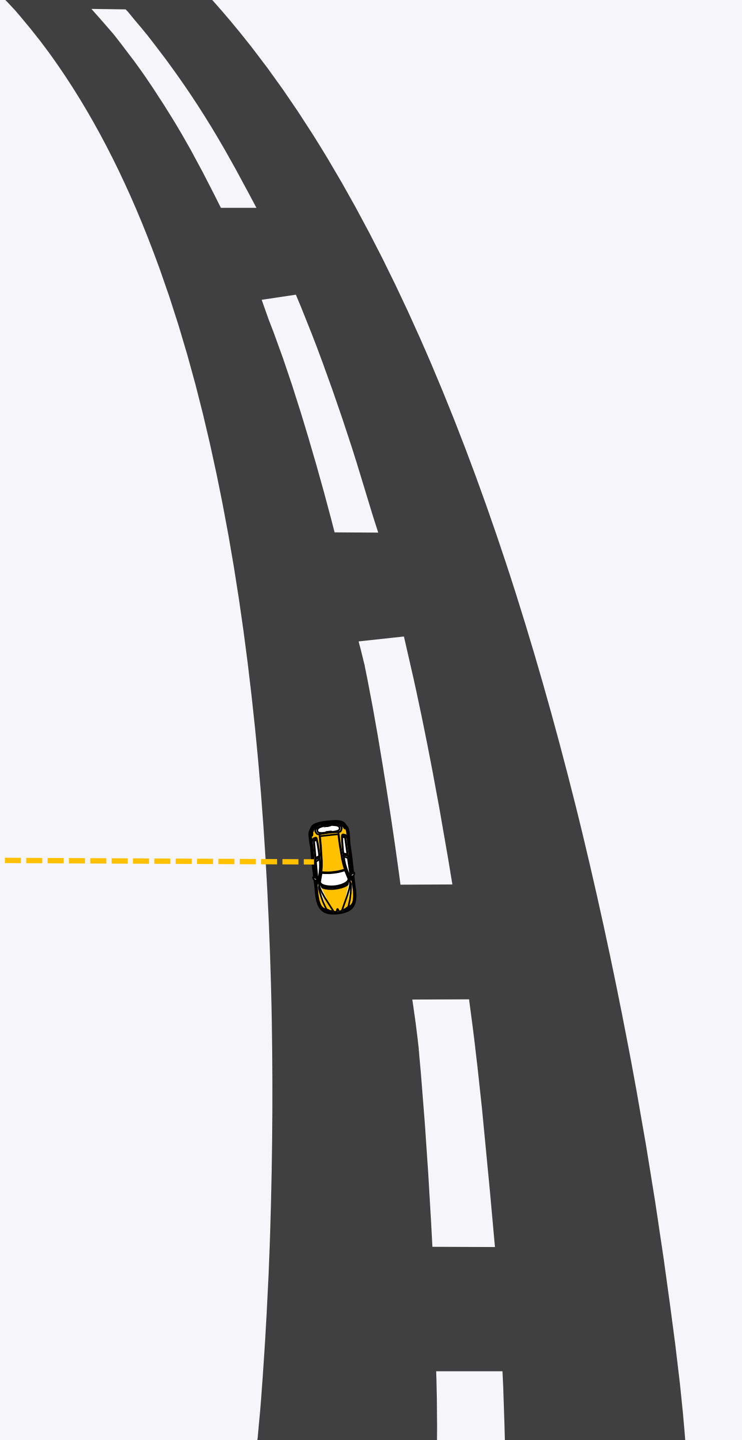
数学基础—线性代数

主要内容

线性代数（上）

- **矩阵及其基本运算**
  - 1.矩阵的基本概念与意义以及常见特殊矩阵
  - 2.矩阵的加法减法数乘以及性质
  - 3.矩阵的乘法以及性质
  - 4.矩阵运算在深度学习中的应用(初级)
  - 5.矩阵的迹，矩阵的转置，对称矩阵(协方差矩阵)
- **矩阵的行列式**
  - 1.行列式的引入
  - 2.行列式的计算
  - 3.特殊矩阵的行列式与行列式的性质
  - 4.行列式按行(列)展开，代数余子式
  - 5.行列式在接线性方程组中的应用：克莱姆法则
- **矩阵的逆**
  - 1.矩阵逆的引入以及矩阵逆的定义
  - 2.矩阵逆的计算
  - 3.矩阵逆的常用性质，以及特殊矩阵的逆
  - 4.矩阵逆在机器学习线性回归算法中的运用(初级)
  - 5.分块矩阵



克莱姆法则

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

与二、三元线性方程组类似，它的解可以用n阶行列式表示，即有

克莱姆法则 如果方程的系数行列式不等于0，即 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \neq 0.$

那么方程有唯一解 $x_1 = \dfrac{D_1}{D}, x_2 = \dfrac{D_2}{D}, \cdots, x_n = \dfrac{D_n}{D}.$

其中$D_j\,(j = 1,2,\dots,n)$是把系数行列式D中第j列的元素用方程组右端的常数项代替后得到的n阶行列式，即

$$D_j = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1,j-1} & b_1 & a_{1,j+1} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{n,j-1} & b_n & a_{n,j+1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

克莱姆法则

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

定理： 如果上面方程组的系数行列式D不为0，则方程一定有解且是唯一

定理： 如果上面方程无解或有两个不同的解，则它的系数行列式必为零

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0 \\ \cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = 0 \end{cases}$$

定理： 如果上面的齐次线性方程组的系数行列式D不为0，则该齐次线性方程组只有0解，无非零解

定理： 如果上面的齐次线性方程组有非零解，则它的系数行列式必为零