可以看到其东西风速满足地转风关系。

热带波动在理论上指出以后,从观测事实上也相继证明了在热带对流层上层及平流层下层存在着波长为10000公里、速度为 $23 \text{ 米} \cdot \text{秒}^{-1}$ 左右的西进罗斯贝—重力混合波。并且存在着波长为30000公里,波速为 $25 \text{ 米} \cdot \text{秒}^{-1}$ 左右的东进凯尔文波。

§ 7 非线性波

上面所讨论的波动都是利用小扰动方法得到的。在这种理论中假设波的振幅是很小的,把扰动的二次项都略去,把非线性偏微分方程变成线性方程,这样所得到的波动都是线性波。然而,扰动的振幅并不是很小的。近年来,人们只假设波的振幅是有限的,这时扰动的平方项就不能忽略,因此方程中就存在着非线性项。于是可得到非线性重力波、非线性惯性重力波及非线性罗斯贝波。上述非线性波的共同特点,不仅包含了线性波的特点,在一定条件下又可以得出孤立波,并且波的频散公式不仅与波数有关,而且与波的振幅有关。如由非线性罗斯贝波的频散公式可以看到, β 愈小,波愈宽,波速愈小。因此对极涡、阻塞高压等系统为什么出现在高纬度地区可以得到某种程度的解释。

参 考 文 献

- [1] 小仓义光,黄荣辉译,大气动力学原理,科学出版社,(1981)。
- [2] 霍尔顿,南京空军气象学院训练部译 动力气象学引论,科学出版社,(1980)。
- [3] Matsuno, T., *J. Meteor. Soc. Japan*, (44)25—42, (1966)。

第八章 长波和超长波动力学

在对流层中上层, 流场型式都呈波状, 系统的尺度比较大, 一般围绕整个地球有 3—6 个波, 且自西向东缓慢移动, 这就是大气长波 (或称罗斯贝波)。在对流层上层和平流层低层, 有更大尺度的波动, 其水平波长比一般长波长, 通称为超长波。长波和超长波的活动同天气演变有密切关系, 往往是造成大范围天气变化的重要条件。本章将讨论长波和超长波的一般动力学特性及其活动的基本规律。

§ 1 长波形成的机理

大尺度大气运动的重要特征是准地转和准水平无辐散, 描写大气长波的最简化方程组可以写成

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} + f v \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial \phi}{\partial y} - f u \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (8.1)$$

方程组(8.1)中第一式对 y 微商, 第二式对 x 微商, 再相减则得

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) + u \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \\ & + v \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \end{aligned}$$

$$= v \frac{\partial f}{\partial y} + f \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

由于 $\xi = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}$, 而科氏参数 f 只是纬度的函数, 即 $\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x} = 0$, 再考虑到(8.1)第三式, 最后得到绝对涡度($f + \xi$)守恒方程

$$\frac{d(f + \xi)}{dt} = 0$$

对于某一个空气块的运动而言, 则有 $f + \xi = \text{常数}$ 。这说明在大尺度大气运动中, 空气块的运动满足绝对涡度守恒原则。

根据绝对涡度守恒原则, 我们可以对长波的形成作如下物理解释: 设在某一起始时刻, 地转参数为 f_0 的纬度处, 某空气块具有气旋性相对涡度, 即 $\xi_0 > 0$ 。当该空气块受到扰动后, 设它向北运动, 由于地转参数随纬度增加, 该气块在向北运动中, f 将增大, 根据绝对涡度守恒原则, 气块的相对涡度将逐渐减小, 并可由气旋性涡度变为反气旋性涡度, 气块活动的轨迹也可由气旋性曲率逐渐变成反气旋性曲率。到某一时刻, 气块运动的反气旋性曲率达最大, 地转参数也达最大值 f_1 , 此时气块不能再继续向北运动, 但由于惯性作用和反气旋曲率, 气块转为向南运动。这样, 地转参数则将减小, 相对涡度又开始增加, 反气旋性曲率逐渐变为气旋性曲率。当气旋性曲率达最大时, 地转参数为最小值 f_2 , 而相对涡度达到最大。此后, 气块将再次转为向北, ……(图 8.1)。气块这样的运动形成的波状, 即所谓长波。显然, 地转参数随纬度的变化, 也就是 β 效应, 在长波的形成中起着极其重要的作用, 所以有时也就把长波叫做 β 波。

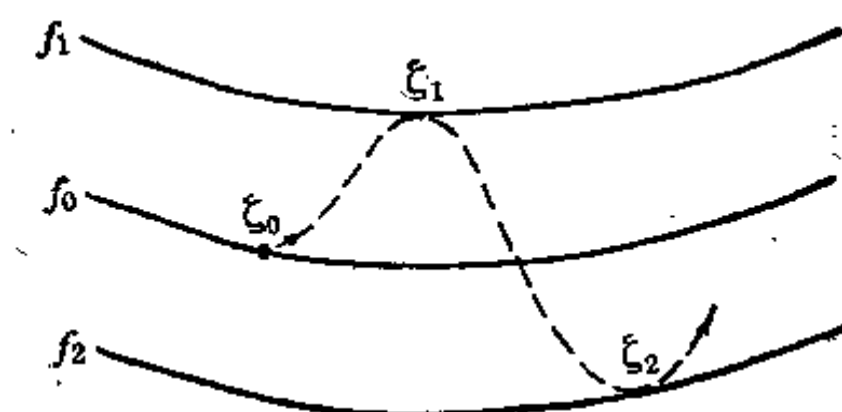


图 8.1

§ 2 长波的移动

第七章中已经谈到，正压无辐散大气的长波移速（相速度）为

$$c = \bar{u} - \left(\frac{\beta}{m} \right)^2 = \bar{u} - \frac{\beta L^2}{4 \pi^2} \quad (8.2)$$

其中 m 为纬向波数， L 为纬向波长， \bar{u} 为纬向平均基本气流速度。由(8.2)式可以看到，长波的波速同波数（或波长）有关，它是一种频散波；而且同声波、重力波不同，在一定波长下，长波只向一个方向传播。一般情况下，长波移速比较慢，略小于基本西风速度。对于斜压大气，查尼（Charney）曾求得长波移速的近似公式为

$$c = \frac{1}{p_0} \int_0^{p_0} \bar{u}(p) dp - \frac{\beta L^2}{4 \pi^2} \quad (8.3)$$

实际观测表明，上式右端前一项大致相当于 600—500 毫巴之间的平均风速。

(8.2)和(8.3)式都没有考虑辐合、辐散的作用，这里我们

进一步讨论散度对长波移速的影响。对于均匀不可压缩大气，设其厚度为 H ，运动的控制方程组可写成

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = f v - g \frac{\partial H}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -f u - g \frac{\partial H}{\partial y} \\ \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(Hu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hv)}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (8.4)$$

引入小扰动假定，即令 $u = \bar{u} + u'$, $v = v'$, $H = H_0 + h$ ，且 u' , $v' \ll \bar{u}$, $h \ll H_0$ 。再假定扰动在南北方向是均一的， \bar{u} 为常数。根据方程组(8.4)可以得到如下方程

$$\frac{\partial^2 v'}{\partial t \partial x} + \bar{u} \frac{\partial^2 v'}{\partial x^2} + \beta v' = \frac{f}{H_0} \frac{\partial h}{\partial t}$$

由于大尺度大气运动满足地转近似，即 $v' = -\frac{g}{f} \frac{\partial h}{\partial x}$ ，则上式可变为

$$\frac{\partial^3 h}{\partial t \partial x^2} + \bar{u} \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} + \beta \frac{\partial h}{\partial x} - \lambda^2 \frac{\partial h}{\partial t} = 0$$

其中 $\lambda^2 = f^2/gH_0$ 。令 $h(x, t) = A e^{i(m(x-ct))}$ ，即可得到频率方程

$$m^2 c - \bar{u} m^2 + \beta + \lambda^2 c = 0$$

这样，波速 c 的表达式就是

$$c = \frac{\bar{u} - \frac{\beta}{m^2}}{1 + \frac{\lambda^2}{m^2}} = \frac{\bar{u} - \frac{\beta L^2}{4\pi^2}}{1 + \frac{\lambda^2 L^2}{4\pi^2}} \quad (8.5)$$

比较(8.2)和(8.5)式可以清楚地看到散度对长波移速的影响。若不计散度的作用，则 $\lambda^2 = 0$ ，(8.5)式就变成(8.2)式；

而辐合、辐散作用将使长波移速减小, 波长愈长, 移速减小愈多, 对于超长波的西退将起到一定的抑制作用。

§ 3 长波频散及上游效应

1. 群速度和频散波

上面所讨论的长波移速是指波的相速度, 也就是波面传播的速度, 它描写整个单波波形的移动情况。实际上波动除了相速度之外, 还有其能量传播的速度, 当能量传播的速度大于波速时, 在原有波列前可以产生新波, 而如果能量传播速度小于波速时, 则原有的波列将随时间拉长。这样, 单个波的传播变成了群波的传播。群波由多个单色谐波叠加而成, 群波的廓线, 即群波中各谐波最大振幅点的连线, 一般称之为波包。波包移动的速度也就是群速度 c_g , 群速度不同于相速度, 它代表着波动能量传播的速度。

设有两个振幅相同、圆频率 ω 和波数 m 略有差异的沿 x 方向传播的单波, $\eta_1 = a e^{i(m_1 x - \omega_1 t)}$ $\eta_2 = a e^{i(m_2 x - \omega_2 t)}$ 两式迭加后的群波为

$$\eta = 2 a \cos\left(\frac{\Delta m}{2} x - \frac{\Delta \omega}{2} t\right) e^{i(m x - \omega t)} \quad (8.6)$$

其中 $m = \frac{(m_1 + m_2)}{2}$; $\omega = \frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2}$; $\Delta m = m_2 - m_1$; $\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1$ 。

(8.6)式表明, 群波 η 是两部分的乘积, 一部分是被调幅波, 即载波。其圆频率和波数分别接近于两个单波的圆频率和波数, 波速(相速度) $c = \frac{\omega}{m}$; 另一部分是调幅波, 即波包, 它

的移速(群速度)为

$$c_g = \frac{\Delta \omega}{\Delta m} = \frac{d\omega}{dm}$$

注意群速度与相速度的区别, c_g 是调幅波(波包)的移动速度, 即群波中具有相同振幅点的移动速度; 而 c 是被调幅波(载波)的速度, 也就是群波中具有相同位相点的移动速度。

因为 $\omega = mc$, c_g 和 c 之间的关系式为

$$c_g = c + m \frac{dc}{dm} = c - L \frac{dc}{dL} \quad (8.7)$$

如果相速度 c 与波数 m (或波长 L) 无关, 则 $c_g = c$, 波动能量随着波一起传播, 因而能量不频散。相反, 如果相速度与波数有关, 则 $c_g \neq c$, 那么波动能量传播速度与波速不一致, 能量会出现频散现象。一般, 将在传播过程中波速与波长有关的波动称为频散波。

由(8.1)和(8.5)式得到, 对于大气长波, 波速是波长或波数的函数, 因此长波是一种频散波。在正压无辐散运动中, 可以得到

$$c_g = \bar{u} + \frac{\beta L^2}{4\pi^2} \quad (8.8)$$

这时群速度永远大于相速度, 而且波长愈长, c_g 愈大, c_g 和 c 随 L 的变化如图 8.2 A 所示。在正压有辐散情况下,

$$c_g = \frac{\bar{u} + (\beta L^2 + 2\lambda^2 L^2 c)/4\pi^2}{1 + \lambda^2 L^2/4\pi^2} \quad (8.9)$$

这时 c_g 和 c 随 L 的变化如图 8.2 B 所示。当 $L < L'$ 时, $c_g > c$; $L > L'$ 时, $|c_g| < |c|$; 而当 $L \rightarrow \infty$ 时, $c_g = c = -\beta/\lambda^2$ 。就是说, 辐散的作用使得 $|c_g|$ 变为有限值, 扰动的影响不能立即传到极远的地方去, 其影响只有一定的范围。

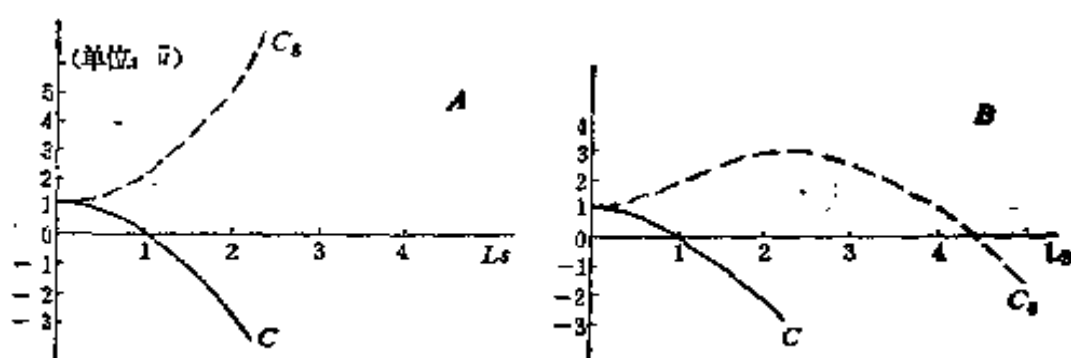


图 8.2 相速度和群速度随波长的变化

2. 上游效应

对于大气长波，一般总有 $c_p > c_g$ ，即波动能量传播的速度快于波动传播的速度，当扰动尚未到达时，在其下游某地方已激发出了一个新的扰动，这就是所谓上游效应。关于大气长波的频散效应，理论计算结果如图 8.3。在平直西风，从某时刻起，沿某经度注入气旋性涡度后 24 小时，下游即有脊发展，到 48 小时，该脊已发展甚强，同时下游开始有槽新生，到 72 小时，下游新槽也已发展得相当强。在天气分析预报中，

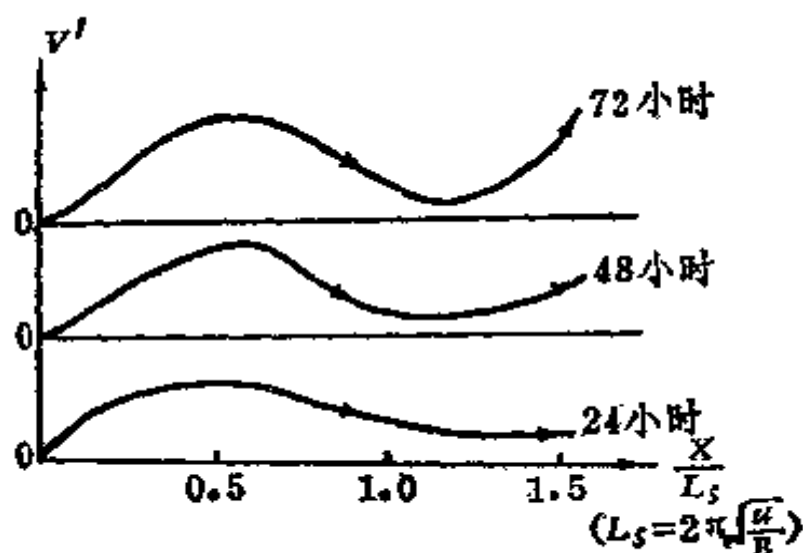


图 8.3 在纬向气流中注入气旋性涡度后，新波发展的理论计算结果

当一个高空槽发展加深时，往往可以看到在下游适当地方激发出新的扰动，或者使其下游高空槽也同时发展加深。实际观测到的发展演变过程同理论计算结果相当一致。

§ 4 超长波的一般特征

超长波一般是指纬向波数为 1—3 的大尺度大气波动。在对流层中、下层，由于有短波的叠加，在每日天气图上超长波并不明显；但在对流层上层和平流层大气中却主要表现为超长波的活动。对于超长波系统，由于水平尺度比较大，用球坐标更为合适，其涡度方程可以写成

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial t} + v_\lambda \frac{1}{a \sin \theta} \frac{\partial \xi}{\partial \lambda} + v_\theta \frac{\partial \xi}{a \partial \theta} + \omega \frac{\partial \xi}{\partial p} - \\ - \frac{2 \Omega \sin \theta}{a} v_\theta = -(\xi + 2 \Omega \cos \theta) D \end{aligned} \quad (8.10)$$

上式中 v_λ 、 v_θ 和 ω 分别为 λ 、 θ 和 p 坐标的速度分量；余纬 $\theta = \frac{\pi}{2} - \varphi$ ， D 是水平散度。

引入运动的特征量，一般有 $\frac{\partial}{\partial t} \sim \frac{c}{L} \leq \frac{V}{L}$ ， $\xi \sim \frac{V}{L}$ ， $W \ll V$ ， $f \gg \xi$ ；对于超长波系统， $L \gg a$ 。因此，由(8.10)式可得到特征量表达式

$$\frac{V}{L} \left(\frac{V}{L} - \frac{fL}{a} \right) \sim fD$$

由于 $V \leq 100$ 米·秒⁻¹， $L \sim 10^7$ 米， $f \sim 10^{-4}$ 秒⁻¹， $\frac{V}{fL} \ll 1$ ，因此， $\frac{V}{L} \ll \frac{fL}{a}$ 。由(8.10)式可得到超长波的零级简化的涡度方程： $\beta v_\theta - fD = 0$ ，在标准坐标中可写成

$$\beta v + fD = 0 \quad (8.11)$$

这就是所谓超长波伯格 (Burger) 近似。由 (8.11) 可见, 对于超长波尺度的运动, 散度作用和 β 作用是准平衡的, 涡度方程中不包括时间变化项, 运动具有准定常的性质。

对于水平尺度很大的超长波来讲, 罗斯贝数 $\left(R = \frac{V}{fL}\right)$ 的量级比一般长波要小一个量级, 所以超长波一般是在高度地转平衡近似下进行着缓慢演变。

对于一般长波, 涡度方程是

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}\right) \xi + \beta v = -fD \quad (8.12)$$

由尺度分析可知, 在一般长波运动中, 散度要比涡度小一个数量级, 即 $\xi \ll D$ 。但是, 对于超长波尺度的运动, 由 (8.11) 式则可得到

$$O(D) \approx O\left(\frac{\beta v}{f}\right) \approx O\left(\frac{V}{a}\right) \approx O(\xi) \quad (8.13)$$

也就是说, 在超长波运动中, 散度和涡度是同量级的。由此我们可以看到, 超长波与一般长波有很不一样的运动特性。

上面是正压大气的情况, 在层结大气中超长波又有什么特性呢? 这里考虑简单的两层模式情况, 引入地转近似, 控制方程可以写成

$$\begin{cases} \beta \frac{\partial \phi_1}{\partial x} - f^2 \left(\frac{\partial \omega}{\partial p} \right)_1 = 0 \\ \beta \frac{\partial \phi_3}{\partial x} - f^2 \left(\frac{\partial \omega}{\partial p} \right)_3 = 0 \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_2 \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right)_2 - \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \right)_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial x} + \frac{c_0^2}{p_2^2} \omega_2 = 0 \end{cases} \quad (8.14)$$

上面前两式是涡度方程, 后一式是绝热方程。取垂直边界条

件 $\omega_0 = \omega_4 = 0$, 以及近似关系式 $\phi_2 = \frac{1}{2}(\phi_3 + \phi_1)$ 。最后可以得到关于 $(\phi_3 - \phi_1)$ 的单一方程, 即

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_2 \frac{\partial}{\partial x} \right) (\phi_3 - \phi_1) - \frac{\beta c_3^2}{2 f^2} \frac{\partial}{\partial x} (\phi_3 - \phi_1) = 0 \quad (8.15)$$

取谐波解

$$\phi_3 - \phi_1 = \Phi e^{i m (x - ct)}$$

可以得到超长波相速公式为

$$c = \bar{u}_2 - \frac{\beta}{2 \mu^2} \quad (8.16)$$

其中 $\mu^2 = \frac{f^2}{c_0^2}$; $c_0^2 = \alpha R T$; $\alpha = \frac{R}{g}(\gamma_s - \gamma)$, 为大气层结参数。

(8.16) 式表明, 层结大气中超长波波速与波长无关, 即使波长非常长, 波速也是有限的, 波速主要依赖于大气层结和参数 β 。

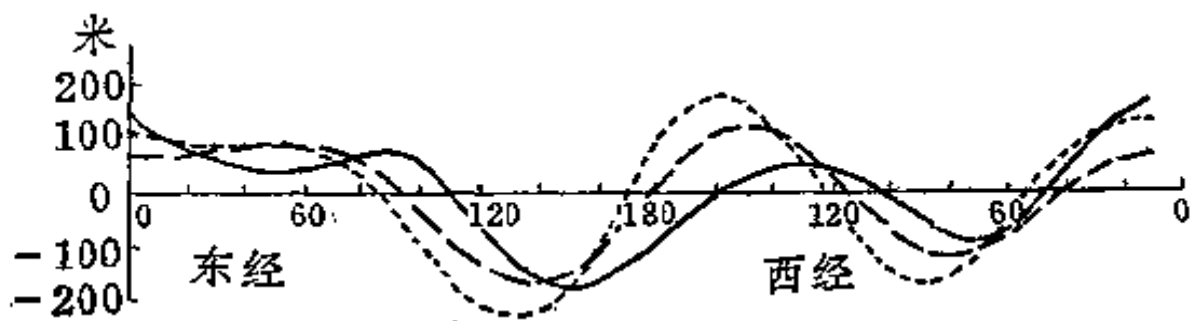
前面已提到, 在平流层中冬半年主要表现为超长波的活动, 而对流层中活动的短波和长波在平流层都没有多大反映。这种现象也表现了大气超长波的一种特性。理论研究表明, 在地球大气中, 波动的垂直传播直接与波长有关, 只有超长波一类特大尺度的扰动才能由对流层传到平流层, 而对流层顶却几乎完全阻尼气旋波和长波, 使它们不能影响到平流层。

§ 5 超长波活动与中期天气演变

1. 准定常超长波

准定常超长波, 其基本特征就是槽、脊通常都固定在某些地理位置附近, 随时间的变动很小。月和季的平均流场大致

可以反映准定常超长波的形势。理论和模拟试验都表明,准定常超长波的产生是由于大尺度地形和准定常热源(汇)的强迫所致。图 8.4 给出了在简单的准地转模式中,北半球大尺度地形和定常热源所激发的超长波与实际观测资料的比较。很显然,两者间的差别并不大,说明了地形和定常热源(汇)对于形成准定常超长波的重要作用。



8.4 地形和热源的定常扰动与实况(实线)的比较(两条虚线表示不同的摩擦系数)

地形虽是固定不变的,但是气流却每时每刻都不一样,地形的强迫作用也就会有改变,平均而论,变化还是比较小的。另一方面,大气中热源(汇)的分布和变化不仅决定于太阳辐射和海陆分布一类规律因子,还同大气环流本身有关,因此热源(汇)更不是固定不变的,会有一定的时间变化,其强迫作用当然也会时时不同。正因为地形和热源(汇)的强迫并非完全不变,才出现强迫超长波的准定常性,即在某地理位置附近活动。有时,如果强迫作用有较大的改变,还可造成准定常超长波的反常状态,从而带来大范围的天气异常。最近的研究还表明,大气对地形和热源强迫的响应同大气状态,特别是基本气流状态,关系很大,从而造成了准定常超长波活动的更复杂局面。

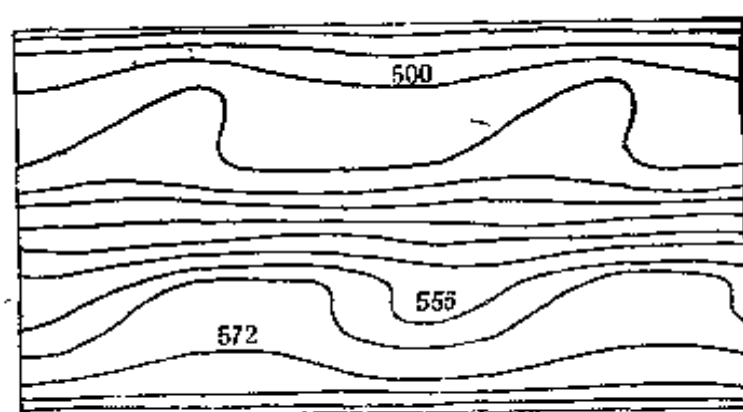
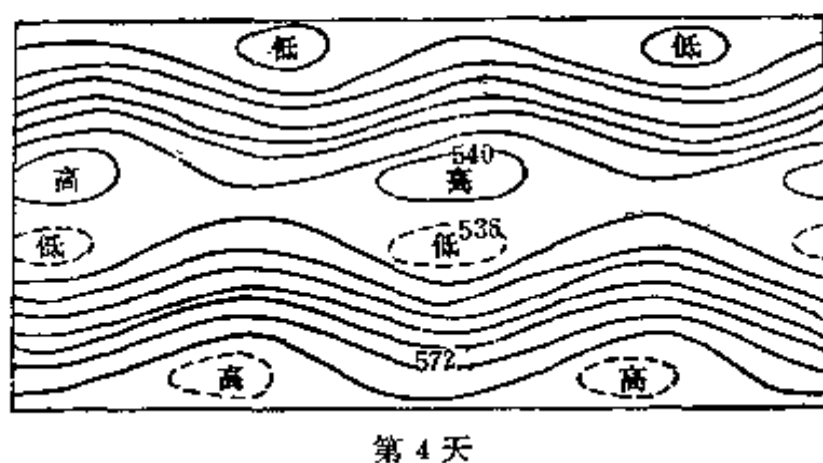
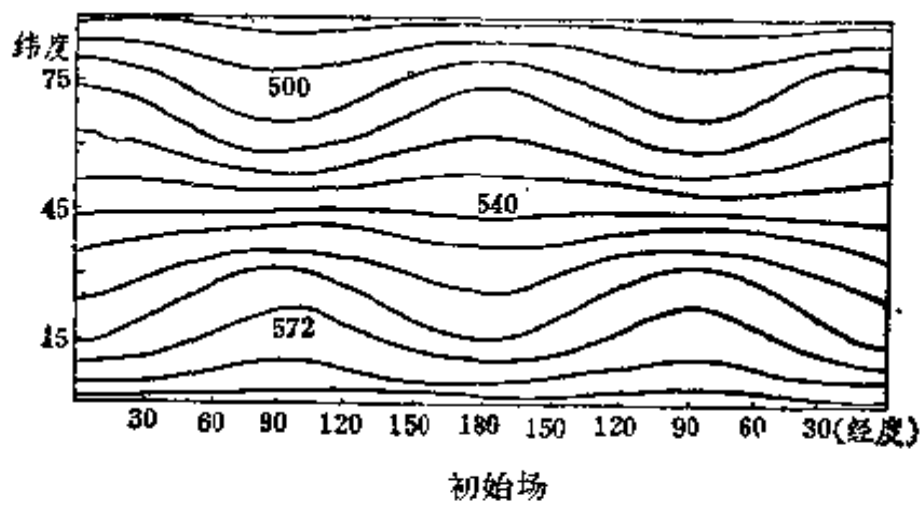
2. 超长波活动与指数循环

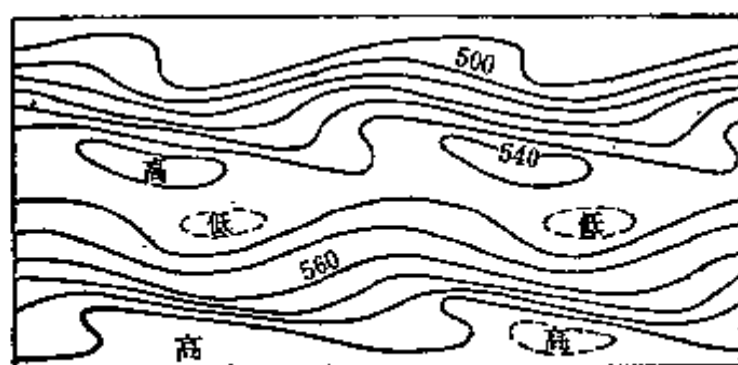
对流层西风带的指数循环是大气环流的一个重要问题。而且,大范围的中期天气演变过程又同指数循环密切相关。因此,在天气分析预报实践中,环流指数常被用作天气预报的背景参数。指数循环可以概括为:高指数的纬向强西风发生崩溃,分为两支,在有些地区形成阻塞高压和切断低压,从而发展成低指数的经向型环流;然后槽、脊减弱,由经向环流恢复到高指数的纬向环流。从高指数到低指数环流的循环演变过程具有准周期性,周期一般为 2—4 周。

以阻塞形势为特征的低指数环流,实际上是超长波的强烈发展过程,而低指数环流向高指数环流的演变,就是超长波活动减弱,纬向西风增强的过程。因此,可以从超长波与基本西风之间的相互作用来探讨大气环流的指数循环问题。

根据超长波的运动特性,用类似(8.14)的控制方程,在三层模式情况下,考虑基本气流与超长波之间的非线性作用,可以得到类似指数循环的流场演变。从图 8.5 看出,初始的波状扰动到第 4 天已发展很强,中纬度地区出现了闭合高压和低压,北边的高压和南边的低压间出现了弱东风,原来的强西风带被分为南北两支,同阻塞形势的低指数环流相似;其后,超长波振幅减弱,西风分支的现象消失,到第 12 天,中纬度西风逐渐增至最强,整个中纬度地区盛行高指数西风环流;到第 20 天,超长波再次发展,西风带又分为南北两支,低指数的阻塞现象再度出现。

上述结果可以认为,当西风垂直切变达到一定数值时,超长波处于动力不稳定状态,在波动与纬向基本气流相互制约的非线性作用下,有限振幅超长波的强烈发展可形成低指数





第 20 天

图 8.5 500 毫巴流型演变试验

的经向环流，同时出现西风的南北分支；在超长波发展的同时，由于热量的南北输送，改变了温度场的水平梯度，减小了西风垂直切变，使波动的发展受到抑制，从而又恢复到高指数的纬向环流。因此，指数循环是大气运动自身所具有的周期性现象，在没有外界因素影响下，大气超长波和基本纬向西风间的非线性相互作用，可以产生这种准周期性的指数循环。

§ 6 大尺度运动的多时态特征

大气运动的地转适应理论(在第十二章介绍)指出，大气过程在时间上存在着快速的适应过程和缓慢的演变过程。前者是运动由非地转向准地转的迅速调整，后者则是在准地转条件下的发展和演变。近年来的分析研究表明，大气运动的缓慢演变过程实际上包括着两个阶段，第一阶段是相对较快的演变阶段；第二阶段是演变甚为缓慢的持续阶段，这时流场有高度的准平衡性，运动变化很小，形势处于相对持续。

对于大尺度大气运动，其水平特征尺度 $L \approx L_0$ ，而 $L_0 = \sqrt{gH/f}$ ，通常称为罗斯贝变形半径，约为 3000 公里。分析

结果表明,相对于适应过程、演变阶段和持续阶段,其时间尺度将分别为 $T_1=1/f$, $T_2=1/L\beta$, $T_3=L/U$ 。从物理意义来讲,特征时间 T_1 所反映的是重力惯性波的频散过程,特征时间 T_2 所反映的是长波频散过程, T_3 是平流特征时间,表示运动的缓慢准平衡演变。一般说来, $T_1<T_2<T_3$,各个阶段可以区分开来,而且运动在不同阶段有其自身的特性,表现了运动的多时间尺度特征。

大气运动的多时间尺度演变特征的揭示,对于研究大气运动发展的动力学性质,以及确立数值预报方案都有一定的意义。不同阶段有不同的物理本质,描写其运动的数学模型也就应该有所区别。但是,如何利用上述理论结果,还有待进一步研究。

大气中的阻塞形势是气象工作者熟知的现象,上节中根据超长波与基本气流间的相互作用,可以看到同阻塞现象有关的环流演变。为了解释阻塞现象,查尼还提出了所谓“多重平衡态”理论。根据这个理论,在有纬向非均匀外界强迫存在的大气环流系统中,大气平均气流不只出现某一种平衡流型,而且可以出现好几种平衡流型。地形罗斯贝波对平均气流的反馈可以导致两种定常平衡状态,分别以大振幅和小振幅波状扰动为特征。前者同强的波幅以及接近于定常罗斯贝波发生共振所需要的平均气流相联系,可作为“低指数”(阻塞)环流的典型代表。而通过导致地形强迫定常状态的不稳定的斜压过程,可以引起从一种平衡态向另一种平衡态的转换。大气环流也就出现大的调整。

介于篇幅,本节未对所述内容作详细讨论,有兴趣的读者可查阅有关参考文献。

参 考 文 献

- [1] Yeh, T.C.(叶笃正), On the energy dispersion in the atmosphere, *J. Met.*, (6), 1—16(1949)。
- [2] 朱抱真, 气象学报, (34), 283—298(1964)。
- [3] 朱抱真、王斌, 中国科学, (1) (1981)。
- [4] 叶笃正、李麦村, 第二次全国数值天气预报会议文集, 科学出版社 (1980)。
- [5] 伍荣生、巢纪平, 大气科学, (2), 267—275(1972)。
- [6] 李麦村, 中国科学, (6), (1979)。
- [7] Charney, J. G., et al., *J. Atmos. Sci.*, 36, 1205—1216(1979)。
- [8] Charney, J. G., et al., *J. Atmos. Sci.*, 37, 1157—1176(1980)。

第九章 大尺度大气运动的不稳定理论

在实际大气中,对流层中、上层的环流可以在很短的时间内(如 1—2 天),由纬向型发展成为经向度很大的流型,即波动的振幅随时间迅速增长,一般把这种现象称之为长波不稳定。大气的长波不稳定,以及其他各种不稳定,都能使天气系统较迅速发展,并伴随着较强烈的天气现象。本章主要讨论大尺度大气运动的几种不稳定及其有关问题。

§ 1 大气运动的不稳定概念

在物理学上,如果一个扰动随着时间不断增长,则称该扰动是发展的;如果扰动随着时间没有变化,则称扰动是中性的,或者是稳定的;如果扰动随着时间逐渐减弱,则称扰动是阻尼的。

对于大气的运动来讲,设有一常定的气流,由于某种原因受到了微小的扰动,那么这个小扰动有基本保持不变、阻尼和随时间增长三种情形。但是,在气象上习惯将阻尼和不变的扰动统称为稳定扰动,而把随时间增长的扰动称为不稳定扰动。

大气中的波动往往可视为叠加在基本气流上的扰动,波动的稳定与否,都同基本气流的状态有关。因此有时也将稳定扰动视为气流对扰动是稳定的,而将不稳定扰动视为气流对扰动是不稳定的。

在大气中,一般的扰动,特别是在其初始阶段,相对于基本气流而言,可视为甚小。因此,对不稳定问题可以按小扰动方法,用线性化的微扰方程来讨论。若问题的解随着时间趋于定常,则说明气流对于扰动是稳定的;否则,解随时间增长,则气流对扰动是不稳定的。微扰方程的单波特解可写成

$$\eta(x, y, z, t) = \eta(y, z) e^{i(mx - \omega t)} \quad (9.1)$$

其中 m 为波数, ω 为圆频率。一般来讲, ω 可以是实数也可以是复数,它取决于方程和边界条件。令 $\omega = \omega_r + i\omega_i$, 则有

$$\eta(x, y, z, t) = \eta(y, z) e^{\omega_i t} e^{i(mx - \omega_r t)} \quad (9.2)$$

如果 $\omega_i > 0$, 则扰动振幅 $\eta(y, z) e^{\omega_i t}$ 将随时间指数增长,称为不稳定波(扰动)。

将形如(9.1)式的单波特解代入微扰方程,经过运算可以得到所谓频率方程,由频率方程可以确定出频率 ω 为复数的条件,即是出现不稳定的情况与扰动波长(或波数)和基本气流分布的关系。这种关系也常称为不稳定判据。

扰动不稳定,其振幅随时间增长,扰动得到发展,扰动动能就会增加。这些能量从何而来呢? 对于绝热运动来讲,其扰动动能主要来自基本气流动能的转换以及大气有效位能的释放。前者在下面要讨论的正压不稳定情况中可以知道,后者可从讨论斜压不稳定情况中得到证实。

§ 2 惯性不稳定

假定大气的位势场 ϕ 只有南北分布,且满足地转关系。在这种环境流场中,空气质点的水平运动方程可写成

$$\frac{du}{dt} = f_0 v \quad (9.3)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\partial \phi}{\partial y} - f_0 u = f_0 \bar{u} - f_0 u \quad (9.4)$$

初始时刻,空气质点在 $y = y_0$ 时,其速度与环境速度 \bar{u}_0 相同。因受到扰动,空气质点向北移动 Δy 距离,这时空气质点的纬向速度可近似写成

$$u = \bar{u}_0 + \frac{du}{dy} \cdot \Delta y$$

而

$$\frac{du}{dy} = \frac{du}{dt} \cdot \frac{dt}{dy} = \frac{1}{v} \frac{du}{dt}$$

考虑到(9.3)式则可得

$$u = \bar{u}_0 + f_0 \Delta y \quad (9.5)$$

另一方面,在 $y + \Delta y$ 处,环境气流速度是

$$\bar{u} = \bar{u}_0 + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \cdot \Delta y \quad (9.6)$$

将(9.5)和(9.6)式代入(9.4)式,可以得到在 $y + \Delta y$ 处

$$\frac{dv}{dt} = -f_0 \left(f_0 - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) \cdot \Delta y \quad (9.7)$$

若 $f_0 - \partial \bar{u} / \partial y < 0$, 则 $dv/dt > 0$, 即空气质点在 $y + \Delta y$ 处将加速向北移动,出现运动的不稳定。由于 $-\partial \bar{u} / \partial y$ 实际上是气流场的涡度,一般来讲,惯性不稳定的判据应写成 $\xi + f < 0$ 。这就是说,气流的绝对涡度如果为负值,将会出现惯性不稳定。

对于大尺度大气运动来讲,绝对涡度一般都为正值。因此,大尺度大气运动常是惯性稳定的。但在某些地方,如在急流区的右侧,有很大反气旋性切变涡度出现,有时也可能造成惯性不稳定。惯性不稳定发生之后,由于经向运动发展,空气的南北混合加强,将使风速的南北切变减小,运动又会重新恢

复到惯性稳定状态。

§ 3 正压不稳定

在正压大气中,运动系统没有垂直结构,但在水平面上,流场并非均匀。在一定条件下,风场结构可以造成扰动的不稳定发展,即出现所谓正压不稳定。

在正压无辐散和小扰动的假定下,对于准地转的大尺度运动,引入扰动流函数 ψ 后,涡度方程可以写成

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) \nabla^2 \psi + \left(\beta - \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2}\right) \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad (9.8)$$

其中 $\bar{u} = \bar{u}(y)$ 是基本西风速度, $\beta = d^2 \bar{u} / dy^2$ 表示基本气流绝对涡度的经向梯度。问题是当 $\bar{u}(y)$ 是 y 的什么样的函数时,扰动振幅会随时间指数增大?

令(9.8)式的沿 x 方向传播的波动解为

$$\psi(x, y, t) = \psi(y) e^{im(x-ct)} \quad (9.9)$$

式中 m 是 x 方向的波数, c 为波传播的相速度,它可以是复数,即 $c = c_r + ic_i$ 。如果 $c_i > 0$,则波动的振幅将随时间指数增大,基本状态对扰动是不稳定的。

将(9.9)式代入(9.8)式,而对于不稳定波总有 $\bar{u} - c \neq 0$,故可以得到

$$\frac{d^2 \psi}{dy^2} - \left[m^2 - \frac{\left(\beta - \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2}\right)}{\bar{u} - c} \right] \psi = 0 \quad (9.10)$$

因为 $\bar{u} - c$ 是复数,则 $\frac{1}{\bar{u} - c_r - ic_i} = \delta_r + i\delta_i$ 也是复数,且其中

$$\delta_r = (\bar{u} - c_r) [(\bar{u} - c_r)^2 + c_i^2]^{-1}$$

$$\delta_i = c_i [(\bar{u} - c_r)^2 + c_i^2]^{-1}$$

这样方程(9.10)可以分成实数部分和虚数部分, 即

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Psi_r}{dy^2} - \left[m^2 - \left(\beta - \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} \right) \delta_r \right] \Psi_r + \\ \left(\beta - \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} \right) \delta_i \Psi_i = 0 \end{aligned} \quad (9.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Psi_i}{dy^2} - \left[m^2 - \left(\beta - \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} \right) \delta_r \right] \Psi_i - \\ \left(\beta - \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} \right) \delta_i \Psi_r = 0 \end{aligned} \quad (9.12)$$

$\Psi_i \times (9.11) - \Psi_r \times (9.12)$, 可以得到

$$\begin{aligned} \frac{d}{dy} \left(\Psi_i \frac{d\Psi_r}{dy} - \Psi_r \frac{d\Psi_i}{dy} \right) = \left(\beta - \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} \right) \\ \cdot \delta_i (\Psi_r^2 + \Psi_i^2) \end{aligned} \quad (9.13)$$

对(9.13)式进行积分, 并用在 $y = y_1$ 和 y_2 处, $\Psi_r = \Psi_i = 0$ 的边界条件, 可以求得

$$c_i \int_{y_1}^{y_2} \frac{\left(\beta - \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} \right)}{|\bar{u} - c|^2} |\Psi|^2 dy = 0 \quad (9.14)$$

这里 $|\Psi|^2 = \Psi_r^2 + \Psi_i^2$ 。由于 $|\Psi|^2 / |\bar{u} - c|^2 > 0$, 因此对于不稳定波 ($c_i > 0$), 在 $y_1 < y < y_2$ 区域的某个地方必须满足

$$\beta - \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} = 0 \quad (9.15)$$

这表明, 要出现正压不稳定, 在 $y_1 < y < y_2$ 区域的某个地方, 绝对涡度要在 y 方向有变化 ($\beta - d^2 \bar{u} / dy^2$) 必须改变符号。因此, 也可以说要出现正压不稳定, 基本气流的某些点上绝对涡度必须有极大值或极小值。但不稳定是否出现, 基本气流

的具体分布情况还很重要(图 9.1)。同时,在满足(9.15)式的条件下,并不是任意波长的波都会出现正压不稳定,对于一般的基本西风 \bar{u} , 可能出现正压不稳定的扰动波长大约是 3000—8000 公里。

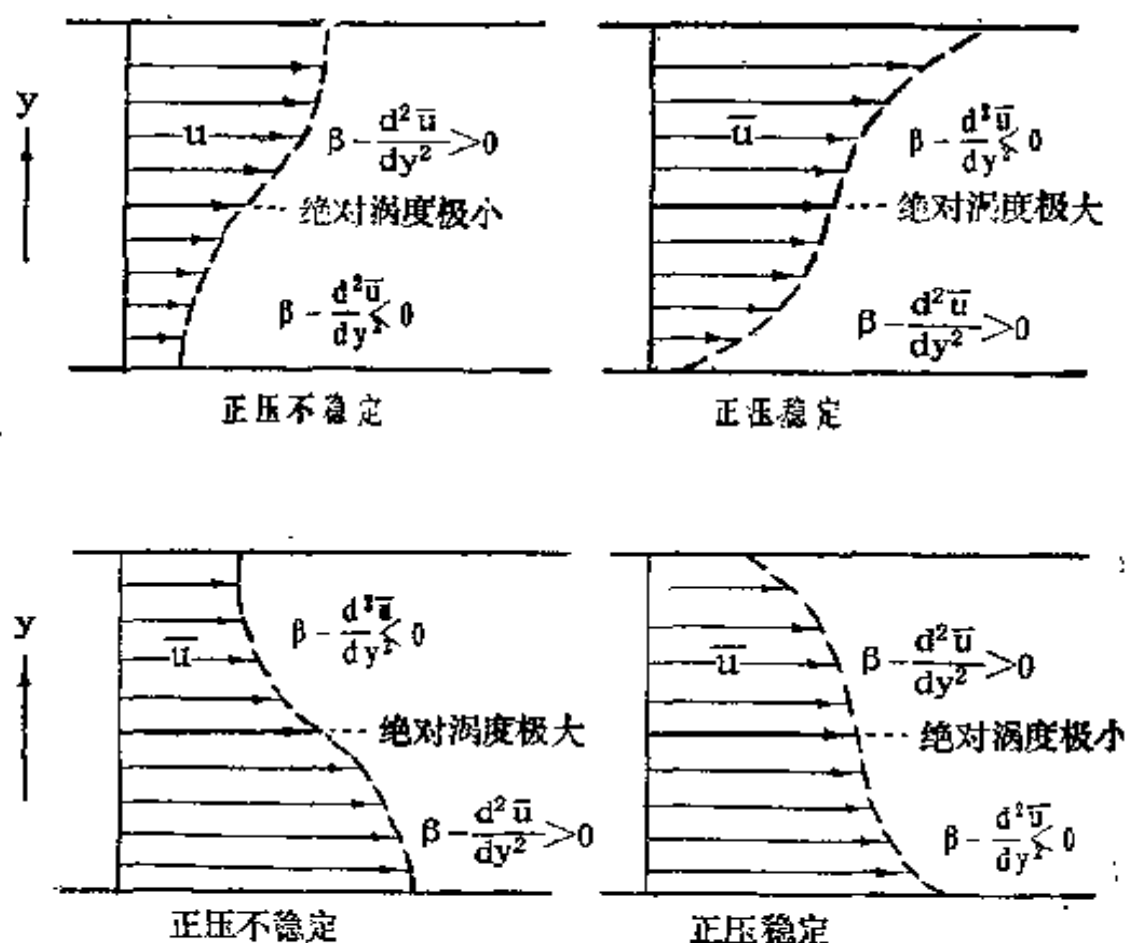


图 9.1 基本气流廓线与正压不稳定

在正压不稳定情况下,波动增幅发展,其能量来自基本气流,同这种由基本气流输送给扰动能量相配合的槽、脊情况是:在绝对涡度极小值所在的南面,槽、脊呈东南—西北向;在绝对涡度极大值所在点的北面,槽、脊呈西南—东北向。

§ 4 斜压不稳定

实际大气是斜压大气,一般大尺度运动的剧烈发展,尤其是在中高纬度地区,往往都与斜压不稳定相联系。因此,自四十年代以来,有关斜压不稳定的研究非常多,其中最有名的是所谓伊迪 (Eady) 模型和查尼模型。前者考虑了基本气流垂直切变与不稳定的关系,而后者同时考虑了气流垂直切变和 β 的作用。

对于大尺度大气运动,可以把涡度方程和热力学方程写成

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}\right)(\xi + \beta y) = f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (9.16)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}\right) \frac{\partial \phi}{\partial p} = -s\omega \quad (9.17)$$

式中 β 表示地转参数 f 随纬度的变化, s 是 P 坐标下的静力稳定度参数。用小扰动假定,并引入地转流函数 ψ , 则 (9.16) 和 (9.17) 式的线性化方程为

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) \nabla^2 \psi + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (9.18)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) \frac{\partial \psi}{\partial p} - \frac{d\bar{u}}{dp} \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{s\omega}{f_0} \quad (9.19)$$

取波动解

$$\psi = \Psi(p) e^{im(x-ct)}$$

$$\omega = \Omega(p) e^{im(x-ct)}$$

则由 (9.18) 和 (9.19) 可以得到

$$(\bar{u} - c) \frac{d^2 \Psi}{dp^2} + \frac{s}{f_0^2} [\beta - m^2(\bar{u} - c)] \Psi = 0 \quad (9.20)$$

相应于在上,下边界上 $\omega=0$ 的条件,边界条件可以写成

$$\begin{cases} c \frac{d\Psi}{dp} + \frac{d\bar{u}}{dp} \Psi = 0 & \text{在 } p = p_s \\ (\bar{u}_* - c) \frac{d\Psi}{dp} - \frac{d\bar{u}}{dp} \Psi = 0 & \text{在 } p = p_t = 0 \end{cases} \quad (9.21)$$

这里 \bar{u}_* 为大气顶的基本西风速度。

考虑柯氏力不随纬度变化的简单情况 ($\beta=0$), 并假定 $s=\text{常数}$, 基本气流分布为

$$\bar{u}(p) = \alpha(p_B - p) \quad (9.22)$$

这样, (9.20) 的解可写成

$$\Psi(p) = A \operatorname{sh}(\lambda p) + B \operatorname{ch}(\lambda p) \quad (9.23)$$

其中 $\lambda = \frac{m^2}{f_0^2} \sqrt{s}$ 。

根据边界条件(9.21), 以及关系式 $\bar{u}_* = \alpha p_B$, 最终我们可以得到波速 c 的表达式

$$c = \frac{\bar{u}_*}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{4}{\lambda^2 p_B^2} - \frac{4}{\lambda p_B} \operatorname{cth}(\lambda p_B)} \right] \quad (9.24)$$

要出现扰动不稳定, 则必须有 $c_i \neq 0$, 这就要求 (9.24) 式中根号内的表达式为负值, 即

$$1 + \frac{4}{\lambda^2 p_B^2} - \frac{4}{\lambda p_B} \operatorname{cth}(\lambda p_B) < 0 \quad (9.25)$$

最后我们不难得到斜压不稳定的条件为

$$\frac{\pi \sqrt{s}}{L f_0 p_B} < \alpha_0 \quad (9.26)$$

这里 $\alpha_0 = 1.1997$, 可视为一个不稳定参数, 由 (9.26) 式可以看到, 只要扰动波长 $L > L_s$, 即可出现斜压不稳定。而 $L_s = \pi \sqrt{s} / 1.1997 f_0 p_B$, 为临界波长。波长必须大于某一

临界波长,才能出现不稳定,这就是所谓不稳定的短波截止现象。

下面讨论一下斜压不稳定情况下,扰动发展的增长率。因为增长率 $\sigma_i = c_i m$,则由(9.24)式可以得到

$$\sigma_i = \frac{\alpha f_0}{\sqrt{s}} \sqrt{(\alpha - \tanh \alpha)(\coth \alpha - \alpha)}$$

其中 $\alpha = \frac{\lambda p_B}{2}$ 。可见,斜压不稳定的增长率与基本气流的垂直切变 α 成正比,而与静力稳定度的平方根成反比。在一定风速切变下,最大增长率对应着某一固定波数(波长)。

在斜压不稳定中,扰动发展的能量来自大气有效位能的释放。对于这种能量的释放,扰动的垂直结构是:扰动轴线(槽或脊)自下而上向西倾斜;扰动振幅自下而上增加。因此槽前是高温,并有上升运动;脊前是低温,并有下沉运动。图9.2给出了斜压不稳定波的流函数 ψ , 温度 T 和垂直速度 ω 间的相互位相关系。因为 $v = \frac{\partial \psi}{\partial x}$, 所以从图中可以看到,在

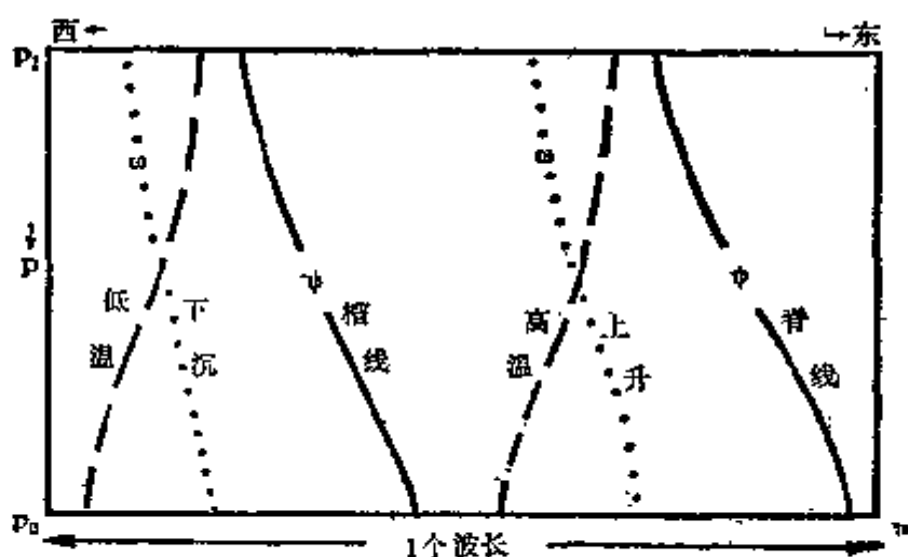


图 9.2 不稳定波的位相随高度的分布

气压槽的前面有南风,不仅气温具有极大值,而且还有最强上升运动。而在气压槽后,为北风、低温和下沉气流。不稳定的结构不仅使扰动有效位能向扰动动能转换,并且由于扰动作用使热量向极地输送。热量向极地输送的结果,使得南北温度梯度减弱,基本气流的垂直切变减小,不稳定扰动的发展受到抑制。

§ 5 环境对斜压不稳定的影响

地球大气的运动都将受到环境条件的影响,那么环境条件会不会对斜压不稳定产生影响,下面就这个问题作些讨论。但只介绍一些研究结果,并不具体讨论环境条件如何对斜压不稳定产生影响。

1. 摩擦对斜压不稳定的影响

一般可以用摩擦层顶的垂直速度描写地面摩擦的作用,即 $\omega_F = -\frac{g\rho_0 c_D}{f}\xi_0$, c_D 为拖曳系数, ξ_0 为地面的地转风涡度。图 9.3 给出了不同拖曳系数下,流函数振幅的变化情况。可以看到,摩擦的作用将减小振幅的增长,即对不稳定发展有阻尼作用;同时,随着摩擦的增加,增长最大的波(即最不稳定波)略向较短的波长处移动。

2. 地形的影响

考虑有地形存在时,气流受到抬升作用。可以把地形影响用下边界垂直速度引入模式,即 $\omega_B = -\rho_0 g \mathbf{V}_B \cdot \nabla h_B$, h_B 为地形高度。理论分析和数值试验结果都表明,同无地形的情

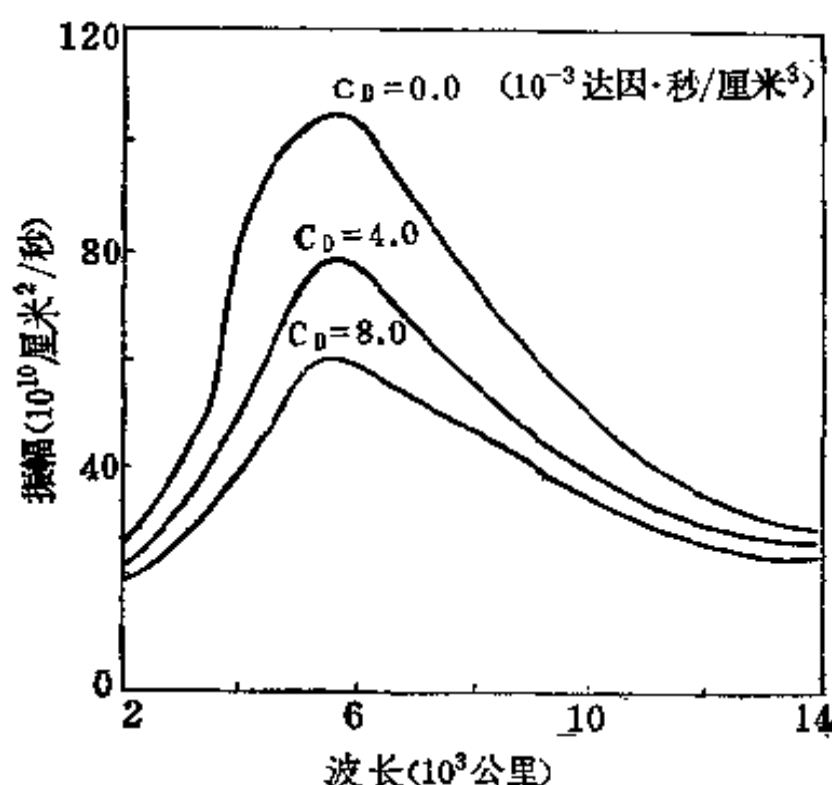


图 9.3 下垫面摩擦对斜压不稳定的影响

况相比较,在地形的北坡 $\partial h_s / \partial y < 0$, 斜压波的不稳定性将增大;在地形的南坡, $\partial h_s / \partial y > 0$, 斜压波的不稳定性将减小。我们知道,在青藏高原的北侧容易产生小气旋,而其南侧则不易产生小气旋,其原因可能是受地形的影响。

3. 感热交换的影响

将感热交换引入斜压模式,可以发现,感热所引起的非绝热加热使短波和中波的不稳定性减小,最不稳定波的波长同绝热模式相比,略向较短的波长移动;但对于波长大于约8000公里的超长波,感热加热却会使不稳定性增加。例如假定热量输送和空气与下垫面之间的温度差成正比,即取

$$Q = A(T_s - T_a) \left(\frac{p}{p_s} \right)^{\gamma}$$

式中 T_s 和 T_a 分别为海面(或地面)和空气的温度, A 和 γ 是常数, γ 表示热量随高度的分布。

将上述非绝热加热引入模式, 其单位波数的不稳定增长率如图 9.4 所示, 图中实线是无感热的情况, 虚线和点线分别是有 Q 和 $2Q$ 加热的情况。感热的影响在于它将改变大气静力稳定度, 而稳定度的变化反过来又影响大气波动的动力稳定性。

感热交换使天气尺度波的动力不稳定减小, 可作如下物理解释: 在槽前, 暖平流使空气在较冷的地面上失去热量; 而在槽后的冷平流区域, 空气可从暖的下垫面得到热量。这样, 总的作用使温度波移到

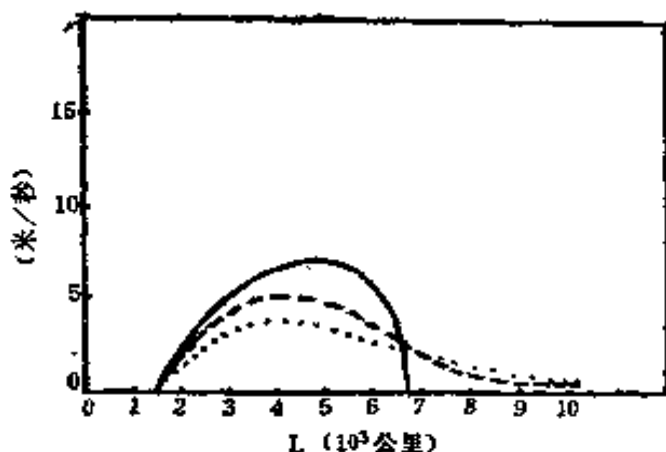


图 9.4 有感热交换时, 单位波数的不稳定增长率

气压波的前面, 至少当温度波落后气压波时使其振幅减小, 有效位能向扰动动能的转换受到削弱, 因此使斜压波的增长率减小。

4. 水平切变的影响——混合型不稳定

当基本气流既有垂直切变, 又有水平切变时, 其稳定性会变得复杂些, 这种情况可称为混合型不稳定。在纯斜压情况下, 用下面将要介绍的两层模式, 可以得到稳定性判据为

$$\frac{\beta^2 \lambda^4}{m^4 (m^2 + 2 \lambda^2)^2} + \frac{m^2 - 2 \lambda^2}{m^2 + 2 \lambda^2} \left(\frac{\bar{u}_1 - \bar{u}_3}{2} \right)^2 \begin{cases} > \\ = 0 \\ < \end{cases} \begin{cases} \text{稳 定} \\ \text{中 性} \\ \text{不 稳定} \end{cases}$$

式中 $\lambda^2 = \frac{f_0^2}{s_2(\Delta p)^2}$ 。如果纬向基本气流除垂直切变外,还有水平切变(且 $\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \neq 0$),则不稳定判据可变为

$$\frac{\left(\beta - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right)^2 \lambda^4}{m^2(m^2 + 2\lambda^2)^2} + \frac{m^2 - 2\lambda^2}{m^2 + 2\lambda^2} \left(\frac{\bar{u}_1 - \bar{u}_3}{2}\right)^2 \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} \begin{cases} \text{稳 定} \\ \text{中 性} \\ \text{不 稳定} \end{cases}$$

很显然,如果 $\partial^2 \bar{u} / \partial y^2 > 0$,斜压不稳定的增长率将有所增大,不稳定波的波长范围将向长波和 $d\bar{u}/dp$ 小值方向扩展,最不稳定波的波长向长波方向移动(图 9.5)。若 $\partial^2 \bar{u} / \partial y^2 < 0$,则不稳定增长率减小,较长的波长一侧的不稳定范围将有所缩小。

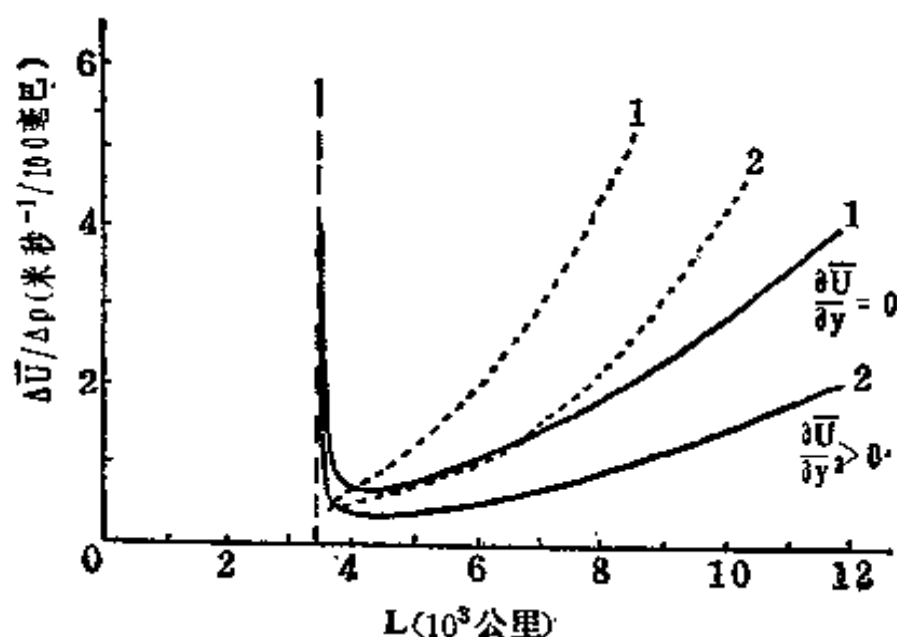


图 9.5 基本气流水平切变对斜压不稳定的影响

§ 6 凝结加热对斜压不稳定的影响

实际大气中存在着水汽,在大气运动过程中会出现凝结

现象;而且,当大气运动出现斜压不稳定发展时,又往往有凝结降水天气相伴随。因此,弄清凝结加热对斜压不稳定的影响是很有意义的。

讨论凝结加热对斜压不稳定的影响,关键是如何将凝结加热作用引入斜压模式。最简单的是用垂直速度参数化来表示凝结加热,从而考虑凝结加热作用。近年来,一些气象工作者又将第二类条件不稳定(CISK)机制和斜压不稳定相结合,讨论凝结加热的影响。图 9.6 给出了斜压不稳定增长率 σ_i 与波长 L 和凝结加热强度 ϵ 的关系。其中 a 表示在 $\beta=0$ 的情况, b 表示 $\beta=1.6 \times 10^{-11} \text{ 米}^{-1} \cdot \text{秒}^{-1}$ 的情况。可以看到,无论考虑 β 作用与否,当模式引入凝结加热后,最不稳定波的波长都要变短,而且加热愈强,最不稳定的波长愈短。我们知道,在不考虑凝结加热情况下,斜压大气最不稳定波长约为

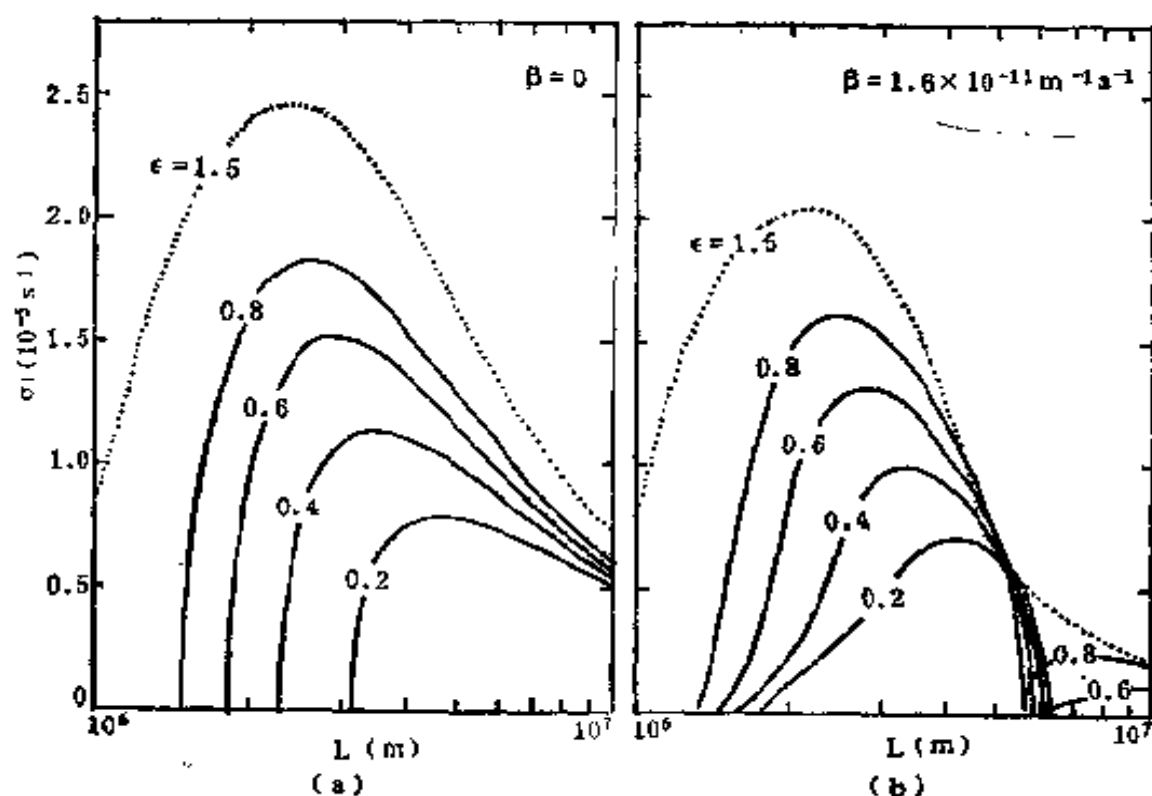


图 9.6 斜压不稳定增长率 σ_i 与波长 L 和加热强度 ϵ 的关系

4000~5000 公里。当考虑有中等强度凝结加热 ($\varepsilon=0.8$) 后, 最不稳定的波长约为 2500 公里。a 和 b 两图的比较还可以发现, 相对于凝结加热作用, β 的影响是较弱的, 但 β 的存在可以减小增长率, 同时又能缩短最不稳定波的波长。

特别有意义的是, 用不同的参数化表示凝结加热, 其结果虽有差异, 但基本特征却都一样。那就是, 考虑凝结加热后, 扰动的不稳定增长率将随加热强度的增加而增加。同时, 随着加热的增加, 不稳定的波长区域将主要向较短波长方向扩展, 最不稳定的波长也略向较短波长方向移动。

由于读者比较熟悉两层模式中的斜压不稳定, 下面就以此为例作一些讨论。在考虑有凝结加热影响的情况下, 线性化的涡度方程和热力学方程可以写成

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) \nabla^2 \psi + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (9.27)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) \frac{\partial \psi}{\partial p} - \frac{d\bar{u}}{dp} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{s}{f} \omega = - \frac{R}{pf_0} Q \quad (9.28)$$

这里 ψ 是流函数, s 是稳定度参数, Q 是凝结加热率。基本气流 \bar{u} 假定只是 p 的函数。

取最简单的凝结加热参数化表达式, 即假定加热率同垂直速度成正比, 取

$$Q = -\eta(p) \omega \quad (9.29)$$

其中 $\eta(p)$ 是一个与 p 有关的比例因子, 亦可认为是一种加热分布参数。

取两层模式, 将(9.27)写在 1, 3 层上, 将(9.28)写在 2 层上, 同时假定

$$\begin{aligned}\psi_2 &= \frac{1}{2}(\psi_1 + \psi_3) \\ \bar{u}_2 &= \frac{1}{2}(\bar{u}_1 + \bar{u}_3)\end{aligned}\tag{9.30}$$

考虑谐波解

$$\begin{aligned}\psi_j &= \Psi_j e^{im(x-ct)} \\ \omega_2 &= W_2 e^{im(x-ct)}\end{aligned}$$

则可以得到

$$i(cm^2 - \bar{u}_1 m^2 + \beta)m\Psi_1 - \frac{f_0}{\Delta p}W_2 = 0 \tag{9.31}$$

$$i(cm^2 - \bar{u}_3 m^2 + \beta)m\Psi_3 + \frac{f_0}{\Delta p}W_2 = 0 \tag{9.32}$$

$$-im \frac{(\bar{u}_3 - c)}{\Delta p} \Psi_1 + im \frac{(\bar{u}_1 - c)}{\Delta p} \Psi_3 + \left(\frac{s_2}{f_0} - \frac{R\eta_2}{f_0 p_2} \right) W_2 = 0 \tag{9.33}$$

上式中 $\Delta p = 450$ 毫巴, 为垂直分层气压间隔。在得到 (9.31) — (9.33) 时, 我们已假定模式大气顶和模式大气底之垂直速度 (ω) 为零。

欲使 Ψ_1 , Ψ_2 和 W_2 有非零解, 则方程 (9.31) — (9.33) 的系数行列式必须为零。由此可以得到两层模式下的斜压不稳定判据

$$\frac{\beta^2 \lambda_*^4}{m^4 (m^2 - 2\lambda_*^2)^2} + \frac{m^2 - 2\lambda_*^2}{m^2 + 2\lambda_*^2} \left(\frac{\bar{u}_1 - \bar{u}_3}{2} \right)^2 \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} 0 \begin{cases} \text{稳 定} \\ \text{中 性} \\ \text{不 稳 定} \end{cases} \tag{9.34}$$

其中

$$\lambda_*^2 = \left(1 - \frac{R\eta_2}{s_2 p_2} \right)^{-1} \lambda^2$$

$$\lambda^2 = \frac{f_c^2}{s_2(\Delta p)^2}$$

如果不考虑凝结加热的影响,即 $\eta_2=0$, 则可退化为纯斜压不稳定的情况,不稳定性判据可以沿用(9.34)式,只需将 λ_*^2 用 λ^2 代替即可。

凝结加热在垂直方向上有一定的分布,这种分布对斜压不稳定也有影响。一些理论研究表明,当对流层低层加热比较强时,斜压波的不稳定增长率将会更大。不难想象,当扰动得到迅速发展后,垂直运动会加强,对流发展更旺,凝结加热的极大值高度也会抬高。而加热廓线发生变化后,反过来又影响不稳定的增长率。所以,凝结加热廓线对不稳定的影响是一个很有意思的问题。

根据能量转换的分析,在有凝结加热的情况下,扰动有效位能不仅来自平均有效位能的转换,而且还来自凝结加热。因此,这时有更多的有效位能可以向扰动动能转换,促使扰动更加不稳定发展。

§ 7 非纬向气流的斜压不稳定

斜压不稳定问题的讨论,一般都取基本气流是纬向的,这同实际大气的情况有一定差异,特别是对于超长波活动比较强的时候,基本气流是 x 和 y 的函数。因此讨论非纬向基本气流的不稳定问题有一定意义。

为了便于直接应用位涡方程,以及便于处理基本气流的各种切变,用分层两层模式比较方便。简单地将对流层大气分为两层,并假定上层大气厚度为 D_1 , 密度为 ρ_1 ; 下层大气厚度为 D_2 , 密度为 ρ_2 。两层大气的运动状态分别用流函数

ψ_1 和 ψ_2 表示, 准地转位涡方程可以写成

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \right] [\nabla^2 \psi_1 - F_1(\psi_1 - \psi_2) + \beta y] = 0 \quad (9.35)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial \psi_2}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial \psi_2}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \right] [\nabla^2 \psi_2 - F_2(\psi_2 - \psi_1) + \beta y] = 0 \quad (9.36)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \frac{\int_0^2 L^2}{g D_1 (\Delta \rho / \rho_0)} \\ F_2 &= \frac{\int_0^2 L^2}{g D_2 (\Delta \rho / \rho_0)} \end{aligned} \right\} \quad (9.37)$$

式中 L 为扰动水平尺度; $\Delta \rho = \rho_2 - \rho_1$; ρ_0 是大气密度特征量, 可视为平均密度; 参数 F 实际上是运动水平尺度与罗斯贝变形半径之比的平方。

设流函数有如下形式

$$\begin{cases} \psi_1 = -u_1 y + v_1 x + \phi_1(x, y, t) \\ \psi_2 = -u_2 y + v_2 x + \phi_2(x, y, t) \end{cases} \quad (9.38)$$

这里 u_1, u_2, v_1 和 v_2 都与 x 和 y 无关, 表示基本气流分量; ϕ 为扰动流函数。基本气流 $\mathbf{v} = iu + jv$ 的方向如图 9.5 所示, \mathbf{v} 同 x 轴有交角 $\tilde{\alpha}$, 而波矢量 \mathbf{k} 同 x 轴有交角 θ 。

如果没有扰动存在, 即 $\phi_1 = \phi_2 = 0$, 则 (9.38) 式代入 (9.35) 和 (9.36) 式可得到

$$\begin{cases} \beta v_1 + F_1(v_2 u_1 - v_1 u_2) = 0 \\ \beta v_2 + F_2(u_2 v_1 - v_2 u_1) = 0 \end{cases} \quad (9.39)$$

这是运动基本状态满足的方程。

取扰动为平面波动解形式, 即

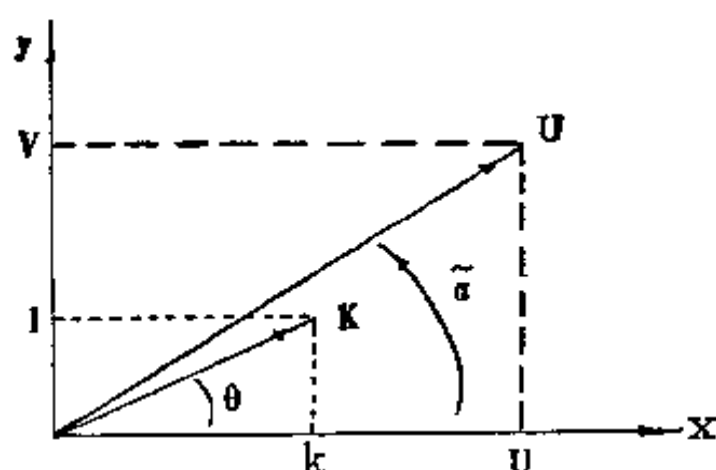


图 9.7 x, y 坐标中的波矢量 K 和基本气流

$$\phi_n = A_n e^{i(m x + l y - \sigma t)} \quad (n = 1, 2) \quad (9.40)$$

不难得到描写扰动的方程组

$$A_1 [(k^2 + F_1)(c - u_1^*) + F_1(u_1^* - u_2^*) + \beta^*] - A_2(c - u_1^*)F_1 = 0 \quad (9.41)$$

$$A_2 [(k^2 + F_2)(c - u_2^*) + F_2(u_2^* - u_1^*) + \beta^*] - A_1(c - u_2^*)F_2 = 0 \quad (9.42)$$

其中 $k^2 = m^2 + l^2$, k 为全波数, 而

$$\begin{cases} c = \frac{\sigma}{k} \\ \beta^* = \frac{\beta m}{k} = \beta \cos \theta \\ u_n^* = \frac{u_n m + v_n l}{k} = (u_n^2 + v_n^2)^{\frac{1}{2}} \cos(\alpha_n - \theta) \end{cases} \quad (9.43)$$

如果扰动是不稳定的, 则 $c = c_r + i c_i$ 为复数, 而由 (9.41) 和 (9.42) 不难求得

$$c_i = - \frac{[k^4 u_s^{*2} (4 F_1 F_2 - k^4) - \beta^{*2} (F_1 + F_2)^2 - 2 \beta^* u_s^* k (F_1 - F_2)]^{\frac{1}{2}}}{2 k^2 (k^2 + F_1 + F_2)} \quad (9.44)$$

其中 $u_s^* = u_1^* - u_2^*$, 表征基本气流的垂直切变。

在纬向基本气流情况下, $v_1 = v_2 = 0$, 则有

$$\begin{cases} u_1^* = u_1 \\ u_2^* = u_2 \\ u_s^* = u_1 - u_2 = u_s \end{cases} \quad (9.45)$$

完全可以回到菲利普斯(Philips)讨论过的情况, 斜压不稳定的基本结论同连续模式一致。

对于非纬向基本气流, 地转偏向力的纬度变化会有所改变, 即 $\beta^* = \beta \cos \theta$; 同时, 由于 $\tilde{\alpha}$ 和 θ 一般相差不多, u_s^* 一般也就比 u_s 要大。因此, 在非纬向基本气流情况下, 理论分析表明扰动的不稳定增长率要比纯纬向基本气流时的大。即在非纬向基本气流情况下, 扰动更容易出现不稳定。其增长率变大的原因, 不仅由于基本气流切变相对增加; 而且还由于波矢量方向与 x 轴有交角, β 效应相对减小, 即 β 的稳定作用减小。

参 考 文 献

- [1] Eady, E.T., Long waves and cyclone waves, *Tellus*, (1), 33—52 (1949).
- [2] Charney, J. G., The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current, *J. Meteor.* (4), 135—163, (1947).
- [3] Mak, Mankin, on moist-geostrophic baroclinic instability, *J. Atmos. sci.*, 39, 2028—2037 (1982).
- [4] Pedosky, J., *Geophysical Fluid Dynamics* (1979).
- [5] 小仓义光, 黄荣辉译, 大气动力学原理, 科学出版社, (1981)。
- [6] 李崇银, 非纬向基本气流的斜压不稳定, 气象学报, (1), (1984)。

第十章 中纬度天气系统 的演变过程

§ 1 天气系统的表示法——波包

试看北半球 500 毫巴高度场，如图 1.1—1.3(见第一章)。其上有环绕北极的西风气流(基本气流)，还叠加有槽、脊、高压中心和低压中心等高空天气系统。图 1.1 中位于北欧的小槽发展并东移，两天后移至乌拉尔山附近(图 1.2)，并引起下游弱脊增强，脊东侧形成强的偏北气流，第 5 天在东亚地区形成一次寒潮(图 1.3)。就图而论，上述演变过程是一目了然的。为了用动力气象学剖示流场和天气系统演变的机理，我们必须用合适的数学表示方法。这里将介绍“波包”概念和相应的数学方法，也许它是一个比较简便且能将动力学理论和天气图经验结合起来的较好方法。

试将图 1.1 分解为基本气流(带状环流或带状环流加超长波)和扰动两部份(如图 10.1)。对应于北欧上空的小槽在图 10.1 中表现为较强的负扰动中心，在其上游和下游各有一连串正负交替的扰动，但其强度逐渐减弱，(在图中上游部分未给出)。如以基本气流方向为横坐标 x ，作扰动 ϕ' 随 x 的变化曲线(图 10.2)。可见扰动表示为大体上具有一定波长的波列，但其波幅是相对缓慢地变化着的，这样的波列就称为一个波包。图中 π/m 是波列的半波长， m 叫做波数；波幅随 x 变化的曲线 $A(x)$ 叫做包络线。如取垂直于基本气流方向作坐标 y ，并画出相应的扰动的变化曲线，也会得出与图

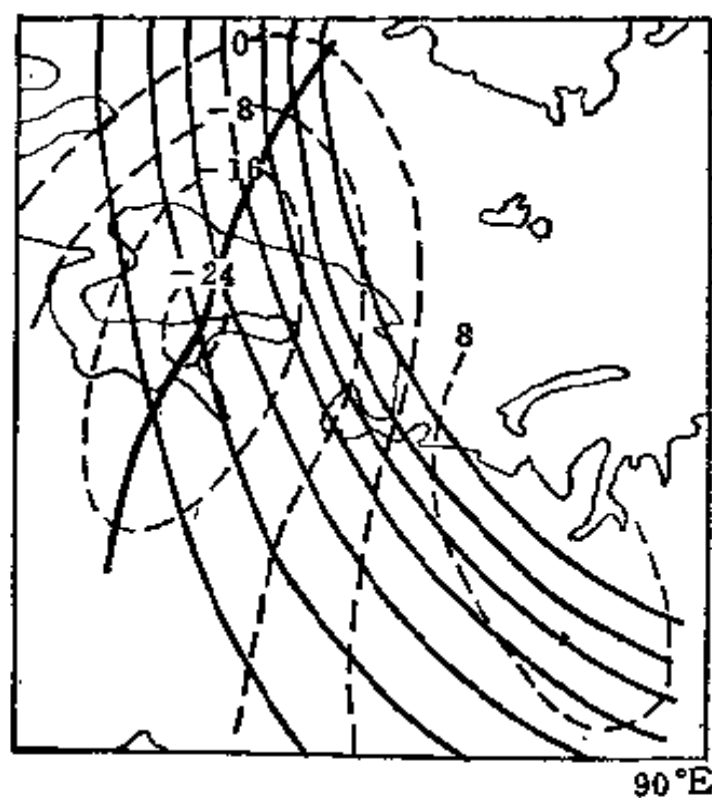


图 10.1 1972年3月22日12时500毫巴形势图
实线为基本气流，虚线为扰动

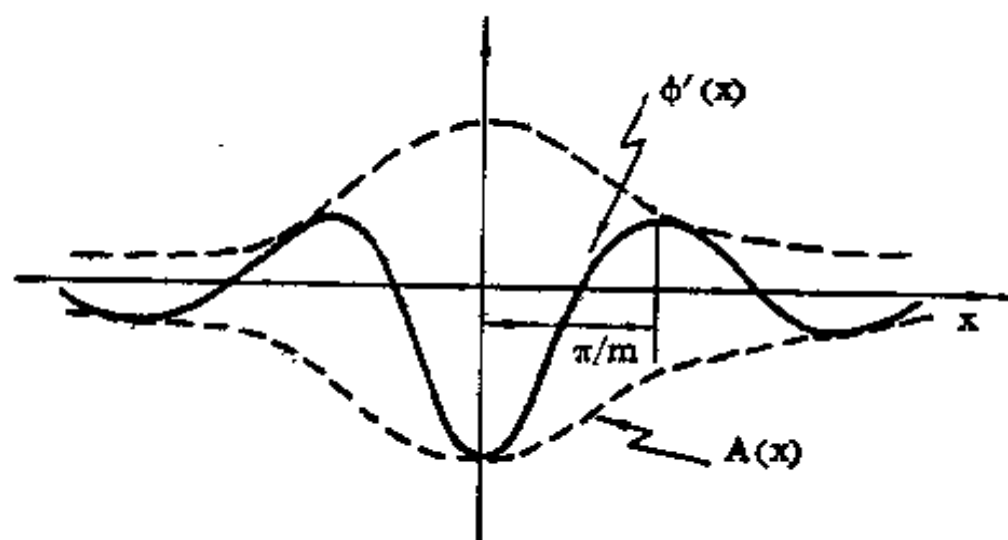


图 10.2 波包示意图

10.2 相似的结果。这样,一个天气系统及其邻近地区的扰动就可以用等压面上的一个波包来描写,即

$$\phi'(x, y) = A(x, y) \cos(mx + ny). \quad (10.1)$$

如图 10.3(a), 其中波幅 $A(x, y)$ 是随空间 (x, y) 的缓变函数。如取 $A < 0$, 则因 $\cos 0 = 1, \cos \pi = -1$, 直线 (有时亦可能是曲线) $\theta \equiv mx + ny = 0, \pm \pi$ 分别对应槽线和脊线。 m 总可取为正数, 于是 $n > 0$ 对应于西北—东南走向的槽脊线; $n < 0$ 为东北—西南向的槽脊线。垂直于 $\theta = 0$ 指向 $\theta = \pi$ 的射线 l 称为波射线。槽脊线和 y 轴的夹角 $\delta = \text{tg}^{-1}(-n/m)$ 。

若将图 10.3(a)、(b) 叠加在西风急流南侧, 就分别得到图 10.4(a)、(b); 若叠加在急流北侧, 则分别得到图 10.4(c)、(d)。图 10.4(a)、(d) 分别和图 1.1(a) 中北欧上空小槽急流南和北两部份的形势十分相似; 图 10.4(b) 和图 1.3 中里海上空的衰减槽形势相似。

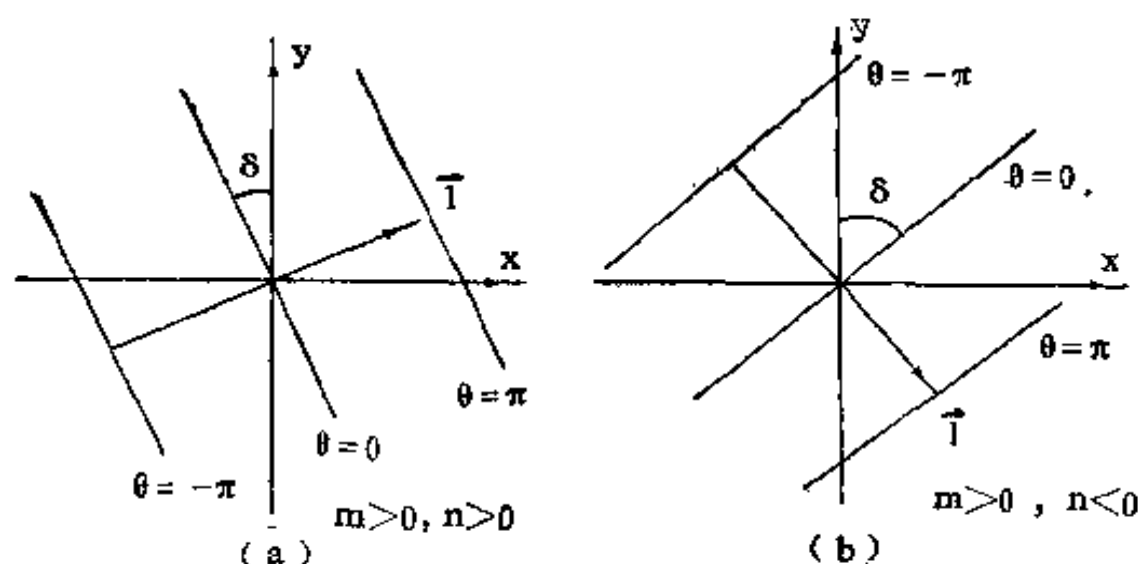


图 10.3 平面上波包和槽脊线走向示意图

(a) $m > 0, n > 0$, 槽脊线为西北—东南向;

(b) $m > 0, n < 0$, 槽脊线为东北—西南向。

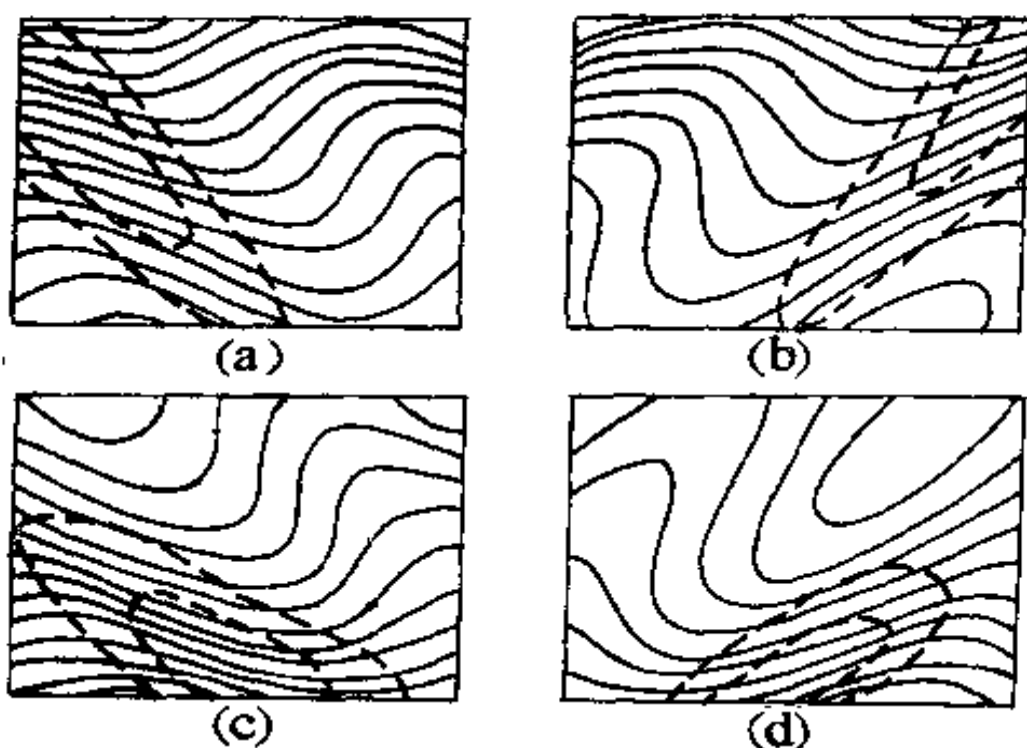


图 10.4 正压大气天气范式
(a)急流南发展型扰动;(b)急流南衰减型扰动;
(c)急流北衰减型扰动;(d)急流北发展型扰动;
虚线为等风速线;J 表示急流。

§ 2 天气系统的发展问题

从看天气图的经验熟知,天气系统发展时等压面上的高度场扰动加强,风速加大。换言之,即动能和有效位能同时增加,从而扰动总能量 E' (扰动动能加扰动有效位能) 增加。反之,天气系统衰减时高度场填塞,风速亦减弱,即有效位能、动能以及扰动总能量 E' 减小。所以有

$$\begin{cases} \partial E' / \partial t > 0, \text{天气系统发展} \\ \partial E' / \partial t < 0, \text{天气系统衰减} \end{cases} \quad (10.2)$$

对于中高纬度地带的天气系统来说,准地转模式是比较好的近似。在我们用波包来表示天气系统时,由于基本气流

则是随时间和空间缓慢变化着的,故当扰动不过分强烈时,还可再对准地转模式进行线性化,用来讨论天气系统的演变过程。取最简单的大气模式——正压模式有

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) q' = -v' \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} \quad (10.3)$$

这里 $\bar{u}(x, y, t)$ 为基本气流; $\bar{q} = f_0 + \beta y + (\partial^2 \bar{\psi} / \partial y^2 - f_0^2 \bar{\psi} / \phi_0)$ 简称为基本气流的位涡度; $\bar{q}' \equiv (\partial^2 \psi' / \partial x^2 + \partial^2 \psi' / \partial y^2 - f_0^2 \psi' / \phi_0)$ 为扰动位涡度; ψ' 为扰动流函数; $\phi' = f_0 \psi'$ 为等压面扰动位势; f_0 和 ϕ_0 分别为标准地转参数和等压面平均位势。(为简单起见,上式我们已取了基本气流为带状环流(即 $\bar{v} \equiv 0$); 对地转参数也作了近似)。

用 ψ' 乘(10.3)式,沿天气系统(波包)所占领的区域(W)积分,则因远离天气系统中心处的扰动很弱,即在区域(W)的边界上 $\psi' \approx 0$,经过一系列的分部积分,有

$$\begin{aligned} \frac{\partial E'}{\partial t} &\equiv \frac{\partial}{\partial t} \iint_{(W)} \frac{1}{2} \left(u'^2 + v'^2 + \frac{f_0^2}{\phi_0} \phi'^2 \right) dx dy = \\ &= - \iint_{(W)} u' v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} dx dy \end{aligned} \quad (10.4)$$

其中 $(u'^2 + v'^2)/2 \equiv [(\partial \psi' / \partial y)^2 + (\partial \psi' / \partial x)^2]/2$ 和 $f_0^2 \phi'^2 / 2 \phi_0$ 分别为扰动动能和有效位能。

由(10.4)式可见,扰动发展与否依赖于扰动的结构 ($u'v'$) 及其在基本气流上的位置 (决定 $u'v'$ 与 $\partial \bar{u} / \partial y$ 的乘积)。 $u'v'$ 就是扰动西风动量沿子午线方向的传送。再若扰动为波包(10.1)式,且 A 随 x, y 变化较缓,经过运算,就有 $u' \approx A f_0^{-1} n \sin(mx + ny)$, $v' \approx -A f_0^{-1} m \sin(mx + ny)$, $u'v'(\partial \bar{u} / \partial y) \approx -A^2 f_0^{-2} m n \sin^2(mx + ny)$ 。又因急流以北风速向北

递减($\partial \bar{u}/\partial y < 0$), 急流以南风速向南递减($\partial \bar{u}/\partial y > 0$), 由此得出结论:

急流北边东北—西南走向的槽线(图 10.4d)和急流南边西北—东南走向的槽线(图 10.4a)是正压发展的; 急流北边西北—东南走向的槽线(图 10.4c)和急流南边东北—西南走向的槽线(图 10.4b)是正压衰减的。据此可知, 图 1.1 中如果斜压因子不削弱它的话, 北欧小槽是要发展的。实况果然如此。

进一步考虑到斜压因子, 则扰动演变过程方程在形式上和(10.3)式一样, 只不过基本气流 \bar{u} 为 (y, ξ, t) 的函数, 而基本气流和扰动位涡度分别为

$$\bar{q} = f_0 + \beta y + \left[\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{f_0^2 \xi^2}{c_0^2} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \xi} \right) \right] \quad (10.5)$$

$$q' = \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{f_0^2 \xi^2}{c_0^2} \frac{\partial \psi'}{\partial \xi} \right) \quad (10.6)$$

其中 $\xi \equiv p/p_s$; p 和 p_s 分别为气压和地面气压; c_0 为斜压大气中重力惯性波的特征传播速度, 它由层结状态决定。此外, 还要加入边界条件(略)。

在方程中略去了热源、地形和摩擦的作用, 即只考虑天气系统内部的纯动力过程, 这样经过一系列的推导就有能量方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial E'}{\partial t} &\equiv \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \iiint_{(W)} \frac{1}{2} \left[u'^2 + v'^2 + \left(\frac{RT'}{c_0} \right)^2 \right] dx dy d\xi + \right. \\ &\quad \left. + \iint_{(W_s)} \frac{1}{2} d_s \frac{f_0^2 \psi_s'^2}{c_{0s}^2} dx dy \right\} \\ &= - \iiint_{(W)} \left(u' v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + v' T' \frac{\partial \bar{T}}{c_0 \partial y} \right) dx dy d\xi \quad (10.7) \end{aligned}$$

这里(W)为波包在三维空间(x, y, ξ)所占据的区域;(W_s)为该区域在地面上的投影; \bar{T} 和 T' 分别是基本气流的温度及其偏差(温度扰动);带足标 s 的量是该变量在地面上($\xi=1$)的值, α_s 为一无量纲参数。无论波包在高空或在低层,(10.7)式都成立。

由(10.7)式可见,扰动是否发展依赖于三维空间结构($u'v'$ 和 $v'T$)及其在基本气流上的位置(决定 $u'v'\partial\bar{u}/\partial y$ 及 $v'T'\partial T/c_0\partial y$ 的符号)。由此得到下列结论:

当基本气流为正压的(即等压面上无温度梯度,此时有 $\partial T/\partial y=0, \partial\bar{u}/\partial\xi=0$),则 $\partial E'/\partial t$ 只由正压因子 $u'v'\partial\bar{u}/\partial y$ 决定,结论与正压大气完全相同。当基本气流为纯斜压的(即 $\partial\bar{u}/\partial y=0$),则 $\partial E'/\partial t$ 只因斜压因子 $u'T'\partial T/c_0\partial y$ 决定。当对流层温度由南向北递减(即 $\partial T/\partial y<0$),且若暖空气北上($T'>0, v'>0, v'T'>0$)和冷空气南下($T'<0, v'<0, v'T'>0$),就会使得 $-v'T\partial T/\partial y>0$,斜压因子使 $\partial E'/\partial t>0$,即扰动发展;反之,冷空气北上和暖空气南下将使扰动衰减。在平流层内温度由北向南递减(即 $\partial T/\partial y>0$),可得到相反的结果。当正压因子和斜压因子共同作用时,扰动的发展与否由这两个因子的代数和来决定。

为简单计,设 c_0^2 为常数,并用 $\xi\equiv-(L_0/H)H\ln\zeta$ 作垂直坐标,这里 H 为垂直特征尺度, $L_0\equiv c_0/f_0$ 为斜压大气的一个特征水平尺度(约为 10^3 公里),引入因子 (L_0/H) 是为了调整水平和垂直尺度的比例。 ξ 正比于常用的压力对数坐标。今设在三维空间(x, y, ξ)中有一波包

$$\psi' = A(x, y, \xi) \cos(mx + ny + k\xi) \quad (10.8)$$

经过运算,则有 $u'v' \approx -A^2 m n \sin^2(mx + ny + k\xi)$, $R T' / c_0$

$$= -\frac{1}{c_0} \xi \partial f_0 \psi' / \partial \xi = \partial \psi' / \partial \xi, v' R T' / c_0 \approx A^2 m k \sin^2(m x + n y$$

+ k\xi)。故有：在对流层内槽脊线随高度向西倾斜为斜压发展型扰动，东倾为衰减型，在平流层则反之。如图 10.5。在对流层，槽线西倾就是温度槽落后于高度槽，温度平流使系统发展。

在三维空间情况下，若取 $A < 0$ ，则 $\theta \equiv m x + n y + k \xi = 0$ 就是“槽面”，它与任一等压面（等 ξ 面）的交线就是等压面上的槽线，而与任一东西方向的剖面（ x, ξ 平面）的交线就是剖面图上的槽线或即天气系统的轴线。这样，若正压和斜压因子都使扰动发展，显然扰动发展，槽面形势如图 10.6(a)；若正压和斜压因子都使扰动衰减，显然扰动衰减，槽线形势如图 10.6(b)。图中 (X, Y, Z) 为 (x, y, ξ) 的倍数，急流中心在点 (Y_0, Z_0) 处， $Y > Y_0$ 为急流北边， $Z > Z_0$ 为急流上边（平流层）， $Z < Z_0$ 为急流下边（对流层）。图 10.6(c) 为斜压发展但正压衰减的形势。若槽线的垂直坡度较大而水平斜率较小，则斜压因子，强于正压因子，扰动发展，反之，则衰减。图 1.1

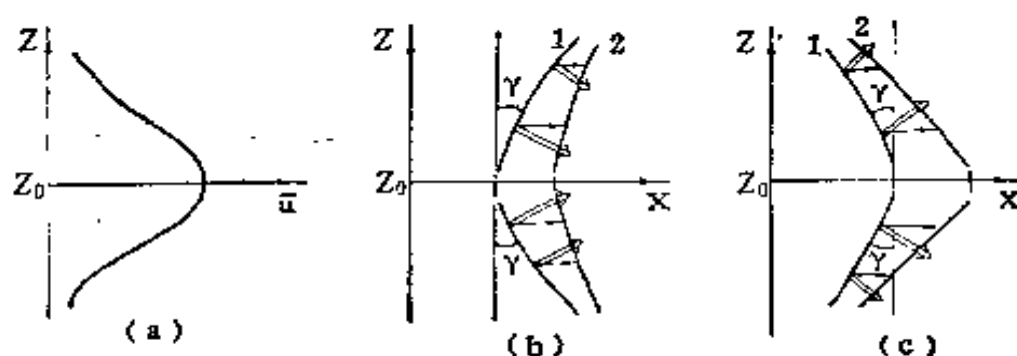


图 10.5 东西方向剖面图上的槽脊形势

(a)基本气流垂直廓线；(b)斜压发展型槽线；(c)斜压衰减型槽线；1. 初始时槽线，2. 以后时刻槽线， γ 为槽线与垂直轴交角，单箭头为槽线东西向的移动，双箭头为群速。

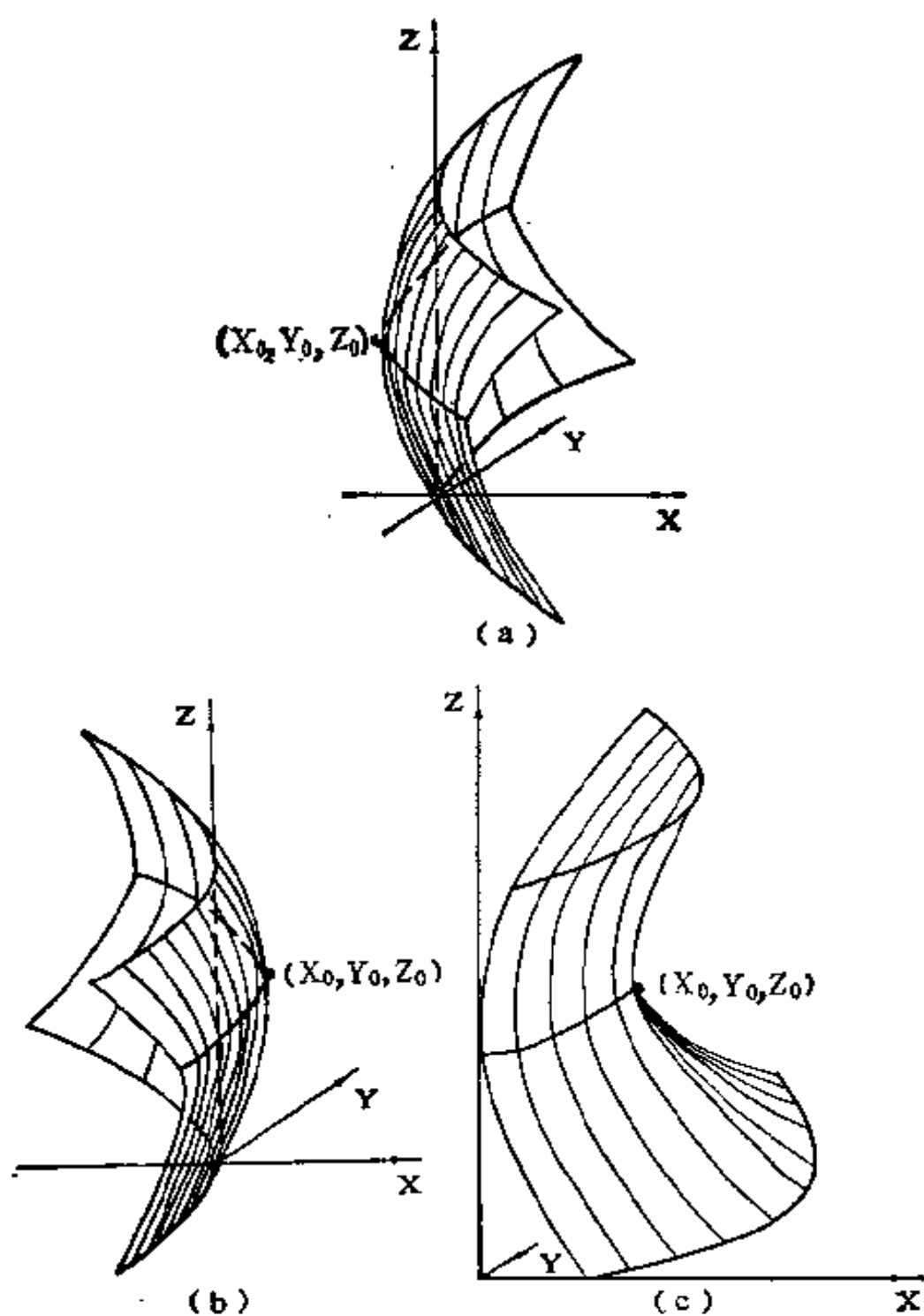


图 10.6 三维空间的槽面
 (a) 正压和斜压发展型;
 (b) 正压和斜压衰减型;
 (c) 斜压发展但正压衰减型。

中北欧小槽属于图 10.6(a) 的类型。但比较多数的发展槽属于图 10.6(c) 的类型。值得注意的是在图 10.6 中是设在急流各边都有扰动, 若扰动只在急流的一边, 例如只在对流层和急流南边, 则槽线是图中的一部分。

§ 3 槽脊线的移动和变形

天气系统在演变过程中其位置、强度和形状都在变化。为了全面地掌握所有这些演变特性, 下面我们将简略地介绍用 WKB 方法所得到的结果。

先以正压大气为例, 并将基本气流推广到包括超长波在内的情况(此时 $\bar{v} \neq 0$), 即用

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial}{\partial y}\right) q' = -v' \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} - u' \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} \quad (10.9)$$

代替(10.3)式, 在 \bar{q} 中还要加上 $\partial^2 \bar{\psi} / \partial x^2$ 一项。因为基本气流 (\bar{u}, \bar{v}) 是 (x, y, t) 的缓变函数, 波包的波幅 A 也如此, 它们的时间尺度和空间尺度都比天气系统的要大, 故为了将缓变过程和由天气系统的移动等所表征的过程分开, 我们将引入小参数 ε

$$\varepsilon = \frac{\text{基本气流及波包的波幅的空间尺度和时间尺度}}{\text{天气系统的空间尺度和时间尺度}}$$

于是 $\varepsilon \ll 1$ 。再引入一套“拉伸”坐标,

$$X \equiv \varepsilon x \quad Y \equiv \varepsilon y \quad T \equiv \varepsilon t \quad (10.10)$$

于是 \bar{u}, \bar{v} 和 A 等在 (X, Y, T) 中变化的快慢就和波包位相 θ 在 (x, y, t) 中变化的快慢为同一量级了。再引入三角函数的复数表示法, 这样, 我们将波包改写以下的形式

$$\psi' = A(X, Y, T) e^{i\theta(X, Y, T)/\varepsilon} \quad (10.11)$$

它是(10.1)式的推广。记

$$\partial\theta/\partial T \equiv -\sigma \quad \partial\theta/\partial X \equiv m \quad \partial\theta/\partial Y \equiv n \quad (10.12)$$

σ , m 和 n 分别称为在 (X, Y, T) 坐标中的局地瞬时频率和沿 X, Y 方向的波数, 若 σ, m 和 n 为常数, 就有

$$\theta - \theta_0 = mX + nY - \sigma T \quad (10.13)$$

此时波列在 (X, Y) 平面沿波射线 l (见图 10.3) 以一个常定的相速 $c = \sigma / \sqrt{m^2 + n^2}$ 传播, θ_0 为初始位相。若 m, n 随空间缓慢变化, 槽线就不是直线, 可以是类似于螺旋形的曲线, 实际天气图中槽线大都如此。将 A 展成 e 的幂级数, 并将 (10.10) — (10.12) 式代入 (10.9) 式, 按 e 的幂次集项, 我们就得到描写演变过程各特性的有用方程了。

(1) 频率方程

$$(\sigma - m\bar{u} - n\bar{v})v^2 + m\bar{\beta}_1 - n\bar{\beta}_2 = 0 \quad (10.14)$$

其中 $\bar{\beta}_1 \equiv \partial\bar{q}/\partial y$, $\bar{\beta}_2 \equiv \partial\bar{q}/\partial x$, $v^2 \equiv m^2 + n^2 + \phi_0/f_0^2$ 。若 $\bar{v} \equiv 0$, 和 $n = 0$, 就得到一般常用的槽线移速公式

$$c = \frac{\sigma}{m} = \bar{u} - \frac{\bar{\beta}_1}{v^2} \quad (10.15)$$

它说明槽线或天气系统基本上沿着基本气流方向且以和基本气流速度 \bar{u} 差不多的速度 C 来传播, 这就是“引导气流”原理。由于地转参数随纬度的变化以及基本气流的不均匀, 修正项 $c - \bar{u} = -\bar{\beta}_1/v^2$ 一般总是负的, 即天气系统的移速小于风速; 而且当扰动波长很长 (如加在带状基本气流上的超长波扰动) 时, 甚至可有 $\bar{\beta}_1/v^2 > \bar{u}$, 这样, 扰动就逆风传播, 此即表现为“超长波后退”现象。(10.14) 式只是 (10.15) 式的推广, 毋庸多述。但要注意, 这里 σ 决定的是瞬时局地相速, 在槽线的不同部位和不同时刻槽线移速不同, 故槽线移动可以是时快时慢的, 槽线的方向和形状也要变化。

(2) 波幅演变方程

由波幅的演变方程正好推出与第二节相同的结论,因此就不列出此方程了。

(3) 局地瞬时波数(m, n)的演变方程

经过较复杂的运算,我们得到

$$D_g m / DT = - \left(m \frac{\partial \bar{u}}{\partial X} + n \frac{\partial \bar{v}}{\partial X} + \frac{n}{v^2} \frac{\partial \bar{\beta}_2}{\partial X} - \frac{m}{v^2} \frac{\partial \bar{\beta}_1}{\partial X} \right) \quad (10.16)$$

$$D_g n / DT = - \left(m \frac{\partial \bar{u}}{\partial Y} + n \frac{\partial \bar{v}}{\partial Y} + \frac{n}{v^2} \frac{\partial \bar{\beta}_2}{\partial Y} - \frac{m}{v^2} \frac{\partial \bar{\beta}_1}{\partial Y} \right) \quad (10.17)$$

其中

$$D_g / DT \equiv \frac{\partial}{\partial t} + c_{gx} \frac{\partial}{\partial X} + c_{gy} \frac{\partial}{\partial Y} \quad (10.18)$$

其中 $c_g = i c_{gx} + j c_{gy}$ 就是群速度 (是局地瞬时的), 波幅大体上是沿着 c_g 传播的 (如果不计波幅的增强和减弱的话), 所以 D_g / DT 就是观察者随着波包 (或天气系统的中心) 移动时所观察到的变率。

(10.16)式说明,若基本气流为带状的,即 $\bar{v} = 0$, $\partial \bar{u} / \partial X = \partial \bar{\beta}_1 / \partial X = \partial \bar{\beta}_2 / \partial X = 0$, 则扰动沿基本气流方向 (X) 轴的尺度不会改变,所以,图 1.1 中原在北欧上空的小槽后来沿东西方向的加宽和变狭,是由于它叠加于超长波基本气流之上,基本气流和扰动有相互作用的结果。不过由(10.17)式可知,只要基本气流沿 Y 方向有切变,例如有急流存在,则扰动沿南北方向的尺度总要改变,发展槽沿南北方向要拉伸,衰减槽则要收缩。

(4) 天气系统尺度变化方程

由(10.16)和(10.17)式可推出全波数 $\sqrt{m^2 + n^2}$ 和天气系统在平面上的全波长 $L \equiv 2\pi / \sqrt{m^2 + n^2}$ 随时间的变化方

程。结果是,若急流的廓线不过份尖锐,则发展型天气系统总是伴随着扰动范围展宽,即尺度增大,(一般是沿东西方向加宽,同时沿南北方向伸展),而衰减型系统则总是伴随着扰动范围收缩,即尺度减小。图 1.1 中原来在北欧上空的小槽就是一个典型例子,它正好经历了上述由发展到衰减同时由展宽到收缩的全过程。

(5) 槽线斜率演变方程

因槽线与 Y 轴的夹角 $\delta = \text{tg}^{-1}(-n/m)$, 故由(10.16)和(10.17)式不难推出槽线斜率演变方程。为简单计,设 $\bar{v} = 0$, 就有

$$D_g(n/m)/DT = -\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial Y} - \nu^{-2} \frac{\partial \bar{\beta}_1}{\partial Y}\right) \quad (10.19)$$

若急流廓线不太尖锐,上式右端第二项只是小量,由此推知,只要基本气流有切变 ($\partial \bar{u} / \partial Y \neq 0$), 槽线方向总要随时间变化,这是不难理解的。因为槽线局地移速大体上由所在处的基本气流 \bar{u} 所决定(只是再加上一个不大的修正项,见(10.15))

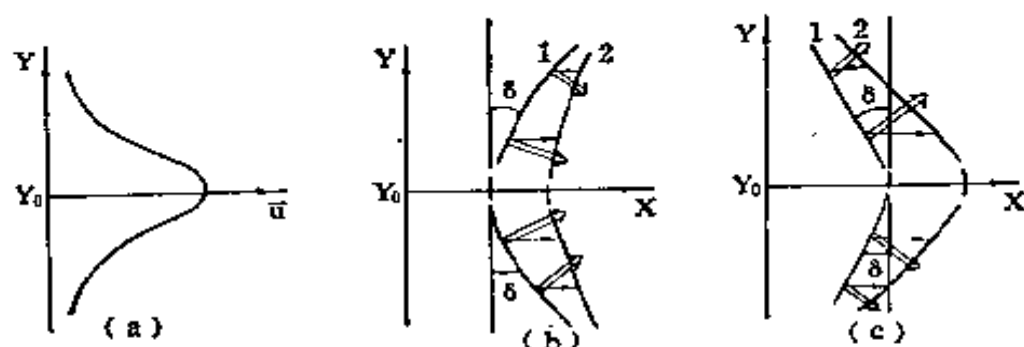


图 10.7 槽线斜率随时间的变化

(a) 基本气流廓线; (b) 发展型槽线随时间的变化; (c) 衰减型槽线随时间的变化。1—初始时刻槽线, 2—以后时刻的槽线, 单箭头示槽线沿基本气流方向的移动, 双箭头示群速度。

或(10.14)式。近急流中心处风大,移得快;而远离急流处风小,移得慢,于是槽线斜率就改变了。

再和能量变化方程联系在一起,就又可推知:发展型槽脊线的斜率日趋减小,日益变为南北走向,同时使发展率慢下来;而衰减型槽脊线则斜率日趋增加,日益变为愈来愈斜,同时使扰动衰减得更快(图 10.7)。图 1.1 原在北欧上空的小槽正好又是一个典型,槽线经历了由倾斜到沿子午圈方向再向另一方倾斜的全过程。

§ 4 天气系统垂直尺度和剖面图上 槽线坡度随时间的演变

当考虑了大气过程的斜压性时,方程和结论基本上和正压大气者相同。和上节一样引入小参数及拉伸坐标 (X, Y, Z, T) , 其中 $Z \equiv e\xi$ 。并将三维空间的波包(10.15)式推广为

$$\psi' = W(Z) A(X, Y, Z, T) e^{i\theta(X, Y, Z, T)/\epsilon} \quad (10.20)$$

其中 $W(Z) \equiv \sqrt{p_0/p}$ 是沿高度分布的一个权重函数,反映由于大气密度随高度递减而使扰动强度一般为随高度增加这一事实,(这里为简单计,已取层结参数 c_0 为常数,否则 $W(Z)$ 要复杂些)。除引入局地瞬时频率和波数 σ, m, n 等之外,现在还有沿垂直方向的局地瞬时波数 $k \equiv \partial\theta/\partial Z$, 若 k 不为零,就反映出剖面图上天气系统的轴线(即槽脊线)与垂直轴有一交角,槽脊线在垂直方向是倾斜的, k 不为常数则反映槽脊线的垂直坡度沿高度是变化的,槽脊线在剖面图上不一定是直线; k 随时间的变化则反映了天气系统沿垂直方向的伸展和收缩。

我们仍得到和(10.14)式形式上完全一样的频率方程,只

需将 v^2 改写成 $m^2 + n^2 + k^2 + \frac{1}{4}L_0^2$ 即可。关于波幅的演变方程则推出和第二节完全相同的结论。我们也得到和(10.16)、(10.17)、(10.19) 完全相同的方程以及由这些方程推出的所有结论，只是 c_e 为三维空间的群速度， $c_e \equiv i c_{ex} + j c_{ey} + k c_{ez}$ 。此外，还有

$$D_e k / DT = - \left(m \frac{\partial \bar{u}}{\partial Z} + n \frac{\partial \bar{v}}{\partial Z} + \frac{n}{v^2} \frac{\partial \bar{\beta}_2}{\partial Z} - \frac{m}{v^2} \frac{\partial \bar{\beta}_1}{\partial Z} \right) \quad (10.21)$$

可见，只要基本气流沿垂直方向有切变，垂直波数 k 或者天气系统在垂直方向的波长就要随时间变化。再和能量方程结合在一起，就得到：斜压发展因子使天气系统沿垂直方向扩展，斜压衰减因子则使之收缩。

在 $(X-Z)$ 剖面图中，天气系统的轴线（即槽、脊线）的坡度也要随时间变化，而有

$$D_e \left(\frac{k}{m} \right) / DT = - \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial Z} - v^{-2} \frac{\partial \bar{\beta}_1}{\partial Z} \right) \quad (10.22)$$

为简单计，取基本气流为带状的， $\bar{v} \equiv 0$ 。当急流的垂直廓线不过份尖锐时，上式右端第二项可略去。因槽线基本上以基本气流速度传播（再加上一点修正），故距急流近处风大，槽移得快；距急流较远的高、低层风小，槽移得慢。于是剖面图上槽线坡度随时间而变。再和能量方程结合在一起，就得到结论：斜压发展型槽、脊线将愈来愈变成垂直方向，使温度平流减小，斜压性减弱，使发展速率逐渐变慢；例如气旋由发展到锢囚就是如此；而衰减型槽、脊线就变得更倾斜（图 10.6）。

§ 5 扰动和基本气流的相互作用

设基本气流为带状环流，则由准地转模式可得基本气流

演变过程方程为

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} = -\frac{\partial \overline{v'q'}}{\partial y} \quad (10.23)$$

其中 $\overline{v'q'}$ 为扰动位涡度的南北传送通量, 取其沿纬圈的平均值, $\overline{v'T'}$ 为热量的南北传送沿纬圈的平均。 $\overline{v'q'}$ 等于 $\overline{v'T'}$ 沿高度的微商减去 $\overline{u'v'}$ (动量的南北传送) 沿南北方向的微商。只要扰动发展和衰减, 总引起热量、动量和位涡度的传送, 而且在空间分布也是不均匀的, 结果使基本气流随时间改变。

正压发展型扰动从基本气流得到能量和西风动量, 使基本气流及其水平切变同时减弱; 正压衰减型扰动则将能量和西风动量反馈给基本气流, 使基本气流及其水平切变同时增强。从而反过来又使正压发展型扰动移动日益变慢 (因 \bar{u} 小了), 槽线沿南北方向的伸展逐渐慢下来 (因 $|\partial \bar{u} / \partial y|$ 小了), 发展率也变缓 (因 $|mn|$ 及 $|\partial \bar{u} / \partial y|$ 都变小了); 正压衰减型扰动移动日渐加快 (因 \bar{u} 大了), 且槽线加速倾斜和在南北方向加速收缩 (因 $|\partial \bar{u} / \partial y|$ 大了), 同时衰减得更快 (因 $|mn|$ 及 $|\partial \bar{u} / \partial y|$ 都变大了)。这与天气图经验是相符的。

斜压发展型扰动使急流风速、南北温差和基本气流垂直切变同时减弱; 斜压衰减型扰动则使之同时增强。基本气流的变化反过来又影响扰动的演变, 与上述关于正压过程的分析相似, 只是此时 Z 轴取代了那里 Y 轴的地位而已。

在实际天气图中, 像图 10.6 c 型的扰动较常见。这说明, 平均来说, 一旦气候因子 (太阳辐射随纬圈的变化造成南北温差) 产生了基本气流, 叠加在其上的天气系统比较多的是斜压发展型, 通过冷空气南移和暖空气北上造成热量传送; 扰动得到有效位能, 再变成扰动动能, 同时削弱基本气流。而扰动是正压衰减型, 则通过动量南北传送把一部份扰动动能反馈给

基本气流,使基本气流得到补偿,于是基本气流和扰动都得以维持。

最后我们指出,上面的分析都只是实际过程的一种简化。我们用了准地转近似,没有计入热源、地形和摩擦,略去了扰动方程中的非线性项,也没考虑波包与波包的叠加和相互作用。当考虑了这些因子之后,天气过程会变得多样化和复杂得多,只能用数值预报模式进行计算或按经验来作预报了。

参 考 文 献

- [1] 曾庆存,数值天气预报的数学物理基础,第一卷,第八章,§.4—§.8,科学出版社(1979)。
- [2] 卢佩生、曾庆存,正压大气中扰动的演变,大气科学,5,(1),(1981)。
- [3] 卢佩生,正压大气中长波的演变,气象学报,39,(2),(1981)。
- [4] 曾庆存(Zeng Qing-cun), On the evolution and interaction of disturbances and zonal flow in rotating barotropic atmosphere, *Journ. Meteor. Soc. Japan*, 60,(1),(1982)。
- [5] 曾庆存, The evolution of Rossby-wave packet in a three-dimensional baroclinic atmosphere, *J.A.S.*, 40,(1),(1983)。
- [6] 曾庆存, The development characteristics of quasigeostrophic baroclinic disturbances, *Tellus*, 35A, (5),(1983)。

第十一章 中小尺度动力学

在气象学中，中小尺度一词最早是用来描述某些大气现象。这种现象从单站来观测显得太大，但用台站网的常规观测记录来分析又显得太小。因此，开始时这个词的意义是比较不确定的。1975年奥兰斯基(Orlanski)^[1]提出了对那些大气过程尺度的合理划分。其具体分法如下：

	水平距离尺度	时间尺度
中小尺度 α	200—2000 公里	1—3 天
中小尺度 β	20—200 公里	0.1—1 天
中小尺度 γ	2—20 公里	0.5—3 小时

日本研究中小尺度过程时，对尺度进行了如下的划分：

	水平距离尺度	时间尺度
中间尺度	~1000 公里	1—3 天
中尺度	~100 公里	~3 小时
积云尺度	1—10 公里	10—30 分

日本划分的中尺度大致相当于奥兰斯基的 β 尺度；日本的积云尺度大致相当于 γ 尺度。我国对中小尺度系统的尺度划分和日本相似，但是也有取中尺度天气系统的水平距离尺度为 50—200 公里；小尺度积雨云的水平距离尺度为 10—50 公里。可见中小尺度系统的尺度划分只有一个大概标准，具体取值往往因地而异。

从以上看出，属于中尺度的天气系统有飑线、雷暴群、中尺度切变线、中低压、中高压、龙卷和重力内波等。这些天气系统和暴雨、雪暴、大风以及冰雹等严重灾害性天气的发生有密切的关系。此外象背风波、布拉风、高低空急流中的风速中

心的形成,热岛、城市加热和污染效应等大气过程以及海陆风和山谷风等地方性环流也都包含着复杂的中尺度运动系统的作用。属于小尺度的天气系统有局地强对流风暴(多单体、超级单体)以及一般的对流单体或积雨云团、孤立的雷暴等。由于中小尺度天气系统和灾害性天气有直接的关系,所以世界各国都很重视,现在已经发展成为气象学科的一个主要研究方向。

§ 1 非静力平衡

中小尺度大气运动的特点之一是:中小尺度运动的水平距离尺度较小,和垂直厚度的尺度大致相当,而气象要素在空间上的变化一般比较剧烈,所以大气运动的动力学关系中表示平流和对流变化等的非线性项不能略去。如果垂直方向运动的加速度项需要保留,那么垂直方向运动的静力平衡就破坏了,这时大气就是在非静力平衡的条件下运动。

有没有一个判据来确定静力平衡的程度呢?如果用 V 、 W 、 L 和 H 来表示水平风速、垂直运动、水平距离和垂直厚度的特征大小或其尺度,那么由这些量估计出的水平速度散度 D 的大小,对于大尺度天气系统, $D < V/L$; 对于中小尺度天气系统, $D \sim V/L$ 。

动力学的基本关系之一是连续方程,由不可压缩流体的连续方程可估计得 $W \sim \frac{V}{L} H$ 。

垂直运动加速度的特征大小或其尺度可表示为 W^2/H 。考察垂直方向的作用力、静压力的垂直梯度力和重力加速度,由于静力平衡关系而相互抵消,气压扰动的梯度力和由于密

度或温度扰动而产生的阿基米德浮力在中小尺度天气系统中一般和垂直加速度有相同大小。单位质量空气所受的阿基米德浮力为 $\rho'g/\bar{\rho}$ 或 gT'/\bar{T} ，其中 $\bar{\rho}$ 、 \bar{T} 表示静力平衡时的密度和温度， ρ' 、 T' 表示密度和温度的扰动。如用 ΔT 表示 T' 的尺度，则阿基米德浮力的特征大小为 $g\Delta T/\bar{T}$ 。垂直加速度的惯性力和阿基米德浮力之比即流体动力学中著名的佛罗德(Froude)数 Fr ，根据前面对惯性力和阿基米德浮力大小的估计，这个无量纲量的大小为：

$$Fr = W^2 / \left(g \frac{\Delta T}{\bar{T}} H \right) \quad (11.1)$$

显然，这个量就可作为中小尺度运动静力平衡的判据，当 $Fr \ll 1$ 时，运动是准静力平衡的；当 $Fr \sim 1$ ，运动则是非静力平衡的。对于中小尺度系统， L 一般为 10^4 — 10^5 米， H 为 10^3 — 5×10^3 米， ΔT 为 3°C ， V 为 10 米·秒 $^{-1}$ ，故 $W \sim 10^{-1}$ — 10^0 米·秒 $^{-1}$ ， $Fr \sim 10^{-4}$ — 10^{-1} 。对于 $Fr \sim 10^{-1}$ 的中尺度天气系统，运动状况处于非静力与准静力平衡之间；而对于象积云这类小尺度运动，由于垂直运动很强（浓积云 $W \sim 3$ 米·秒 $^{-1}$ ，雷雨云 $W \sim 15$ 米·秒 $^{-1}$ ）， $Fr \sim 1$ ，故运动是非静力平衡的。

因此，对于中小尺度天气系统，垂直加速度一般不能略去，最好使用非静力的动力方程组。对于这组方程，由于垂直方向的静力平衡不成立，气压和高度之间也就不再有简单的单调对应关系，所以研究大尺度运动时广泛采用气压 p 的垂直坐标就不能应用，而必须以 z 为垂直坐标，这反映了中小尺度运动的复杂性。但是考虑垂直加速度对于数值试验和数值预报也有好处，因为在动力方程组中，引入非静力平衡因子，则密度扰动所产生的阿基米德浮力和气压扰动的梯度力不能平衡，其差值就使空气微团受到垂直方向的作用力。根据牛顿第

二定律, 空气微团将在垂直方向作惯性振动。惯性振动达到平衡需要时间, 这种延滞时间也使扰动的传播速度变慢。在静力平衡条件下, 密度扰动立即和空气扰动的梯度力相平衡, 无需建立这种平衡的延滞时间, 所以伴随气压扰动水平梯度的水平辐散(合)可以立即传播开, 故扰动的传播速度比较快。由于非静力运动中扰动的传播速度(实际上即重力惯性波的相速度)比静力平衡运动中的传播速度慢, 因此根据计算数学中线性计算稳定性的条件, 计算的时间步长可以加长, 这样就可节省计算时间。

§ 2 重力惯性波

旋转地球上, 在重力场作用之下的垂直扰动必然引起重力惯性波, 前面已经提到重力惯性波的作用, 这里只讨论重力惯性波的风压场的关系以及它的传播速度, 然后用实际分析说明重力惯性波在中小尺度运动中的普遍意义。

用经过对流近似(即在动力方程组中, 只保留同时含有重力与密度扰动的项; 而在气压梯度力中则略去密度扰动)并略去声波的线性化的动力方程组, 理论上可以证明: 对非静力平衡, 重力惯性波的频率 ω 由下式决定

$$\omega^2 = \frac{(f^2 + N^2 m^2)}{(1 + m^2)} \quad (11.2)$$

式中 f 即科利奥里参数, N 表示表征层结的静力稳定度的布朗特-维赛拉频率, $N^2 = g \partial \ln \theta / \partial z$; θ 即位温; m 为扰动的垂直厚度尺度 H 和水平距离尺度 L 之比, 是一个无量纲量。

对于稳定层结的大气, 当 $N^2 > f^2$ 时, 由上式, 扰动的频率 ω 总大于 f , 故这种情形下的重力惯性波是高频波, 对于波长

或 $L < 240$ 公里的波动,其周期小于 2 小时,故其传播速度很快,一般比平均风速快 1—2 倍以上。由上式,这种稳定层结情形下的 ω^2 总是正的实值,故重力惯性波是不发展的,所以强度一般不大,由于其强度小和传播速度快,因此用现有的天气分析工具是很难分析出来的。但从对于这种扰动的散度、涡度、温度和气压场的表达式可知:沿着波动的传播方向,辐合上升区位于伴有气压负距平的暖性反气旋的后部和伴有气压正距平的冷性气旋的前部。非静力平衡和中性到弱不稳定层结大气中的重力惯性波则是比较有实际意义的,因为这时 N^2 等于或略小于零,故由(11.2)可得 $f^2 > \omega^2$ 。由(11.2)式还可看出,在 $N^2 < 0$ 的不稳层结的大气中,因地球旋转作用抑制扰动的发展,故 m 存在一个临界值 m_c , $m_c^2 = -\frac{f^2}{N^2}$, 只有 $m > m_c$ ($L < L_c = \frac{2H}{f} \sqrt{-N^2}$) 的那些扰动,才有可能使 ω^2 成为负值,这时扰动将得到发展。

发展率的极限值也就是极限频率,由(11.2)式可得, $\lim_{m \rightarrow \infty} \omega = N$ 。如取扰动垂直厚度的尺度 H 为 12 公里;接近中性的极弱的不稳定度 $(\gamma_a - \gamma)$ 为 $-3 \times 10^{-2} \text{K} \cdot (1000 \text{ 米})^{-1}$, 则 L_c 可求得为 240 公里,周期约为 17 小时。

对于 $L < 240$ 公里的扰动,其周期将超过 17 小时。由(11.2)可知,水平距离尺度 L 愈小,层结愈不稳定,周期愈长,相应地,波的传播速度也愈慢,一般小于 $1 \text{ 米} \cdot \text{秒}^{-1}$ 。故不稳定层结情况下的重力惯性波乃是一种长周期、大振幅、传播速度较慢的波动。但其风压场结构则和稳定层结或静力平衡情形下大气的风压场结构大不相同,主要表现在弱不稳定层结大气中,暖性气旋与气压的负距平相配合。而冷性反气旋与气压的正距平相配合。辐合上升区位于气压负距平区后部

和气压正距平区前部，辐合上升区和气压正距平的位相差为 $\pi/2$ 。

对于 $L > 240$ 公里的扰动将不发展，维持重力惯性振动的形式在大气中传播。如扰动的垂直厚度 H 减小，则 L_c 也跟着减小。大气中的不稳定层不可能很厚，故 L_c 可能较小，只有几十公里左右。对于几十公里的临界尺度，中尺度扰动将是稳定的，除非有某些外部因子起作用，扰动将不会自发地发展。松本诚一(Matsumoto)、二宫洸三(Ninomiya)和秋山孝子(Akiyama)等认为积云对流活动能输送动量和能量，可能是使中尺度扰动得到发展的因子之一。他们的数值试验研究得出：当对流动量输送强度超过某个临界值时，则对流动能供给扰动动能，使中尺度扰动发展起来。

现在分析重力惯性波常用的方法是根据天气资料分析气压距平场和风速的水平辐合场的相对分布，考察它们是否符合非静力平衡条件下重力惯性波所要求的风压场关系，即正负气压距平区交替出现，辐合区位于气压负距平区的后部和气压正距平区的前部。同时再结合考察辐合区的移速、移向是否和惯性重力波的移速、移向一致。国内外都普遍认为，弱不稳定层结大气里发展起来的重力惯性波和中小尺度天气系统有很大关系。图 11.1 是 1965 年 1 月 16 日日本一次雪暴过程气压距平、辐合和涡度的分布图^[2]。可见辐合区是在负气压距平区的后部和正气压距平区的前部，而气旋性涡度区并不与负气压距平区重合，但与辐合区颇为一致。杨国祥等对 1980 年 5 月 24—25 日和 6 月 15—16 日江淮地区两次天气过程作过类似分析^[3]。现以 5 月 24 日 07 时 700 毫巴的高度距平和风场的辐散(合)为例(如图 11.2)：可看出负高度距平区后部和正高度距平区前部为辐合区，辐合(散)与高度距平

分布的位相差为 $\pi/2$, 这符合理论上得出的重力惯性波中风压场的特征。而重力惯性波的实际传播速度约为 3 米/秒, 这和理论上决定的重力惯性波相速度也比较一致。

重力惯性波是和垂直扰动相联系的, 而发展的重力惯性波则表示垂直扰动可达相当大的强度, 所以这种情形下的重力惯性波一般都伴有强降水过程。如 1965 年 1 月中旬日本的明显的重力惯性波例子是一次雪暴过程。1980 年 5、6 月份江淮两次例子则是暴雨过程。通常降水区位于辐合上升区。

§ 3 飚 线

飚线是一个范围较大的系统, 有时它可以延伸到 2000 公里左右的长度。因为飚线锋乃是许多雷暴下沉气流在低层散开后的冷空气的前沿, 所以飚线可以是连续的, 但沿整个飚线不一定同时出现对流风暴。飚线的外观比较复杂, 有的有较乱的弱的对流单体; 有的则由各个强的对流单体组成。图 11.3 是后一类飚线在飚线垂直方向的垂直剖面图^[4], 可以看出, 700 毫巴高度及其以下的气层有强的对流单体, 它们的间隔约为 20 公里。飚线的前方, θ_w 在底层最大, 到对流层中层约 600 毫巴高度, θ_w 出现最低值, 故为潜势不稳定区域。飚线之上为高 θ_w 的上升气流, 而在其后部为低 θ_w 的下沉气流, 所以围绕着飚线为正的组织起来的力管环流的上升气流主要在飚线上方前沿附近, 是由阿基米德浮力推动的, 其后部的下沉气流来源于对流层中部干冷气团, 是重力原因使之下沉的。图 11.3 上还表明, 上升气流可达平流层, 形成云塔, 云顶高度是不均一的, 但始终维持在飚线的后部附近。同时在对流层上

部有云砧。

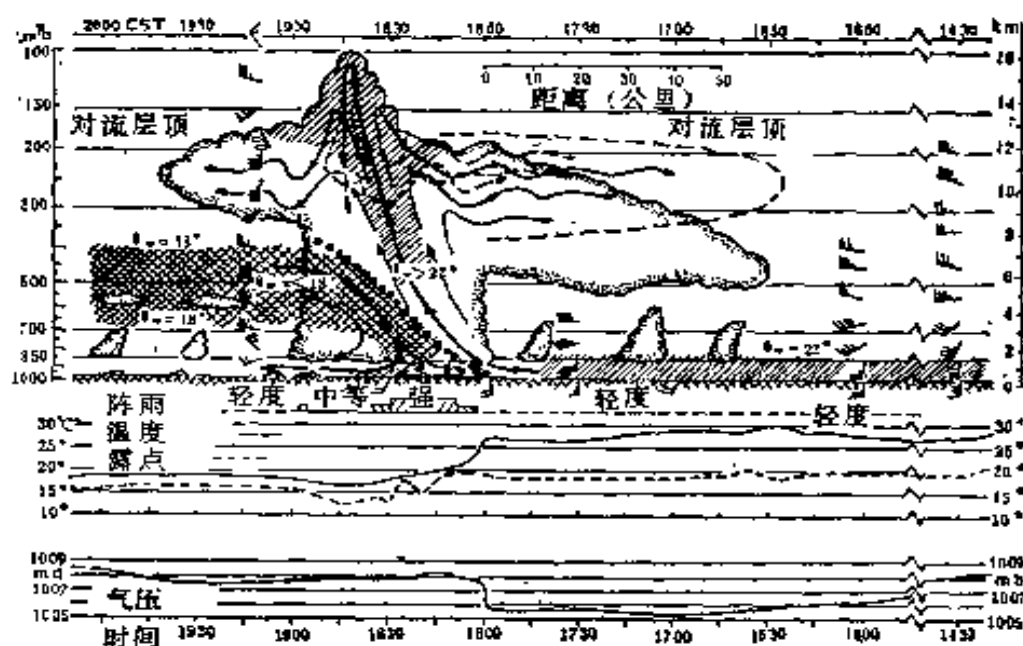


图 11.3 垂直飑线的剖面图

阴影区表示飑线前 $\theta_w > 22^\circ\text{C}$ 气层的厚度, 及其上升气流和云上部的可能范围; 带 \times 的阴影区表示根据分暴后部探空和地面观测得到的 $\theta_w < 18^\circ\text{C}$ 的气层范围; 重箭头表示主要气流轴线; 轻箭头表示相对流线; 断线表示从平流层云塔中心流出的空气。

飑线附近的环流包括两种尺度的运动, 即中尺度环流, 其水平运动大大超过垂直运动, 以飑线后部中层干冷空气的下沉浅薄环流为代表, 和包含在中尺度环流中的对流运动, 其垂直和水平运动大致相当, 飑线前沿上方的上升气流就是这种尺度的运动。能够上升到上部对流层的流出层的气流只能发生在对流云中, 因为只有局地的来自低层的具有高 θ_w 的上升气流才能穿过稳定的上部对流层。由于垂直运动很强, 所以垂直气流比较竖直。小仓义光(Ogura)等研究一次飑线过程时指出, 风场中的与飑线垂直和平行于飑线的分量有很强的趋势保持其水平动量不变。低层向飑线运动 (因为飑线前

进的速度超过大部分对流层的风速) 的气流带有较大水平动量,沿飚线锋面上升后,与来自飚线后面中层的空气相遇,就产生高层的辐合最大极值,这一风场辐合将在飚线后部导致对流的发展。相类似的现象是在热带飚线中可观察到新的对流在飚线前沿发展,老的云塔便向飚线后部移动,形成了深厚宽广的云砧,降水则落入中尺度的未饱和的下沉气流中。飚线的维持机制就是靠凝结—降水—蒸发的循环,飚线前方是相对于飚线流进的高 θ_w 气流,沿飚锋上升到凝结高度后就达到饱和,饱和水汽一部分进入云砧输出,一部分作为降水下落,下落的水滴一部分在下沉的未饱和下沉气流中再蒸发,只有一部分可以达到地面。于是飚线在其发展旺盛时经过一地,会把原来的湿层变为浅薄的水汽含量少到20—30%的较干的气层。

计算表明,低层辐合高层辐散以及相应的垂直运动主要集中在飚线区;而紧靠飚线附近的外围,垂直运动则很弱。水汽的水平辐合在地面附近飚线前面区域最强,到700毫巴高度趋近于零。

通常新的风暴多生成于飚线运动方向的右端,而老的风暴在其左端消失。对于范围很大的飚线,当风向随着高度改变时,对流风暴趋向于朝着矢量平均风的右边传播。1978年7月9日北京、廊坊、天津地区在冷锋前产生的强飚线以及1980年6月底在江淮之间洪泽湖西岸地面暖切变线上产生的飚线,其形成和发展条件和上述大致相同。

§ 4 对称(惯性)不稳定性

最近四、五年研究工作比较集中于有组织的对流系统。

这种对流系统在开始时只是一些零散的对流，然后对流集中加强，在中层和高层对流层形成厚厚一层层状云并产生持续而大量的降水。对中纬度强而持续的对流线的观测表明：这种情形往往都具备条件不稳定性和强的大尺度水平风速的垂直切变。有人比较着重大尺度水平风速切变在组织对流尺度运动中的作用，也有人认为：有组织的对流的强度和持续性决定于天气尺度温度、湿度和动量场对中尺度环流的敏感性，（这里）中尺度环流的范围比典型的纯对流系统大，但比由常规观测网分析出的那些系统小，其作用在于通过水汽辐合和使局地对流环境变得不稳定来维持对流。因此对于对流，条件性不稳定是必需的，但对于中尺度环流的发展则并不充分，而一定的动量和密度的大尺度分布则在对流性不稳定大气中可能对中尺度扰动是不稳定的。

飑线是温带组织成线的一种对流系统，则中尺度环流可以看成是二维的，其轴线与飑线或风速垂直切变的方向相一致。中尺度对流复合体(MCC)也是一种有组织的对流系统，这种系统通常在卫星云图上看到，呈圆形或稍微有点椭圆状的隆起，其水平范围较大，平均直径约为350公里或更大。最典型的MCC是由若干个个别的雷暴组合生成的，在其生成阶段，通常都伴有剧烈天气。当对流过程继续，大尺度环境受其异常高温的暖心环流的影响，开始在中层对流层(750—400毫巴)形成一个流入气层，到达成熟阶段有大范围的降雨。进一步发展，高层的系统的向外流出使2000公里或更大范围的天气尺度运动受显著影响，所以MCC流场的简单图象表现为低层和中层对流层为弱的气旋式环流，高层对流层为明显的反气旋式环流。对这种系统的循环、结构和环流的证实是一项重大成就。但其生成的原因和机制至今还是一个谜。研

究 MCC 的性质以及研究中纬度锋面和锋前飚线的激发和动力机制乃是当前中尺度理论研究的一个重要课题。

促使 MCC 和飚线生成的机制较多, 其中的一个原因可能是由于对称或惯性不稳定性。因为理论上可以证明: 如果基本状态流动是惯性不稳定的, 即如果气压梯度和科里奥利等惯性力不平衡时, 则在相对于旋转地球的大气运动中可以产生中尺度的二维环流, 其轴线平行于基本流动切变矢量的方向。粘性、地球转动、基本流动的水平梯度和非地转平流都对这种环流的动力机制有贡献。由于扰动相对于轴线的对称性, 所以这种惯性不稳定也叫做对称不稳定性。

下面我们对这种不稳定性的动力机制作一简单的说明。假定基本状态是满足地转和静力平衡的无摩擦和绝热条件的纬向运动, 并沿 y 和 z 方向呈线性改变, 其等熵面坡度的分布将如图 11.4。垂直的位移将导致稳定的振荡, 其频率即为布朗特-维赛拉频率 N 。纯粹的水平位移则将导致稳定的惯性振荡, 其频率为 $\sqrt{f\bar{\xi}}$, 其中 $\bar{\xi} = f - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$, 即基本纬向运动的绝对涡度。在地球大气中, 垂直振荡频率远大于惯性振荡频率, 故水平位移的稳定性较小一些。如空气微团沿等熵面位移如图 11.4, 则环境对它作的功为

$$\delta W = \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{s} \quad (11.3)$$

\mathbf{F} 表空气微团受的力, 而

$$\mathbf{F} = \frac{d\boldsymbol{\sigma}}{dt} \quad (11.4)$$

$\boldsymbol{\sigma}$ 表示与等熵面垂直的平面中的二维速度矢量。

在静力平衡条件下, $\frac{dw}{dt}$ 可以略去, 故得

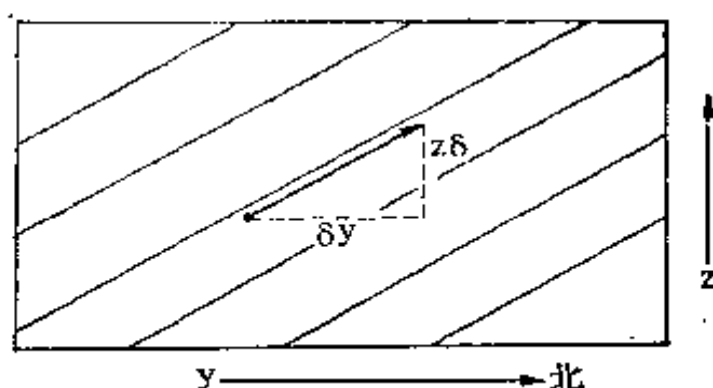


图 11.4 稳定的静力稳定度以及纬向流的垂直水平切变都是常值，斜线表等熵面

$$\delta W = f(u_g - u)\delta y \quad (11.4')$$

因沿 x 方向，各运动要素不改变，故

$$\frac{du}{dt} = fv = f \frac{dy}{dt} \quad (11.5)$$

上式积分，则经向位移引起的纬向速度为

$$u = u_0 + f\delta y \quad (11.6)$$

在空气微团新位置的地转纬向速度为

$$u_g = u_0 + \frac{\partial \bar{u}_g}{\partial z} \delta z + \frac{\partial \bar{u}_g}{\partial y} \delta y \quad (11.7)$$

把(11.6)、(11.7)代入(11.4')，则得

$$\delta W = f \left(\frac{\partial \bar{u}_g}{\partial z} \delta z - \bar{\xi} \delta y \right) \delta y \quad (11.8)$$

而等熵面的坡度为

$$\left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_\theta = - \frac{\partial \theta / \partial y}{\partial \theta / \partial z} = \frac{f \partial \bar{u}_g / \partial z}{N^2} \quad (11.9)$$

代入(11.8)中、消去 δz ，则得

$$\delta W = f^2 \left(-\frac{1}{Ri} - \frac{\bar{\xi}}{f} \right) (\delta y)^2 \quad (11.10)$$

其中 $Ri = N^2 / \left(\frac{\partial \bar{u}_g}{\partial z} \right)^2$ ，即理查逊 (Richardson) 数。由上

式,故沿等熵面的扰动,其振荡频率比纯垂直位移的频率小但比纯水平位移的频率大。因此沿等熵面的对称扰动的稳定性介于垂直和水平位移的稳定性之间。由上式决定的对称不稳定性的判据为

$$\bar{\xi} Ri/f < 1 \quad (11.11)$$

故小的绝对涡度、强垂直切变和弱静力稳定度最有利于对称不稳定性的发生,但什么机制使这种扰动成为中尺度环流呢?

假定对称的不稳定无粘性流体运动发生于两个平行的刚体平板之间,如下面图11.5。上下边界处受刚体平板的限制,运动是水平的,但因纯水平位移是稳定的,故对称不稳定性环流将选择环路使它在边界上的水平位移最小,那么图11.5中的波长 L 将为零。但水平方向的这种零尺度不可能成为中尺度环流。如环流在平板间等熵面上的距离是 D ,令 H 表平板间的距离,则由上图

$$D = \sqrt{1 + (\partial y / \partial z)^2} \quad (11.12)$$

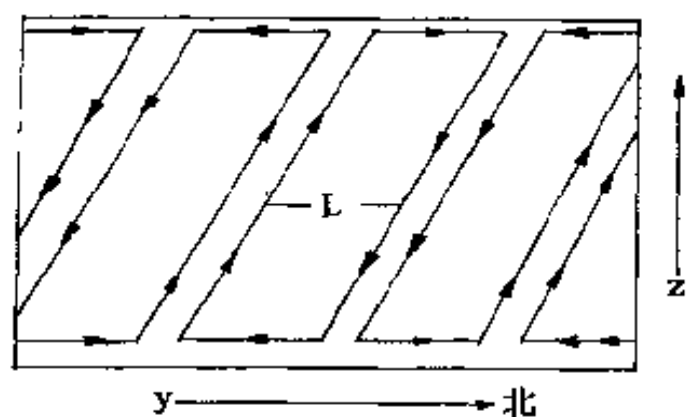


图 11.5 局限于刚体水平平板间的中尺度环流
因为等熵面坡度一般较小,故有

$$D \simeq H \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right) \quad (11.13)$$

但

$$\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_\theta = -\frac{\frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}}{\frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial y}} = \frac{N^2}{f \bar{u}_z} = Ri \frac{\bar{u}_z}{f} \quad (11.14)$$

对于对称不稳定情形, $Ri \sim 1$, 故等熵面上的距离 $D \simeq H \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \cdot$

f^{-1} 。在大气中, 如 $H = 10$ 公里, $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = 1$ 米秒 $^{-1} \cdot (\text{公里})^{-1}$,

则 $D \simeq 100$ 公里, 这正好是中尺度。由前面推导对等熵面上空气微团做功的(11.10)式的过程可知, 对于对称性不稳定性发生的尺度, 科里奥利加速度和非地转平流都很重要。

理论上还可证明; 在非静力平衡情况下或考虑摩擦力作用时, 对称不稳定环流的水平距离尺度 L 仍将维持中尺度的量级。

考虑对称环流上升支中水汽凝结的加热作用, 则当 $\bar{\xi} Ri / f$ 远大于 1 时, 也可有对称不稳定的中尺度环流发生。

由对称不稳定性判据的(11.11)式, 故减弱静力稳定度或增强水平温度梯度(即增强垂直风速切变)的加热过程以及使气旋性涡度减弱的摩擦作用, 如在低空急流之下及其气旋性涡度一侧的摩擦影响都有利于对称不稳定性的发生。

一般认为对流系统的强度和持续性与大尺度的质量和动量场特征有关。对于温带的对流系统还不清楚中尺度气流究竟是对流的结果还是它的激发机制? 但有一点比较肯定, 锋面环流是锋面飚线的激发机制, 同时后者也影响前者。对某些对流系统能量, 水汽和动量收支的计算表明: 中尺度环流对这些系统的动力过程起主要的作用。

以(11.10)式右边的系数因子作为对称稳定性指数, 令为

S ,

$$S = \frac{\bar{\xi}}{f} - \frac{1}{Ri} \quad (11.15)$$

伊曼纽 (Emanuel)^[6]曾用 1974 年 4 月 3—4 日的观测记录计算了 S 的剖面图, 如下面图 11.6, 这是一次飇线的天气过程, 由图可见, 强的飇线正好位于大部分对流层具有小的和负的 S 指数值的区域。

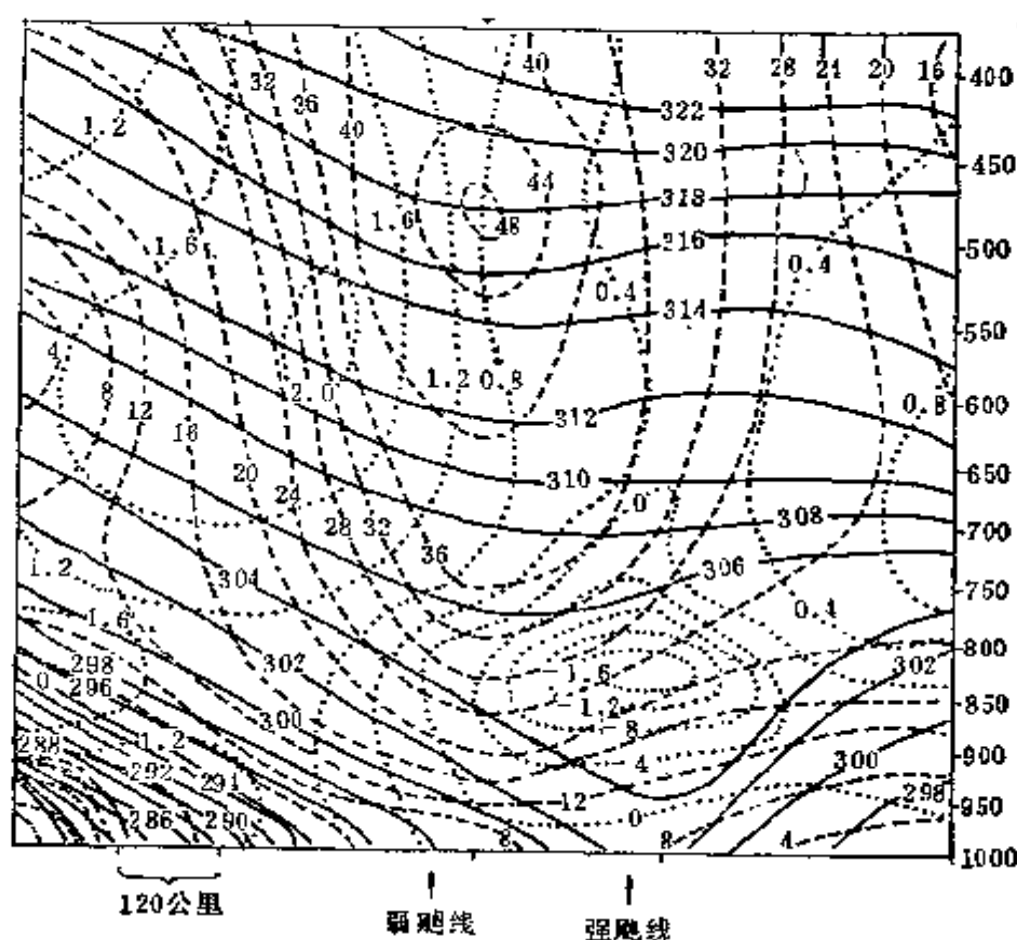


图 11.6

1974 年 4 月 4 日 00z S 指数剖面图

实线为等位温线 (K); 断线为垂直剖面图向内的风速分量的等值线 ($\text{米} \cdot \text{秒}^{-1}$); 点线为 S 指数等值线

§ 5 龙 卷

大多数龙卷的产生是由于几种尺度大气运动综合作用的结果。比如龙卷常和飚线相联系,由于飚线上雷暴间的相互作用,有利于发展成龙卷的雷暴位于飚线的南端。当该处最大的雷暴发展到形成有组织的内部结构,而这种内部结构相当强,足以从云底延伸到地面便产生龙卷。过去把龙卷的发生过程设想为:大范围大气最初受天气尺度运动的影响,产生不稳定,同时垂直方向的风速切变得到发展,再加上有利的平流过程和垂直运动的配合,使飚线得以发生,飚线上对流的相互作用,使中尺度环流加强发展,直至最后生成龙卷。最近对观测事实的分析研究和数值模拟试验的结果表明,龙卷的生成并不是如此的简单,如有的情形,龙卷不是包藏在较大的母体涡旋中的一个明显的涡旋,而是从一个不对称的中尺度涡旋产生的。中尺度环流后部下沉气流以及第二上升气流中心的发展似乎都对龙卷的生成起作用。龙卷的初期阶段,低层只有单独一股旋转的上升气流,随着其强度的发展。在低层,上升气流的分布呈马蹄形,形成两个最大上升气流中心,同时,高层也出现两股上升气流。低层上升气流分成两支是由于降水引起的下沉气流造成的。在马蹄形上升气流的内部和其南边有下沉气流。图 11.7 是布兰德斯 (Brandes) 绘制的表征龙卷阶段的低层中尺度气旋的示意图^[5]。他指出:龙卷的形成是和低层内切于龙卷的切向风场的加强相一致的,这时在中尺度的母体环流中有两个对流单体的垂直气流结构发展起来;而在紧靠近龙卷四周的环境中则有强的水平和垂直风速切变产生。当中尺度母体气旋式环流抑制了向中心流入的暖湿空

气的供应,就是说当中尺度气旋锢囚时,龙卷就减弱消失。

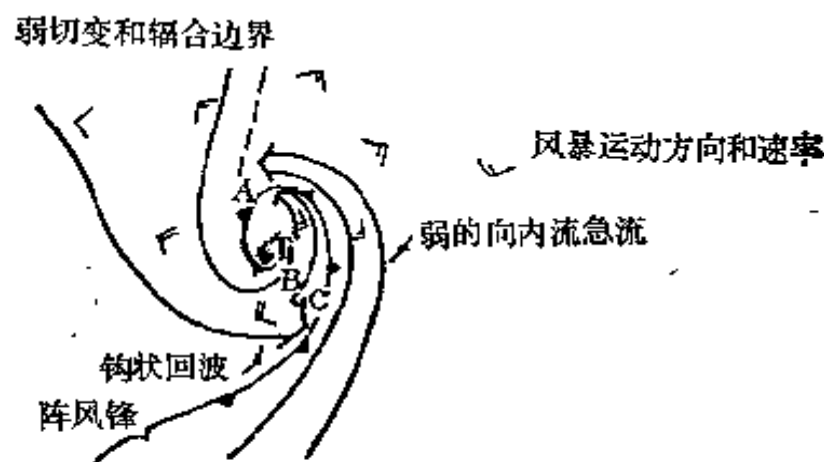


图 11.7

T: 龙卷; A: 主要上升气流和最初龙卷生成区; B: 中尺度气旋中心内的下沉气流区; C: 阵风锋, 龙卷的可能生成区

§ 6 对流云的数值试验

中小尺度天气系统,象前面讨论的飑线和龙卷一样有一个显著特点,就是这类系统中伴有强对流云的发展。中小尺度系统之所以有很大破坏性,除了因为其中有暴风外,主要还是因为对流云系的发展特别猛烈,在短时间内可产生暴雨、冰雹等。所以中小尺度动力学的一个中心问题,就是对对流云的发展和结构以及与对流云有关的气象要素属性输送问题的研究。最近一、二十年,这方面的研究有了很大的发展,主要是用数值模式模拟对流云和风暴,以加深对这些系统动力和热力机制的认识。最初是用零维、一维和二维的模式模拟对流风暴,近十年来,普遍采用了三维模式,并且取得了可喜成果。如大致能模拟出龙卷中低层的空洞和低层上升气流的分支现象以及其它一些细节。现在普遍认为,用多普勒雷达观测

对流系统并分析这些观测数据以及用三维模式对对流云进行数值模拟是了解对流风暴动力和热力机制的两个重要手段，结合应用这两个手段将有助于了解这些系统的发展和结构。

建立对流云的数值模式，首先要考虑如何描述对流云的主要特点，其中许多特点能在观测云时发现。在建立模式时，要尽量考虑对云的物理过程的简化。如果重点在于研究对流云的动力学，则微物理过程可以采取参数化的方法。应该注意，风暴的动力过程又常常是和云内的微物理过程相关联的。例如当新的对流沿着阵风锋发展时，则云系变浓而且有所扩展，冰雹的出现往往加速上升气流的分支。方程一旦建立以后，则需要把微分方程近似变为差分方程，同时还要考虑合适的计算方法。

§ 7 湿对流研究的一个新进展

湿对流加上对称的斜压流场可导致中尺度环流。由于无线电探空、雷达，特别是多普勒雷达、卫星和飞机等先进的观测技术的应用，中尺度系统的观测和分析已经取得较大的成就，对比起来，理论研究的步子迈得比较慢一些。最近几年，理论研究主要集中于四个课题：热带对流系统的结构和动力机制，重点是研究中尺度的上升和下沉气流；湿对流截谱模式的基本性质；MCC的性质以及中纬度锋面和锋前飚线的激发机制。用高截谱模式研究湿对流的特征是近年来中尺度动力学的一个新进展，用这种简单的解析和数值模式已经得到大量的结果。

对流这种大气现象具有非线性特征，而非线性系统则具有突变的性质，即一个状态可以很迅速地或突然地转变成另

一状态。动力上讲,这是由于运动方程的数学不稳定性,根据这类运动的非线性性质,自然这是属于解的分岔问题。

什么叫分岔呢?当问题的参数改变时,从一个公共点出发的两个解彼此偏离,有这种情形存在,描写问题的非线性微分方程便表现出分岔。通常当参数超过一定的临界值,一个解对小扰动变得稳定,而另一个解趋于消失,这个稳定的解便相当于该系统的一个观测到的状态。在分岔点稳定性的交换就相当于一种形式的运动为另一种形式运动所代替。这就可解释实际大气中的突变现象。

理论和实验结果表明存在一系列的分岔和稳定性的交换,可以从一个解连贯地转换到一系列更复杂的解。但在实际解析计算时常根据具体情况进行简化。例如劳伦兹(Lorenz)在研究贝纳德(Bénard)对流时,先对方程组进行最大量的简化,然后用高度截断的富氏级数的谱分解表示对流运动的解。这样做的目的在于只把那些有意义的尺度的富氏分量作用包含在方程和解中,以便把问题简化到能进行详细的解析研究,所指的有意义的尺度可能代表包含大量能量的那些波的尺度,也可能是描述对大尺度发展过程有关键影响的那些小的尺度。

为了研究湿对流,必须考虑水汽相变潜热的作用,为了简化问题,只须要近似地考虑潜热释放的宏观平均效应。这样可以不必引入象比湿这样的湿度变数而考虑凝结潜热的作用。同时因为潜热释放可以加强上升运动和减弱下沉运动,所以在作谱分析时,谱分量应该取得多一些,以便考虑速度场本身的非线性相互作用。劳伦兹因为只研究速度场和热状况场之间的非线性相互作用,所以只取了三个谱分量,对于湿对流问题,至少须要取六个谱分量。

作为第一近似,在考虑相变潜热的加热作用时可以假定:上升的空气微团都是饱和的,故按湿绝热减温率 γ_m 降温;而下沉的空气微团都是未饱和的,故按干绝热减温率 γ_d 增温,故相变潜热的加热率为

$$c_p Q = \frac{1}{2} c_p w' (\operatorname{sgn} w' + 1) (\gamma_d - \gamma_m) \quad (11.16)$$

其中 $\operatorname{sgn} w' = w' / |w'|$ ($w' \neq 0$)

因为 $\gamma_d > \gamma_m$, 故 $w' > 0$ 时, $Q > 0$; 而当 $w' < 0$ 时, $Q = 0$, 故上式只考虑了上升气流中的热量增加, 而且设有引进比湿变量。

湿对流可看成二维的运动, 为简单起见, 限于一个矩形区域。在水平和垂直方向, 运动是周期性连续的, 因此可用三角函数作为无量纲依变量流函数 ψ (取包辛内斯克 (Boussinesq) 近似) 和温度 T 的谱展开的正交基函数。下边界取在云底, 故在下边界有上升运动。令 δ, ϕ 表示二维环流圈的波数, δ, ϕ 都是整数, 相当于水平距离 L 中环流圈的个数, 为使这些环流圈互相作用, 还必须有第三个水平波数 μ , 满足下列的选择律

$$\mu = \phi - \delta \quad (11.17)$$

垂直波数为 η 和 0, 故流函数 ψ 和温度 T 的截谱表示为

$$\psi = A \cos \mu x + B \cos \phi x \sin \eta z + C \sin \delta x \cos \eta z \quad (11.18)$$

$$T = D \sin \phi x \sin \eta z + E \cos \delta x \cos \eta z + F \sin 2 \eta z \quad (11.19)$$

上式中的系数 A, B, C, D, E 和 F 只是时间 t 的函数, 劳伦兹的高截谱就是其中的三项。代入 ψ 满足的涡度方程和 T 满足的热能方程, 则得: 由 $HR = g \left[\gamma_e - \frac{1}{2} (\gamma_m + \gamma_d) \right] / T_0 \nu \kappa l^4$,

$P = \nu / \kappa$, $\alpha = \frac{z \tau}{L}$, ϕ, δ 和 μ 等参数决定的 $\frac{dA}{dt}$, $\frac{dB}{dt}$, $\frac{dC}{dt}$, $\frac{dD}{dt}$, $\frac{dE}{dt}$ 和 $\frac{dF}{dt}$ 的联立常微分方程组。其中 ν 表示涡粘系

数, κ 表示涡导系数, z_f 表示垂直方向最大波长, $l^{-1} = \frac{z_f}{2\pi}$, $\gamma_e = -\Delta_z T / \pi H$ 为环境温度直减率。

随着 HR 的增加, 即增加温度直减率, 对流可以发展, 可以发现有许多途径都可导致对流的发展。如湿对流这样的非线性微分方程对于一定的控制参数值通常都有多个解。两个或多个解相接合的那些外参数的临界值称做“分岔点”。一个具有分岔性质的模式总有一个适合于所有参数值的基本解, 如湿对流模式中由热传导过程维持的解就是这样的基本解。

因为在分岔点, 一个解会失去稳定性, 所以分岔和稳定性这两个概念是密切关联的, 为了寻找在物理上可实现的状态, 必须要研究分岔点附近解的稳定性。因此要得到分岔的详细图象, 必须结合解析解和数值计算的两种方法。单纯的数值计算, 由于特定的初条件只能有一个解, 往往可能漏掉多个稳定状态的解。

在湿对流问题中一共有三种分支: 基本分支, 在其分岔点上, 定常解由基本解分出, 而分岔点则和水平波数 δ 和 φ 有关, 基本分支具有劳伦兹解的形式, 所以后者是现在较高阶截谱模式的低阶解; 次级分岔, 在基本分支上分出的分岔, 它与基本分支相交的点即次级分岔点; 假想的周期解, 分岔成为周期解也叫霍夫(Hopf)分岔, 每一个基本分支上可能有两个潜在的分岔点, 一个为基本霍夫分岔点, 另一个为基本分支上的次级霍夫分岔点, 由霍夫分岔点引出的分支即分岔解。下面图 11.8 是 (11.18)、(11.19) 较简单的湿对流截谱模式的很复杂的分岔图象。可以看出: 当 HR 超过 HR_1 时便出现第一个对流解, 其对流环流圈的水平波数为 δ 。HR 稍微加大, 这个环流圈就为更复杂的包含三个水平谐波分量相互作用的定常

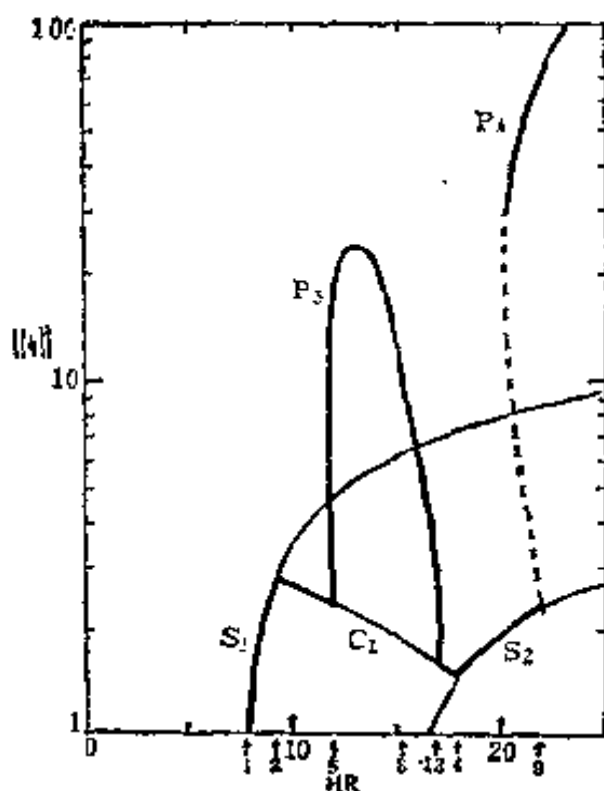


图 11.8 $\eta = \delta = 1, d = 2,$
 $\gamma = 3, P = 1$ 的分岔图^[7]

S_1, S_2 为两个基本的定常分支; C_1 为一个次级分支; P_3, P_4 为由数值计算求得的一个周期解; 横轴箭头下面数字为 HR 指数点; 稳定解用重线表示; 稳定性交换为由 S_1 到 C_1 到 P_3 到 C_1 到 S_2 到 P_4 ; $\|\psi\| = \sqrt{A^2 - B^2 + C^2}$, $HR = HR$ 处由 S_2 的 P_4 分支, 只有其稳定部分能由数值方法得到、故用断线表示

解所代替。到 $HR = HR_9$, 传播波的周期解又代替了原来的定常解。当 HR 增加到超过 HR_{12} , 则随时间呈周期变化的解消失了, 而次级定常解再次变得稳定, 当 HR 增加到 HR_4 , 水平波数为 ϕ 的环流圈可以观察到, 到 $HR = HR_9$, 这一环流圈失去稳定性, 周期解又开始出现。 P_4 这支不稳定的周期解不能用数值计算的方法求得, 所以这一分支解在图中用断线表示。

于是从上图看出: 较大水平波数 ϕ 的两维环流通过次级分岔可以代替较小波数 δ 的环流。同时当对流发展时, 与时间有关的周期性解也可以得到和失去稳定性。因此从分

岔和稳定度问题的观点看来, 象湿对流这样的物理过程的非线性模式中的所有可能的解和分支排列可以组织成为合理的方式, 而一种状态为什么突然会被别的形式所代替立即可以得到一个数学解释, 而无须假定某种神秘的物理过程。对流的高截谱模式可给出关于发展的对流特征可能发生改变的那

些临界点的大概数值。对湿对流的分析发现，几个交替的途径都可导致随时间改变的气流，然后这些气流再发展成对流。

参 考 文 献

- [1] Orlanski, I., A Rational Subdivision of Scales for Atmospheric Processes, *Bull. Amer. Met. Soc.* (56), 527—530 (1975).
- [2] Ninomiya, K., Objective Analysis of a Mesoscale Disturbance Developed Under Cold Vortex, *Pap. Met. Geophys.* (26), 149—165 (1975).
- [3] 杨国祥、陈丽珍，低空急流中的中尺度重力惯性波及其对天气的影响，*强对流天气文集*，74—80 (1982)。
- [4] Newton, C.W. Circulation in Large Shared Cumulonimbus, *Tellus*, (18), 699—713 (1966).
- [5] Brandes, E. A. Mesocyclone Evolution and Tornadogenesis, Some Observations, *Mon. Wea. Rev.* (106), 995—1011 (1979).
- [6] Emanuel K. A., Forced and Free Mesoscale Motion in the Atmosphere. Collections of Lectures Notes on Dynamics of Meso Meteorological Disturbances. Proceedings of CIMMS Symposium (1980).
- [7] Shirer H. N. J. A. Dutton, The Branching Hierarchy of Multiple Solutions in a Model of Moist Convection, *JMS.* (36), 1705—1721 (1979)

第十二章 地转适应过程

§ 1 大气中的地转适应过程

大尺度大气运动的重要特点之一，是运动处于准地转平衡状态。而大气中却又有局部、明显的地转偏差不断出现和迅速消失。因此，大气中必定存在着一种使运动恢复地转平衡状态的物理过程，这就是“地转适应过程”。1936年罗斯贝在研究海流时首先提出了这一问题，他归结为：在海洋和大气中所观测到的压力梯度在很大程度上是柯氏力的反应，是质量场向流场适应的结果。早期的研究都认为主要是气压场向风场适应，通过重力波的频散来完成。重力波将有限空间内风、压场间的不平衡能量带到了整个空间，于是单位空间中的不平衡能量就接近于零了。重力波的传播速度接近声速，适应过程完成得很快，因此，大气的运动总的说来始终处于准地转平衡状态。

我国气象学家对适应过程进行了全面、系统而深入的研究，叶笃正^[1]通过物理过程的分析指出：运动尺度较小时，为形成与速度场相适应的气压梯度所需输送的质量少，速度场尚未发生较大变化，气压梯度已经形成，速度场基本保持初始状态，气压场改变了，主要是气压场向风场适应。而在大尺度的情形，需要输送的质量很大，输送尚未完成，速度场已经变化到与气压梯度相平衡，而气压改变很小，主要是风场向气压场适应。因此，存在一个临界尺度，运动尺度大于临界尺度时，气压场维持；运动尺度小于临界尺度时，风场维持。曾庆

存^[2]和陈秋士从理论上推出了这个临界尺度 L_0 , 就是罗斯贝变形半径。对斜压大气适应问题的研究得出: 在高空, 风场易于维持; 在低层, 气压场易于维持。

适应过程是大气运动中的一个基本动力过程, 它和大气中的另一个基本的动力过程——演变过程同时进行、相互作用, 使大气运动十分复杂。有关适应过程的许多研究结果已经得到广泛的应用, 它能够解释大气运动中的许多现象, 下面将分别予以介绍。

§ 2 适应过程和演变过程的可分性

大气运动一般都是在力的准平衡状态下进行的, 这种变化比较缓慢, 我们称之为演变过程。如果由于某种原因, 力的准平衡状态遭到破坏, 必定通过较快的适应过程迅速恢复到准平衡状态, 否则, 观测到的大气运动状态就不可能始终是准地转平衡状态了。是否可以将这两类过程区分开来分别加以研究呢? 我们就正压大气的情形加以分析:

将局地平面直角坐标下的初始方程无因次化, 有

$$\begin{cases} \varepsilon \frac{\partial u}{\partial t} - v + \frac{\partial \phi}{\partial x} = -Ro \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \varepsilon \frac{\partial v}{\partial t} + u + \frac{\partial \phi}{\partial y} = -Ro \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ \varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \\ -Ro \left[\left(u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \phi \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \end{cases} \quad (12.1)$$

这里 $\varepsilon = (ft^*)^{-1}$ 为环境特征时间与运动特征时间之比, 称为

基培尔(Кибель)参数,它描述运动的准地转程度; $Ro = U^*/fL^*$ 称为罗斯贝参数,描述场的不均匀程度, $\mu = L_0/L^*$ 叫做奥布霍夫(Обухов)参数(或用马赫数 $Ma = u^*/c_0$),表示可压缩性的影响; $c_0 = \sqrt{gH}$, $L_0 = c_0/f$ 为由环境决定的特征速度和特征长度;右上角有*号的量表示运动的特征量。其余符号都是常用的。经无量纲化后,除特征参数外各项的量级均为 $O(1)$ 。

当运动处于准平衡状态时,表示地转偏差的两项 $(-v + \frac{\partial \phi}{\partial x})$ 、 $(u + \frac{\partial \phi}{\partial y})$ 是个小量,而大尺度运动中 Ro 的量级是 $O(10^{-1})$,从而 ϵ 的量级也必须是 $O(10^{-1})$,于是 $t^* \sim 10 f^{-1}$,这就是演变过程的运动特征时间,大体上是几天。如果地转平衡关系遭到破坏,表示地转偏差的两项不再是小量,从而 ϵ 的量级也将是 $O(1)$,于是 $t^* \sim f^{-1}$,这就是适应过程运动的特征时间,大体上是几个小时。可见,适应过程和演变过程运动的特征时间要差一个量级,因此这两种过程在时间尺度上是可以区分的。

在某一时刻,存在有明显的地转偏差,方程中代表适应过程的线性项比代表演变过程的非线性项要大一个量级,各个场之间首先进行剧烈的调整,由演变过程产生的变化则相对地较小,过了 $t^* \sim f^{-1}$ 时段后,适应过程基本完成,各个场之间达到准地转平衡状态,此后代表演变过程的非线性平流项在各个场的变化中起主导作用。这两种过程在时间尺度和物理本质上都是可以区分的。

在中纬度,适应过程的特征时间大约是几小时。因此,在某一时刻的天气图上,某一地区有地转偏差存在,12小时后的图上,这个地区的地转偏差就消失得无影无踪了,观测资料

的分析研究完全证实了上述理论推断的正确。近年来直接用初始方程进行了地转适应过程的数值试验，得到了十分一致的结论。

地转适应过程的快速性使得大气运动经常接近于准地转平衡状态，是准地转模式能够大体上描述大气运动中一些主要现象的物理基础。适应过程和演变过程的可分性给理论研究和数值计算工作带来了极大的方便。

§ 3 扰动尺度对适应过程的影响

通过上一节分析，地转适应过程是由方程中的线性项描述的，我们可以略去非线性平流项，将描写适应过程的方程组简化为

$$\begin{cases} \varepsilon \frac{\partial u}{\partial t} - v + \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \\ \varepsilon \frac{\partial v}{\partial t} + u + \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \\ \varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \end{cases} \quad (12.2)$$

引入流函数 ψ ，可推出位涡度守恒

$$\Delta \psi_{\infty} - \mu^{-2} \phi_{\infty} = \Delta \psi_0 - \mu^{-2} \phi_0$$

$t \rightarrow \infty$ 时达到了适应状态，因此，可以用 ψ_{∞} 代替 ϕ_{∞} 将上式写成

$$\Delta \psi_{\infty} - \mu^{-2} \psi_{\infty} = \Delta \psi_0 - \mu^{-2} \phi_0 \quad (12.3)$$

式中右下角的 ∞ 和 0 分别表示 $t \rightarrow \infty$ 时和 $t = 0$ 时的量，由此可见，当扰动尺度较小，即 $L^* < L_0$ 时， $\mu^{-2} \ll 1$ ，有 $\Delta \psi_{\infty} \simeq \Delta \psi_0$ ，即流场保持，气压场向流场适应；当扰动尺度较大，即 $L^* > L_0$

时, $\mu^{-2} \gg 1$, 则有 $\psi_{\infty} \simeq \phi_0$, 气压场维持而流场向气压场适应。

对于运动尺度不同, 适应特性也不同的现象, 物理上的解释是, 当只有风场(假定为西风)没有气压梯度时, 地转偏向力产生北风, 使质量向气流的右边堆积, 造成南北方向的气压梯度, 以平衡地转偏向力; 当只有气压梯度(假定气压为南高北低)没有风场时, 由气压梯度产生南风, 再由地转偏向力产生西风, 然后由西风的地转偏向力与气压梯度力相平衡。但是, 同时南风也向北输送质量, 削弱了气压梯度, 对于小范围的不平衡, 地转偏向力还没有发展到足以平衡气压梯度力时, 气压梯度已经很弱了; 不平衡的范围很大时, 质量的输送量很大, 需要很长时间, 地转偏向力有足够的时间发展到与气压梯度力相平衡, 而气压场尚未有较大变化。不平衡的范围愈大, 气压场的变化就愈小; 因此, 不平衡范围很小时, 西风风速尚未被削弱, 与之平衡的气压梯度已经建立, 表现为气压场向风场适应; 不平衡范围很大时, 气压梯度尚未建立, 而西风已经有明显削弱, 出现风场向气压场适应。

L_0 称为罗斯贝变形半径, 在正压大气中

$$L_0 = c_0 / f$$

$c_0 = \sqrt{gH}$ 为重力波波速, L_0 的数值随纬度而异, 见下表

表 12.1

纬 度	90°	60°	45°	30°
L_0 (公里)	1900	2200	2700	3840

在自转的地球上的大气运动, 行星涡度 f 为常定, 且比相对涡度要大, 涡旋场和散度场之间是通过地转偏向力的作用而相互影响的, 它使得涡旋场和质量场发生相互调整, 在一定

条件下(譬如没有非绝热影响等),波动能量通过重力波最终弥散到无穷区域上去,剩下的就是相互平衡状态下的涡旋场和气压场,这就是大气运动中地转适应的物理过程。它是旋转地球上大气运动的特点之一。

这里我们再考察一下正压大气适应过程的图景,假定开始时有一个圆形气旋式的流场,位势场是均匀的且无扰动,根据方程

$$\frac{\partial D}{\partial t} = f\Delta\psi - \Delta\phi \quad (12.4)$$

开始时 $\Delta\phi = 0, \Delta\psi > 0$, 因而引起辐散, 有质量向四周流出, 中心处 ϕ 减小, 直至 $f\Delta\psi$ 与 $\Delta\phi$ 平衡, $\frac{\partial D}{\partial t} \approx 0$, 辐散 D 达到极大; 此后转为 $\frac{\partial D}{\partial t} < 0$, 辐散逐渐减小, 但仍是质量向外辐散, 又变为不平衡。直到辐散减小为零, 逐渐转为辐合, 质量又向中心流入, 中心处 ϕ 又重新升高, 形成一起一伏和向外传播的波。这种波由于地转偏向力及重力而产生, 称为重力惯性波, 不平衡的能量由重力惯性波带到周围的空间中去, 单位面积上剩下的不平衡能量就几乎消失了, 风, 压场又达到了地转平衡。

§ 4 正压大气中的适应场

前面从量级分析和物理分析上论证了: 处于地转不平衡状态的气压场和风场, 必定通过地转适应过程迅速重新建立平衡。这里我们将介绍一下如何求得最后恢复了平衡的场。

引入流函数 ψ 及速度位势 ϕ , 作变换 $h = H\sigma$, 由(12.2)

式可求出

$$\begin{cases} \nabla^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + f \varphi \right) = 0 \\ \nabla^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} - f \psi + c_0^2 \sigma \right) = 0 \\ \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \nabla^2 \varphi = 0 \end{cases} \quad (12.5)$$

c_0 是重力波波速, 由后二方程可推出

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 - f^2 \right) \varphi = 0 \quad (12.6)$$

这是一个波动方程, 在给定初值

$$\varphi(x, y, 0) = \eta(x, y)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \varphi|_{t=0} = \xi(x, y)$$

时有唯一的解, 当 ct 足够大时解可表示为

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, t) \sim \frac{\bar{\eta} R}{2c} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\cos \left[\frac{f}{c} \sqrt{(ct)^2 - r^2} \right]}{\sqrt{(ct)^2 - r^2}} \right\} + \\ + \frac{\bar{\xi} R^2}{2c} \left\{ \frac{\cos \left[\frac{f}{c} \sqrt{(ct)^2 - r^2} \right]}{\sqrt{(ct)^2 - r^2}} \right\} \end{aligned} \quad (12.7)$$

这里 R 是 η, ξ 不为零的区域的半径, $\bar{\eta}, \bar{\xi}$ 为积分区域中 η, ξ 的平均值, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; 当 $t \rightarrow \infty$ 时有 $\varphi \rightarrow 0$, 速度位势场消失了, 也即散度场消失了。 η 表示初始散度场, ξ 表示初始地转偏差, 这就证明了初始不平衡的场, 最后必然趋向平衡。说明前几节从量级分析和物理分析推出的结论是正确的。

由(12.5)得到位涡度守恒方程, 写为

$$c_0^2 \nabla^2 \sigma_* - f^2 \sigma_* = \nabla^2 \psi_0 - f^2 \sigma_0 \quad (12.8)$$

方程右端是初始地转偏差，当初始不平衡扰动给定时是一个已知函数，这是一个赫姆霍尔兹(Helmholtz)方程，有唯一的解，在初始扰动区域有限时可近似写为

$$\sigma_{\infty} = \frac{f}{c_0^2} \psi_0 - \left(\frac{f}{c_0^2} \psi_0^* - \sigma_0^* \right) \left\{ 1 - \frac{L}{L_0} K_1 \left(\frac{L}{L_0} \right) \right\} \quad (12.9)$$

其中， $\frac{f}{c_0^2} \psi_0^* - \sigma_0^*$ 为初始地转偏差在区域上的平均值； K_1 是虚变量贝塞尔(Bessel)函数，其特征是：当 $L/L_0 \ll 1$ 时 $K_1 \rightarrow 1$ ，当 $L/L_0 \gg 1$ 时 $K_1 \rightarrow 0$ 。可见：当扰动尺度 L 较小时，(12.9) 式右端花括弧中为零，从而有

$$\sigma_{\infty} \simeq \frac{f}{c_0^2} \psi_0$$

即最终的 h 场与初始流场相一致，即气压场向风场适应。若 L 较大则有 $\sigma_{\infty} \simeq \sigma_0$ ，即气压场几乎不变，必然是流场向气压场适应。当然，若 L 与 L_0 相近，则适应后的流场和气压场都与初始时刻有较大差别。对方程解的实际计算完全确认了这点。

§ 5 非线性作用和不平衡 区域很大的情况

在前几节的讨论中都略去了非线性平流项，如果保留非线性平流项，适应过程和演变过程将同时进行、相互作用，适应过程使地转偏差迅速减小，而非线性项却不断地产生出新的地转偏差，但是量级不大，它不断地破坏平衡，因而在一般情况下达不到完全的适应，只能有准地转状态，始终维持有一

定大小的地转偏差和散度场。在对初始方程的数值积分中可以发现：尽管用地转风作为初值，风、压场间是平衡的，在积分一段时间后，会自动形成有一定量级大小的散度场，当然其具体大小视差分格式的性能而异。图 1 是一个用初始方程模式所作的试验中散度场随时间的变化。

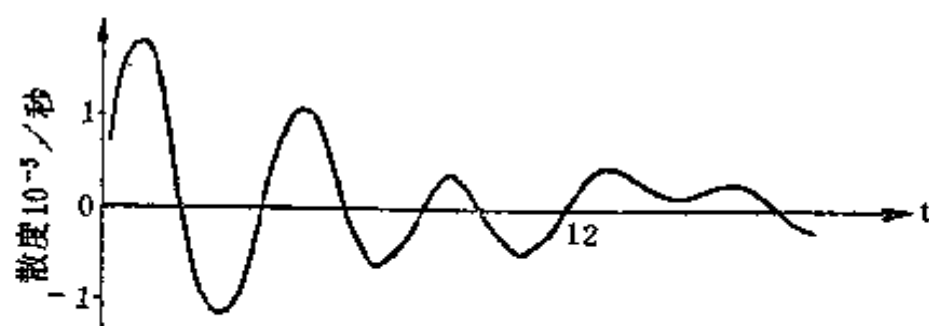


图 1 散度场随时间的变化

由于某种因素破坏了平衡，激发出散度场，在一开始可以是相当大的，而后就迅速振荡衰减，但是在较长时间后仍然维持有一定大小，并不趋向于零。

图 2 是一个用地转风作初值积分 7 小时的 500 毫巴等压面图，图上的 div、con 表示辐散、辐合中心，它们具有一定的大小，而且和槽脊位置的配合也符合正常的系统结构配置，这些都说明了非线性平流项的作用，后者又称为散度场向涡旋场的适应，属于散度场中的慢波部分，是和演变过程相联系的。理论推导和数值试验^[3]

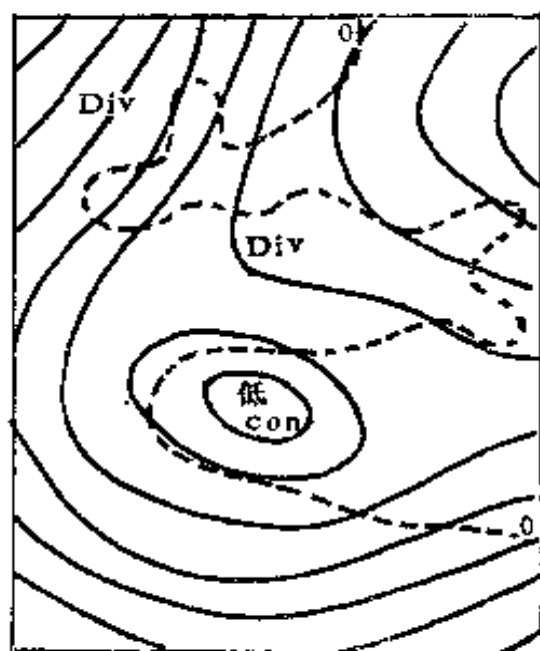


图 2 积分 7 小时后的
500 mb 位势场（实线）
及散度场（虚线）

是一致的。

在理论的推导中,大都是无限平面的情况,地球的球面面积是有限的,观测到的大气状态是,不平衡扰动常常孤立地出现,范围不大,基本上都小于 L_0 , 相对于整个大气的尺度来说是很小的,因此不平衡能量仍然能够充分频散掉,恢复到准地转平衡状态。如果不平衡扰动的区域很大,则不平衡能量事实上不可能向更大得多的区域频散,只能在全区域上重新分布,风、压场都将发生剧烈变动,在相当长的时间内都不能达到稳定。

§ 6 斜压大气中的地转适应

和正压大气的推导过程类似,斜压大气的位涡度守恒方程为

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \Delta \psi + f \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi^2}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) \right\} = 0 \quad (12.10)$$

这里 $\xi = p/P_0$ 为垂直坐标, $c^2 = \alpha RT$ 为斜压大气的重力波波速, $\alpha = \frac{R}{g}(\gamma_s - \gamma)$ 是层结稳定参数。引进特征量后可将上式改写为

$$\Delta^*(\psi - \psi_0) = \frac{L_0^2}{L_0^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \xi^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\Phi_0}{f} - \psi_0 \right) \right\} \quad (12.11)$$

式中 $*$ 表示无因次化后的 Δ 算子; $L_0 = c/f$ 是斜压大气的罗斯贝变形半径。由上式可见:若扰动的垂直结构很简单,则 $\frac{\partial}{\partial \xi} \xi^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \simeq 1$, 适应过程的特性和正压大气一致,只是 L_0 比正压大气情况为小, c 为斜压大气中的内波波速,比正压大气中的外波波速为小,因而能量弥散速度比正压大气情况时要

慢得多。如果扰动的铅直变化较大，则 $\frac{\partial}{\partial \xi} \xi^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \gg 1$ ，适应后的流场与初始流场有较大差别。所以相对于正压大气来说，斜压大气中气压场维持的机会多些。

斜压大气中适应过程的另一个特点是高低空的差别。在高空，流场易于维持，气压场多向风场适应；而在低空则气压场较易维持，风场多向气压场适应。

斜压大气中 L_0 的数值大致如下表

表 12.2

纬 度	50°	60°	45°	30°
L_0 (公里)	460	500	610	864

§ 7 适应问题研究的一些应用

大气运动中地转适应过程是动力学上的一个基本问题，它既有理论意义，又有实用性。这里简单介绍一下它在几个方面的可能应用。

1. 在我国北方沙漠地区，夏季常有热低压生成，下午最强，夜晚消失。白天沙漠增温，首先在气压场上形成低压，在低层气压场容易维持，风场向气压场适应逐渐形成气旋性环流，由于适应特性随高度改变，高度增高气压场就不容易维持了，热低向高层就迅速消失了。低层的气压场是受热力因素支持的，夜晚沙漠迅速冷却，气压场消失，环流也就随之不见了。

在天气实践中人们早就发现：在高空等压面图上分析等

高线,应当尽可能和风向平行;而地面图上的等压线则允许和风向有较大的交角。在高空流场容易维持,气压场大都向风场适应,因而流场更重要些,低层则气压场占主导地位。天气实践经验证明了这一理论推论的正确性。

我国的寒潮,有一部分是由于乌拉尔阻高崩溃,横槽转为竖槽引起冷空气迅速南下,这一过程往往是乌拉尔脊前北部的风场小扰动引发的。开始时流场上有一个气旋性的小扰动,气压场上并无扰动,从适应过程的观点来看也是很自然的,气压场向风场适应产生一个小槽,顺着脊前的强偏北气流南下。风场上的小扰动往往是很有意义的。

在东亚寒潮过程中,常发生高空锋生和地面冷锋的跳跃现象,如1965年1月4—5日的一次锋生过程,通过实际计算,温度平流不能解释这一现象^[5],从适应观点来看,高空强的风速垂直切变是主要的,气压场(也即厚度场和温度场)与之相适应,形成水平温度梯度,从而高空锋生,高空锋区向下延伸至地面,发生冷锋的跳跃现象,实际资料的数值计算确认了这一点。在此情况下,高空强的风速垂直切变可以作为预报锋生的参考指标。

2. 在早期应用初始方程作数值计算时,还没有解决直接利用实测风作计算的问题,我国气象学家通过对适应过程的研究提出;可以用地转风作初始风场,取得了良好的效果,在相当长的一段时期内为国内外广泛采用,迄今仍在不少场合下使用。

在非线性情况下,平流项是产生地转偏差造成不平衡的一个因素,由此而产生的重力波是引起计算不稳定的一个重要因素,因而从适应过程的观点来看,对平流项差分格式的设计是很重要的,它往往直接影响模式的动力性能和计算稳定

性。

适应过程和演变过程从时间尺度和物理基础上都是可分的，这就可以将一个复杂的物理过程分解为几个较简单的过程分别进行计算，然后再叠加或综合，由此发展出了“分解算法”^[4]，大大地简化了逻辑性和节省了计算工作量，这在我国计算不很发达的情况下是很有现实意义的。

3. 在卫星红外测温应用以来，非定时观测资料的分析应用成了迫切需要解决的问题，出现所谓“四维分析”，利用数值模式，以一定的时间间隔将非定时观测资料引入模式中进行分析处理，以形成新的资料场。实践证明，对于补充高原、大洋上测站稀少地区的资料不足是一个十分有效的途径。问题是以多长的时间间隔引进非定时观测信息，从地转适应的观点来看，两次引进信息的间隔太短，则由不平衡引起的扰动来不及弥散掉，新的不平衡又发生了，会使计算发生紊乱而得不到可用的结果，两次引入非定时观测资料的时间间隔以不小于3小时为宜。许多试验的结果都证实了这一点。

这一章中着重介绍了地转适应问题，此外还有低纬度和中、小尺度的适应问题，中、长期动力学的旋转适应问题，它们都有专门的内容，本书就暂不介绍了。

参 考 文 献

- [1] 叶笃正、朱抱真，大气环流的若干基本问题，科学出版社，(1958)。
- [2] 曾庆存，气象学报，163，33(2)，(1963)。
- [3] 袁重光、曾庆存，气象学报 38，(2)，(1980)。
- [4] 曾庆存、袁重光，科学通报，(18)(1980)。
- [5] 曾庆存，数值天气预报的数学物理基础，科学出版社，(1979)。

第十三章 热带大气动力学基础

在第一章里已经指出，热带大气动力学的研究是一项极为重要的课题。这不仅因为热带大气的运动与中高纬度地区的大气运动相比有着许多不同的特点，而且热带是大气热量、动量和水汽的源，如在所谓的大气“热机”中，驱动大气热机的太阳辐射能大部分为热带地区的大气所吸收，再通过大气运动从热带将能量输送给中高纬度地区。这样，热带大气动力学的研究对揭露全球大气运动的规律也有重要的意义。

§ 1 热带大气运动的尺度

中纬度大气动力学的研究表明，中纬度地区的大尺度大气运动基本上是准地转的，斜压不稳定是扰动发展的重要机制，最不稳定扰动的波长一般为 3000—5000 公里左右。因此，在天气图上经常可以看到 2000—6000 公里的长波系统活动着，这种长波系统也就成为中纬度大气运动的主要成员。

为了揭示热带大尺度大气运动的最基本特征，查尼首先对运动作了尺度分析。对于水平尺度 $L=10^6$ 米，水平速度 $U=10$ 米秒⁻¹ 的大气运动，由于热带地区科氏参数 $f\sim 10^{-5}$ 秒⁻¹，因而罗斯贝数 $Ro\approx 1$ 。再假定科氏力项同气压梯度力项平衡已不合适，但一般来讲，其气压梯度力项大致同惯性力项平衡。这样可以得到热带地区位势变化的尺度 $\Delta\Phi\sim U^2\sim 100$ 米²·秒⁻²。显然，这个数值要比中纬度地区同样尺度系统的位势变化 ($\Delta\Phi\sim fUL\sim 10^3$ 米²·秒⁻²) 小一个数量级。

由静力方程可以得到

$$T = \frac{H}{R} \frac{\partial \phi}{\partial z^*} \sim 0 \left(\frac{H}{D} \frac{\Delta \Phi}{R} \right) \quad (13.1)$$

其中 $z^* = -H \ln \frac{p}{p_s}$, H 为大气标高, D 为系统特征厚度, R 为气体常数。

对于垂直尺度能与均质大气高度相比拟的大尺度热带系统, 因 $\frac{H}{D} \sim 1$, 则温度扰动 $T \sim 0$ (U^2/R) $\sim 0.3^\circ\text{C}$ 。可见, 对于深厚的热带大尺度运动系统, 其温度变化实际可以忽略。

在热带的大尺度大气运动中, 由于温度变化很小, 辐射冷却将近似地同下沉增温相平衡, 即

$$\gamma W \approx Q/c_p \quad (13.2)$$

在热带对流层中, $\gamma \sim 0.3^\circ\text{C} \cdot (100 \text{ 米})^{-1}$, 而长波辐射冷却率 $Q/c_p \sim -1^\circ\text{C}/\text{日}$ 。因此, 特征垂直速度 $W \sim \frac{Q}{\gamma c_p} \sim 0.3 \text{ 厘米} \cdot \text{秒}^{-1}$ 。在无降水的情况下, 热带大尺度天气系统中的垂直运动是很小的。

由上述结果进一步的分析表明, 在没有凝结降水情况下 (无凝结加热), 垂直尺度能同均质大气高度相比拟的热带大尺度系统, 其运动基本上是正压无辐散的。其涡度方程的一级近似可写成

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_k \cdot \nabla \right) (\xi + f) = 0 \quad (13.3)$$

然而, 同中纬度地区常有长波活动不一样, 在热带大气中, 水平尺度为 2000—6000 公里的扰动虽然也有, 却并不常见。而经常可以见到水平尺度更大的超长波系统以及几百到一千公里左右的涡旋系统。

热带地区的大气超长波, 即有所谓准静止行星波, 在北半

球夏季以南亚高压、墨西哥高压以及中太平洋和中大西洋低压槽为主要代表;还包括移动性超长波,如在大气波动一章中讨论的凯尔文波和混合罗斯贝-重力波。可以证明,对于热带大气超长波($L \sim 10^7$ 米),运动不仅是准水平无辐散的,而且是准地转的,其性质类似于中纬度的长波系统。热带大气中超长波系统的准地转性可能正是这类系统在热带地区较稳定存在的原因。大尺度地形(包括海陆分布影响)和准定常热源(汇),无疑是准静止行星波(超长波)形成和维持的重要条件。一些研究还表明,对流凝结加热对于热带大气超长波的活动也是极为重要的。例如,对流凝结加热,通过与流场的反馈机制,可以激发出类似凯尔文波和混合罗斯贝-重力波的波动。

自气象卫星问世以来,人们对热带大气中的涡旋运动有了更深的认识。例如台风、云团等,都是热带大气涡旋运动的代表,它们的尺度一般是几百公里到一千公里,其运动能量主要来自对流凝结加热。热带大气经常处于条件不稳定状态,有利于积云对流发展;同时,由于风场水平切变或因辐射差异而造成的局地辐合辐散等物理过程,又常可以在热带大气中形成弱的气旋性扰动。当这些弱的扰动同积云对流发生相互促进作用时,可造成一种低压环流和对流活动间的相互促进的正反馈过程,即产生第二类条件不稳定(CISK)。有关研究表明,通过 CISK 机制,最不稳定扰动的半径一般约为 200—500 公里左右。因此,热带大气中的涡旋运动都往往同 CISK 机制有密切联系。

§ 2 对流凝结加热的参数化

前面已经指出,积云对流所产生的凝结加热不仅对于热带大气运动有重要作用,而且对于整个地球大气运动和大气环流都有影响。但是,由于积云的空间尺度很小,要考虑每个积云单体的作用很困难。因此,人们通常用大尺度系统的物理量来表示积云对流加热的统计效果,这就是所谓积云对流参数化。不同的假定,可以有不同的处理方法,也就出现了不同的参数化方案。下面简单介绍郭晓岚和荒川(Arakawa)的对流参数化方案。

1. 郭晓岚的对流参数化方案

郭晓岚的对流参数化方案中,将积云对流的作用简单地以一种模式云代表,而积云对流对大气的加热用云内温度与环境温度的差表示。因此,有人也将郭氏方案称为云模式方案或温差方案。

在郭晓岚(1964年)的参数化方案中假定:(1)在低层有辐合的不稳定层结大气中,总会发生积云对流;(2)在积云内部,空气作湿绝热上升运动;(3)单个积云的生命史很短,因此某个积云单体的存在是瞬时的,它将迅速同四周空气混合;(4)水汽凝结后便立即通过降水而走掉,故不考虑再蒸发。

如果云中的温度和混合比分别是 $T_c(z)$ 和 $q_c(z)$,而云外四周的空气温度和混合比分别是 $T(z)$ 和 $q(z)$,郭晓岚给出对流凝结加热率为

$$Q = \begin{cases} c_p b(z)(T_s - T) & \text{若 } T < T_s, \text{ 或 } M > 0 \\ 0 & \text{若 } T > T_s, \text{ 或 } M < 0 \end{cases} \quad (13.4)$$

式中 $b(z)$ 是积云的产生率 (即单位时间内积云产生的个数) 或积云面积的覆盖比。 M 是进入单位截面空气柱的水汽量。由于环境量 $T(z)$ 和 $q(z)$ 以及风场可视为已知, 因此, 进入空气柱的水汽量可用下式计算

$$M = \frac{c_D V_0}{H^*} (q_s - q_0) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \int_0^1 r q v d\xi \quad (13.5)$$

这里 $\xi = p/P$ 为垂直坐标, $H^* = RT_0/g$, c_D 为拖曳系数, q_0 和 V_0 分别为近地面大气参考层的混合比和风速。 q_s 是海面温度下的饱和比湿。(13.5)式右端第一项表示地面蒸发所引起的气柱内水汽量的增加; 第二项表示辐合气流所导致的水汽量的增加。

在空气中每产生一块积云都要消耗一定的水汽量, 其中一部分用来使其温度由 T 变为 T_s , 而另一部分用来维持云体所需要的水汽量。因此, 一个单位面积上形成一块模式云所需的水汽量为

$$M_1 = \int_0^1 \left[\frac{c_p}{L} (T_s - T) + (q_s - q) \right] d\xi \quad (13.6)$$

式中 L 为水汽凝结潜热。

求得 M 和 M_1 后, 即可得到积云产生率

$$b(z) = M / M_1 \quad (13.7)$$

为了得到 M_1 以及加热率 Q 需要知道积云内的温度和混合比分布。对于云内温度分布 $T_s(z)$ 可以用下式求得

$$\begin{aligned} \frac{dT_s}{d\xi} = & \frac{0.2876 T_s}{\xi} \left(1 + \frac{9.046 L e_s}{p T_s} \right) \left[1 + \right. \\ & \left. + \frac{17950 L e_s}{p T_s^2} \left(1 - \frac{T_s}{1300} \right) \right] \end{aligned} \quad (13.8)$$

其中饱和水汽压 e_s 可表示成

$$e_s = 6.11 \exp \left[25.22 \left(1 - \frac{273}{T_s} \right) \right] \left(\frac{273}{T_s} \right)^{5.31} \quad (13.9)$$

云内的饱和混合比 q_s 可用下式得到

$$q_s = \frac{0.622 e_s}{p - e_s} \quad (13.10)$$

上述方案考虑了一些积云内的物理特性,估计了加热的垂直分布,但物理过程考虑不够,实际应用中发现所计算的加热量和降水量均偏小,而且水平分布太均匀。1974年郭晓岚又提出了一种改进方案,在原方案的基础上进一步考虑了积云内下沉气流的绝热加热和上升气流的绝热冷却,还包括了水平混合作用以及小尺度对流对感热和动量垂直输送的影响。

假定在一个单位面积中积云对流占 a 份,而各种云的统计效果可以由一种模式云表示。其潜热释放率可写成

$$aQ = \frac{g(1-N)LM(T_s-T)\pi}{c_p(p_b-p_t)\langle T_s-T \rangle} \quad (13.11)$$

其中 L 是水汽凝结潜热, $\pi = (P/p)^{R/c_p}$; p_b 和 p_t 分别为云底和云顶的气压, N 表示单位截面气柱内水汽净收入中用于增加大气湿度的份额, $(1-N)M$ 表示降水量; $\langle T_s-T \rangle$ 表示云体温度与环境温度差对整个云层厚度取平均。

2. 荒川的对流参数化方案

1974年荒川提出的对流参数化方案有两个重要特性,其一是准平衡封闭假定,其二是在各计算格点引入云尺度谱。根据准平衡假定,云体将足够迅速地对大尺度气流的变化作出反应,以至云作功函数(所谓云作功函数指每一类云所确定

的积云浮力的积分量度) 的改变非常之小。这个方案中卷出过程很重要,而这种过程同云的垂直尺度关系密切,因此需要考虑云的尺度谱。

在 z 坐标形式下,热力学方程可写成

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{V} \cdot \nabla \bar{\theta} + \bar{w} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = \frac{\pi}{c_p} \bar{Q} - \left[\overline{V' \cdot \nabla \theta'} + \overline{w' \frac{\partial \theta'}{\partial z}} \right] \quad (13.12)$$

这里 θ 是位温; Q 是加热率; $\pi = (P/p)^{R/c_p}$; 带一横的量表示平均,带一撇的量表示对平均值的偏差。根据连续方程,可以将(13.12)式右端最后两项改写成

$$\left[\overline{V' \cdot \nabla \theta'} + \overline{w' \frac{\partial \theta'}{\partial z}} \right] \approx \frac{1}{\rho} \left[\nabla \cdot (\overline{\rho V' \theta'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{\rho w' \theta'}) \right] \quad (13.13)$$

设积云内的位温为 θ_c , 周围空气的位温为 $\bar{\theta}$, 积云的卷出率为 D , 则云内的热量辐散可为

$$\frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\overline{\rho V' \theta'}) \approx D(\theta_c - \bar{\theta}) \quad (13.14)$$

若积云的百分比量为 α , 那么云的垂直质量通量 M_c 可写作

$$M_c = \rho \alpha w_c \quad (13.15)$$

这里 w_c 是积云内的垂直速度。这样, (13.13) 式右端第二项可写成

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\overline{\rho w' \theta'}) \approx -\frac{M_c}{\rho} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (M_c \theta_c) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial M_c}{\partial z} \theta^* \quad (13.16)$$

对于卷入, 应有 $\theta^* = \bar{\theta}$, 对于卷出, 则 $\theta^* = \theta_c$ 。在仅考虑对流凝结加热而不计其他非绝热作用的情况下, (13.12) 式右端第一项的加热可表示成

$$\bar{Q} = -L \frac{\partial q_c}{\partial z} a w_c - L e \quad (13.17)$$

其中 q_c 是云内混合比, e 是云滴的蒸发量。如果令凝结效率 $c_w = -\frac{\partial q_c}{\partial z} \frac{M_c}{\rho}$, 则

$$\bar{Q} = L(c_w - e) \quad (13.18)$$

由于凝结潜热释放和云内热量的辐散一般会迅速平衡, 即

$$\frac{L\pi}{c_p} c_w = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (M_c \theta_c) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial M_c}{\partial z} \theta^* \quad (13.19)$$

最后, 可以把 (13.12) 写成

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{V} \cdot \nabla \bar{\theta} + \bar{w} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \frac{M_c}{\rho} + D(\theta_c - \bar{\theta}) - \frac{L\pi}{c_p} e \quad (13.20)$$

类似地还可得到关于混合比的方程

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \bar{V} \cdot \nabla \bar{q} + \bar{w} \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} = \frac{M_c}{\rho} \frac{\partial \bar{q}}{\partial z} + D(q_c - \bar{q}) + e \quad (13.21)$$

很显然, (13.20) 和 (13.21) 两式的右端分别给出了积云对流加热和湿度变化的参数化表达式。第一项是积云对流所引起的云外下沉补偿效应, 因为一般有 $\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} > 0$, $\frac{\partial \bar{q}}{\partial z} < 0$, 则当 $M_c > \rho \bar{w}$ 时, 云外补偿下沉会引起变暖变干; 第二项表示云的卷出作用 ($D > 0$), 云内暖湿空气卷出, 可使周围空气变暖和变湿; 第三项表示由云内卷出的液态水在云外的再蒸发, 它也可以周围空气变湿和变冷。

上面原则上给出了对流凝结加热及潮湿化的参数化表达式, 具体应用时, 如何确定参量 M_c 是一个重要问题。同时, 由于不同垂直尺度的积云其夹卷率 (卷出或卷入率) 有所不

同。因此，常把积云对流分为几类。

§ 3 第二类条件不稳定(CISK) 和台风的发生发展

第二类条件不稳定 (CISK) 最初由 查尼 和 伊莱亚森 (Eliassen) 提出，这个理论的实质是天气尺度的低压扰动和小尺度积云对流间的相互促进。也正因为考虑了台风发生发展过程中低压扰动和积云对流间的正反馈过程，CISK 概念能较好地说明和解释台风发生发展的一些基本特征，成为大家公认的台风发生发展的重要机制。

CISK 理论之前的许多天气学分析已经指出，水汽凝结加热对于台风的形成和维持有重要的作用，而且凝结加热主要来自为数不多的深厚积云塔，即所谓“热塔”。在理论上，CISK 之前已有了所谓静态理论，即将台风作为一个对称的、自由转动的涡旋处理。静态理论说明了台风系统中风场、气压场和温度场间的主要平衡关系，提出了“流入—上升—流出”模型，但没有涉及主要环流(低压涡旋)和“次级环流”间的任何相互作用。

CISK 理论则在仅考虑主要环流和次级环流间相容的静态理论的基础上，吸取热塔概念，把有组织的湿对流同天气尺度涡旋联系起来，突出了主要环流和次级环流间的动力相互(促进)作用，因而在解释台风发生发展的一些基本问题方面取得了成功。

查尼等提出的 CISK 是这样一种物理过程：一个弱的热带气旋性扰动，通过边界层的摩擦作用，造成潮湿空气的大量辐合流入和抬升(即埃克曼抽吸)，形成积云对流发展，积云释

放的凝结潜热使低压中心气温升高,高层辐散流出,结果使得地面气压降低,出现指向中心的更大流入气流,由于绝对角动量守恒关系,切向风速增大,低空气旋性环流增强。其结果使低层辐合流入更强,积云对流发展更旺,凝结加热更厉害,地面气压进一步降低,……。如此循环,造成积云对流与低压环流间的正反馈,使低压扰动不稳定发展。在整个反馈过程中,边界层摩擦不只是消耗因子,通过埃克曼抽吸和积云对流,而成为能量的制造机制。

在轴对称气压坐标系中,扰动方程可以写成

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -fu \quad (13.22)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = fv \quad (13.23)$$

$$\frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial(r\omega)}{\partial p} = 0 \quad (13.24)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \omega \frac{d\bar{\theta}}{dp} = \frac{\bar{\theta}}{Tc_p} Q \quad (13.25)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{RT}{p} \quad (13.26)$$

其中 u 和 v 分别为径向和切向风速; $\omega = \frac{dp}{dt}$, 为垂直速度;
 $\theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\kappa}$, 为位温; ϕ 是重力位势; Q 是单位质量空气的对流凝结加热率。

由(13.24)式可引入流函数 ψ , 它由下式定义

$$ru = \frac{\partial \psi}{\partial p} \quad r\omega = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (13.27)$$

方程(13.22)、(13.23)、(13.25)和(13.26)可以推出仅含 ψ 和

v 的方程, 取简单的两层模式, 则有

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{f}{r} \frac{\psi_2 - \psi_0}{\Delta p} \quad (13.28)$$

$$\frac{\partial v_3}{\partial t} = -\frac{f}{r} \frac{\psi_4 - \psi_2}{\Delta p} \quad (13.29)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{v_3 - v_1}{\Delta p} \right) + \frac{R \bar{T}_2}{f p_2 \bar{\theta}_2} \frac{\bar{\theta}_3 - \bar{\theta}_1}{\Delta p} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial r} \right) \\ = -\frac{R}{f p_2 c_p} \frac{\partial Q_2}{\partial r} \end{aligned} \quad (13.30)$$

这里 $\Delta p = p_2 - p_0 = p_4 - p_2$ 。

查尼和伊莱亚森假定对流凝结加热率正比于潮湿空气的辐合量, 即取

$$Q_2 = \mu \frac{g}{p_s} L M \quad (13.31)$$

其中 L 是凝结潜热, M 是单位截面气柱内的水汽辐合量, μ 是加热强度参数。水汽辐合量 M 可表示成

$$\begin{aligned} M = -\frac{1}{g} \int_{p_s}^{p_t} (\nabla \cdot \mathbf{V} \bar{q}) dp \approx \frac{1}{g} (\bar{q}_{s3} - \bar{q}_{s1}) \cdot \\ \cdot \left(\frac{1}{2r} \frac{\partial \psi_4}{\partial r} + \frac{\partial \psi_2}{r \partial r} \right) \end{aligned}$$

因此, 可以有

$$Q_2 = \frac{\mu L}{2 \Delta p} (\bar{q}_{s3} - \bar{q}_{s1}) \left(\frac{1}{2r} \frac{\partial \psi_4}{\partial r} + \frac{\partial \psi_2}{r \partial r} \right) \quad (13.32)$$

再考虑在模式顶有 $\omega_0 = 0, \psi_0 = 0$, 而在下边界上存在埃克曼抽吸, 即

$$\omega_4 = -\frac{g \rho_A D_E}{2} (\sin 2\alpha) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_4) \quad (13.33)$$

这里 $D_E = \sqrt{2\nu/f}$; ν 为粘性系数; α 是地面风与等压线之交角。(13.33) 式还可写成

$$\frac{\partial \psi_4}{\partial t} = \frac{g \rho_4 D_E}{2} (\sin 2\alpha) \frac{\partial}{\partial r} (r v_4) \quad (13.34)$$

取解的形式为

$$(\psi_2, \psi_4) = (\Psi_2(r), \Psi_4(r)) e^{\sigma t} \quad (13.35)$$

由方程(13.28)–(13.34), 最后可以得到关于 Ψ_2 的单一方程

$$\left[1 - \mu h_2 \left(1 + \frac{K}{2\sigma + K} \right) \right] r \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d\Psi_2}{dr} \right) - \lambda^2 \left(\frac{2\sigma + K}{2\sigma + 2K} \right) \Psi_2 = 0 \quad (13.36)$$

$$\text{其中 } h_2 = \frac{L}{2} \frac{\bar{\theta}_2}{\bar{T}_2 c_p} \frac{\bar{q}_{s3} - \bar{q}_{s1}}{\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_3}; \quad \lambda^2 = \frac{2f^2}{R\bar{T}_2} \frac{\bar{\theta}_2}{\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_3};$$

$$K = \frac{g \rho_4 D_E f}{2(\Delta p)} \sin 2\alpha$$

在 $r \leq a$ 的涡旋范围内, 有积云对流加热, 则(13.36)式可写成

$$r \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d\Psi_2}{dr} \right) + \lambda_+^2 \Psi_2 = 0 \quad (13.37)$$

其中

$$\lambda_+^2 = \frac{(2\sigma + K)/(2\sigma + 2K)}{-1 + \mu h_2(2\sigma + 3K)/(2\sigma + 2K)} \lambda^2$$

方程(13.37)满足条件 $\Psi_2/r=0$ 的解可写成

$$\Psi_2 = A r J_1(r \lambda_+) \quad (13.38)$$

这里 J_1 是第一类一阶贝塞尔 (Bessel) 函数。在 $r > a$ 的非加热区, 因 $\mu=0$, 则有

$$r \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d\Psi_2}{dr} \right) - \lambda_-^2 \Psi_2 = 0 \quad (13.39)$$

其中

$$\lambda_-^2 = \frac{2\sigma + K}{2\sigma + 2K} \lambda^2$$

方程 (13.39) 满足条件 $\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi_2 = 0$ 的解为

$$\Psi_2 = Br H_1^{(1)}(ia\lambda_-) \quad (13.40)$$

这里 $H_1^{(1)}$ 是一类一阶汉克尔 (Hankel) 函数。

由于在 $r=a$ 处, 径向速度应是连续的, 流函数 ψ 应是连续的, 则有

$$AJ_1(a\lambda_+) = BH_1^{(1)}(ia\lambda_-) \quad (13.41)$$

同时, 在 $r=a$ 处气压也应是连续的, 即可得到

$$-\frac{A}{\lambda_+} J_0(a\lambda_+) = \frac{iB}{\lambda_-} H_0^{(1)}(ia\lambda_-) \quad (13.42)$$

这样, 最后可得到关系式

$$\frac{J_1(a\lambda_+)}{J_0(a\lambda_+)} = i \frac{\lambda_-}{\lambda_+} \frac{H_1^{(1)}(ia\lambda_-)}{H_0^{(1)}(ia\lambda_-)} \quad (13.43)$$

在给定大气参数下, 由 (13.43) 式可以求得增长率 σ 与对流活动半径 a 的关系。对于热带大气, 近似有 $h_2 =$

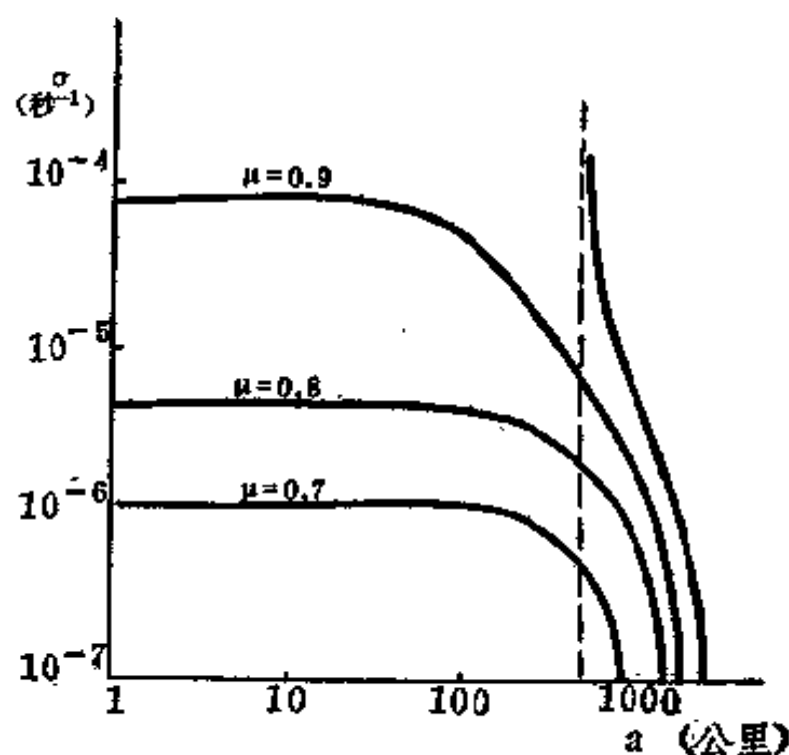


图 13.1 热带低压增长率与对流云区半径的关系

1.1, $f = 0.377 \times 10^{-4} \text{秒}^{-1}$, $K = 1.72 \times 10^{-6} \text{秒}^{-1}$ 。(13.43)式计算得到的不同加热强度下, 增长率 σ 和扰动半径 a 的关系, 如图 13.1 所示。可以看到, 对于合理的加热强度 ($\mu = 0.8$), σ 的极大值约对应 2.5 天左右的 e 倍增时间, 且相应的涡旋半径 a 约为 150—200 公里。这些结果同实际大气中热带低压发展为台风的情况基本相符。

§ 4 切变基本气流中的 CISK

在上节关于 CISK 机制的讨论中, 没有考虑基本气流的作用。在实际大气中, 基本气流一般总是存在的, 而且台风在其发生发展过程中又往往同环境流场, 特别是切变基本气流的影响有关。例如, 在关于台风发生发展的一系列天气和气候学的研究中都指出, 纬向风垂直切变的极小值区同扰动和风暴发展区有极好相关, 而大的垂直切变风场会使扰动和风暴的发展受阻。从而人们一直把“弱的对流层风垂直切变”作为扰动和风暴发展的一个必要条件, 即所谓“对流层通风”条件。

1. 垂直切变基本气流的影响

为了简单并便于引入切变基本气流, 可以用平面对称坐标代替轴对称坐标。在基本气流只随高度线性变化的假定下, 线性化扰动控制方程可写成

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \omega \frac{d\bar{u}}{dp} = fv \quad (13.44)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = -fu \quad (13.45)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{RT}{p} \quad (13.46)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (13.47)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} - \frac{ps}{R} \omega = \frac{Q}{c_p} \quad (13.48)$$

其基本场量满足关系式

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} = -f \bar{u} \\ \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial p} = -\frac{R \bar{T}}{p} \end{cases} \quad (13.49)$$

上述方程中 u , v 和 ω 分别为 x , y 和 p 方向的速度分量;
 ϕ 和 T 分别是位势和温度; $s = -\frac{R}{p} \left(\frac{\partial T}{\partial p} - \frac{R \bar{T}}{p c_p} \right)$, 是 p 坐标下的静力稳定度参数。

在两层模式下, 可以有

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t \partial y} + \frac{d \bar{u}}{dp} \frac{\partial \omega_1}{\partial y} + f \frac{\omega_2}{\Delta p} = 0 \quad (13.50)$$

$$\frac{\partial^2 u_3}{\partial t \partial y} + \frac{d \bar{u}}{dp} \frac{\partial \omega_3}{\partial y} + f \frac{\omega_4 - \omega_2}{\Delta p} = 0 \quad (13.51)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{u_3 - u_1}{\Delta p} \right) - \frac{\omega_3 - \omega_1}{\Delta p} \frac{d \bar{u}}{dp} - \frac{s_2}{f} \frac{\partial \omega_2}{\partial y} = \frac{R}{f p_2 c_p} \frac{\partial}{\partial y} Q_2 \quad (13.52)$$

用 (13.32) 式所示的对流加热, 取近似关系 $\omega_2 = \omega_1 - \omega_3$,
在模式下边界考虑埃克曼抽吸作用。最后, 不难求得不稳定
增长率的表达式为

$$\sigma = K \frac{(3 \mu h_2 - 2) l^2 - \lambda^2 - 2 l^2 e_*^2 / [(1 - \mu h_2) l^2 + \lambda^2]}{2 [(1 - \mu h_2) l^2 + \lambda^2] + 2 l^2 e_*^2 / [(1 - \mu h_2) l^2 + \lambda^2]} \quad (13.53)$$

其中

$$h_2 = \frac{R L}{2 s_2 p_2 c_p \Delta p} (\bar{q}_{s3} - \bar{q}_{s1})$$

$$\lambda^2 = \frac{2 \int^2}{s_2 (\Delta p)^2}$$

$$\varepsilon_* = \frac{2 f}{\Delta p s_2} \frac{d\bar{u}}{dp}$$

上式中 K 是边界层摩擦系数； l 是 y 方向波数。

(13.53) 式很清楚地表明了垂直切变基本气流对 CISK 的影响。如果没有垂直切变基本气流, 即 $\varepsilon_* = 0$, 则得到一般 CISK 模型的类似结果。如果有垂直切变基本气流, 即 $\varepsilon_* \neq 0$, 显然其不稳定增长率将比无切变基本气流时小。也就是垂直切变基本气流的存在对 CISK 有抑制作用, 不利于热带低压的发展。上述从动力学角度对台风发生发展中的“对流层通风”条件给出了定性的理论解释。

2. 对流层低层气旋性切变基本气流的影响

我们知道, 在西太平洋地区, 赤道西风或西南季风的加强往往有利于台风的形成和发展。春季, 特别是秋季, 南海台风的发生发展有时又与北方冷空气入侵有关。强冷空气的注入对于台风的启动有“釜底抽薪”的作用, 不利于台风的形成。但如果冷空气强度适中, 则可促成台风发生发展, 因为这类冷空气到达南海后, 已基本变性, 在热力上已没有什么影响, 只是在近地面由气压梯度造成偏东气流的加强。低压扰动南侧偏西气流或北侧偏东气流的加强, 实际上可视为对流层低层气旋性切变基本气流的影响。一般, 上述这种扰动南侧偏西风或北侧偏东风的加强都主要在对流层低层, 其极大值常出

现在 1—1.5 公里附近。因此可以用埃克曼层顶的切变基本气流来代表它们的影响。

由于在摩擦层顶有气旋性切变基本气流，没有基本气流垂直切变 $\left(\frac{d\bar{u}}{dp}=0\right)$ 的(13.44)式写在两层模式的第 4 层上可以有

$$\frac{\partial u_4}{\partial t} + v_4 \frac{\partial \bar{u}_4}{\partial y} = f v_4 \quad (13.54)$$

再根据埃克曼抽吸原理，可以得到一个新的摩擦系数 K_* ，它同无气旋性切变基本气流时的摩擦系数 K 有如下关系

$$K_* = \left(1 - \frac{\partial \bar{u}_4}{\partial y} / f\right) K \quad (13.55)$$

用前面的类似办法对去掉含基本场量的 (13.44) — (13.48) 式进行求解，最后可以得到不稳定发展的增长率为

$$\sigma = \frac{(3\mu h_2 - 2)l^2 - \lambda^2}{2[(1 - \mu h_2)l^2 + \lambda^2]} K_* \quad (13.56)$$

当 $\frac{\partial \bar{u}_4}{\partial y} = 0$ 时，有 $K_* = K$ ，(13.56) 式退化为没有切变基本气流的情况。当对流层低层有气旋性切变基本气流时， $\frac{\partial \bar{u}_4}{\partial y} < 0$ ，则 $K_* > K$ ，这时不稳定增长率将大于没有切变基本气流的情况。图 13.2 是在不同加热情况下，由 (13.56) 式所得到的计算结果。实线是没有切变基本气流的情况；虚线表示 $\frac{\partial \bar{u}_4}{\partial y} = -0.109 \times 10^{-4} \text{ 秒}^{-1}$ 的情况，相当于在 10 个纬度内有 12 米秒^{-1} 的气旋性切变基本气流。很显然，对流层低层的气旋性切变基本气流可以强化 CISK，有利于台风的发生发展。这也说明，基于 CISK 理论，可以对赤道西风和西南季

风的加强或者适中强度的冷空气活动有利于台风发生发展的天气事实,给予动力学解释。数值试验的结果也表明,对流层低层的气旋性切变基本气流有利于热带风暴的形成,同上述理论结果完全一致。

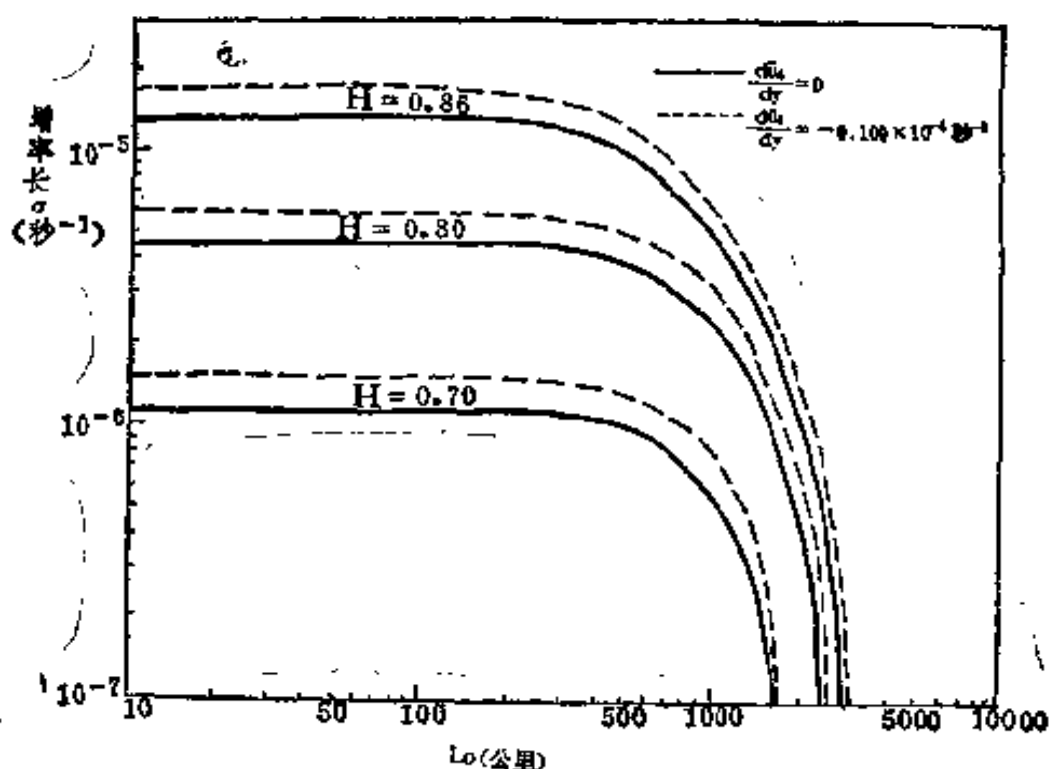


图 13.2 对流层低层气旋性切变基本气流对 CISK 的影响

3. 对流层上层切变基本气流的影响

如果在对流层上层引入切变基本气流,即在两层模式中有 $\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial y}$ 存在,为简单而作一定假定后,可以得到增长率表达式为

$$\sigma = \frac{(3\mu h_2 - 2)l^2 - \lambda^2 \left(1 - \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial y} / f\right)}{2[(1 - \mu h_2)l^2 + \lambda^2 \left(1 - \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial y} / 2f\right)]} K \quad (13.57)$$

由上式可以看到,如果对流层上层没有切变基本气流,即 $\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial y}=0$,则退化为通常的结果。若对流层上层有反气旋性切变基本气流,即 $\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial y}>0$,不稳定发展的增长率将增大;若对流层上层有气旋性切变基本气流,即 $\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial y}<0$,则将使增长率减小。天气分析曾发现,对流层上层的反气旋性切变气流有利于台风发展,而气旋性切变气流会使台风削弱。显然,上述理论结果同天气分析结果是一致的。

§ 5 热带辐合带

热带辐合带(ITCZ)是热带大气运动的重要系统之一,在日常天气图上,它表现为对流层中低层的一气流汇合带,在卫星云图上它表现为由多个对流云团和涡旋排列组成的一条云带。辐合带本身就是造成热带降水的主要天气系统之一,而台风等强烈灾害性天气系统的发生发展又常与 ITCZ 的活动关系密切。因此,有关 ITCZ 的研究一直为气象工作者所重视。关于 ITCZ 的形成和维持机制,从动力学观点需要回答两个问题,其一是为何 ITCZ 的平均位置在纬度 10 度附近;其二是从动力学理论上确定出同实际相符的 ITCZ 平均半宽度。

关于 ITCZ 的平均纬度位置,从边界层动力学角度所进行的讨论已得到了比较一致的认识。图 13.3 是郭晓岚给出的结果。可以看到,同平均风系相对应的边界层抽吸的最大垂直速度(w_{ms})的极值出现在纬度 8° 附近;地面和条件不稳定层顶之间的湿球位温差($\Delta\theta_w$)的极值出现在纬度 7° 附近。上述两者的综合结果是在纬度 8° 附近有 $w_{ms}, \Delta\theta_w$ 的极大值,

即在 8° 附近区域最有利于对流活动。而郭晓岚的分析还表明, 反映积云对流凝结加热的所谓 CISK 参数 B 在纬度 15° 附近达其最大值。这样, 热带边界层特征使对流活动在纬度 8° 附近最有利, 而凝结加热的 CISK 参数 B 在纬度 15° 附近有极大值, 两种机制的综合影响可使纬度 10° 附近最有利于 ITCZ 的活动。

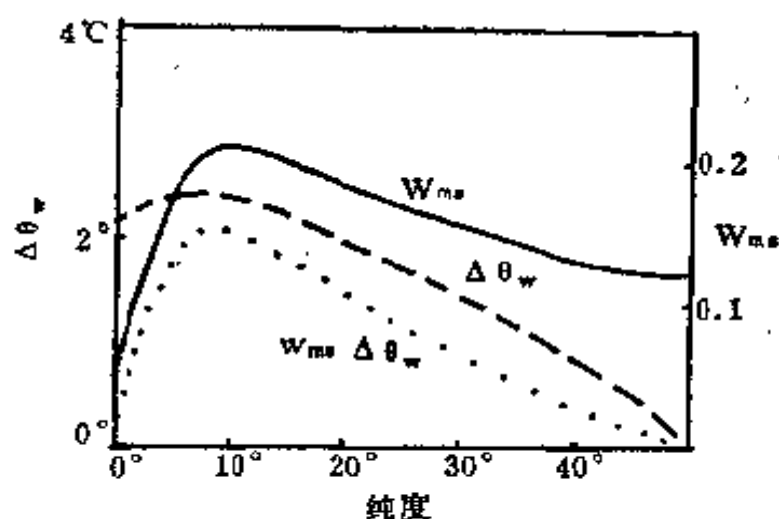


图 13.3 在有正涡度缓慢变化纬向气流的稳层结大气中, 边界层最大抽吸速度 w_{ms} 、湿球位温差 $\Delta\theta_w$ 以及乘积 $w_{ms}\Delta\theta_w$ 的纬度分布

前面已经指出, ITCZ 是由一些热带云团和低压系统排列而成的, ITCZ 的宽度实际上就是云团及热带低压的直径。而辐合带中的云团和低压涡旋的形成和维持又必然同 CISK 机制有关。下面将依据 CISK 概念对 ITCZ 的宽度进行讨论。

取平面对称坐标系, 在不考虑基本气流情况下, 扰动的线性化方程可写成

$$\frac{\partial u}{\partial t} = fv \quad (13.58)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f u \quad (13.59)$$

$$g \frac{\rho}{\bar{\rho}} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (13.60)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho} v)}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{\rho} w)}{\partial z} = 0 \quad (13.61)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = \frac{\bar{\theta}}{\bar{T}} \frac{Q}{c_p} \quad (13.62)$$

这里 u, v 和 w 分别是 x, y 和 z 方向的速度分量; θ 是位温; Q 是单位质量空气的加热率。式中带一横的量为大气基本状态量, 它们只是 z 的函数。

考虑埃克曼抽吸作用, 对凝结加热进行参数化, 在两层模式下经过一系列推演, 可以得到 ITCZ 半宽度 (y_c) 的表达式为

$$y_c = \lambda_+ \tan^{-1} \left(\frac{\lambda_+}{\lambda_-} \right) \quad (13.63)$$

其中 λ_+ 和 λ_- 都是同热带大气状态参数和对流凝结加热有关的参量。将热带大气的基本参数代入 (13.63) 式, 取通常的对流凝结加热率, 计算可得 $y_c \approx 300$ 公里。这种理论结果同实际大气中 ITCZ 的平均半宽度大体相符。

§ 6 西南季风

季风本来是一个气候学的概念。随着观测资料的增多, 有关季风的活动及其天气现象已有较多研究。近些年来, 有关季风的动力学研究也已开始进行, 动力理论和数值模拟都取得了一定的成果。南亚季风, 特别是夏季季风是全球最为典

型的, 1978—1979 年对此专门进行了观测试验 (MONEX), 许多研究尚在进行, 这里仅就近几年的有关研究简要介绍如下:

1. 过赤道气流

一提到西南季风, 人们往往都会联想到过赤道气流, 因为过赤道偏南气流在科氏力作用下可以在北半球产生西南气流。最为人们熟悉和注意的是阿拉伯海西部的索马里急流, 一般位于 1—2 公里高度, 强度可达 $25—50 \text{ 米} \cdot \text{秒}^{-1}$ 。它最先由芬勒特 (Findlater) 通过分析气球、雷达和飞机观测资料所确定。理论分析和数值模式计算都认为索马里急流起源于南半球高斯克林高压, 经过赤道气流维持位涡守恒所产生, 而东非高地的地形作用对急流的形成也是重要的因素。近来的研究还发现, 在南亚地区除了索马里急流这支最强的过赤道气流外, 在 105° E 等地区也有明显的过赤道气流。

关于过赤道气流, 我们要特别指出一点, 过赤道气流的产生除了南半球冷空气活动以及有利的地形影响外, 夏季亚洲大陆地面为一强大的热低压的大型环流演变也有重要的作用。夏季亚洲大陆地面为较强的低压控制, 而南半球洋面为强的地面冷高压, 因此, 明显的经向气压梯度为过赤道气流提供了极好的背景, 这正是南亚地区过赤道气流以至西南季风较其他地区更为显著的重要原因之一。

2. 西南季风的形成

过赤道气流是西南季风形成的重要因素, 这一点是人们都同意的。但是, 我们还要强调指出, 仅仅靠过赤道气流并不能形成南亚的西南季风。理论和模拟试验都表明, 如果仅有

过赤道气流,在刚过赤道一段地区虽可以形成西南气流,但最后气流必将回转至赤道,形成在赤道附近的螺旋型气流。模拟实验清楚地表明,只有当西藏-伊朗高原有加热的时候,索马里以东的过赤道气流才能形成夏季南亚地区的典型西南季风。同时,季风低压的活动,特别是季风低压造成的对流凝结加热对西南季风的维持和活动也有重要影响。

总之,南亚西南季风的形成是几种物理过程综合作用的结果。过赤道气流、夏季西藏-伊朗高原的热力影响以及阿拉伯海和印度地区季风低压的活动是形成和维持南亚夏季风的基本因素,也是南亚夏季季风较别的地区更为显著的基本原因。并且上述诸因素又是彼此相联系的,不应把它们分割开而过份强调其中某一因素的作用。

3. 中层气旋的生成机制

中层气旋(Mid-Tropospheric cyclones)是南亚夏季风期间常见的系统,它的活动不仅直接同西南季风相联系,而且它会带来严重的天气,因此一直为人们所重视。关于中层气旋的生成理论近几年也有一些研究,卡尔(Carr)曾指出,凝结潜热的释放对于 MTC 的形成起着重要的作用,有些类似 CISK 机制。最近,麦文建(Mak)等根据 1979 年 MONEX 资料进行了理论计算,结果表明,在涡旋形成的初期阶段正压不稳定起着主要的作用。即涡旋的形成同西南季风的直接有关。但同时,对 MONEX 的飞机观测资料的分析又表明,4—8 公里及 30 公里左右尺度的对流系统对于动量和热量等的垂直输送有重要作用,即积云对流活动对 MTC 的发展是极为重要的。因此,可以初步认为,MTC 的形成最初是一种正压过程,而其发展和维持却主要为对流凝结加热所驱动。

参 考 文 献

- [1] Charney, J. G., A note on larger scale motion in the tropics, *J. Atmos. Sci.*, 20, 607—609(1963).
- [2] Holton, J. R., An Introduction of Dynamic Meteorology, New York, Academic Press (1972).
- [3] 李崇银, 热带大气运动的尺度, 科学探索, (3), (1982)。
- [4] Holton, J. R., Waves in the equatorial stratosphere generated by tropospheric heat sources, *J. Atmos. Sci.*, 29, 368—375(1972).
- [5] 郭晓岚, (Kuo, H. L.), On formation and intensification of the tropical cyclones through latent heat release by cumulus convection, *J. Atmos. Sci.*, 22, 40—63(1965).
- [6] 郭晓岚, Further studies of the parameterization of the influence of cumulus convection of large-scale flow, *J. Atmos. Sci.*, 31, 1232—1240(1974).
- [7] Arakawa, A. (荒川), and W.H. Schubert, Interaction of a cumulus cloud ensemble with the large-scale environment, Part I, *J. Atmos. Sci.*, 31, 674—701(1974).
- [8] Charney, J. G., and A. Eliassen, On the growth of the hurricane depression, *J. Atmos. Sci.*, 21, 68—75(1964).
- [9] 李崇银, 垂直风切变中的 CISK, 大气科学, (7), 427—431(1983)。
- [10] 李崇银, 环境流场对台风发生发展影响的研究, 气象学报, (41), 275—284(1983)。
- [11] Kurihara, Y., and R. E. Tuleya, Influence of environmental conditions on the genesis of a tropical storm, Intense Atmospheric Vortices, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York (1982).
- [12] 郭晓岚, Nonlinear theory of the formation and structure of the Intertropical Convergence Zone, *J. Atmos. Sci.*, 30, 969—983 (1973)。
- [13] Charney, J. G., Tropical cyclogenesis and the formation of the intertropical convergence zone, Mathematical Probleme in the Geophysical Sciences, (1971).
- [14] 陈瑞荣, 夏季南半球过赤道气流对亚洲大气环流影响的实验研究, 科学通报, 28, 第2期(1983)。
- [15] Carr, F.H., Mid-tropospheric cyclones of summer Monsoon, Monsoon Dynamics, 1383—1412(1978).
- [16] 麦文建(Mak, M.), and C-Y. J. Kao, An instability study of the onset-vortex of the South-West Monsoon, 1979, *Tellus*, 34, 358—368(1982),

第十四章 大气环流

动力学问题

大气环流一般是指大规模的大气运行现象，它的内容甚为广泛，关于它的定义和所讨论的问题也因人而异。

从全球尺度来看，环绕地球上的大气经常维持着沿纬圈的东西风带及与之相联系的平均经圈环流；在地球球面的固定地理区域，有一些永久的或半永久的系统中心形成；在几周的时间过程中，半球范围的大气变化经常出现准周期性的指数循环，发生阻塞形势的建立和崩溃；上述三个现象是大气环流中重要的基本问题。

这三个问题都不是局部地区、个别天气系统的变化问题，它涉及地球大气运动的整体现象。利用动力气象学模式来解释这些问题是动力气象领域的一个艰巨课题。本章将介绍这三个重要的大气环流动力学问题的概要及数值模拟情况。

§ 1 东西风带和经圈环流的维持

根据全球大气的观测资料，如果沿着纬圈将风的观测值作算术平均，那么就会发现在地球上有着如图 14.1 的平均带状环流，并且在平均子午面上还有平均经圈环流和东西风带并存。在地球上为什么长期存在着这样的风带和经圈环流，这是大气环流的一个基本问题；如何从动力学去解释它，这是我们的第一个问题。

对任何变量可以分解为沿纬圈的平均值及其偏差。如风

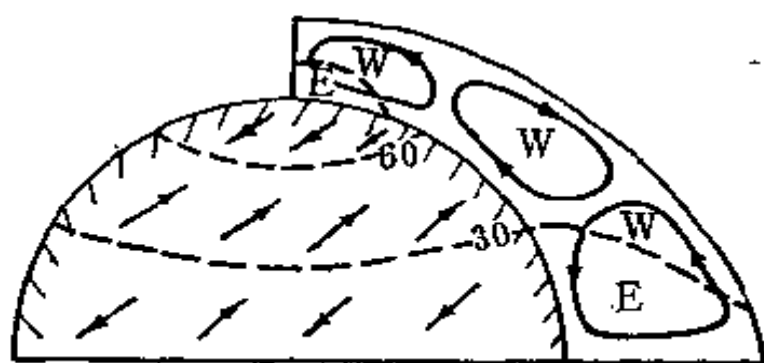


图 14.1 地球大气的风带和经圈环流
W 表示西风，E 表示东风

速 $u = \bar{u} + u'$, \bar{u} 是沿一个纬圈上的平均值, u' 是扰动值。现在我们把 P 坐标系中的动量方程、热成风关系, 连续方程和热力学方程沿纬圈平均, 并加以适当的改写, 最后可以得到下列变形的准地转平均基本气流方程

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - f \bar{v}^* = \nabla \cdot \mathbf{E} + \bar{F} \quad (14.1)$$

$$f \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} = R \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} \quad (14.2)$$

$$\frac{\partial \bar{v}^*}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\omega}^*}{\partial p} = 0 \quad (14.3)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{\theta}_p \bar{\omega}^* = \bar{Q} \quad (14.4)$$

其中 \mathbf{E} 代表一个向量, 这个向量在 y 方向和 P 方向的两个分量分别为

$$E_y = -\overline{u'v'} \quad E_p = f \overline{v'\theta'} / \bar{\theta}_p \quad (14.5)$$

因此

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial y} \overline{u'v'} + \frac{\partial}{\partial p} f \overline{v'\theta'} / \bar{\theta}_p \quad (14.6)$$

其中 $\bar{\theta}_p$ 表示静力稳定度, \mathbf{E} 就是气象学家伊莱亚森 Elias-

sen 和帕尔门 Palm^[1] 在 1961 年首先提出的 $E-P$ 通量, 它包含了角动量的涡旋输送和热量的涡旋输送的通量。

\bar{v}^* 和 $\bar{\omega}^*$ 代表 $y-P$ 面上气流的两个分量, 即

$$\bar{v}^* = \bar{v} - \frac{\partial}{\partial p} \overline{v'\theta' / \bar{\theta}}, \quad (14.7)$$

$$\bar{\omega}^* = \bar{\omega} + \frac{\partial}{\partial y} \overline{v'\theta' / \bar{\theta}}, \quad (14.8)$$

它和一般的平均经圈环流 $(\bar{v}, \bar{\omega})$ 不同, 称为“剩余经圈环流”。

由于上二式的关系, 可以引进一个流函数 $\bar{\psi}^*$ 表示剩余经圈环流。然后将 (14.1) 作 $-f \frac{\partial}{\partial p}$, 将 (14.4) 作 $R \frac{\partial}{\partial y}$, 再相加, 可得

$$\begin{aligned} f^2 \frac{\partial^2 \bar{\psi}^*}{\partial p^2} + R \bar{\theta} \frac{\partial^2 \bar{\psi}^*}{\partial y^2} = & -f \frac{\partial}{\partial p} \nabla \cdot \mathbf{E} \\ & - f \frac{\partial \bar{F}}{\partial p} + R \frac{\partial Q}{\partial y} \end{aligned} \quad (14.9)$$

上式就是描写经圈环流的方程。从 (14.9) 式可以看到平均经圈环流决定于右端 3 个强迫函数: ① $E-P$ 通量辐散随高度的变化, ② 摩擦作用随高度的变化, ③ 非绝热加热随纬度的变化。当这三个强迫函数的分布从观测值算出时, 可以由 (14.9) 解出流函数 $\bar{\psi}^*$, 得到与图 14.1 相近似的三圈子午环流。

(14.1) 式是描写平均纬圈环流变化的方程, 它可以表示大型涡旋对平均纬圈环流变化所起的作用。当涡旋是波动型时, \mathbf{E} 可以表示“波作用”从一个纬度和高度向另一个纬度和高度传播率的大小, 而 $\nabla \cdot \mathbf{E}$ 就是表示大型涡旋对平均纬向环流变化发生的综合作用, 当 $\nabla \cdot \mathbf{E} > 0$ 时, 纬圈西风加强, 当 $\nabla \cdot \mathbf{E} < 0$ 时, 纬圈西风减弱。

由(14.1)式还可看到纬圈风带的变化还和经圈环流 \bar{v}^* 有关,而后者又决定于 $E-P$ 通量,摩擦和非绝热的不均匀分布。因此可以说东西风带和经圈环流都是大型涡旋对动量和热量的输送、摩擦和加热的共同作用下,同时维持的内在统一的现象。

§ 2 平均槽脊的形成

全球平均大气环流的水平分布并不是均匀的风带,而是在风带上叠加着大型的平均槽脊。它们出现在固定的地理区域上。例如1月份500毫巴平均图上,沿着中纬度带上有三个平均槽脊,最强的东亚大槽出现在亚洲东海岸,第二个强槽位于北美洲落基山东侧,第三个浅槽则出现在欧洲。在长时期平均的大气环流水平分布上,在纬圈方向上有如此不均匀的分布,正是由于在地球表面上有大尺度的高原地形和海洋、陆地等纬向不对称的分布的缘故。它们使环绕全球的风带发生了动力学扰动,结果在那些与地形和海陆相关联的一定地理区域上,形成了定常的平均槽脊。

为简单起见,先以地形对正压大气西风带的动力影响为例,说明这一情况。这时大气运动的控制方程可用涡度方程

$$\frac{d}{dt}(f+\xi) = f \frac{\partial \omega}{\partial p}$$

表示。假定运动是在纬圈方向上均匀的西风(U)上叠加着小扰动,由于我们讨论的是大气的长时期平均运动,因此 $\partial \xi / \partial t = 0$,这时上式变为

$$U \frac{\partial \xi}{\partial x} + \beta v = f \frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (14.10)$$

假定大气上下的边界条件是,在大气顶 $p=0$, $\omega_0=0$; 在地面上, 大气不能穿过地面而只能沿着地表面运动, 即 $p=p_s$, $\omega_s=U_s\frac{\partial h}{\partial x}$ 。其中 h 为地形高度, U_s 为地表面的均匀西风。

将(14.10)式对整个大气柱从地面到大气顶作垂直积分,这时(14.10)式左端的气流大约相当 500 毫巴上的流场,而右端因上述边界条件包括了地形的作用,如果再假定地面均匀西风 and 500 毫巴西风是线性比例关系,即 $U_s=\alpha U$,则得

$$U\frac{\partial \xi}{\partial x} + \beta v = -\frac{\alpha f U}{H_0} \frac{\partial h}{\partial x}$$

其中 $H_0=RT_s/g$, 相当均质大气高度。如果再假定运动是准地转的,则得

$$U\frac{\partial}{\partial x}\Delta\Phi + \beta\frac{\partial\Phi}{\partial x} = -\frac{\alpha f^2 U}{H_0} \frac{\partial h}{\partial x}$$

这里的 Φ 为 500 毫巴位势高度的扰动。为了问题的简化,现在只考虑一种最简单的波状地形,即 $h=\tilde{h}\cos kx\cos my$, 最后得到 500 毫巴位势高度的扰动分布

$$\Phi = \frac{\alpha f^2}{H_0} \frac{\tilde{h}}{(k^2 + m^2) - \frac{\beta}{U}} \cos kx \cos my \quad (14.11)$$

在上式中, m 表示经向波数,可设为一定的参变量; k 表示纬向波数,是一维问题中有意义的量。因为对于超长波, $k^2 + m^2 - \beta/U < 0$, 即在地形山顶上空流场扰动为低压槽; 对于长波, $k^2 + m^2 - \beta/U > 0$, 即在地形山顶的上空出现高压脊。

这在动力学上讲,地形作用在迎(背)风坡,空气柱缩短(伸长),因此产生辐散(辐合)作用;在定常情况下,和这种辐散(辐合)相平衡的是(14.10)式左端两项。对长波,第一项涡

度平流较为重要,要求涡度沿着西风的分布是从气旋性(反气旋性)涡度变为反气旋性(气旋性)涡度,因此高压脊与山脊相合,扰动与地形是同位相的。但对于超长波,则第二项 β 作用更为重要,要求迎(背)风坡的气流是向南(北)的,因此低压槽与地形脊相合,扰动和地形是反位相的。

然而实际情况远比上述讨论复杂得多,例如图 14.2 所表示的地形廓线不是一个余弦波,而是许多简谐波的合成,即

$$h = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx) \cos my,$$

而大气扰动也应是许多谐波的合成,即

$$\Phi = -\frac{c_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha f^2}{H_0} \left(\frac{a_k}{k^2 + m^2 - \frac{\beta}{U}} \cos kx + \frac{b_k}{k^2 + m^2 - \frac{\beta}{U}} \sin kx \right) \cos my$$

另一方面地表面还对太气产生摩擦作用。如果加上摩擦,按照上式所计算的扰动在整个纬圈上的分布是和实况相近的^[2](图 14.2)。上述理论只是大地形对正压大气的动力影响,但可部分地解释北半球西风带大气环流平均槽脊的分布。实际上除了地形的动力作用外,海陆分布在地球表面形成了热源和热汇,它们也对大气运动发生动力作用,这时必须考虑大气的斜压性。如果在一个斜压大气的动力学模式中,同时考虑大尺度地形和热源的作用,那么理论模型所得的扰动场分布更为符合实际的大气环流^[3]。

由(14.12)式还可看到地形动力作用的另一个重要性质:当 $U_r(k, m) = \beta / (k^2 + m)^2$ 时,出现强迫“共振”现象。即一

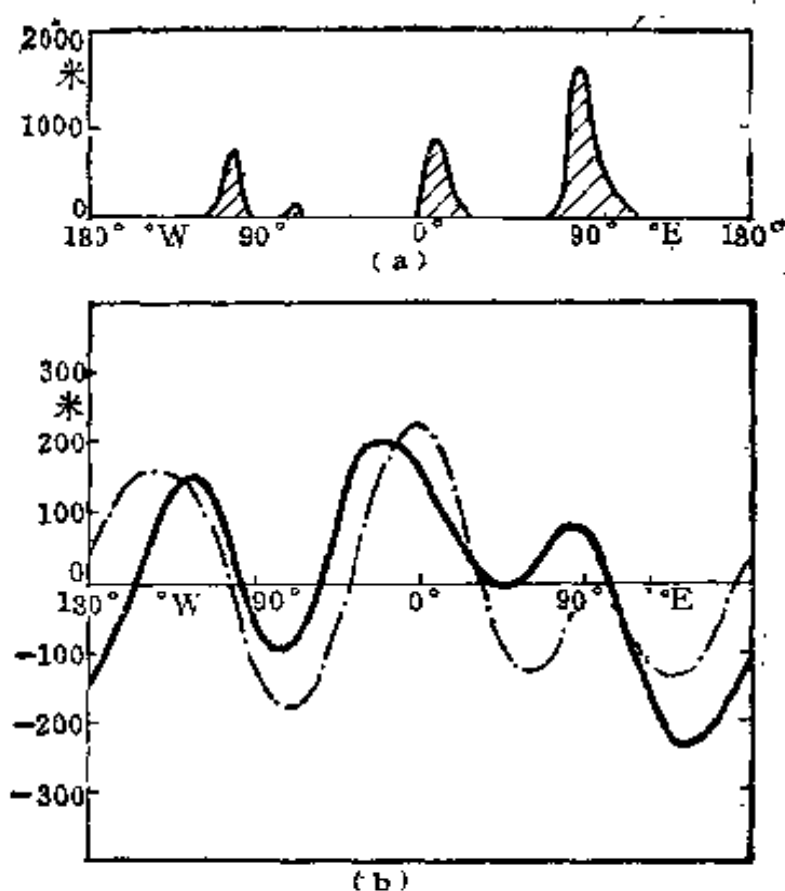


图 14.2

a 为中纬度的地形高度沿纬圈的分布, b 为中纬度的 500 毫巴高度偏差实况(实线)和理论计算(虚线)

个纬向波数 k 和经向波数 m 的罗斯贝波在纬圈风速到达 U_r 时, 将和定常性地形强迫作用发生共振。这是“选择性原则”

表 14.1 共振西风 U_r (米·秒⁻¹)

$k \backslash m$	1	2	3	4
1	155.1	77.6	42.3	25.9
2	51.7	38.8	27.4	19.4
3	24.5	21.2	17.2	13.7
4	14.1	12.9	11.4	9.7

之一，它决定了哪一个波最易于激发。如果我们按照不同波数给出共振西风的强度(表 14.1)，那么由表 14.1 可知，较短的超长波($k=3, 4$)更易于共振激发，而很长的超长波($k=1, 2$)则难以得到共振激发，这时共振西风风速要求偏高，难以达到。

§ 3 阻塞形势的建立和崩溃

大气环流的中期变化主要表现在“指数循环”上。它的基本特征是中纬度高指数的强西风纬向环流型经常发生崩溃和分支，并形成阻塞高压和切断低压，发展成低指数的经向环流型，然后又恢复到高指数的纬向环流型。这一准周期性变化大约为 2—6 周。

在这一中期变化过程中，阻塞形势是其中最富特征的环流型式，有时它的长期维持会造成地区性长期天气异常。由于阻塞波动的振幅很强，并且基本西风这时也发生很大的变化，因此像以前讲述的小扰动线性理论就不能解释阻塞现象；另外由于阻塞过程长达 2 周以上，因此对大气运动发生影响的外界扰源(如地形和海陆分布等)就不能忽略。

著名的动力气象学家 J·C 查尼^[4]在他逝世前的三年里，进行了包括外界扰源的非线性动力学研究，提出了大尺度运动的“多态平衡”理论，这个新概念对阻塞形势的动力学作了深刻的解释，并为大气环流动力学的研究开辟了新的方向。

1979 年，查尼在一个 β -平面地球上具有正弦形地形作用的正压流体中，证明了在一定的外部强迫下，大型环流可以有一个以上稳定的或振动的平衡态。

查尼所取的理论模式是在一个 β 平面上具有自由表面

的准地转正压流体,但考虑了大气的整层辐散作用。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\Delta \psi - \frac{\psi}{\lambda^2} \right) + J \left(\psi, \Delta \psi - \frac{\psi}{\lambda^2} + f_0 \frac{h}{H} + \beta y \right) = \\ - f_0 \frac{D_E}{2H} \Delta (\psi - \psi^*) \end{aligned} \quad (14.12)$$

式中除了地形作用外,还假设外部涡源 $\frac{f_0 D_E}{2H} \Delta \psi^*$ 项,同时通过埃克曼抽吸的摩擦作用,产生涡汇 $\frac{f_0 D_E}{2H} \Delta \psi$ 。 $\lambda^* = gH/f_0$ 表示整层辐散作用。将(14.12)式对 t 用 f_0^{-1} , 对 x, y 用 L , 对 ψ, ψ^* 用 $L^2 f_0$, 对 h 用 H 进行无因次化,则上式改写为

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\Delta \psi - \frac{\psi}{\lambda^2} \right) + J(\psi, \Delta \psi + h) + \tilde{\beta} \frac{\partial \psi}{\partial x} = -k_0 \Delta (\psi - \psi^*) \quad (14.13)$$

这时 $\tilde{\alpha}^2 = gH/f^2 L^2$, $\beta = \frac{L}{a} \cos \Phi_0$, $k_0 = D_E/2H$ 。

选择三个基函数 F_A, F_K 和 F_L , 表示基本带状气流和两个波;即设

$$\begin{aligned} F_A = \sqrt{2} \cos \frac{y}{L}, \quad F_K = 2 \cos \frac{nx}{L} \sin \frac{y}{L}, \\ F_L = 2 \sin \frac{nx}{L} \sin \frac{y}{L}, \text{ 令 } \psi = \psi_A F_A + \psi_K F_K + \psi_L F_L, \end{aligned}$$

并设大地形只是一个简谐波形 $h = \frac{h_0}{2H} F_K$ 。

代入(14.13),并暂设 $\psi_K^* = \psi_L^* = 0$, 则得

$$\frac{d\psi_A}{dt} = -k_0(\psi_A - \psi_A^*) + h_{01}\psi_L \quad (14.14)$$

$$\frac{d\psi_K}{dt} = -k_0\psi_A - (\alpha_{n1}\psi_A - \beta_{n1})\psi_L \quad (14.15)$$

$$\frac{d\psi_L}{dt} = -k_0\psi_L - h_{n1}\psi_A + (\alpha_{n1}\psi_A - \beta_{n1})\psi_K \quad (14.16)$$

上式中 k_0 、 α 、 h 和 β 皆为参变数, 只有 3 个独立变量 ψ_A 、 ψ_K 和 ψ_L , 方程已非常简单, 但是一个非线性方程组。

当大气运动是定常时, 上列三式的右端为 0, 由此可得关于 ψ_A 的一个 3 次代数方程

$$(\psi_A - \psi_A^*)[\alpha_{n1}\psi_A - \beta_{n1}]^2 + k_0^2] - h_{01}h_{n1}\psi_A = 0$$

因此在一组参变数(α , β , k_0 和 h)数值下, ψ_A 可以有三个根, 相应地 ψ_K 和 ψ_L 也有 3 个根。意即在一定的参数组合中, 流场有三种平衡态, 其中两个接近 $\psi_A \approx \beta_{n1}/\alpha_{n1}$, 还有一个接近 $\psi_A \approx \psi_A^*$ 。

在更简化的情况下, 假设 $k = \psi^* = 0$, 则(14.14) — (14.16) 变为

$$\frac{d\psi_A}{dt} = h_{01}\psi_L \quad (14.17)$$

$$\frac{d\psi_K}{dt} = -(\alpha_{n1}\psi_A - \beta_{n1})\psi_L \quad (14.18)$$

$$\frac{d\psi_L}{dt} = (\alpha_{n1}\psi_A - \beta_{n1})\psi_K - h_{n1}\psi_A \quad (14.19)$$

当大气运动为定常时, ψ_A 可以是任意的, $\psi_L = 0$, 而

$$\psi_K = \frac{h_{n1}\psi_A}{\alpha_{n1}\psi_A - \beta_{n1}} \quad (14.20)$$

设这时定常的平衡态值为 $\bar{\psi}_K$ 、 $\bar{\psi}_A$, 将它们看作基本流场, 再在这样的基本流场上加以小扰动, 则得(14.17) — (14.19) 的线性化方程:

$$\frac{d\psi_A'}{dt} = h_{01}\psi_L' \quad (14.21)$$

$$\frac{d\psi_K'}{dt} = -(\alpha_{n1}\psi_A - \beta_{n1})\psi_L' \quad (14.22)$$

$$\frac{d\psi_L'}{dt} = (\alpha_{n1}\bar{\Psi}_A - \beta_{n1})\psi_K' + (\alpha_{n1}\bar{\Psi}_K - h_{n1})\psi_A' \quad (14.23)$$

将(14.23)对 t 微分, 再将(14.21)和(14.22)代入, 则得

$$\frac{d^2\psi_L'}{dt^2} + \left[(\alpha_{n1}\bar{\Psi}_A - \beta_{n1})^2 - \frac{\beta_{n1}h_{01}h_{n1}}{\alpha_{n1}\bar{\Psi}_A - \beta_{n1}} \right] \psi_L' = 0$$

这是一个振动方程, 如果设 ψ_L' 是 $e^{\sigma t}$ 形式的解, 则可证明当

$$\sigma^2 = \frac{\beta_{n1}h_{01}h_{n1}}{\alpha_{n1}\bar{\Psi}_A - \beta_{n1}} - (\alpha_{n1}\bar{\Psi}_A - \beta_{n1})^2 > 0 \quad (14.24)$$

时, 扰动是不稳定的。由于这种不稳定现象发生在正压流体中, 但它并不满足过去所讲的正压大气不稳定条件, 因此它是

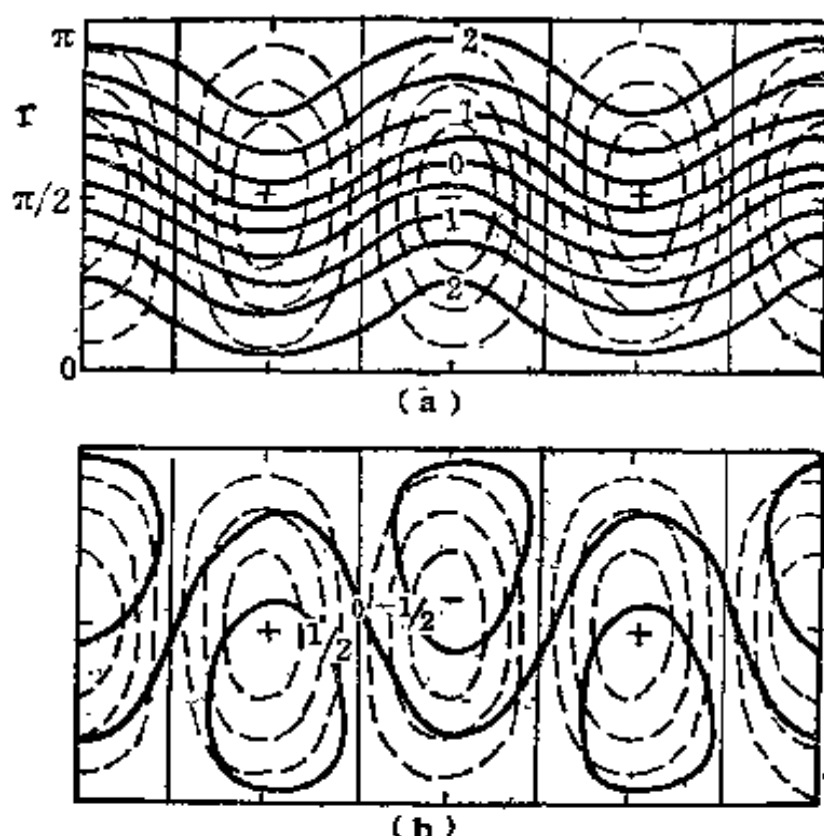


图 14.3 两种稳定的平衡态

(a) 高指数流型, (b) 低指数流型 实线为 500 毫巴流场, 虚线为地形分布, “+”表示山峰, “-”表示山谷

“地形性不稳定”。

同样我们可以对(14.14)–(14.16)或更复杂的情况作线性化,讨论所得到的平衡态是否稳定。当 ψ_K^* 和 $\psi_L^* \neq 0$,并有四个基函数波时,可以得到两种稳定的平衡态,一个象高指数的纬向环流,另一个很象阻塞形势(图14.3)。地形性不稳定可以引起从一个平衡态转换到另一个平衡态。阻塞的平衡态出现于 $\psi \approx \beta_{n1}/\alpha_{n1}$ 时,这与(14.12)相似。由(14.20)可知,这时接近共振,因此产生强大振幅的扰动。

以上是正压大气中地形的作用,在斜压大气中考虑纬向不对称的海陆热力差异,得到类似的作用。因此阻塞形势的建立,是一种流场与大地形和海陆热力等强迫作用接近于共振状态时的非线性平衡态。而不稳定的扰动发展,会导致平衡态的破坏,引起阻塞形势的崩溃。

§ 4 大气环流数值模拟

从以上的介绍可以看到,大气环流的一些基本特征可以利用简单的动力学模型来说明。但是还有很多的大气环流的基本特征,不能用简单的动力学模型说明。这是由于全球大气环流受控于复杂的物理过程,并且是高度的非线性运动。

如图14.4所示,大气从外空接受太阳辐射作用;大气的底部受旋转地球表面的海陆分布和高原地形起伏的影响;地气之间和海气之间都有复杂的相互作用。在这些复杂的物理过程作用下,大气运动包括了很多长短不同的时间尺度和大小不同的空间尺度,不同尺度的运动又具有非线性的相互制约的关系。因此简单的动力学模型不可能包括这些复杂的物理过程和高度的非线性运动。

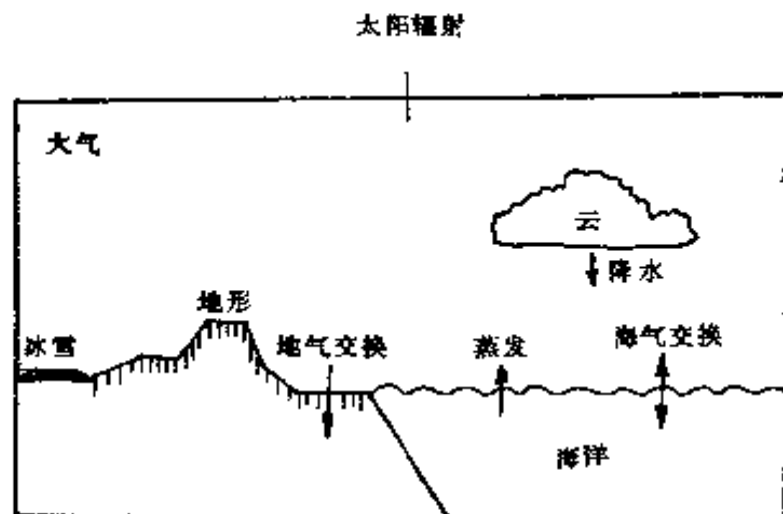


图 14.4 控制全球大气变动的物理过程

五十年代中期开始发展起来的“大气环流数值模拟”是研究大气环流动力学的另一条有效的途径。这就是建立一个大气环流数值模式,尽可能“逼真”上述复杂的物理过程,然后模拟实际的大气过程,说明大气环流的基本特征。

第一个大气环流数值模拟是由菲利普斯^[5]在1956年完成的。这个模拟根据观测事实,给定了纬向均匀的辐射加热和埃克曼层摩擦耗散,建立在 β 平面上的一个两层准地转模式。然后从静止大气出发,利用数值积分方法,在电子计算机上积分非线性的涡度方程和热力学方程。这个模式虽然非常简单,但是得到了很多大气环流的合理图象。最初发展起来的运动是一个哈得莱(Hadley)经圈环流,高空盛行西风,地面是弱东风。随着加热作用使得经向温度加强,高空西风变为斜压不稳定的基本流。这时加上微小的随机扰动,这些扰动便发展起来,正象人们观测到的长波——气旋和反气旋系统的运动一样。

菲利普斯的数值实验在动力气象学中是一个很重要的进展。随着数值预报模式的进步和计算技术的迅速发展,人们

设计了许多更复杂的大气环流数值实验模式^[6]。这种模式包括全球的大气,因此使用原始方程模式代替地转模式,借以克服后者不利于在低纬度地区使用的缺点。模式还要能够描写实际的地形和海陆分布,因此使用了所谓的 σ 坐标,即

$$\sigma = \frac{p}{p_*}$$

其中 p_* 是场面气压,这时大气下边界的地形表面与 σ 面一致,球面大气运动的控制方程组可以通过坐标变换改写成下列形式

运动方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_* u}{\partial t} = & -\nabla \cdot (p_* u V) - \frac{\partial p_* u \dot{\sigma}}{\partial \sigma} + \left(f + \frac{u \tan \varphi}{a} \right) p_* v - \\ & - \frac{p_*}{a \cos \varphi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \lambda} + RT \frac{\partial \ln p_*}{\partial \lambda} \right) + p_* F_u \end{aligned} \quad (14.25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_* v}{\partial t} = & -\nabla \cdot (p_* v V) - \frac{\partial p_* v \dot{\sigma}}{\partial \sigma} - \left(f + \frac{u \tan \varphi}{a} \right) p_* u - \\ & - \frac{p_*}{a} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} + RT \frac{\partial \ln p_*}{\partial \varphi} \right) + p_* F_v \end{aligned} \quad (14.26)$$

连续方程为

$$\frac{\partial p_*}{\partial t} = -\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial p_* u}{\partial \lambda} - \frac{\partial p_* V}{a \partial \varphi} - \frac{\partial p_* \dot{\sigma}}{\partial \sigma} \quad (14.27)$$

利用大气的上、下边界条件:当 $\sigma=0$ 和 $\sigma=1$ 时,垂直运动 $\dot{\sigma} \equiv \frac{d\sigma}{dt} = 0$, 得到倾向方程

$$\frac{\partial p_*}{\partial t} = - \int_0^1 \nabla \cdot p_* V d\sigma \quad (14.28)$$

热力学方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_* T}{\partial t} = & -\nabla \cdot p_* V T - \frac{\partial p_*' \sigma T}{\partial \sigma} + \frac{RT}{c_p \sigma} \omega + \frac{R}{c_p} \dot{H} + p_* F_T \end{aligned} \quad (14.29)$$

而 p 坐标的垂直运动 ω 和 σ 坐标的垂直运动 $\dot{\sigma}$ 有下列关系

$$\omega = \dot{\sigma} p_* + \sigma \left[\frac{\partial p_*}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial p_*}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial p_*}{\partial \varphi} \right] \quad (14.30)$$

静力关系近似为

$$\frac{\partial \phi}{\partial \sigma} = -\frac{RT}{\sigma} \quad (14.31)$$

水汽比湿 q 的变化方程为

$$\frac{\partial p_* q}{\partial t} = -\nabla \cdot p_* V q - \frac{\partial p_* \dot{\sigma} q}{\partial \sigma} + p_* (W - C) + p_* F_q \quad (14.32)$$

在上列方程组中

$$\nabla \cdot V = \frac{1}{a \cos \varphi} \left[\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v \cos \varphi)}{\partial \varphi} \right]$$

上式中 F_u 和 F_v 分别为 u 分量和 v 分量的摩擦扩散作用； F_T 和 F_q 分别为热量和水汽的扩散作用， \dot{H} 为非绝热加热作用，可以包括太阳的短波辐射、大气的长波辐射作用、地气之间和海气之间的热交换作用； W 和 C 分别为蒸发和凝结作用，后者还可以包括大尺度的降水过程和积云对流的小尺度凝结过程。因此这类模式广泛地包括了控制大气环流变化的物理过程。

上列方程组(14.25)—(14.32)，共计 8 个方程，包括 8 个变量 $u, v, \phi, T, p_*, \dot{\sigma}, \omega$ 和 q ，成为闭合方程组。由于方程组是非线性的，只有用数值方法求解，因此包括了一系列的计算方法问题。先将上述微分方程组化为差分方程组，然后在每个很短的时间步长内，计算各个大气变量的变化。由于人们希望算出很长时期的大气环流演变，因此需要设计稳定的差分计算格式，使得数值积分可以一步一步地计算下去；还需要研究格式的精度，提高数值解的可靠性，但计算量极大。

有了一个较好的计算格式后，在已知或假设的任何一种初始的大气状态下，对差分方程组进行时间的数值积分，可以得到大气环流的演变过程，将长期的过程做平均运算，可以得到大气环流的平均状态。把计算所得的大气环流演变及平均状态的结果和实际观测的大气环流演变过程以及平均状态相比较，可以检验大气环流模式对真实大气模拟的能力。

图 14.5 是一个 9 层全球大气环流模式所模拟的 1 月份平均环流。可以看到一些大气活动中心的模拟情况，如阿留申低压、冰岛低压、亚洲大陆高压以及南半球大洋上的高压都较好地模拟出来。利用这类大气环流数值模式，还可算出指数循环和模拟气旋族的生命史，热带季风的建立等中长期天气过程的演变，它们和实际观测相似。人们还可利用这类模式模拟出大气环流的年际变化，得到气候演变。



图 14.5 一个 9 层的大气环流数值模式所模拟的 1 月份平均环流

如果将实际观测的某时刻的全球资料作为初始状态，应用这类模式可以做中期数值预报，现在已经能够作出 5—10 天的逐日天气预报。人们也正在利用这类模式探讨做 1 个月以上的预报。说明这类大气环流动力学模式的实践能力。

大气环流数值模拟取得了很大的成绩和进展，它成功地模拟了大型环流的结构和演变。并且按照不同的目的，可以改变物理因子的组合以及初始场的结构，象在物理实验室作实验一样，在大气环流数值模式中进行各种“控制”性实验。因此人们也把大气环流数值模拟称为大气环流数值实验。

通过各种有目标的控制性实验，可以了解不同物理因子的作用，分析大气环流演变的动力学问题。但是这样得到的物理过程的动力学机制，一般地讲还是不够清楚的，还需要对模拟结果进行理论分析。因此我们需要把动力气象学中各种简化的动力学模式与大气环流数值模式结合起来，讨论大气环流的动力学问题。

参 考 文 献

- [1] Eliassen, A. and E. Palm, *Geofys. Publik.* 22,1—23(1961).
- [2] Charney, J. G. and A. Eliassen, *Tellus*, 1,38—54(1949).
- [3] 朱抱真, 气象学报, (28),198—224(1957)。
- [4] Charney, J. G. and J. G. DeVore, *J.A.S.*, 36,1205—1216(1979).
- [5] Phillips, N.A., *Q.J.R.M.S.*, 82,123—164(1956).
- [6] Smagorinsky, J., Manabe, S. and J.L. Holloway, *M.W.R.*, 93, 727—768(1965).

附录

1. 气象上常用物理常数

地球平均半径	$r_0 = 6371.229$ 公里
地球表面积	$S_e = 5.101 \times 10^8$ 公里 ²
地球体积	$V_e = 1.083 \times 10^{12}$ 公里 ³
地球总质量	$M_e = 5.976 \times 10^{21}$ 吨
地球平均密度	$\rho_e = 5.518$ 克·厘米 ⁻³
地球大气总质量	$M_a = 5.136 \times 10^{15}$ 吨
地球自转角速度	$\Omega = 7.292 \times 10^{-5}$ 秒 ⁻¹
地球纬圈相隔 1 度的距离	$\Delta L = 111.137$ 公里
万有引力常数	$G = 6.668 \times 10^{-8}$ 达因·厘米 ² ·克 ⁻²
标准重力加速度	$g_n = 980.665$ 厘米·秒 ⁻²
纬度 45° 处的重力加速度	$g_{45} = 980.616$ 厘米·秒 ⁻²
太阳常数	$S_0 = 1.97$ 卡·厘米 ⁻² ·分 ⁻¹
太阳表面有效温度	$T_s = 5770$ (K)
太阳平均半径	$r_s = 6.960 \times 10^5$ 公里
太阳平均密度	$\rho_s = 1.409$ 克·厘米 ⁻³
太阳质量	$M_s = 1.989 \times 10^{27}$ 吨
日地平均距离	$L_{se} = 1.496 \times 10^8$ 公里
光速	$c = 2.9979 \times 10^8$ 米·秒 ⁻¹
月球平均半径	$r_m = 1738.2$ 公里
月球平均密度	$\rho_m = 3.341$ 克·厘米 ⁻³
月球质量	$M_m = 7.350 \times 10^{19}$ 吨
大气中的声速(0°C)	$v_0 = 331$ 米·秒 ⁻¹

标准大气压	$p_s = 1013.25$ 毫巴
理想气体常数	$R = 8.317 \times 10^7$ 尔格·克分子 ⁻¹ ·度 ⁻¹
干空气的气体常数	$R_d = 2.870 \times 10^6$ 尔格·克 ⁻¹ ·度 ⁻¹ $= 6.856 \times 10^{-2}$ 卡·克 ⁻¹ ·度 ⁻¹
水汽比气体常数	$R_v = 4.615 \times 10^6$ 尔格·克 ⁻¹ ·度 ⁻¹
干空气定压比热	$c_{pd} = 0.240$ 卡·克 ⁻¹ ·度 ⁻¹
干空气定容比热	$c_{vd} = 0.171$ 卡·克 ⁻¹ ·度 ⁻¹
干空气比热之比率	$\kappa = c_{pd}/c_{vd} = 1.4$ 个
干空气的分子量	$M = 28.966$
水汽定压比热(20-40°C)	$c_{pw} = 0.445$ 卡·克 ⁻¹ ·度 ⁻¹
水汽定容比热(20-40°C)	$c_{vw} = 0.335$ 卡·克 ⁻¹ ·度 ⁻¹
干绝热温度直减率	$\gamma_d = 9.76$ 度·公里 ⁻¹
对流层平均气温直减率	$\gamma = 6.5$ 度·公里 ⁻¹
普朗克常数	$h = 6.626 \times 10^{-27}$ 尔格·秒
波尔兹曼常数	$k = 1.381 \times 10^{-16}$ 尔格·度 ⁻¹
斯蒂芬常数	$\sigma = 0.567 \times 10^{-4}$ 尔格·厘米 ⁻² ·秒 ⁻¹ ·度 ⁻⁴
阿佛加德罗数	$N = 6.023 \times 10^{23}$ 克分子 ⁻¹
热功当量	$J = 4.187 \times 10^7$ 尔格·卡 ⁻¹
功热当量	$A = 2.388 \times 10^{-8}$ 卡·尔格 ⁻¹
水汽潜热(0°C)	$L = 5.974 \times 10^2$ 卡·克 ⁻¹
水的比热(15°C)	$c_w = 4.187 \times 10^7$ 尔格·克 ⁻¹ ·度 ⁻¹
标准状况下均质大气高度	$H_0 = 7991$ 米

标准状况下干空气密度

$$\rho_d = 1.293 \times 10^{-3} \text{克} \cdot \text{厘米}^{-3}$$

干空气热传导率

$$\eta_d = 5.6 \times 10^{-6} \text{卡} \cdot \text{厘米}^{-1} \cdot \text{秒}^{-1} \cdot \text{度}^{-1}$$

圆周率

$$\pi = 3.14159265 \dots$$

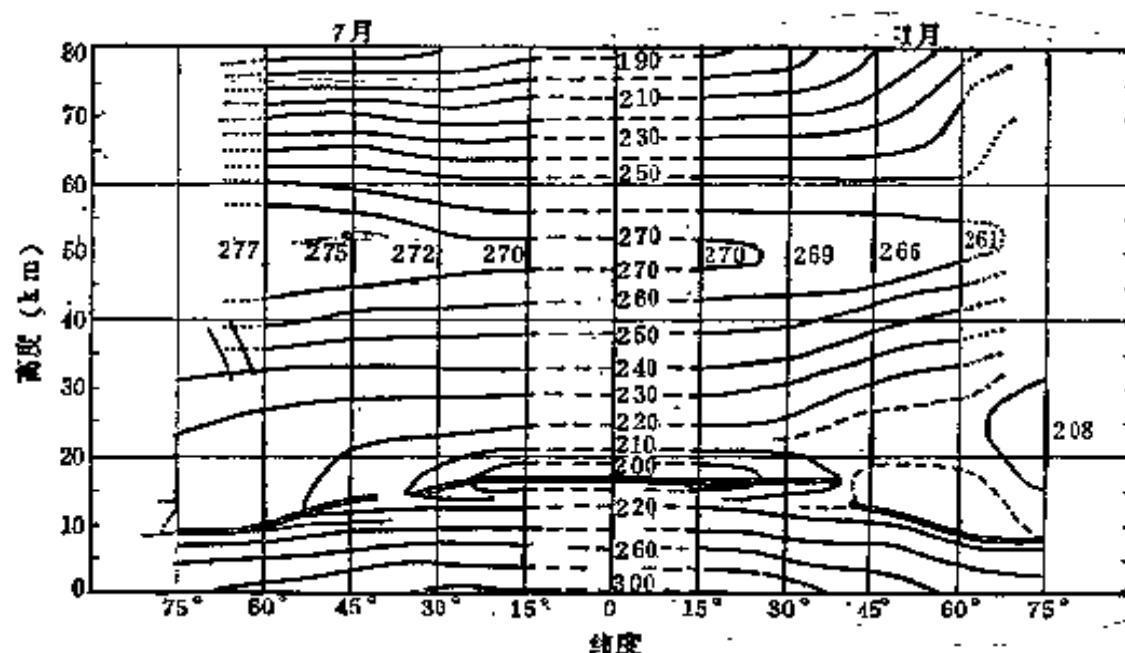
自然对数的底

$$e = 2.71828$$

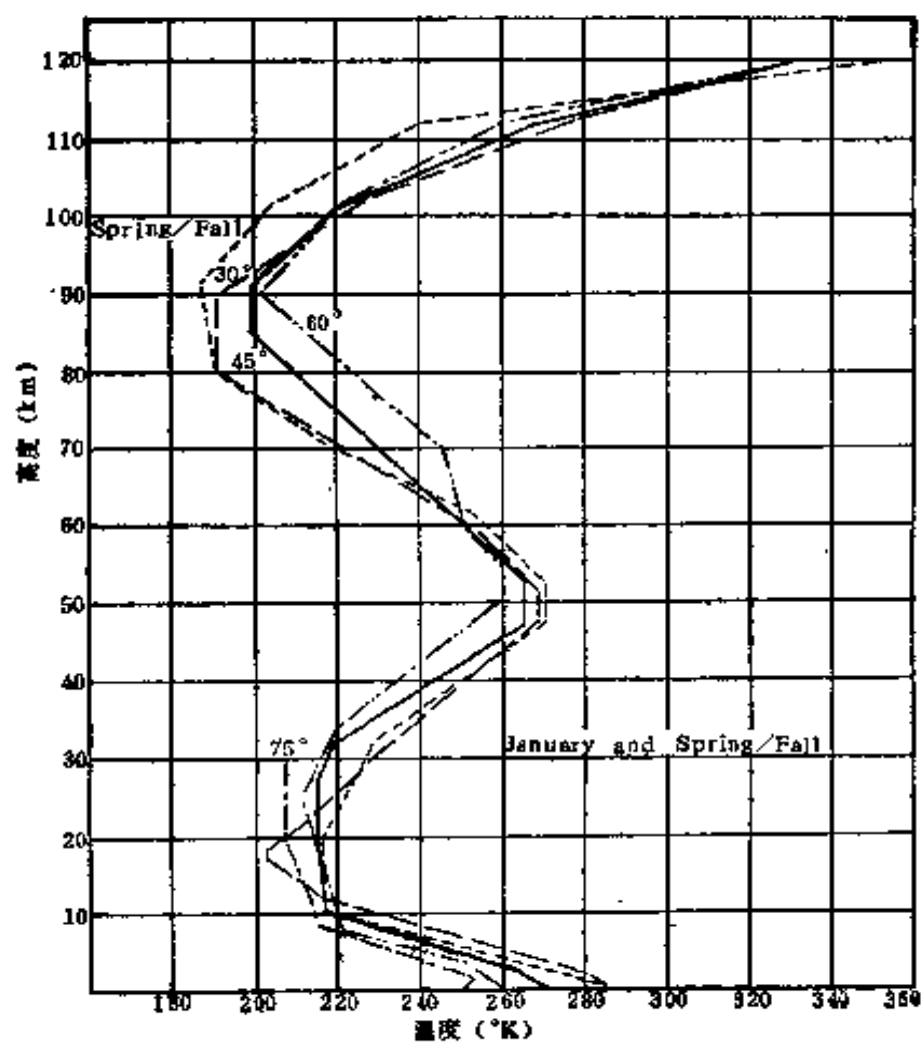
绝对零度温度

$$0(\text{K}) = -273.16^\circ\text{C}$$

2. 标准大气



1 月和 7 月大温度的高度—纬度剖面



1 月份 30°、45°、60°和 75° N 处以及中纬度春、秋季的大气温度—高度廓线

春秋季中纬度大气的温度、气压和密度随高度的变化

高度 (米)	温度 (K)	气压 (mb)	密度 (千克·米 ⁻³)
0	288.15	1013.25	1.225
500	284.90	954.6	1.167
1000	281.65	898.7	1.112
1500	278.40	845.6	1.058
2000	275.15	795.0	1.007
2500	271.91	746.9	9.670×10^{-1}
3000	268.66	701.2	9.093
3500	265.41	657.8	8.634
4000	262.17	616.6	8.193
4500	258.92	577.5	7.770
5000	255.68	540.5	7.364
5500	252.43	505.4	6.975
6000	249.19	472.2	6.601
6500	245.94	440.8	6.243
7000	242.70	411.1	5.900
7500	239.46	383.0	5.572
8000	236.22	356.5	5.258
8500	232.97	331.5	4.958
9000	229.73	308.0	4.671
9500	226.49	285.8	4.397
10000	223.25	265.0	4.135
11000	216.77	227.0	3.648
12000	216.65	194.0	3.119
13000	216.65	165.8	2.666
14000	216.65	141.7	2.279
15000	216.65	121.1	1.948
16000	216.65	103.5	1.665
18000	216.65	75.65	1.216
20000	216.65	55.29	8.891×10^{-2}
22000	218.57	40.47	6.451
24000	220.56	29.72	4.694

续表

高度 (米)	温度 (K)	气压 (mb)	密度(千克·米 ⁻³)
26000	222.54	21.88	3.426
28000	224.53	16.18	2.508
30000	226.51	11.97	1.841
32000	228.49	8.89	1.356
34000	233.74	6.63	9.887×10^{-3}
36000	239.28	4.99	7.258
38000	244.82	3.77	5.367
40000	250.35	2.87	3.995
42000	255.88	2.20	2.995
44000	261.40	1.70	2.259
46000	266.92	1.31	1.714
48000	270.65	1.02	1.317
50000	270.65	0.90	1.163

3. 气象上常用英文缩写词

ACOH	业务水文学谘询委员会(属WMO)
ACOMR	海洋气象研究谘询委员会(属WMO)
ADP	自动数据处理[系统]
AEJ	非洲东风急流
AFC	航空区域预报中心
AFGWC	美国空军全球天气中心(属USAF)
AGCM	大气环流模式
AGU	美国地球物理联合会
AMOS	自动气象观测站

AMS	美国气象学会
AMTEX	气团变性试验
APCL	美国大气物理和化学研究室
APCS	自动天气资料加工和通信控制系统
APT	自动图象传送
ARCAS	全能大气探测火箭
ARFOR	航空区域预报
ARMET	选定点的高空风和温度航空预报
ASP	大气探测火箭
ATDL	大气湍流和扩散研究室(美国)
ATEX	大西洋信风试验
ATS	先进(应用)技术卫星
AVHRR	选进的甚高分辨辐射仪
AWS	自动天气站
BARTOP	标准等压面温度、湿度和风报告
BOMAP	巴巴多斯海洋和气象试验的分析计划
BOMEX	巴巴多斯海洋和气象试验
BUV	反向散射紫外光谱仪
CAeM	航空气象学委员会(属WMO)
CAGM	农业气象学委员会(属WMO)
CAENEX	综合大气能量学试验
CAS	大气科学委员会(属WMO)
CAT	晴空湍流
CAVT	等绝对涡度轨迹
CBP	目录和出版委员会(属WMO)
CCI	气候学委员会(属WMO)
CCL	对流凝结高度

CGM	厘米-克-秒制(公制)
CIMO	仪器和观测方法委员会(属WMO)
CISK	第二类条件不稳定
CLIMAT	陆地站地面月平均报告
CLIMAT SHIP	海洋站地面月平均报告
CLIMAT TEMP	陆地站高空月平均报告
CLIMAT TEMP SHIP	海洋站高空月平均报告
CLINO	气候多年平均值
CLINP	北太平洋海区月平均报告
CLISA	南大西洋海区月平均报告
CMM	海洋气象学委员会(属WMO)
CODAR	飞机高空报告(非气象探测机)
CoSAMC	气象学和气候学专门应用委员会(属WMO)
COSPAR	空间研究委员会
CSAGI	国际地球物理年专门委员会
CSM	天气学委员会(属WMO)
CYCLO	热带气旋报告
DALR	干绝热直减率
DRGS	直接接收地面站
DRID	直接发送图象分析器
DRIR	直接发送红外辐射仪
ECMRWF	欧洲中期天气预报中心
ECZ	赤道辐合区
EGO	偏心轨道地球物理观测卫星
EPOCS	赤道太平洋气候研究
ERB	地球辐射平衡
ERBE	地球、辐射收支试验

ERTS	地球资源技术卫星
ESMR	电子扫描微波辐射仪
ESSA	(1) 环境勘测卫星 (2) (美国)环境科学服务管理局
FGGE	全球大气研究计划第一期全球试验
FIFOR	航空飞行预报
FNWC	舰队数值天气中心(美国海军)
FPR	平板辐射仪
GARP	全球大气研究计划
GATE	全球大气研究计划大西洋热带试验
GCM	大气环流模式
GDC	全球大气研究计划大西洋热带试验的资料中心
GDPS	全球资料处理系统(属WWW)
GFDL	地球物理流体动力学实验室(美国)
GISS	戈达德空间科学研究所(美国)
GMS	地球静止卫星
GMSS	地球静止气象卫星系统(日本)
GOES	地球静止业务环境卫星
GOS	全球观测系统(属WWW)
GTS	全球电传通信系统(属WWW)
HAO	高山观测台
HRIR	高分辨红外辐射仪
HRIS	高分辨红外探测仪
HURRAN	飓风路径相似法
IAMAP	国际气象学和大气物理学协会(属IUGG)
IAPSO	国际海洋物理科学协会(属IUGG)
IAS	美国大气科学研究所

ICE	冰情报告
ICPM	国际极地气象学委员会(属IUGG)
IGY	国际地球物理年
IMO	国际气象组织(“世界气象组织”前身)
INCLI	印度洋海区月平均报告
IRIS	红外干涉光谱仪
ISA	国际标准大气
ITCZ	热带辐合带
ITOS	改进型泰罗斯业务卫星
ITPR	红外温度廓线辐射仪
IUGG	国际大地测量和地球物理学联盟
JASIN	海气耦合相互作用
JAWS	联合北极天气站
JMA	日本气象厅
JNWPU	联合数值天气预报中心
JOC	联合组织委员会
JTWC	联合台风警报中心(美国空、海军)
LCL	抬升凝结高度
LFC	自由对流高度
LRF	长期预报
LRIR	临边辐射反演辐射仪
MAFOR	航海预报
MAMOS	海洋自动气象观测站
MAT	大西洋中部槽
MDC	气象资料中心
METEOSAT	气象卫星(法国)
MIT	麻省理工学院(美国)

MONEX	季风试验
MOSES	简易气象观测站
MRF	中期预报
MRIR	中分辨红外辐射仪
MRN	气象火箭网
MSE	均方差
MSL	气象卫星实验室
MSSCC	彩色自旋扫描摄云照相机
MUSE	太阳紫外线辐射监视仪
NACLI	北大西洋海区月平均报告
NASA	美国国家航空和宇航管理局
NASCAS	美国国家科学院大气科学委员会
NASCO	美国国家科学院海洋学委员会
NAVAID	导航测风
NCAPC	国家大气污染控制中心
NCAR	国家大气研究中心(美国)
NEMS	“雨云-E”卫星微波光谱仪
NEPAN	美国气象卫星云况分析报告
NESC	美国国家环境卫星中心
NESS	美国国家环境卫星局(属NOAA)
NHC	美国国家飓风中心(属NOAA)
NHRL	美国国家飓风研究室(属NOAA)
NIMBUS	“雨云”气象卫星
NIPR	国立极地研究所(日本)
NMC	国家气象中心(美国)
NOAA	美国海洋大气局
NOMSS	美国业务气象卫星系统

NORMAL	气象要素多年平均报
NSSL	美国强风暴研究室
NWP	数值天气预报
NWRC	国家天气记录中心(美国)
NWRF	美国海军天气研究中心
NWS	美国国家气象局
OBS	地面观测站
OGO	地球物理观测卫星
OSSE	观测系统模拟试验
OSV	海洋天气船
OWS	海洋天气站
PEM	原始方程模式
PFJ	极锋急流
PIBAL	气球测风
PILOT	陆地测站高空风报告
PILOT SHIP	海洋测站高空风报告
PMR	调压红外辐射仪
POGO	极地轨道地球物理观测卫星
POLEX	极地试验
POS	极地轨道卫星
PWPR	短期、中期和长期天气预报研究计划
QSS	准静止状态
RADAR	雷达天气观测报告
RAWIN	雷达测风
RECCO	美国气象侦察飞行报告
Rev.	评论
R.H.	相对湿度

RMC	区域气象中心
R.M.S	英国皇家气象学会
RMS	均方根
RMSE	均方差
RTTS	实时传送系统
RW	无线电测风站
RWS	无线电探空测风站
SALR	湿绝热直减率
SATAN	卫星跟踪天线
SCAMS	扫描微波光谱仪
SCAR	南极研究科学委员会
S.C.I.	平流层环流指数
SCMR	表面成份图象辐射仪
SCR	选择调制辐射仪
SIRS	卫星红外光谱仪
SMIC	人类影响气候的研究
SMMS	扫描多通道微波辐射仪
SMRP	卫星和中尺度气象研究计划
SMS	同步气象卫星
SOI	南方涛动指数
SPCLI	南太平洋海区月平均报告
SPM	太阳质子监视仪
SR	扫描辐射仪
SSCC	自旋扫描摄云照相机
SST	海面温度
STADAN	空间跟踪和资料接收站网
STJ	副热带急流

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网

TEB	热带试验局
TEJ	赤道东风急流
TEMP	陆地测站高空压、温、湿和风报告
TEMP SHIP	海洋测站高空压、温、湿和风报告
THIR	温湿红外辐射仪
TIROS	泰罗斯卫星(电视和红外辐射观测卫星)
TOS	泰罗斯业务卫星(即艾萨卫星)
TOVS	泰罗斯业务垂直探测器
TUTT	热带对流层上层槽
TWERLE	热带风、能量转换和参考层试验
UCLA	美国加利福尼亚大学
USC-GARP	全球大气研究计划美国委员会
USWB	美国气象局
VHRR	甚高分辨辐射仪
VIS	可见光谱
VISSR	可见和红外自旋扫描辐射仪
VTPR	温度垂直廓线辐射仪
WCRP	世界气候研究计划
WERAN	天气雷达资料处理分析器
WIND	天气情报接收网
WMC	世界气象中心
WMO	世界气象组织
WSR	天气监视雷达
WX	气象电报
WWW	世界天气监视网