

全国第七届研究生数学建模竞赛



题 目 神经元的形态分类和识别

摘 要：

对神经元特性的认识，最基本问题是神经元的分类。神经元的形态复杂多样，神经元的识别分类问题有相当的困难。本文对提供的参考数据进行统计分析，将其转化成对应每类神经元的空间形态的指标参数，然后对每个指标进行定性分析和对比分析，确定对各类型神经元细胞识别起决定作用的指标，利用层次分析法、图形截面、几何相似性等的分析方法建立神经元的分类模型，以此模型来作为对神经元的分类判决标准，该分类模型能够将附录提供的大部分神经元进行准确的分类。数据分析采用开源科学计算软件 Scilab 进行处理，运行环境为 Scilab5.2，部分代码采用 C#基于 VS2008 开发，最终将数据整合，构建了科学的分类模型，完成了题目要求。

关键字：神经元 空间构像 层次分析 几何相似性 Scilab

参赛队号 10749007

队员姓名 吕冬妮 康彩 台流臣

参赛密码 _____
(由组委会填写)

中山大学承办

1. 问题重述

大脑是生物体内结构和功能最复杂的组织，其中包含上千亿个神经细胞（神经元）。人类脑计划（Human Brain Project, HBP）的目的是要对全世界的神经信息学数据库建立共同的标准，多学科整合分析大量数据，加速人类对脑的认识。

作为大脑构造的基本单位，神经元的结构和功能包含很多因素，其中神经元的几何形态特征和电学物理特性是两个重要方面。其中电学特性包含神经元不同的电位发放模式；几何形态特征主要包括神经元的空间构象，具体包含接受信息的树突，处理信息的胞体和传出信息的轴突三部分结构。由于树突，轴突的生长变化，神经元的几何形态千变万化。电学特性和空间形态等多个因素一起，综合表达神经元的信息传递功能。

对神经元特性的认识，最基本问题是神经元的分类。目前，关于神经元的简单分类法主要有：

（1）根据突起的多少可将神经元分为多极神经元；双极神经元和单极神经元。

（2）根据神经元的功能又可分为主神经元，感觉神经元，运动神经元和中间神经元等。主神经元的主要功能是输出神经回路的信息。例如大脑皮层的锥体神经元，小脑皮层中的普肯野神经元等。感觉神经元，它们接受刺激并将之转变为神经冲动。中间神经元，是介于感觉神经元与运动神经元之间起联络作用的。运动神经元，它们将中枢发出的冲动传导到肌肉等活动器官。不同组织位置，中间神经元的类别和形态，变化很大。动物越进化，中间神经元越多，构成的中枢神经系统的网络越复杂。

如何识别区分不同类别的神经元，这个问题目前科学上仍没有解决。生物解剖区别神经元主要通过几何形态和电位发放两个因素。本问题只考虑神经元的几何形态，研究如何利用神经元的空间几何特征，通过数学建模给出神经元的一个空间形态分类方法，将神经元根据几何形态比较准确地分类识别。

神经元的空间几何形态的研究是人类脑计划中一个重要项目，NeuroMorpho.Org 包含大量神经元的几何形态数据等，现在仍然在不断增加，在那里我们可以得到大量的神经元空间形态数据。对于神经元几何形态的特征研究这个热点问题，不同专家侧重用不同的指标去刻画神经元的形态特征，我们需要完成的任务是：

（1）利用附录 A 中和附录 C 样本神经元的空间几何数据，寻找出附录 C 中 5 类神经元的几何特征（中间神经元可以又细分 3 类），给出一个神经元空间形态分类的方法。

（2）附录 B 另外有 20 个神经元形态数据，能否判定它们属于什么类型的神经元。在给定的数据中，是否有必要引入或定义新的神经元名称。

（3）神经元的形态复杂多样，神经元的识别分类问题至今仍未解决，是否可以提出一个神经元分类方法，将所有神经元按几何特征分类。并给生物学家为神经元的命名提出建议（附录 A 和附录 C 的神经元是比较重要的类别，实际应该有很多其他类别）。

（4）按照我们的神经元形态分类方法，能否确定在不同动物神经系统中同一类神经元的形态特征有区别吗？例如，附件 A 中有猪的普肯野神经元和鼠的普肯野神经元，它们的特征有区别吗？

（5）神经元的实际形态是随着时间的流逝，树突和轴突不断地生长而发生变化的，能否预测神经元形态的生长变化？这些形态变化对我们确定的几何形态特征有什么影响。

2. 模型假设

假设 1: 附录 A 和附录 C 中所给出的样本神经元真实可靠, 且附录 C 中各类神经元给出的计算数据也真实可靠, 能准确反应各类神经元的各项指标。

假设 2: 附录 B 中所给出的数据真实可靠, 是实际存在的神经元样本。

假设 3: 在前四道问题的解答过程中, 所采用的样本神经元都是静态样本, 即神经元细胞不再生长, 且已经是成熟模式。

假设 4: 单个房室近似看做圆柱体。

3. 符号说明

符号	定义
Compartment Type	房室的类型 (例如: 0-待定, 1-胞体, 2-轴突, 3-树突, 4-尖端树突等)
Num Stems	主干的总数目
Num Bifurcation	分叉的总数目
W	神经元的宽度
H	神经元的高度
D	神经元的深度
F	破碎程度
Cross-sectional area	宽度和高度所构成的截面的截面积 $\text{Cross-sectional area} = WH$
Envelope volume	神经元的包络体积 $\text{Envelope volume} = WHD$
θ	任意两条主干之间的夹角
Branch Order	分叉级数
S	树突的总表面积
V	树突的内部总体积

4. 问题分析

如何识别区分不同类别的神经元, 这个问题目前科学上仍没有解决。本题目要求从几何形态出发, 通过建立数学模型分析神经元空间形态, 建立相对准确的分类方法, 将神经元根据几何形态比较准确地分类识别。经过分析题目, 我们可以发现存在以下几点问题: 1、如何找出各类神经元数据中对分类有标识性的指标? 2、通过分析各项指标, 怎样建立相对准确的数学模型? 3、如何优化模型? 4、如何确定神经元形态的生长变化并确定其对几何形态特征的影响? 本题主要涉及到统计分析、层次分析和几何相似性等分类比较方法, 要求我们具有完整的大局观、严谨的逻辑推理能力和一定的数学功底。

4.1 问题 1 分析

对于问题 1, 我们首先对提供的参考数据进行统计分析, 将其转化成描述相应每类神经元的空间形态的指标, 然后对每个指标定性分析和对比分析, 确定对各类型神经元细胞识别起决定作用的指标, 在此基础上建立每类神经元的分类模型, 以此模型来作为每类神经元的分类标准。再利用层次分析法判定一级分类标准、二级分类标准、三级分类标准等。

4.2 问题 2 分析

对于问题 2，我们首先利用问题 1 中所建立的模型进行筛选，筛选出符合分类模型各类神经元，如有不符合的数据类型，再对此数据在进行分析归纳，找出决定此类神经元的特性指标，做相应的定义命名。再利用几何相似性对不符合的进行归纳比较，最终确定是否引入或定义新的神经元名称。

4.3 问题 3 分析

对于问题 3，我们通过对附录 A 和 C 中所给出的神经元数据的分析建模，以及对附录 B 中已经分析归纳出的数据类型的确定分析，进行比较，然后进一步优化问题 1 中所得到的模型，进而得到可以得到一个比较全面将所有神经元按几何特征进行分类的数学模型。

4.4 问题 4 分析

对于问题 4，我们将讨论能否将问题 3 所得到的数学模型运用到不同动物神经系统中同一类神经元的几何特征的分析比较。如果不能，讨论分析需找出不同动物神经系统中同一类神经元的几何特征区别在哪，由哪几项指标决定。

4.5 问题 5 分析

神经元的实际形态是随着时间的流逝，树突和轴突不断地生长而发生变化的，需要预测出神经元形态的生长变化趋势，即给出各神经元形态的择优取向，预计生长趋势。并预测这些形态变化对我们确定的几何形态特征有什么影响，由哪些指标决定的。

5. 模型的建立与求解

5.1 问题 1 模型与求解

5.1.1 选择指标

一般选用胞体表面积，干的数目，分叉数目，分支数目，宽度，高度，深度，直径，长度，表面积，体积，殴氏距离，路径距离，分叉级数，压缩比，破碎程度，非对称分化，罗尔比率，局部分叉角，远处分叉角等 20 个参数来刻画神经元形态特征。通过对题目中所给出的这 20 个参数以及附录 A 和附录 C 中的数据进行统计分析，我们选用了房室的类型，主干的数目，分叉总数目，宽度，高度，深度，截面积，包络体积，破碎程度，分叉级数，主干夹角等参数，利用层次分析法建立判别神经元形态特征的数学模型。

5.1.2 模型的建立

层次分析法（Analytic Hierarchy Process，简称 AHP）是对一些较为复杂、较为模糊的问题作出决策的简易方法，它特别适用于那些难于完全定量分析的问题。它是美国运筹学家 T. L. Saaty 教授于 70 年代初期提出的一种简便、灵活而又实用的多准则决策方法。

我们将房室类型作为第一级分类标准。当数据中的全部房室类型中没有胞体（“1”），并有且仅有轴突（“2”）时，我们可以判断出该类神经元为感觉神经元。即感觉神经元没有胞体，或胞体非常小，与轴突无法区别，感觉神经元可近似于一条由轴突组成的神经纤维。

我们将主干的数目，分叉总数目，宽度，高度，深度，截面积，包络体积，破碎程度，分叉级数，主干夹角等参数作为第二级分类标准。具体分类方法如下所述：

（1）当样本的主干数较大（大于 8）时，且当样本的表面积与体积相差不大，一般表面积为体积的 1.5 倍左右，通过计算的样本的宽度、高度、深度之间的比值分别在 1~2

倍之间，甚至很接近 1，并且样本的最大分叉级数与每一主干的平均分叉数很接近，样本的空间构像大致是分枝数比较均匀而且分枝向四周放射的球体，那么，可以判断该神经元为运动神经元。

(2) 当样本的表面积与体积相差明显，一般表面积为体积的几倍，通过计算的宽度、高度相近，但两者远远大于深度，同时样本的主干数很少一般为一个但分叉数大到几百个，最大分叉级数也为几十个，样本的空间构想大致是树叶脉络状的薄片，那么，可以判断该神经元为普肯野神经元。

(3) 通过计算破碎程度与截面积的比值，可以计算出单位截面积内神经元的破碎程度，根据比值的数量级可以对锥体神经元和双极中间神经元与三极中间神经元和多极中间神经元进行分类。锥体神经元和双极神经元的破碎程度与截面积的比值的数量级为 10^{-2} ，而三极中间神经元和多极中间神经元的为 10^{-3} 。因为锥体神经元和双极中间神经元的破碎程度较三极中间神经元和多极中间神经元的破碎程度更高，所以在面积相差不大时，单位面积内的破碎程度相差较大。

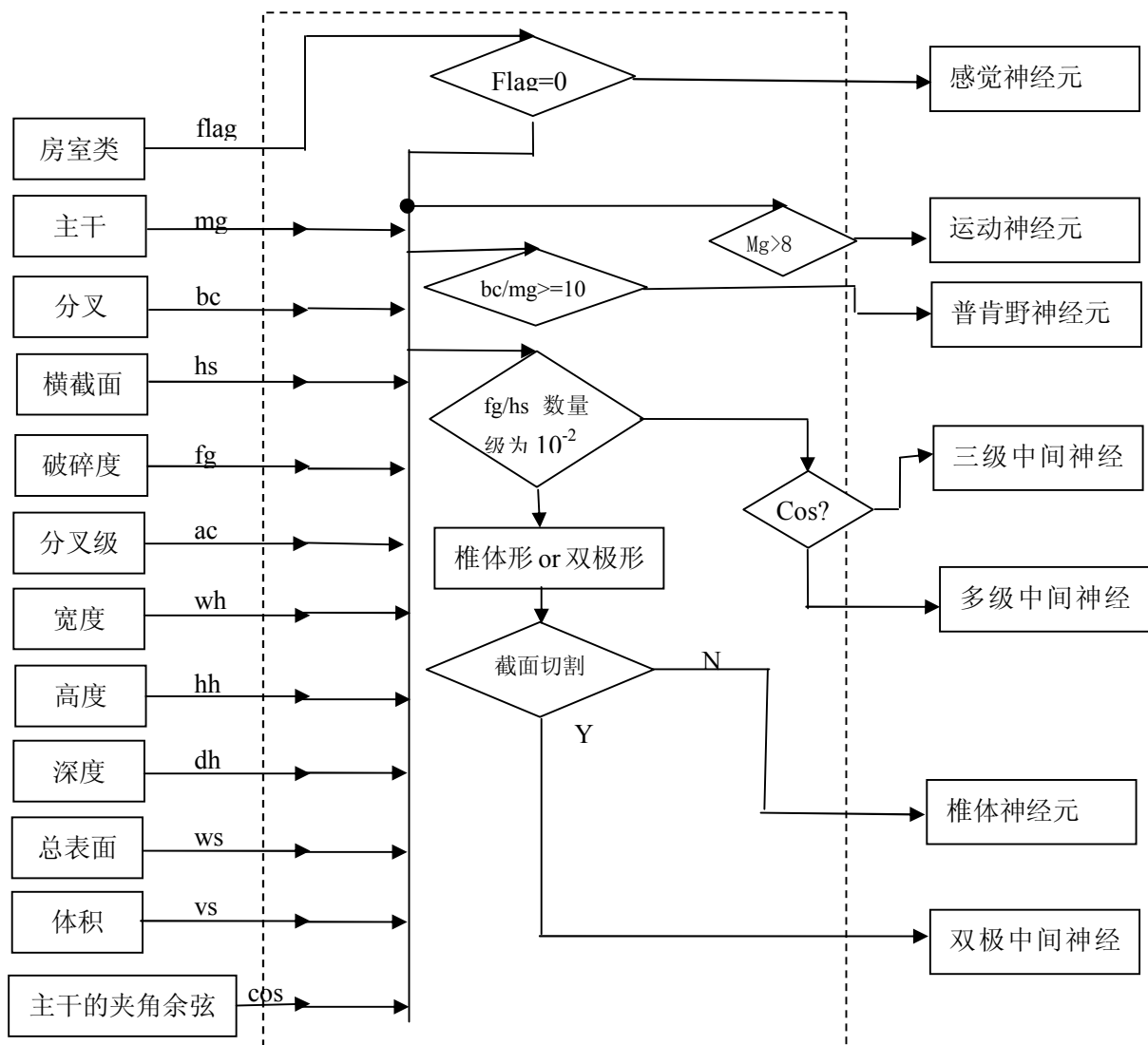


图 1 判决模型

(4) 当样本的表面积与体积相差明显, 表面积为体积的几倍, 计算的样本的宽度、高度、深度相差不大, 主干数与分支数不大, 平均每支主干的分支数大于最大分叉级数, 但其平均每一主干的破碎程度大到几百, 单位体积内的分叉数很小, 再研究此样本的由宽度和高度组成的切面, 把此切面进行等距分割会发现在高度方向上, 房室的数量是两头多而中间少, 样本的空间构像大致是沙漏形状, 那么, 可以判断此神经元为锥体神经元。

当样本的表面积与体积相差很明显, 表面积是体积的 9 倍, 并且它的宽度、高度、深度也相近, 通过比较它的最大分叉级数与平均每个主干的分叉个数, 发现它的分叉比较均匀, 但平均每条主干的房室数大到 100 左右, 最显著的特征是有共同分叉点的两条主干的夹角大都是大约 90° 的锐角, 那么, 可以判定此神经元是双极中间神经元。

(5) 当样本的表面积与体积相差明显, 一般表面积也为体积的几倍, 计算得到的宽度、高度分别远大于深度, 并且高度大约为宽度的 2 倍, 但其主干数与分叉数相对较少, 样本的最大分叉级数与每一主干的平均分叉数相近, 但每一主干的平均破碎程度为 100-200 之间, 最明显的特征是样本主干的分枝夹角大约为 60° , 样本的空间构像大致是分枝分布比较均匀的走向大约成 60° 的薄片状, 那么, 可以判断该神经元为三极中间神经元。

当样本的表面积与体积相差明显, 表面积是体积的几倍, 并且它的宽度和高度相近, 同时都远大于深度, 通过比较它的最大分叉级数与平均每个主干的分叉个数, 发现它的分叉比较均匀, 但平均每条主干的房室数大到 160 左右, 最显著的特征是相邻两条主干的夹角大都是大约 20° 到 50° 的锐角, 样本的空间构象大致是大树的顶端枝干的分布, 那么, 可以判定此神经元是多极中间神经元。

5.1.3 问题 1 的结论:

问题 1 通过对附录 A 和附录 C 中样本神经元的空间几何数据进行统计分析, 并转化成描述相应每类神经元的空间形态的指标, 然后对每个指标定量分析和对比分析, 确定了房室的类型, 主干的数目, 分叉总数目, 宽度, 高度, 深度, 截面积, 包络体积, 破碎程度, 分叉级数, 主干夹角等参数为我们建立每类神经元的空间几何形态分类模型的分类标准。再利用层次分析法判定一级分类标准、二级分类标准、三级分类标准等。逐一判定样本属于哪类神经元。

依据我们建立的神经元空间几何形态的分类方法, 我们得到了 7 类神经元的分类方法, 并对 7 类神经元的空间几何特征进行了分析: 感觉神经元的空间构象呈放射状且具有较多的主干数; 普肯野神经元的空间构象呈树叶脉络状的薄片, 它含有较少的主干数但较多的分叉数; 锥体神经元的空间构象呈沙漏型, 其具有较多的尖端树突; 中间神经元又可细分为双极中间神经元、三极中间神经元和多极中间神经元, 其中双极中间神经元近似于一个宝剑形, 而三极中间神经元和多极中间神经元都呈树枝状, 且它们的各主干之间的夹角分别近似满足 90° 、 60° 、小于 45° ; 感觉神经元有且仅有轴突, 并且没有胞体, 相当于神经纤维, 在空间呈线状发散。

5.2 问题 2 模型与求解

5.2.1 模型的建立

对于问题 2, 我们除了利用问题 1 中已建立的分类模型进行分类, 另外, 还利用几何相似性对附录 B 中不能用问题 1 建立的模型进行分类的神经元样本进行进一步分类。

几何相似性是一个与比例性有关的概念, 而且有助于简化数学建模的过程。

定义: 如果两个物体各点之间存在一个一一对应, 使得对应点之间的距离之比对所有可能的点对都不变 (等于同一个常数), 则称这两个物体是几何相似的。

由定义我们可以推论出, 对于两个几何相似的物体来说, 它们的形状是一样的, 而

且一个物体只是另一个物体的简单放大复制而已。我们可以把几何相似的物体设想为互相按比例确定的复制品，即相比较的两个物体是相似的，根据相似性定理可以知道，相似的两个物体对应边成比例，表面积成比例并且体积也成比例。

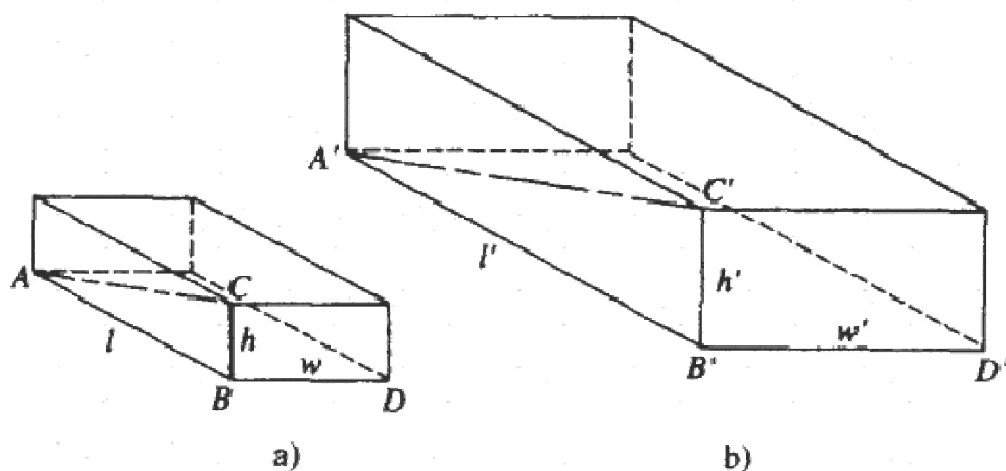


图 2 两个几何相似的物体

如图 2 中所画的盒子，令 l 、 w 、 h 分别表示图 2a 中所画盒子的长、宽、高，而 l' 、 w' 、 h' 表示图 2b 中所画盒子的长、宽、高，分别用 S 和 S' 、 V 和 V' 表示图 2a 和 2b 中所画盒子的总表面积和体积，则有：

$$\frac{l}{l'} = \frac{w}{w'} = \frac{h}{h'} = k \quad (k > 0) \quad (1)$$

$$\frac{S}{S'} = \frac{2lh + 2wh + 2lw}{2l'h' + 2w'h' + 2l'w'} = k^2 \quad (2)$$

$$\frac{V}{V'} = \frac{lwh}{l'w'h'} = k^3 \quad (3)$$

当利用问题 1 的模型不能判断出神经元所属类别时，可以分以下两步走：

第一步，就可以通过公式 (1)、(2)、(3) 将不满足分类标准的神经元的相应宽度、高度、深度、总表面积和体积与附录 C 中所给出的各模型分别做比较。满足公式 (1)、(2)、(3) 的即可以化为附录 C 中做比较的神经元所属类别。

第二步，将第一步所不能分类出来的神经元，对每一个神经元的相应宽度、高度、深度、总表面积和体积相互做比较，将相似的可以归类为一类，并于 NeuroMorpho.Org 网站上的已知的神经元类型做比较，如满足，即为相应类型；如不满足，即可作为一种新的类型给出。

现对附录 B 中的 20 组数据应用上述方法进行比较分类（具体数据见表 2 和表 3）：

(1) 利用问题 1 中的模型的第一级分类标准，可以得出附录 B 中的第 13、14、17、18 组数据所对应的神经元为感觉神经元。

(2) 利用问题 1 中的模型的第二级分类标准的第一步，可以得出附录 B 中的第 7、8、9、10、11、12 组数据所对应的神经元为运动神经元。

(3) 利用问题 1 中的模型的第二级分类标准的第二步，可以得出附录 B 中的第 5、6 组数据所对应的神经元为普肯野神经元。

(4) 利用问题 1 中的模型的第二级分类标准的第三步，可以得出附录 B 中的第 2、3、4、19、20 组所对应的神经元为锥形神经元或者双极中间神经元，而 15、16 为三极中间神经元或者多极中间神经元。

(5) 利用问题 1 中的模型的第二级分类标准的第四步，可以得出附录 B 中的第 2、3、4 组数据所对应的神经元为锥体神经元，19、20 组所对应的神经元为双极中间神经元。

(6) 利用问题 1 中的模型的第二级分类标准的第五步，可以得出附录 B 中的第 15 组数据所对应的神经元为三极中间神经元，第 16 组数据所对应的神经元为多极中间神经元。

(7) 第 1 组数据所对应的神经元为未知神经元类型。我们采用几何相似法对其进行分类。先利用公式 (1)、(2)、(3) 分别将第 1 组数据与附录 C 中的各组数据进行比较，我们发现都不存在相似的比例关系 k ，所以，第 1 组数据并不属于附录 C 中给出的任何类型。

表 1 判别结果

编号	类别
1	待确定
2	锥体神经元
3	锥体神经元
4	锥体神经元
5	普肯野神经元
6	普肯野神经元
7	运动神经元
8	运动神经元
9	运动神经元
10	运动神经元
11	运动神经元
12	运动神经元
13	感觉神经元
14	感觉神经元
15	三极中间神经元
16	多极中间神经元
17	感觉神经元
18	感觉神经元
19	双极中间神经元
20	双极中间神经元

另外，我们利用 NLMorphologyviewer 软件，直接得到附录 B 中的 20 组数据所对应的神经元三维图形，见图 B1-B20。

表 2：附录 B 中排除感觉神经元后的各组数据（一）

序号	宽度	高度	深度
1	743.39	915.692	1080.64
2	977.816	551.086	494.64
3	669.655	1030.338	475.7
4	3040.24	2882.295	412.473
5	284.5	246.	24.5

6	260.	306.	36.5
7	2944.8054	2411.8015	2202.2186
8	2323.599	2551.6707	2529.5824
9	2323.599	2551.6707	2529.5824
10	2512.	2325.	2529.38
11	2786.6252	2079.8164	2665.436
12	2307.9147	3285.2256	4244.4364
15	775.69	511.917	26.432
16	551.868	546.97	53.053
19	869.28	719.11	783.83
20	490.47	452.13	272.25

表 3：附录 B 中排除感觉神经元后的各组数据（二）

序号	主干	分叉	横截面积	破碎度	分叉级数	主干的夹角余弦值	总表面积	体积
1	2.	71.	680716.28	3245.	19	0	27513.71	4104.70
2	2.	112.	538860.71	4596.	24	0.4906279	50162.67	11040.93
3	3.	69.	689970.99	2810.	11	0	43042.28	12620.92
4	6.	142.	8762868.6	2162.	11	1.7954589	63029.40	9778.22
5	1.	417.	69987.	1381.	24	0	44602.60	24566.99
6	1.	472.	79560.	2065.	28	0	53617.39	29444.06
7	10.	497.	7102286.1	4439.	17	4.4986469	284951.72	72501.84
8	15.	510.	5929059.5	4445.	18	6.9975654	323478.03	88624.21
9	15.	510.	5929059.5	4445.	18	6.9975654	323478.03	88624.21
10	12.	175.	5840400.	760.	11	3.3284989	569403.31	342589.25
11	13.	127.	5795668.9	1885.	10	2.8704976	307199.21	214780.7
12	11.	116.	7582020.5	1007.	13	3.1036922	462948	297218.84
15	2.	56.	397088.9	1266.	24	-	11154.87	2411.45
16	2.	33.	301855.24	752.	11	-	10916.44	2641.36
19	8.	113.	625107.94	6070.	10	2.6903685	69205.07	31040.55
20	7.	47.	221756.2	2171.	8	1.7865196	6623.21	1245.83



图 B1



图 B2



图 B3

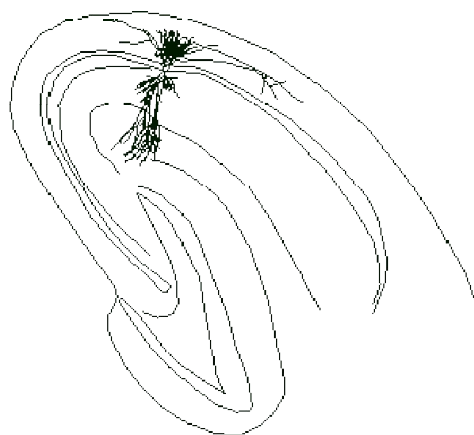


图 B4

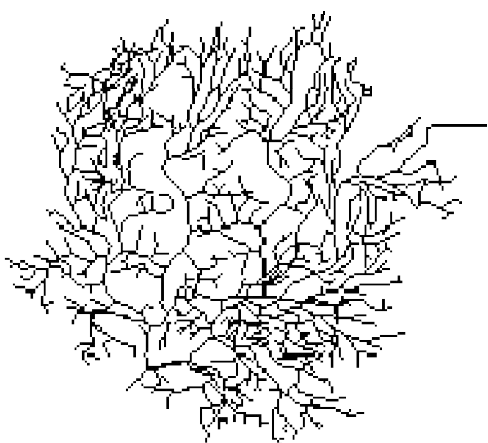


图 B5

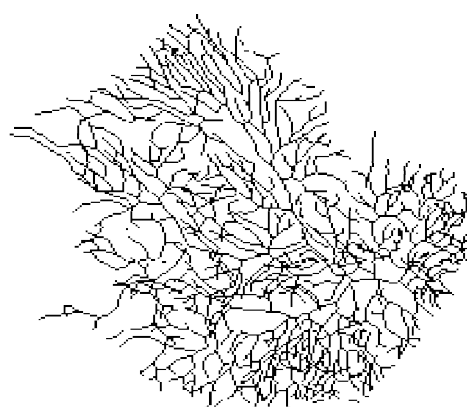


图 B6



图 B7



图 B8

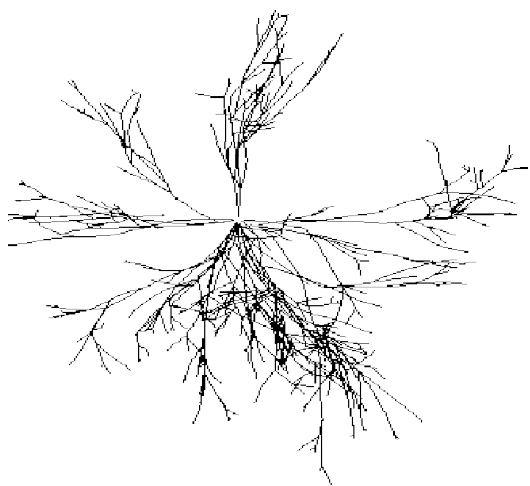


图 B9

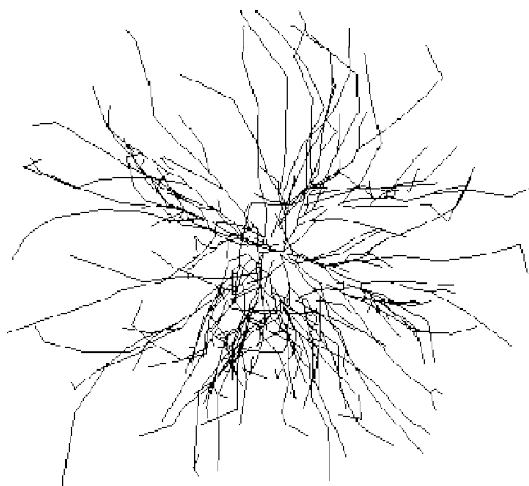


图 B10

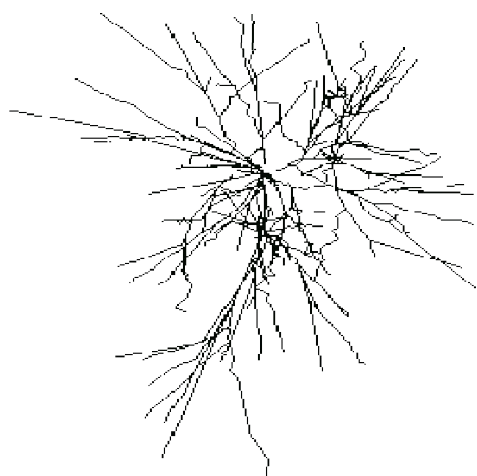


图 B11



图 B12

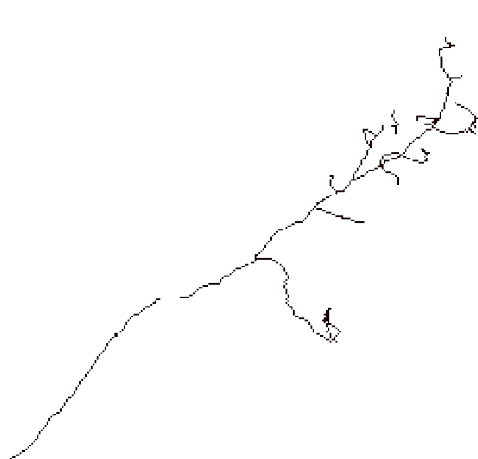


图 B13

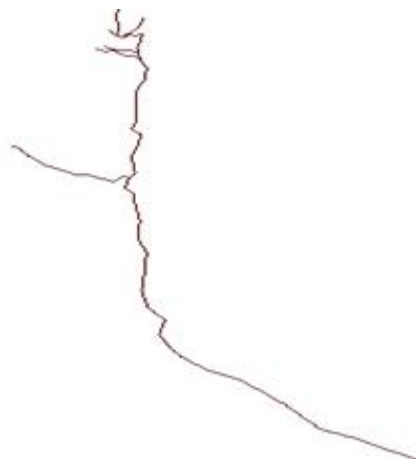


图 B14



图 B15

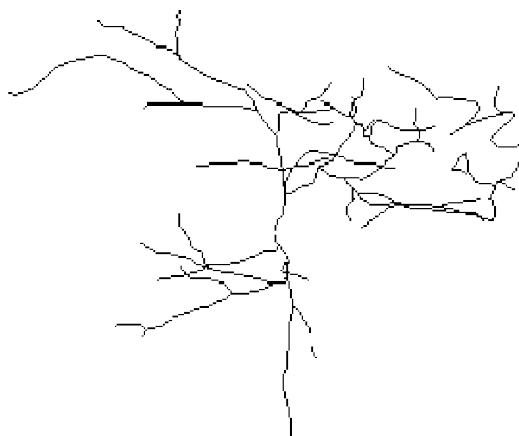


图 B16

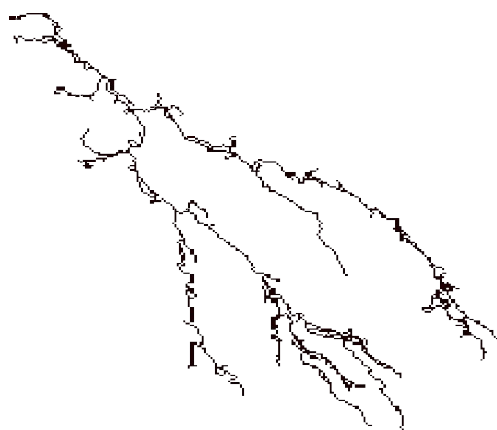


图 B17

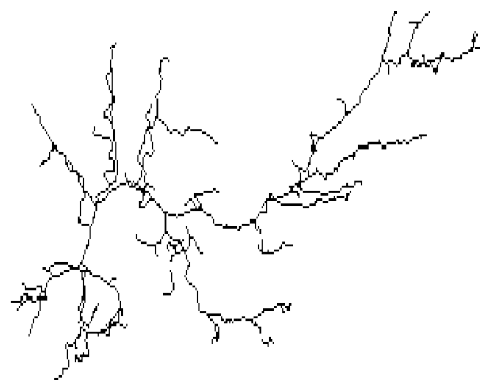


图 B18

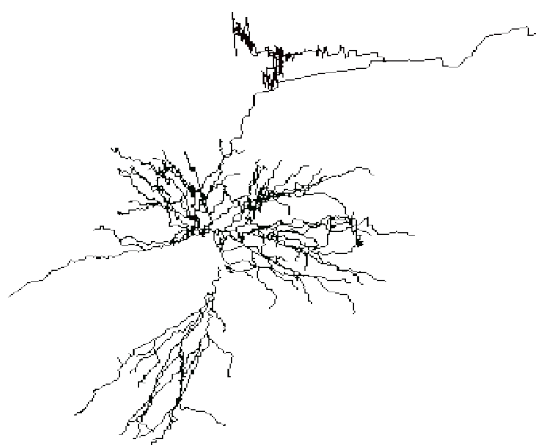


图 B19

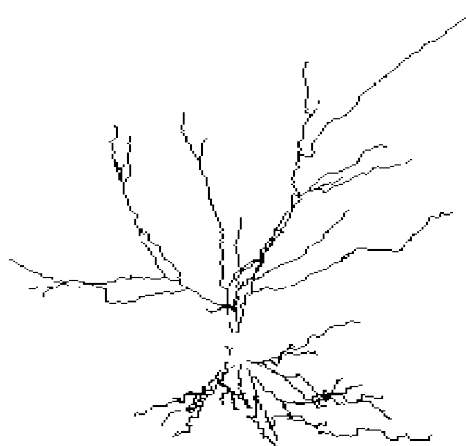


图 B20

5.2.2 问题 2 结论

问题 2 先利用问题 1 中的模型的第一级分类标准筛选出感觉神经元，然后利用问题 1 中的模型的第二级分类标准逐层的判别出剩余的 4 类神经元（中间神经元又可细分为 3 类）。最后仅剩余第一组数据所对应的神经元类型待定。

我们根据几何相似性，利用公式 (1)、(2)、(3)，将第 1 组数据与已知类型的数据

进行比对，最终发现，第 1 组并不属于任何已知数据。

5.3 问题 3 模型与求解

5.3.1 模型的建立

神经元的形态复杂多样，传统的神经元的识别分类情况分析如下：

神经细胞描述：神经细胞呈三角形或多角形，可以分为树突、轴突和胞体这三个区域。

虽然神经元形态与功能多种多样，但结构上大致都可分成胞体和突起两部分。突起又分树突和轴突两种。轴突往往很长，由细胞的轴丘分出，其直径均匀，开始一段称为始段，离开细胞体若干距离后始获得髓鞘，成为神经纤维。习惯上把神经纤维分为有髓纤维与无髓纤维两种，实际上所谓无髓纤维也有一薄层髓鞘，并非完全无髓鞘。

胞体的大小差异很大，小的直径仅 $5\sim 6\mu\text{m}$ ，大的可达 $100\mu\text{m}$ 以上。突起的形态、数量和长短也很不相同。树突多呈树状分支，它可接受刺激并将冲动传向胞体；轴突呈细索状，末端常有分支，称轴突终末，轴突将冲动从胞体传向终末。通常一个神经元有一个至多个树突，但轴突只有一条。神经元的胞体越大，其轴突越长。

根据突起的数目分类（1）假单极神经元：由细胞体发出一个突起，在一定距离又分为两支：一支伸向外周的感受器称外周突；另一支伸向脑或脊髓称中枢突。外周突相当于树突，中枢突相当于轴突。此类神经元位于脊神经节和脑神经节中。（2）双极神经元：从胞体相对的两端各伸出一支突起，一支为树突，另一支为轴突。视网膜和嗅粘膜中的感觉神经元为双极神经元。（3）多极神经元：具有一支轴突和多支树突。大脑皮质、小脑皮质、脊髓灰质等中的神经元属于此类。

根据轴突的长短分类（1）高尔基 I 型细胞（Golgi type I）：神经元的胞体较大、轴突较长。胞体位于脑皮质内，轴突可伸入髓质或脑的其他部位以至脊髓。大脑皮质的锥体细胞、小脑皮质的浦肯野（Purkinje）氏细胞和脊髓的运动神经元皆属于此型。（2）高尔基 II 型细胞（Golgi type II）：神经元的胞体较小、轴突较短，末端反复分支。此类神经元位于脑皮质内，大脑皮质及小脑皮质的颗粒细胞属于此型。

通过对问题 1 和问题 2 的求解我们可以发现，结合层次分析模型和几何相似性模型可以近似的对所有神经元的几何特征进行分类。

第一步，利用问题 1 建立的分类模型进行初分类，将得到的结果按本文提到的空间构象初步命名。

第二步，就可以通过公式（1）、（2）、（3）将不满足分类标准的神经元的相应宽度、高度、深度、总表面积和体积与附录 C 中所给出的各模型分别做比较。满足公式（1）、（2）、（3）的即可以化为附录 C 中做比较的神经元所属类别进行命名。

第三步，将第一步所不能分类出来的神经元，对每一个神经元的相应宽度、高度、深度、总表面积和体积相互做比较，将相似的可以归类为一类，并于 NeuroMorpho.Org 网站上的已知的神经元类型做比较，如满足，即为相应类型；如不满足，即可作为一种新的类型给出。

5.3.2 问题 3 结论

本文提出的神经元的分类方法以及对神经元的命名提出的建议：

第一，利用问题 1 所建立的模型进行初步筛选。

第二，利用几何相似性模型进行进一步筛选。

第三，结合附录 A、附录 C 中给出的比较重要的神经元类别，可用本文提出的有关神经元的空间构象命名。

5.4 问题 4 模型与求解

5.4.1 模型的建立

利用本文建立的分类模型,对附件 A 中的猪的普肯野神经元和鼠的普肯野神经元进行的分析:

表 4 猪的普肯野神经元的形态特征

类型	主干	分叉	宽度	高度	深度	横截面积	破碎度	分叉级数
1.	1.	471.	260.	306.	36.5	79560.	2062.	28.
1.	1.	419.	292.5	251.	24.5	73417.5	1519.	23.
1.	2.	416.	284.5	246.	24.5	69987.	1379.	26.

表 5 鼠的普肯野神经元的形态特征

类型	主干	分叉	宽度	高度	深度	横截面积	破碎度	分叉级数
1.	1.	369.	163.73	173.78	3.75	28452.999	5028.	25.
1.	2.	357.	135.6	190.64	9.25	25850.784	5718.	24.
1.	1.	342.	201.24	191.83	24.5	38603.869	2585.	23.

比较两类数据发现,本文确定的衡量普肯野神经元的指标两这都符合,两者的表面积与体积相差明显,一般表面积为体积的几倍,通过计算的宽度、高度相近,但两者远远大于深度,同时样本的主干数很少一般为一个但分叉数大到几百个,最大分叉级数也为几十个,样本的空间构想大致是树叶脉络状的薄片。

5.4.2 结论

通过比较得到的数据,可以确定不同动物的神经系统中同一类神经元的形态特征有区别,但这不影响我们来确定它是哪一类神经元的指标。不会影响我们对它进行分类。

5.5 问题 5 模型的设想

神经元的实际形态是随着时间的流逝,树突和轴突不断地生长而发生变化的。早在 1865 年戴特尔斯(Deiters)按形态学特点将神经元突起分为树突和轴突。从形态上一般认为树突和轴突间有几个显著的区别点:a)树突数目多;轴突仅一条。b)树突自胞体伸出无特殊区域;轴突从胞体发出处有一特殊的区段——轴丘。c)树突从胞体发出后逐渐变细,并不断分支;轴突粗细均匀,无分支或少分支。d)树突以锐角发出分支;轴突以直角发出侧支。预测神经元形态的生长变化过程,就是相当于预测轴突和树突的生长趋势,这是一个动态问题分析。我们考虑从轴突和树突生长的择优取向入手。

以附录 A、附录 B 和附录 C 中的所有数据为样本,由于生物生长的择优取向,我们可以假设,虽然树突和轴突是不断地生长而发生变化的,但是它们的生长方向一定是沿着主干延伸的方向生长的,但是并不是所有主干上的树突和轴突都会继续生长。树突或轴突的生长趋势受多种因素影响,其中择优取向在这些因素中具有重要地位。

经过对附录 A、附录 B 和附录 C 中的所有数据从其主干夹角的方向进行定量分析和比较分析,并且对其图形进行考量,我们可以很容易的确定出:a)感觉神经元的择优取向是沿着其主干方向,其树突和轴突可能是向空间四周辐射生长的。b)普肯野神经元的择优取向是沿着由宽度和高度所确定的截面,其树突和轴突可能只沿着截面向外围发散生长,但沿着深度方向几乎是不生长的。c)锥体神经元的择优取向是沿着高度方向,其树突和轴突可能是沿着高度方向向两端生长。d)中间神经元的择优取向是沿着其主干方向,其树突和轴突都是沿着主干方向向空间发散生长。e)感觉神经元的择优取向仍然是沿着主干方向,感觉神经元只有轴突的存在,如果继续生长可能只沿着主干朝向一个方向生长。

随着神经元的生长,其某些特性将变成共性,树突和轴突不断生长将渐渐充盈空间,这将给我们对神经元类型的判别带来越来越多的困难。随着体系的增大,也将影响到体系的择优取向,使得某些择优取向消失。

6. 模型优缺点

6.1 模型优点

本文设计的分类器模型，首先首先对提供的参考数据进行统计分析，将其转化成描述相应每类神经元的空间形态的指标，然后对每个指标定性分析和对比分析，确定对各类型神经元细胞识别起决定作用的指标，在此基础上建立每类神经元的分类模型，以此模型来作为每类神经元的分类标准，经过我们分别在附录 A、附录 B 中不断的实验，发现该分类模型有相对较高的分类精度。

6.2 模型缺点

该分类模型的是建立在能基本决定神经元的类型的部分特性指标的基础上，由于决定神经元的形态的指标很多，该分类模型处理一些形态复杂的神经网络还有一定的难度，并且该分类方法取决于人的决定因素很高，在保证准确度的前提下它的效率、智能程度比较低，因此还有很多要进一步的改进。

7. 参考文献

- [1] 刘深泉，姚良瑾，覃秋菊等，神经元的形态识别和电位发放特性，第十二届全国非线性振动暨第九届全国非线性动力学和运动稳定性学术会议论文集：1043-1049，2009 年。
- [2] G. Ascoli, R.F. Goldin, Coordinate systems for dendritic spines: a somatocentric approach, Complexity, 2 (4): 40-48, 1997.
- [3] Frank R. Giordano, Maurice D. Weir, William P. Fox, 数学建模 (原书第 3 版), 北京: 机械工业出版社, 2005.
- [4] <http://NeuroMorpho.Org>
- [5] <http://neuromorpho.org/neuroMorpho/FormSubmit>
- [6] <http://www.scilab.org>
- [7] 胡仁义，神经细胞的树突和轴突间的区别，生物学通报，7: 21-22, 1989。
- [8] Giorgio A. Ascoli, Computer generation and quantitative morphometric analysis of virtual neurons, Original Article, 204:283-301, 2001。
- [9] GIORGIO A. ASCOLI, Coordinate Systems for Dendritic Spines: A Somatocentric Approach, Research Article, 2 (4): 40-48, 1997