

2023 华数杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读“华数杯数学建模竞赛论文格式规范与提交说明”)

A 题 隔热材料的结构优化控制研究

新型隔热材料 A 具有优良的隔热特性，在航天、军工、石化、建筑、交通等高科技领域中有着广泛的应用。

目前，由单根隔热材料 A 纤维编织成的织物，其热导率可以直接测出；但是单根隔热材料 A 纤维的热导率（本题实验环境下可假定其为定值），因其直径过小，长径比（长度与直径的比值）较大，无法直接测量。单根纤维导热性能是织物导热性能的基础，也是建立基于纤维的各种织物导热模型的基础。建立一个单根隔热材料 A 纤维的热导率与织物整体热导率的传热机理模型成为研究重点。该模型不仅能得到单根隔热材料 A 纤维的热导率，解决当前单根 A 纤维热导率无法测量的技术难题；而且在建立的单根隔热材料 A 纤维热导率与织物热导率的关系模型的基础上，调控织物的编织结构，进行优化设计，能制作出更好的满足在航天、军工、石化、建筑、交通等高科技领域需求的优异隔热性能织物。

织物是由大量单根纤维堆叠交织在一起形成的网状结构，本题只研究平纹织物，如图 1 和图 2 所示。不同直径纤维制成的织物，其基础结构参数不同，即纤维弯曲角度、织物厚度、经密、纬密等不同，从而影响织物的导热性能。本题，假设任意单根 A 纤维的垂直切面为圆形，织物中每根纤维始终为一个有弯曲的圆柱。经纱、纬纱弯曲角度 $10^{\circ} < \theta \leq 26.565^{\circ}$ 。

热导率是纤维和织物物理性质中最重要的指标之一。织物的纤维之间存在空隙，空隙里空气为静态空气，静态空气热导率 $0.0296 \text{ W}/(\text{mK})$ 。计算织物热导率时既考虑纤维之间的传热，也不能忽略空隙中空气的传热。

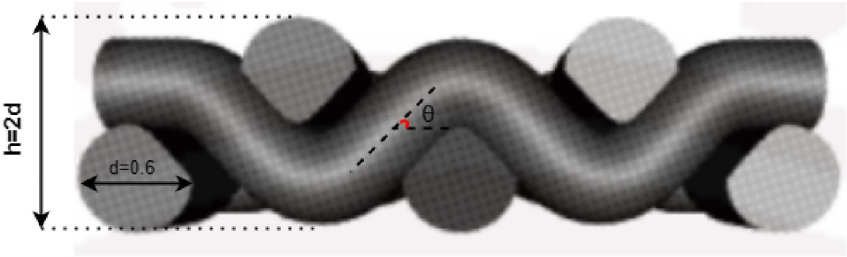


图 1. 平纹织物截面示意图

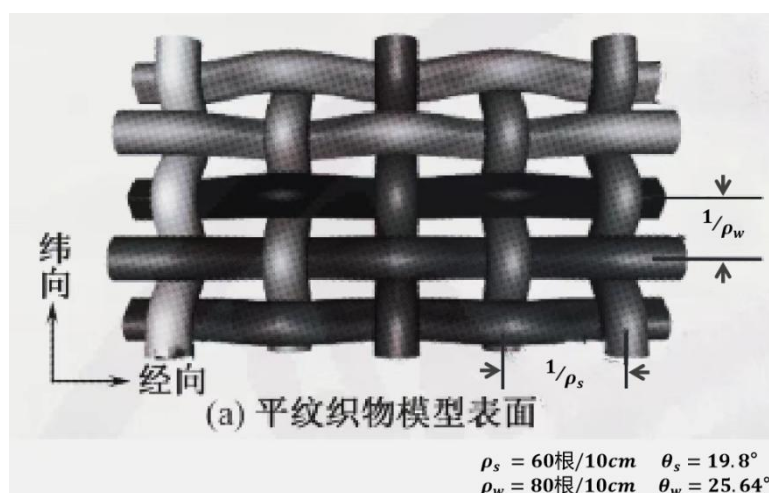


图 2. 平纹织物三维图

我们在 25℃ 实验室环境下，用 Hotdisk 装置对织物进行加热和测量，Hotdisk 恒定功率为 1mW，作用时间 1s，在 0.1s 时热流恰好传递到织物另一侧。实验测得 0~0.1s 之间织物位于热源一侧的温度随时间变化的数据见附件 1。

请建立数学模型，回答下列问题：

问题 1：假设附件 1 的温度为热源侧织物的表面温度，只考虑纤维传热和空隙间的气体传热，建立平纹织物整体热导率与单根纤维热导率之间关系的数学模型。在附件 2 的实验样品参数条件下，测得如图 2 所示的平纹织物的整体热导率为 0.033W/(mK)，请根据建立的数学模型计算出单根 A 纤维的热导率。

问题 2：假设：1) 制成织物的任意单根 A 纤维的直径在 0.3 mm~0.6 mm。2) 织物位于热源一侧表面温度随时间的变化的数据依旧参考附件 1。3) 由于温度和织物结构造成的织物整体密度和比热的变化可以忽略。请问如何选用单根 A 纤维的直径及调整织物的经密、纬密、弯曲角度，使得织物的整体热导率最低。

问题 3：如果附件 1 的温度实际是热源侧织物表面空气的温度，此时该侧就会发生对流换热，假定织物表面的对流换热系数为 50 W/(m²K)，请重新解答问题一和问题二。