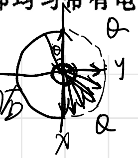
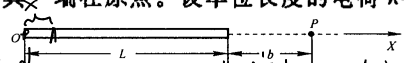
13-4 有一细玻璃棒被弯成半径为 R 的半圆形，其上半部均匀带有电荷 $+Q$，下半部均匀带有电荷 $-Q$，如图所示。试求半圆中心 O 处的场强。



$$E=\int dE=\int k\frac{dq}{r^2}\vec{r}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\int dq\,\vec{r}=\frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\int_0^{\pi}\left(\frac{1}{\cos^2\theta},\frac{1}{\sin^2\theta}\right)d\theta=\frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}$$，方向向右

13-5 如图所示，一带电细棒长为 L，沿 X 轴正方向平行放置，其一端在原点。设单位长度的电荷 $\lambda=kx$，式中 k 为正常量，求 X 轴上 $x=L+b$ 处的电场强度。



$$dE=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}d\left(\frac{q}{r^2}\right)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{kx\,dx}{(L+b-x)^2}\quad\therefore E=\int dE=\frac{k}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^L\frac{x}{(L+b-x)^2}dx=\frac{k}{4\pi\varepsilon_0}\left(\int_0^L x\,d\frac{1}{L+b-x}\right)$$

$$=\frac{k}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{x}{x-L-b}\Big|_0^L+\int_0^L\frac{1}{L+b-x}dx\right)=-\left(\frac{Lk}{4\pi b\varepsilon_0}+\frac{k}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{b}{L+b}\right)$$

13-6 半径为 R 的非导体半球壳均匀带电，总电量为 q。求球心 O 处的电场强度。

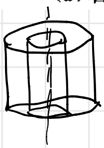
单位面积电量：$\frac{q}{2\pi R^2}$　$dE=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{q\,dS}{2\pi R^2}=\frac{q}{8\pi^2\varepsilon_0R^2r^2}dS$

$E=\int dE=\frac{q}{8\pi^2\varepsilon_0R^2}\int\frac{1}{r^2}dS=\frac{q}{8\pi^2\varepsilon_0R^2}\cdot\frac{2\pi R^2}{R^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0R^2}$　$E_{半球面}=\frac{1}{2}E=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0R^2}$

13-13 一对均匀带电无限长的共轴圆柱面半径分别为 R_1 和 R_2，沿轴向单位长度上的带电量分别为 λ_1 和 λ_2（$\lambda_1>0$，$\lambda_2>0$）。求：

(1) 各电场区域内的场强分布；

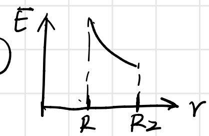
(2) 若 $\lambda_2=-\lambda_1$，情况如何？试画出其 E-r 分布曲线。



(1) $E_1=\frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r}$　$E_2=\frac{\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 r}$.

当 $r<R_1$ 时 $E=0$　当 $r\in[R_1,R_2]$ 时，$E=\frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r}$　(2)

当 $r\in[R_2,+\infty)$ 时　$E=\frac{\lambda_1+\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 r}$



13-15 半径为 R 的非导体带电球体，已知 $\rho=\rho_0\left(1-\frac{r'}{R}\right)$。其中 ρ_0 为一正常量，r' 为带电球体中某点离球心距离，试求：

(1) 球内外电场强度分布；

(2) r 为多大时电场强度最大？E_{max} 为多少？

(1) $dQ=\rho\,dV\Rightarrow Q=\int dQ=\int\rho_0\left(1-\frac{r'}{R}\right)d\frac{4}{3}\pi r'^3=\int_0^r\rho_0\left(1-\frac{r'}{R}\right)4\pi r'^2dr'=4\pi\rho_0\left(\frac{r^3}{3}-\frac{r^4}{4R}\right)$

$\Rightarrow r<R$ 时 $E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}=\frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{r}{3}-\frac{r^2}{4R}\right)$

$r\geq R$ 时 $Q=\frac{\pi\rho_0R^3}{3}\Rightarrow E=\frac{4\rho_0R^3}{12\varepsilon_0r^2}$.

13-17 两个无限大均匀带电平面，电荷面密度分别为 $\sigma_1=4\times10^{-11}\,C\cdot m^{-2}$ 和 $\sigma_2=-2\times10^{-11}\,C\cdot m^{-2}$。求此带电系统的电场分布。

$E_1=\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}$　$E_2=\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}$　在同侧时 $E=E_1+E_2=\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2\varepsilon_0}=1.13\,V/m$

在异侧时 $E=E_1-E_2=\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2\varepsilon_0}=3.39\,V/m$.