

**91** 已知简谐振动表达式  $x = 0.1 \cos(8\pi t + \frac{2}{3}\pi)$  (SI), 求:

(1) 振动频率、周期、振幅、初相, 以及速度、加速度的最大值;

(2)  $t = \frac{1}{24}s, \frac{1}{12}s, \frac{1}{6}s$  等时刻的相位, 并用旋转矢量图表示。

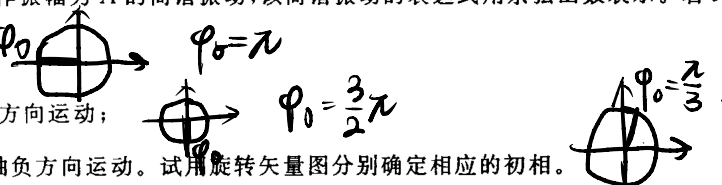
$\omega = \frac{2\pi}{T} = 8\pi \text{ (s}^{-1}) \quad T = \frac{1}{\omega} = \frac{1}{8\pi} \text{ (s)} \quad A = 0.1 \quad \varphi_0 = \frac{2}{3}\pi$   
 $v_m = A\omega = 0.8\pi \quad a_m = A\omega^2 = 6.4\pi^2$   
 (2)  $\varphi_1 = \pi \quad \varphi_2 = \frac{4}{3}\pi \quad \varphi_3 = 2\pi$

**92** 一弹簧振子沿 X 轴作振幅为 A 的简谐振动, 该简谐振动的表达式用余弦函数表示。若  $t=0$  时, 振动物体的运动状态分别为:

(1)  $x_0 = -A$ ;

(2) 过平衡位置向 X 轴正方向运动;

(3) 过  $x = \frac{A}{2}$  处, 且向 X 轴负方向运动。试用旋转矢量图分别确定相应的初相。



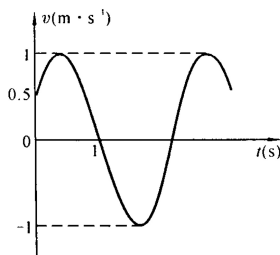
**95** 一质量为 0.01kg 的物体作谐振动, 其振幅为 0.24m, 周期为 4s。当  $t=0$  时, 位移为 0.12m, 且向 X 轴正方向运动。试求:

(1)  $t=1s$  时物体所在的位置和所受的力;

(2) 由起始位置第一次运动到  $x = -0.12m$  处所需的时间。

$x = 0.24 \cos(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3}) \rightarrow x_1 = 0.12\sqrt{3} = 0.208m$   
 $a = -0.06\pi^2 \cos(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3}) \quad a_1 = 0.03\pi^2\sqrt{3} \text{ m/s}^2 \quad F = ma = 5.13 \times 10^{-3}N$

(2)  $\Delta\varphi = \pi \quad \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\pi}{\frac{\pi}{2}} = 2(s)$



**96** 已知某物体作简谐振动的  $v-t$  曲线如图所示, 试求此简谐振动的振动表达式。

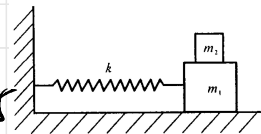
$v = \cos(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{3}) \quad dx = v dt$   
 $\Rightarrow x = \frac{6}{5\pi} \sin(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{3}) = \frac{6}{5\pi} \cos(\frac{\pi}{6}t - \frac{5\pi}{6})$

**97** 工地上某卷扬机正在吊一质量为 3 吨的重物, 当重物在以  $3m \cdot s^{-1}$  的速度下降时, 卷扬机上吊重物的钢丝绳 (其劲度系数为  $2.7 \times 10^6 N \cdot m^{-1}$ ) 的上端突然因故被卡住, 问该重物上下振动时产生的最大振幅为多少? 钢丝绳受到的最大拉力为多大?

$F = k\Delta x \quad v_m = 3m/s \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2.7 \times 10^6}{3 \times 10^3}} = 30 \text{ (rad/s)}$   
 $v = 3 \cos 30t \text{ (m/s)} \Rightarrow x = \int_0^t v dt = \frac{1}{10} \sin 30t \Rightarrow x_m = 0.1m$   
 $a = \frac{dv}{dt} = 90 \sin 30t \text{ (m/s}^2) \Rightarrow a_m = 90 \text{ (m/s}^2)$   
 $ma = F - mg \Rightarrow F = m(a + g) = 3 \times 10^3 \times (90 + 10) = 3 \times 10^5 \text{ (N)}$

9.9

如图所示的系统在光滑的水平面上作简谐振动。弹簧的劲度系数  $k=2.5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ , 物体  $m_1=0.06 \text{ kg}$ ,  $m_2=0.04 \text{ kg}$ ,  $m_1$  和  $m_2$  之间的静摩擦因数  $\mu_s=0.5$ 。问要使  $m_2$  和  $m_1$  之间无相对滑动, 简谐振动的最大振幅和最大动能各是多少?



$$f_m = \mu m_2 g = m_2 a_m \Rightarrow a_m = \mu g \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{2.5}{0.1}} = 5$$

$$x_m = \frac{a_m}{\omega_0^2} = \frac{0.5 \times 9.8}{25} = 0.196 \text{ m}, \quad E_{km} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_m^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (0.98)^2 = 0.048 \text{ (J)}$$