

浙江大学实验报告

专业： 信息工程
姓名： 李坤林
学号： 3200101135
日期： 2022/10/23
地点： 教四-309

课程名称：数字信号处理

指导老师：潘翔

成绩：

实验名称：DFT/FFT 的应用之----确定性信号谱分析

实验类型：验证

同组学生姓名：_

一、实验目的和要求

谱分析即求信号的频谱。本实验采用 DFT/FFT 技术对周期性信号进行谱分析。通过实验，了解用 $X(k)$ 近似地表示频谱 $X(e^{j\omega})$ 带来的栅栏效应、混叠现象和频谱泄漏，了解如何正确地选择参数（抽样间隔 T 、抽样点数 N ）。

二、实验内容和步骤

2-1 选用最简单的周期信号：单频正弦信号、频率 $f=50$ 赫兹，进行谱分析。

2-2 谱分析参数可以从下表中任选一组（也可自定）。对每组参数时的序列，计算：一个正弦周期是否对应整数个抽样间隔？观察区间是否对应整数个正弦周期？

信号频率 f (赫兹)	谱分析参数	抽样间隔 T (秒)	截断长度 N (抽样个数)
50	第一组参数	0.000625	32
50	第二组参数	0.005	32
50	第三组参数	0.0046875	32
50	第四组参数	0.004	32
50	第五组参数	0.0025	16

2-3 对以上几个正弦序列，依次进行以下过程。

2-3-1 观察并记录一个正弦序列的图形（时域）、频谱（幅度谱、频谱实部、频谱虚部）形状、幅度谱的第一个峰的坐标（ U ， V ）。

2-3-2 分析抽样间隔 T 、截断长度 N （抽样个数）对谱分析结果的影响；

2-3-3 思考 $X(k)$ 与 $X(e^{j\omega})$ 的关系；

2-3-4 讨论用 $X(k)$ 近似表示 $X(e^{j\omega})$ 时的栅栏效应、混叠现象、频谱泄漏。

三、主要仪器设备

MATLAB 编程。

四、操作方法和实验步骤

（参见“二、实验内容和步骤”）

五、实验数据记录和处理

列出 MATLAB 程序清单，加注释。

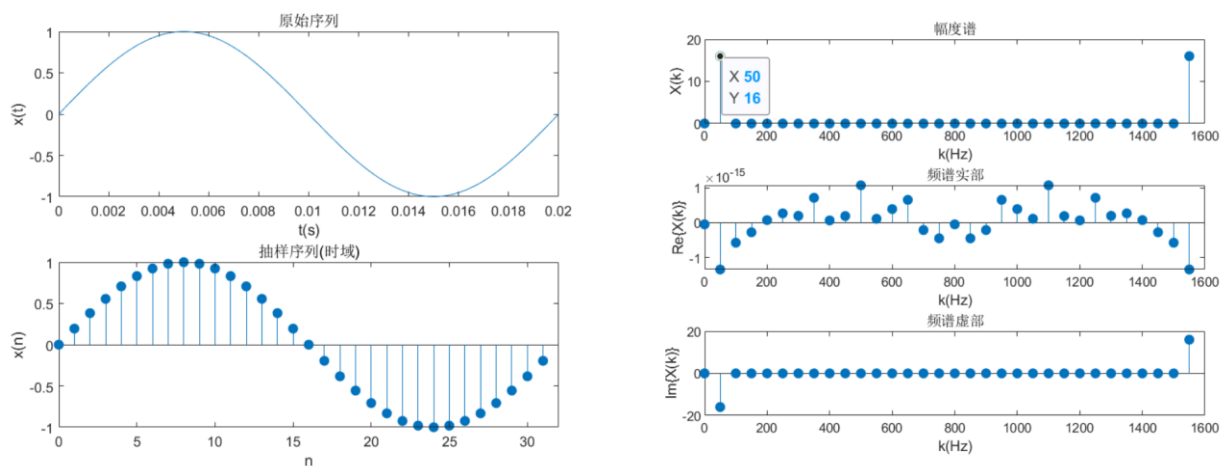
以第一组为例，程序主体基本相同。只需要更改 T、N 的值再重新编译运行即可。

```
% f = 50Hz,T = 0.000625s,N = 32
clear;clc;
%% 参数设定
f = 50; T = 0.000625; N = 32;
%% 生成序列
n = [0:N-1];
t = [0:T/100:T*N];
x_t = sin(2*pi*f*t);
x_n = sin(2*pi*f*T*n);
X_k = fft(x_n,N);
% 时域
figure(1);
subplot(2,1,1);
plot(t,x_t);
title('原始序列');xlabel('t(s)');ylabel('x(t)');
axis([0 T*N -1 1]);
subplot(2,1,2);
stem(n,x_n,'filled');
axis([0 N -1 1]);
title('抽样序列(时域)');xlabel('n');ylabel('x(n)');
figure(2);
% 幅度谱
delta_f = 1/(N*T); % 频谱分辨率
k = [0:delta_f:delta_f*(N-1)];
subplot(3,1,1);
stem(k,abs(X_k),'filled');
title('幅度谱');xlabel('k(Hz)');ylabel('X(k)');
% 频谱实部
subplot(3,1,2);
stem(k,real(X_k),'filled');
title('频谱实部');xlabel('k(Hz)');ylabel('Re\{X(k)\}');
% 频谱虚部
```

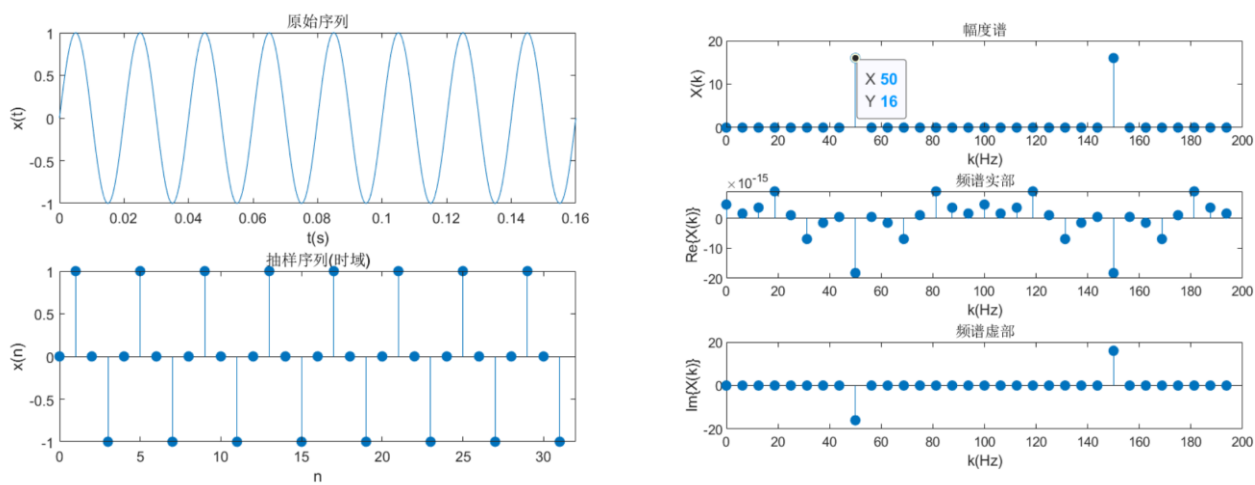
```
subplot(3,1,3);
stem(k,imag(X_k),'filled');
title('频谱虚部');xlabel('k(Hz)');ylabel('Im\{X(k)\}');
```

实验结果如图所示：

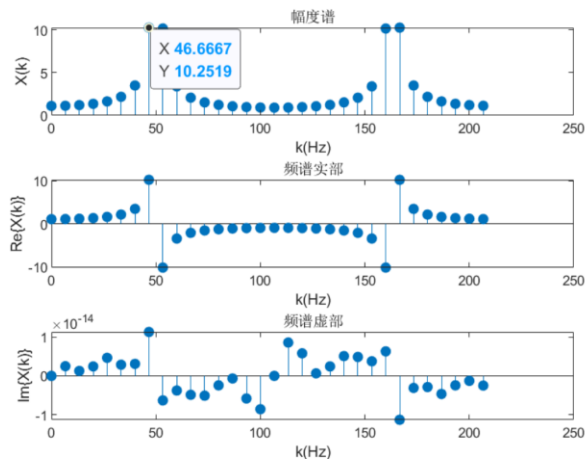
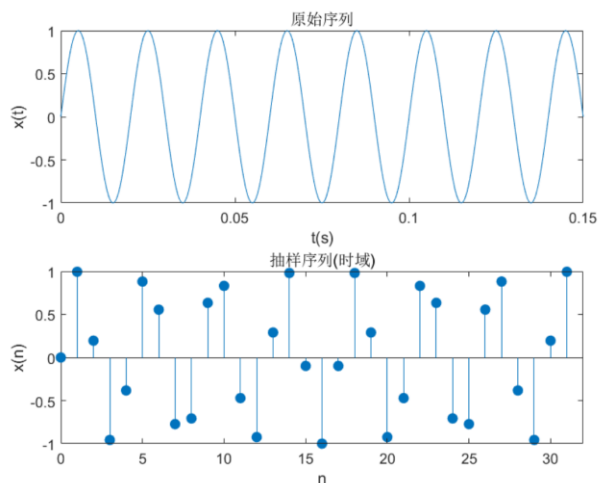
第一组



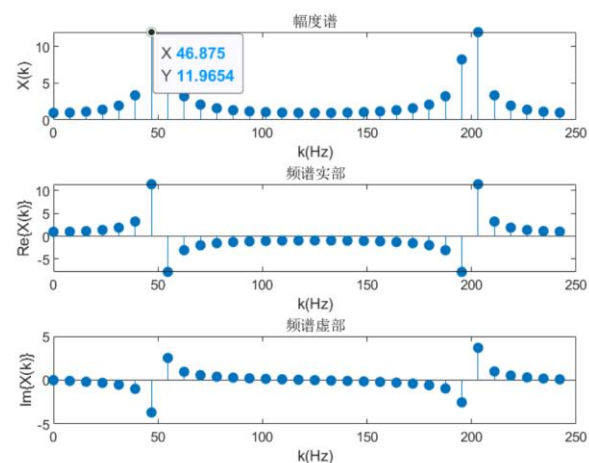
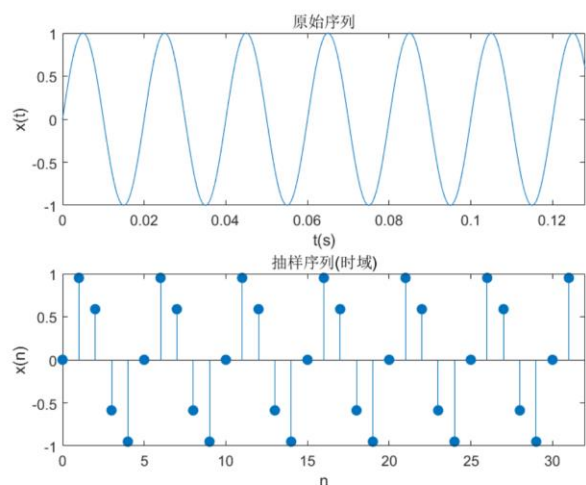
第二组



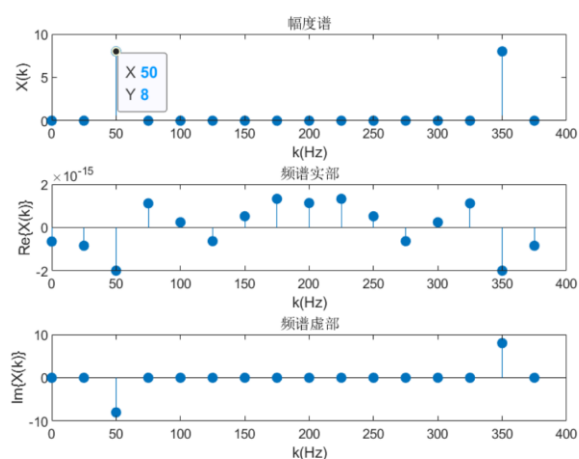
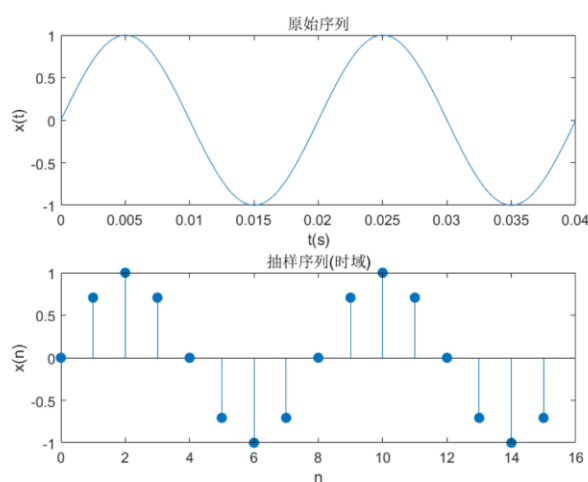
第三组



第四组



第五组



1. 分析抽样间隔 T 、截断长度 N （抽样个数）对谱分析结果的影响；

抽样间隔 T 、截断长度 N 将会影响分辨率 Δf ，而又因为 DFT 的栅栏效应，其结果只反映频率分辨率整数倍的频率点的 DFT 结果；由于频谱泄露引起的问题，所以在非原信号的频点处也会有非零值出

现，例如第三组中的 46.67Hz 点。

2. 思考 $X(k)$ 与 $X(e^{j\omega})$ 的关系：

50Hz 正弦信号的频谱如下图 1 所示，即为 $X(e^{j\omega})$ ，经采样后的频谱周期延拓后如图 2 所示。取 0Hz 到采样频率 f_s 的区间。由于加窗函数截断相当于在频域中原信号频谱与 sinc 函数进行卷积运算，如图 3 所示。由于 DFT 栅栏效应，取频率分辨率的整数倍，与前面所得到的 FFT 计算结果比较，发现二者相同，如图 4 所示。

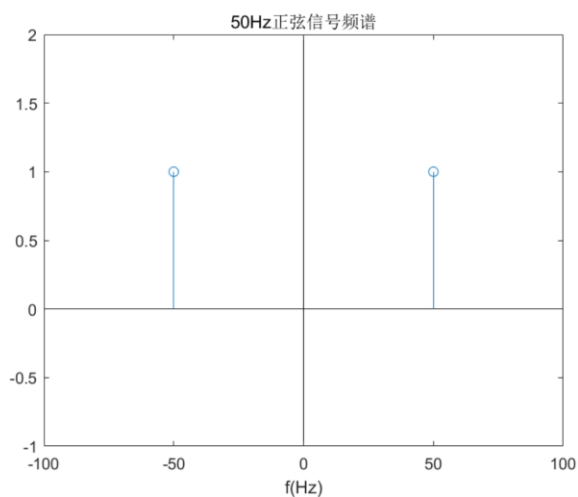


图 1

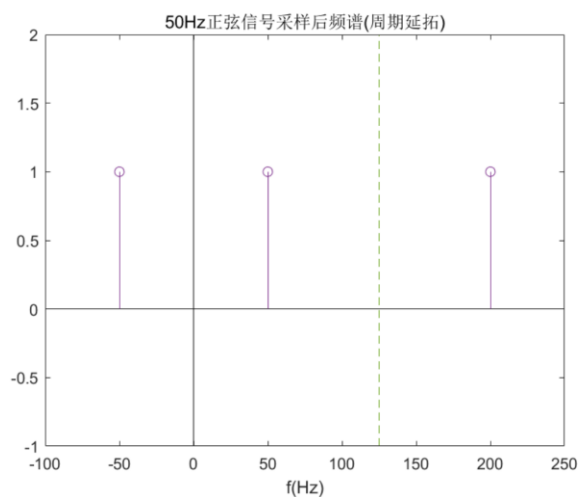


图 2

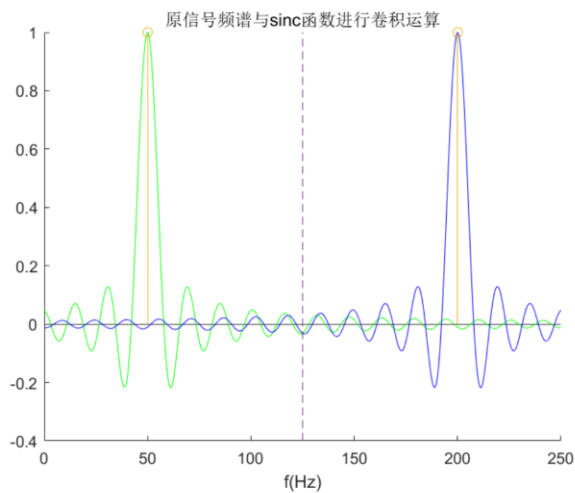


图 3

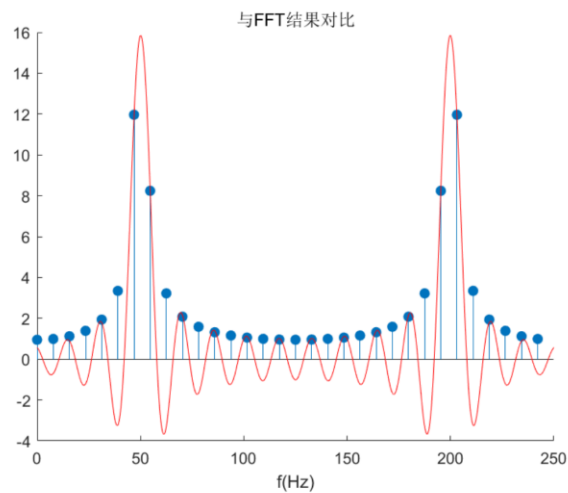


图 4

六、实验结果与分析

6-1 实验前预习有关概念，并根据上列参数来推测相应频谱的形状、谱峰所在频率（U）和谱峰的数值（V）、混叠现象和频谱泄漏的有无。

序号	抽样间隔 T(s)	截断长度 N	谱峰所在 频率(Hz)	谱峰的数 值 V	归一化 幅度	采样频率 (Hz)	分辨率 Δf (Hz)	混叠 现象	频谱 泄漏
1	0.000625	32	50	16	1	1600	50	有	有
2	0.005	32	50	16	1	200	6.25	有	有
3	0.0046875	32	46.667	10.252	0.641	213.33	6.667	有	有
4	0.004	32	46.875	11.965	0.748	250	7.8125	有	有
5	0.0025	16	50	8	1	400	25	有	有

6-2 观察实验结果（数据及图形）的特征，做必要的记录。

见第五部分。

6-3 用基本理论、基本概念来解释各种现象。

1) 栅栏效应

对任何一个有限长序列，其 DFT 结果仅能直接反映有限个离散频率点处该序列表现出来的特性。例如第三组和第四组，由频谱分辨率 $\Delta f = 1/NT$ 得第三组和第四组的频谱分辨率分别为 6.667Hz、7.8125Hz。50Hz 原始信号的频率均不是该频率的整数倍，故在 DFT 结果中不能够反映出原始信号 50Hz 的特性。

2) 频谱泄露

由于在利用 DFT 求序列的频谱时，使用在时域上长度有限的窗函数对原始信号序列进行了截断，因而使得结果中包含了更多频率分量。在时域上加窗截断可以认为是在时域上原始信号 $x(n)$ 和 $R_N(n)$ 相乘，则在时域上是 $X(k)$ 与 $\text{sinc}(\omega)$ 的卷积，那么其频带随之被延展了。频谱泄露是由时域加窗处理所导致的一个必然结果。为减小由频谱泄露产生的误差，可以通过调整窗函数的形状来较为有效的实现。

3) 频谱混叠

在时域采样的过程中，如果信号不具有有限带的特点，或者采样频率不满足奈奎斯特采样定理，那么在频域中将会有频谱混叠现象。而在 DFT 的过程中进行了加窗处理，本次过程中使用的是矩形窗，其频谱是覆盖整个频段的，以致不满足奈奎斯特采样定理，因而会出现频谱混叠。

（注：

A、黑色部分不要改动。

B、蓝色部分，学生根据本人情况填写。

C、“五、实验数据记录和处理”和“六、实验结果与分析”根据要求（见红色部分），逐条撰写。

D、从第二页起，在每页头部填写实验名称、姓名、学号，标上页码。不够时自行加页。

E、上交纸质报告）

