

参赛密码 _____
(由组委会填写)

全国第八届研究生数学建模竞赛

学 校 西北工业大学

参赛队号 10699002

| | |
|------|-------|
| 队员姓名 | 1.李 想 |
| | 2.张 锐 |
| | 3.赵金龙 |

全国第八届研究生数学建模竞赛



题 目 基于几何光学法和惠更斯原理的微波暗室性能分析

摘 要：

微波暗室可通过其壁面吸收大部分微波，从而提供近似的电磁“自由空间”，近几十年来被广泛的应用于天线、雷达等电子产品的仿真与测试之中。在导弹制导系统的研制过程中，微波暗室更是起到不可替代的作用，因此分析微波暗室的性能十分必要。

对于微波暗室的性能分析可以从两方面入手：第一方面是从微观的角度，考虑组成暗室墙壁的吸波单元的性能，这与材料本身的性质以及吸波单元的几何形状有关，而材料本身的吸波性能可以通过垂直入射反射率 ρ 描述；另一方面是从宏观的角度分析微波暗室的整体性能，考虑到惠更斯原理，需要研究暗室各个壁面乃至整个暗室空间的电磁相互作用。

针对问题一，从微观角度对尖劈形状吸波体的性能进行分析。首先基于几何光学法，依据反射定律建立了二维尖劈界面反射的数学模型，定量分析了给定入射角度及辐射强度的入射波的最终反射方向、反射次数以及反射波的辐射强度等参数。数值仿真显示，对于 32° 的尖劈角，当微波入射角为 60° 时，反射次数为4，沿与 x 正向成 128° 的方向射出，反射强度为入射强度的 $0.36\rho^4$ 倍。利用二维模型还对平行波入射、多波同点不同入射角入射以及改变尖劈角等各种情况进行了仿真和分析。

然后在二维模型的基础上建立了三维尖劈反射的数学模型，推导了反射次数、反射强度等关系式，通过数值算例说明，对于 15° 的尖劈角，当射向角为 30° ，方位角为 60° 时，反射次数为5次，反射强度为入射强度的 $0.125\rho^5$ 倍，最终反射线的方向对应的射向角和方位角分别为 165° 和 347° 。

对于问题二，从宏观角度考虑微波暗室的整体性能，即在暗室内某处有一辐射源的情况下，计算导弹导引头安装处（静区）受墙壁反射信号的功率之和

与直接从信号源直接得到的微波功率之比 γ 。在这一部分中，首先根据视在天线运动参数及“等价重心原理”确定天线阵列每个天线的发射功率随时间变化的关系。基于几何光学法，在暗室三维空间内根据反射定律建立从波源到导引头的电磁波传播模型，推导通过六个内壁反射的几何关系，并研究能量衰减的规律，最终得出了 γ 的表达式。数值计算结果表明，当 $\rho=0.5$ 时， $\gamma \approx 0.344 > 0.03$ ，不能满足仿真技术要求；而 $\rho=0.05$ 时， $\gamma \approx 0.0295 < 0.03$ ，满足仿真技术要求；当视在目标处于导引头正前方的位置， γ 达到最小值。

几何光学法模型仅依赖于简单的反射规律，不能真实反映电磁波的波动特性——波的传播路径上每一点都成为次级波的新波源，因此提出一个基于惠更斯原理的新模型，将受到波源辐射的暗室内壁每一点都看做是新的波源，并假设新波源为余弦辐射体。在暗室内壁任取一微元，微元向外辐射通量等于微元接收的其他辐射源所产生的辐射通量之和与反射率 ρ 的乘积，再根据余弦辐射体法向辐射强度与辐射通量之间的关系，建立了关于辐射强度的微分积分方程模型。方程的求解采用离散化算法：将暗室内壁离散为 n 个边长为 d 的正方形单元，取每个正方形的中点为计算节点。将连续模型的曲面积分转化为关于离散点系辐射强度的 n 个线性方程。通过求解这个 n 元线性方程组得到每个节点的辐射强度，从而求得静区的直接辐射功率以及间接辐射功率，最终得到 γ 。使用离散算法进行的数值计算表明，当 $\rho=0.5$ 时， $\gamma \approx 0.15 > 0.03$ ，不能满足仿真技术要求；而 $\rho=0.05$ 时， $\gamma \approx 0.011 < 0.03$ ，满足仿真技术要求。同样， γ 在时间为2s时达到最小值。

问题二的两个模型得到了一致的结论，即当 $\rho=0.5$ 时， γ 不能满足仿真技术要求；而 $\rho=0.05$ 时， γ 满足仿真技术要求。不过两个模型计算的 γ 在量值上存在明显的差异。因此，在最后对产生两种模型之间差别的原因以及它们各自的优缺点进行了讨论和分析，并将基于惠更斯原理的模型进行了推广。

关键词：微波暗室 几何光学法 惠更斯原理 微分积分方程 离散化算法

目 录

| | | |
|-------|--------------------|----|
| 1 | 问题重述 | 4 |
| 2 | 问题分析 | 5 |
| 3 | 基本假设 | 5 |
| 4 | 符号说明 | 6 |
| 5 | 问题一 | 6 |
| 5.1 | 二维尖劈界面反射的数学模型 | 6 |
| 5.1.1 | 入射角的变化律 | 7 |
| 5.1.2 | 反射方向与反射次数 | 7 |
| 5.1.3 | 反射波的辐射强度 | 9 |
| 5.1.4 | 仿真结果 | 9 |
| 5.2 | 三维尖劈界面反射的数学模型 | 11 |
| 5.2.1 | 反射方向与反射次数 | 11 |
| 5.2.2 | 反射波的辐射强度 | 11 |
| 5.2.3 | 仿真结果 | 12 |
| 6 | 问题二 | 13 |
| 6.1 | 天线阵列工作时序分析 | 14 |
| 6.2 | 基于几何光学法的微波暗室性能分析模型 | 16 |
| 6.2.1 | 问题分析 | 16 |
| 6.2.2 | 直射照度 E_d 的计算 | 16 |
| 6.2.3 | 非直射照度 E_r 的计算 | 17 |
| 6.2.4 | 仿真结果 | 21 |
| 6.3 | 基于惠更斯原理的微波暗室性能分析模型 | 23 |
| 6.3.1 | 模型建立 | 23 |
| 6.3.2 | 算法设计 | 24 |
| 6.3.3 | 仿真结果 | 26 |
| 7 | 模型评价及改进 | 28 |

1 问题重述

隐身技术的基础研究包括探索不同频段上吸波的机理,研制高效吸波的特殊材料,将吸波材料设计成合理的形状使之发挥最大效能等。许多以电磁波,光波或声波的传播为信息载体的仪器设备,都需要功能与性能的测试,甚至还要对其工作过程进行尽可能真实的仿真。在近代各种干扰已无法全部避免,所以近三十多年来这样的测试与仿真,放置在被称为“无回波暗室”的实验室中进行。

无回波暗室能够屏蔽外界干扰信号,通过内墙(包括地面与天顶面)敷设的吸波体,吸收各类反射信号,使室内反射大为减弱,被测设备接收到的“似乎”只有测试信号源发出的实验所需信号。这样,它为测试设备提供了一个几乎没有反射信号的“自由空间”。

吸波材料一般制成平板形状和特殊形状两大类基本形状。平板形状吸波体的主要性能指标是电磁波从空间向材料表面垂直入射(入射角)时的反射率 ρ ,其值越小,吸波性能越高。为了提高无回波暗室的吸波性能,一般使用锥体(正四棱锥或正圆锥体等)或尖劈形状的特殊形状吸波体,大量锥体或尖劈有规律地排列组成的整体粘贴在墙上构成吸波体。采用这些形状的主要理由是它们能使得辐射波在尖形的几何空缺间形成多次反射和透射-反射,降低反射出去的能量,实现高效率吸波。吸波体的吸波性能计算需要考虑多次反射,微波暗室的电磁特性分析应研究各个墙面间的相互影响。

一种用于模拟导引头跟踪目标的仿真系统主要由目标模拟器系统,作为导引头支架的三轴转台和微波暗室组成。目标模拟器用来模拟目标运动,它由天线阵列子系统及其控制子系统组成。天线阵列是安置在微波暗室靠近一面墙、有规律排列在同一球面的若干个微波天线,各天线的中心轴线对准球心,按某种规律依次发射模拟目标回波的微波信号,模拟自由空间中目标相对于导弹的运动。需要测试的导引头安装在三轴转台上,转台根据导引头跟踪目标时发出的制导指令作三自由度角度的转动,带动导引头模拟导弹在空间的三自由度运动。微波暗室提供一个微波“自由空间”。控制天线阵列上两相邻天线的功率比及它们的功率之和,并连续地控制相邻的两两一组的天线的开关,使之时间上前后衔接,对导引头相当于在目标阵列上有一个运动的视在天线,模拟了导弹与目标之间的相对连续的运动。静区小方块的中心点与目标模拟阵列圆弧的圆心重合。静区接收到的电磁能量直接对导弹的导引仿真有重要影响,

问题1: 尖劈形状吸波体的性能分析

试建立入射波线在一个尖劈几何空缺间反射过程的数学模型,即分别刻画最终反射波线的方向,反射次数,反射波的辐射强度与已知反射率、诸几何参数之间的定量关系。

问题2: 导弹导引仿真实验用的微波暗室的性能研究

设天线属于余弦辐射体,根据导引仿真要求,静区从诸墙面得到的反射信号的功率之和与从信号源直接得到的微波功率之比 γ ,始终满足 $\gamma \leq 0.03$ 。目标模拟器对导引头的视在目标运动从左端开始,以匀角速运动到右端,前后共4秒,视在天线中心轴线对准静区中心,中心轴线处的发射功率强度随时间线性增大,结束时比初始时增大了一倍。

若暗室铺设平板形吸波材料,其垂直反射率 $\rho = 0.50$ 。试建立合适的数学模型,在上

述假设下,根据提供的数据,通过对模型的分析与数值计算,判断这样的微波暗室能否能满足仿真技术要求?在此弹目相对运动过程中,何时的 γ 值最小?

进一步,若暗室改为铺设尖劈形吸波材料,由于沿尖劈形吸波体各平面处的吸波效果不是常数,所以常用统计的方法求出其平均值,称此平均值为平均反射率。现设此平均反射率已经求出,为 $\rho = 0.05$,请你再次用模型进行计算,根据结果判断,这样的暗室是否能满足仿真技术要求?何时的 γ 值最小?

2 问题分析

问题一的主要内容是建立入射波线在一个尖劈几何空缺间反射过程的数学模型,并且只考虑波在两种不同介质界面处的反射,不考虑边缘处的绕射。首先可以从二维入手,考虑平面的尖劈模型,采用几何光学法,即根据光的反射规律利用平面几何定量的分析入射角与反射次数、反射方向等参数之间的关系。然后将模型向三维情况推广,考虑三维尖劈吸波体。同样利用反射规律以及空间几何的知识分析入射波的反射过程,确定入射波与反射波诸参数之间的定量关系。

问题二首先可以根据题目给出的运动规律及“等价重心原理”确定天线阵列中16个天线的工作时序,即在任一时刻任一天线的发射功率。从天线——辐射源到静区的直接辐射可以很容易的根据几何参数及辐射公式算出,这一问的主要难点在于间接辐射的计算。可以继续考虑几何光学法,推导通过六个壁面到静区的反射规律,得到包含反射次数 n 的一般表达式。然后根据截断误差确定 n 的值,只计算 $\leq n$ 次反射对静区的辐射。通过这样的方法就可以得到 $\gamma(t)$ 。进而判断对于不同的 ρ 值是否能满足仿真技术要求,同时确定 $\gamma(t)$ 的最小值及其时刻。

由惠更斯原理,波面上的每一点都是一个次级球面波的子波源。这样问题二真实的物理情况应该是自波源辐射出的每一点都可以看做是新的辐射源。那么,受到波源辐射的壁面上的每一点都应看做新的辐射源,并且它们始终互相辐射互相影响。这种情况下,静区接收到的间接辐射显然不能用简单的某一点反射来计算,而是壁面的每一点都对其辐射。这无疑大大增加了问题的复杂性。因此需要建立一个全新模型,摒弃几何光学法,从宏观角度全面考虑暗室各壁之间的互相影响,并确定静区接收到的辐射,最终得出 $\gamma(t)$ 。

3 基本假设

本文基于以下的基本假设:

1. 天线阵列可工作正常,不存在异常情况
2. 视在天线发射功率强度分布满足余弦辐射体;
3. 只考虑所有墙面对辐射的反射,不计入墙面的散射;
4. 不计入模拟器的天线及其安装支架,以及导引头本身对辐射的影响;
5. 惠更斯原理仅作用于辐射源及壁室反射面,电磁波在其余空间沿直线传播;

4 符号说明

本文中用到的符号如表1所示：

表 1 符号说明

| 符号 | 含义 |
|------------|-------------------|
| α | 尖劈角的一半 |
| h | 尖劈角高度 |
| d | 尖劈的地步宽度 |
| P_i | 入射波功率 |
| ϕ | 辐射通量 |
| I | 辐射强度 |
| E | 辐射照度 |
| M | 辐射出射度 |
| P_r | 反射波功率 |
| η | 入射角大小 |
| ρ | 垂直入射反射率 |
| I_N | 天线轴线方向辐射强度 |
| R | 圆弧形天线阵列的半径 |
| B | 无回波暗室的宽 |
| H | 无回波暗室的高 |
| L | 无回波暗室的长 |
| b | 天线阵列到暗室墙面的最短距离 |
| β | 目标模拟器对天线的总张角 |
| θ_i | i 号天线的安装角 |
| θ_t | 视在天线在 t 时刻的安装角 |
| ΔT | 相邻两天线之间视在天线的运动时间 |
| T | 目标模拟器的总运动时间 |
| γ | 微波暗室性能指标值 |
| E_d | 静区处所接收到到视在天线直射照度 |
| E_r | 静区处所接收到到视在天线非直射照度 |

5 问题一

该部分的主要内容是建立入射波线在一个尖劈几何空缺间反射过程的数学模型，只考虑波在两种不同介质界面处的反射，不考虑边缘处的绕射。直接分析三维反射的情况较为复杂，因此，本文基于几何光学原理[1]，首先针对二维问题建立相关数学模型。

5.1 二维尖劈界面反射的数学模型

针对二维情况，入射波在相邻两个尖劈几何空缺间反射过程如图1所示， η_1 为第一次反射过程的入射角， η_2 为第二次反射过程的入射角。

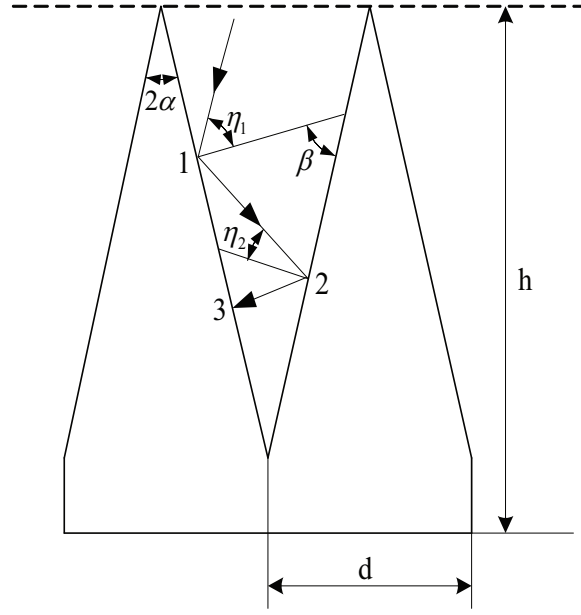


图 1 二维尖劈电磁波入射反射示意图

5.1.1 入射角的变化律

首先分析整个反射过程中的入射角大小变化规律，在图1中有：

$$\beta = 90^\circ - 2\alpha \quad (1)$$

$$\eta_2 + (90^\circ - \eta_1) + (180^\circ - \beta) = 180^\circ \quad (2)$$

由上述两式可得：

$$\eta_2 = \eta_1 - 2\alpha \quad (3)$$

由式(3)所示递推关系可知，当入射波从尖劈顶端向下传播时，任意相邻两次反射过程的入射角大小满足下式：

$$\eta_{i+1} = \eta_i - 2\alpha \quad (4)$$

即入射波每一次进行反射时，其入射角都比上一次反射的入射角减小 2α ，则第 i 次反射过程的入射角为：

$$\eta_i = \eta_1 - 2(i - 1)\alpha \quad (5)$$

根据光学理论中的光路可逆原理[1]可知，当入射波沿着尖劈底部向上反射时，其入射角的变化规律与式(4)所示恰好相反，可表示为：

$$\eta_{i+1} = \eta_i + 2\alpha \quad (6)$$

即入射波每反射一次，其入射角都比上一次沿相同方向反射时的入射角增加 2α 。

5.1.2 反射方向与反射次数

辐射源辐射的电磁波可以用矢量来表示，则其大小表示电磁波功率，其方向代表电磁波传播方向，则电磁波在介质表面的反射过程如图2所示：

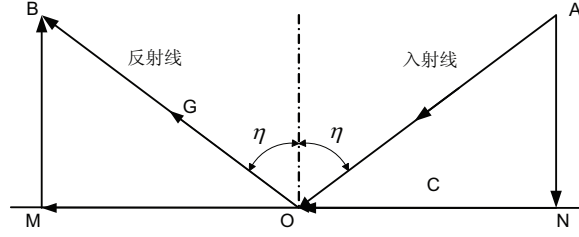


图 2 电磁波入射反射示意图

图2中, \overrightarrow{AO} 表示入射波, \overrightarrow{OG} 表示反射波, 由垂直入射反射率 ρ 的定义可知, 电磁波在介质表面反射之后, 其功率存在一定程度的衰减[2], 但其传播方向依然满足光学基本原理[1], 因此:

$$\rho \cos \eta = \frac{|OG|}{|AO|} = \frac{P_r}{P_i} \quad (7)$$

式中, η 为入射角大小, P_r 为反射波功率, P_i 为入射波功率。

由于反射波功率大小可通过上式(7)直接进行计算, 因此, 在分析电磁波的反射方向与反射次数时, 暂不考虑反射波功率的损失, 即在图2中, 假设 \overrightarrow{OB} 为入射电磁波的反射波。

由式(5)可知, 当入射波从尖劈顶端向下传播时, 入射角大小单调递减。当 $\eta_i < 0$ 时, 则表示电磁波反向, 将向着尖顶方向入射, 此时的入射角变化符合式(6); 特殊情况下, 当 $\eta_i = 0$ 时, 入射波方向与界面法线重合, 电磁波将沿着原路返回。

电磁波的反射次数与第一次反射的入射角大小 η_1 之间的关系可表示如下:

1. 当 $\eta_1 = 2n\alpha, n = 1, 2, \dots$ 时, 由于 θ_1 为 2α 的正整数倍, 因此, 由式(5)可知, 第 $n+1$ 反射的入射角为0, 电磁波将沿原路返回, 总反射次数为:

$$R_n = 2n + 1 \quad (8)$$

2. 当 $\eta_1 \neq 2n\alpha, n = 1, 2, \dots$ 时, 将总反射次数按电磁波方向分为反向前和反向后两部分来计算:

$$R_n = R_{n1} + R_{n2} \quad (9)$$

式中, R_{n1} 表示反向前电磁波反射次数, R_{n2} 表示反向后电磁波反射次数。

由于入射角小于0即表示反射方向反向, 因此, 反向前的反射次数 R_{n1} 可表示如下:

$$R_{n1} = 1 + \left\lfloor \frac{\eta_1}{2\alpha} \right\rfloor \quad (10)$$

当入射波开始向着尖劈顶端传播时, 第一次反射的入射角可表示为 $\eta_{R_{n1}+1} = 2R_{n1}\alpha - \eta_1$ 。当某一次反射后的反射波与尖劈表面平行时, 则反射波射出见尖劈几何空缺, 因此, 根据式(6)可得, 电磁波反向后的反射次数 R_{n2} 为:

$$R_{n2} = \left\lfloor \frac{\frac{\pi}{2} - 2R_{n1}\alpha + \eta_1}{2\alpha} \right\rfloor \quad (11)$$

综合式(9)(10)(11)即可得出 $\eta_1 \neq 2n\alpha$ 时的反射次数。

5.1.3 反射波的辐射强度

针对二维平面内的反射, 根据反射率定义和式(7)可得, 每次反射后的电磁波功率 P_2 为:

$$P_2 = P_1 \rho \cos \eta \quad (12)$$

式中, P_1 为反射前的电磁波功率。

5.1.4 仿真结果

取垂直反射率 $\rho = 0.5$, 本文分别取初始入射角 $\eta = 60^\circ$ 和 $\eta = 75^\circ$ 进行了仿真计算, 仿真结果如下所示。设尖劈角 $2\alpha = 32^\circ$, 图3为 $\eta = 60^\circ$ 时的电磁波反射过程示意图, 图4为每一次反射后反射波功率大小, 反射次数为0对应初始入射波功率 P_0 , 本文设 $P_0 = 1$ 。

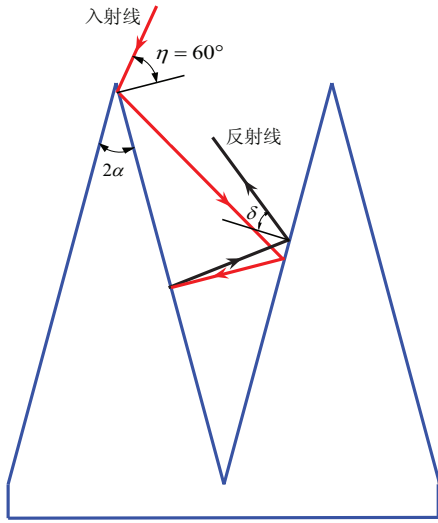


图 3 $\eta = 60^\circ$ 时的二维反射示意图

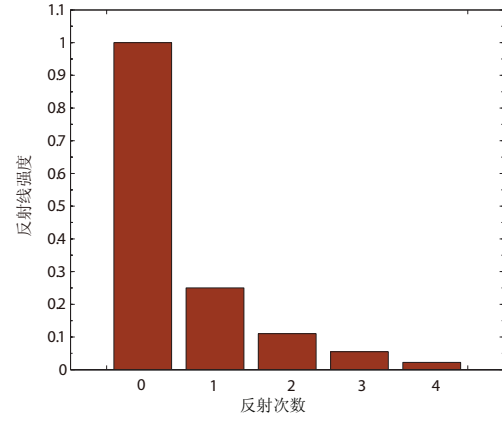


图 4 $\eta = 60^\circ$ 时的反射波强度变化图

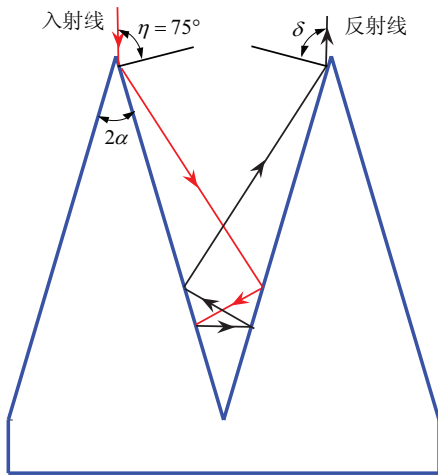


图 5 $\eta = 75^\circ$ 时的二维反射示意图

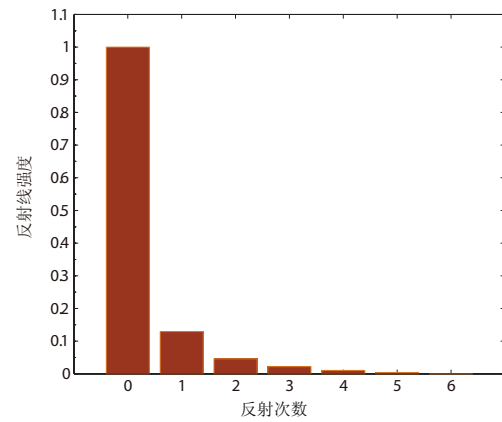


图 6 $\eta = 75^\circ$ 时的反射波强度变化图

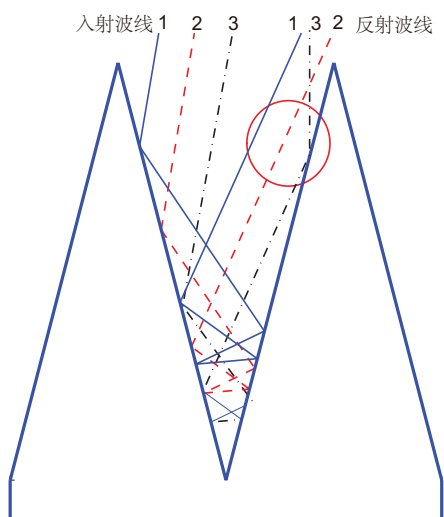


图 7 一组平行光入射时的反射示意图

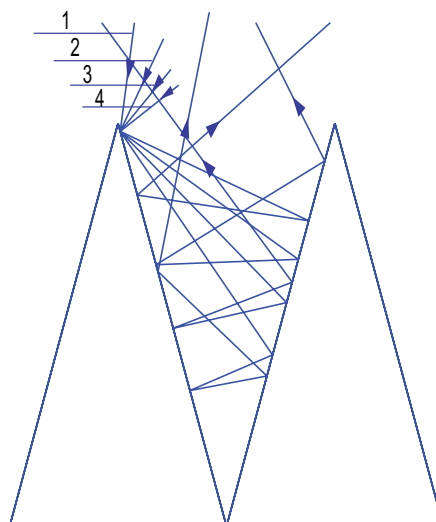


图 8 不同入射角下的反射示意图

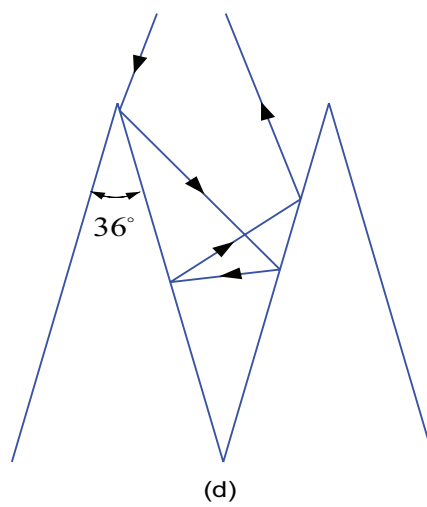
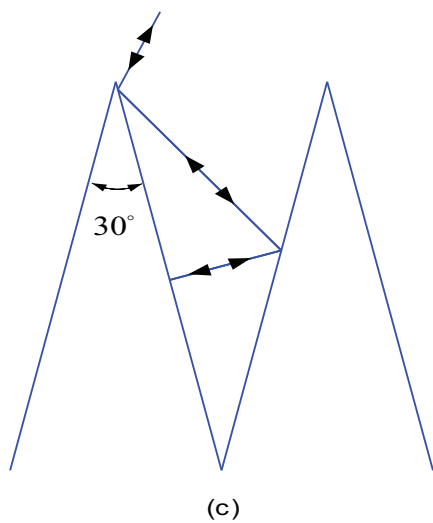
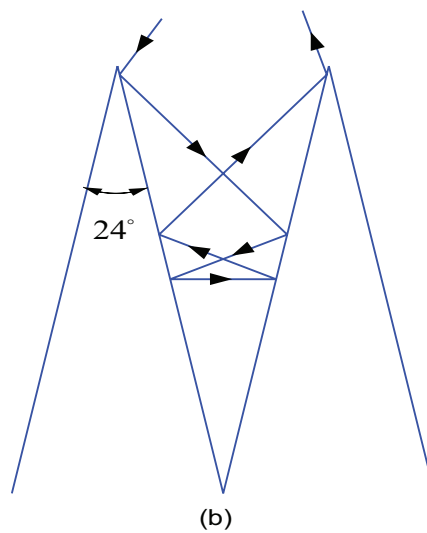
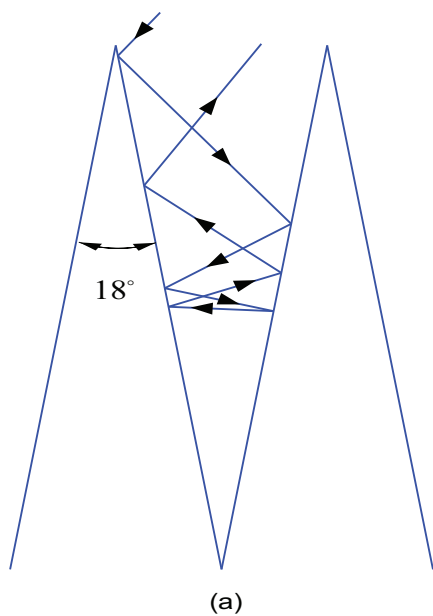


图 9 不同劈尖角下的反射示意图

设尖劈角 $2\alpha = 30^\circ$ ，图5为 $\eta = 75^\circ$ 时的电磁波反射过程示意图，图6为每一次反射后反射波功率大小。60度入射角的情况下计算所得反射角与辐射功率如表2 所示,计算得出，电磁波从尖劈空间射出后，反射波功率为0.05，与尖劈表面的法线夹角为68度。

表 2 60度入射角对应的反射角和辐射功率

| 反射次数 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----------|----|------|------|-------|
| 反射角(deg) | 60 | 28 | 4 | 36 |
| 辐射功率 | 1 | 0.25 | 0.11 | 0.055 |

表 3 75度入射角对应的反射角和辐射功率

| 反射次数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------|----|-------|-------|-------|-------|-------|
| 反射角(deg) | 75 | 45 | 15 | 15 | 45 | 75 |
| 辐射功率 | 1 | 0.129 | 0.046 | 0.022 | 0.011 | 0.004 |

75度入射角的情况下计算所得反射角与辐射功率如表3 所示,计算得出，电磁波从尖劈空间射出后，反射波功率为0.004，与尖劈表面的法线夹角为75度。

对比图3到图6可以看出，本文基于几何光学原理所建立的模型可以较为准确地算出反射波线的方向、反射次数，以及反射波的辐射强度。

图7所示为一组平行光入射时的反射过程示意图，其中，入射波形1和2均经过5次反射后，从尖劈空缺右端射出；入射波线3经6反射后，从尖劈空缺左端射出。图8所示为相同入射点，不同入射角情况下的反射示意图。图9所示为入射角相同，尖劈角不同的情况下反射示意图。仿真结果表明，本文所建立的模型可较准确地模拟出多种情况下入射波线在尖劈空缺间的反射过程。

5.2 三维尖劈界面反射的数学模型

5.2.1 反射方向与反射次数

由于本文假设尖劈的长度沿 x 方向为无限长，如5.1.2节所述，本文用矢量表示电磁波，则可将其分别沿平行和垂直于尖劈截面的方向分解，如图10所示。在垂直于尖劈截面方向，电磁波 \overrightarrow{HB} 在该方向分量 \overrightarrow{HE} 平行于尖劈表面，沿 x 方向传播并保持方向不变；在平行于尖劈截面方向，将入射波在该平面的分量 \overrightarrow{HC} 按照二维情况下的模型进行计算，所得反射次数即为三维尖劈界面反射的反射次数[1]。

5.2.2 反射波的辐射强度

要求解反射波的辐射强度，首先需要在三维情况下求解入射角 η 。图10即为三维情况下电磁波进行空间角分解示意图，其中， \overrightarrow{HB} 为入射电磁波，其方位角和高低角依次为 φ 、 θ ，面 $MFGN$ 为尖劈表面。

图10中，有

$$\tan \zeta = \frac{OC}{OH} = \frac{HB \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi}{HB \cdot \cos \theta} = \tan \theta \cdot \sin \varphi \quad (13)$$

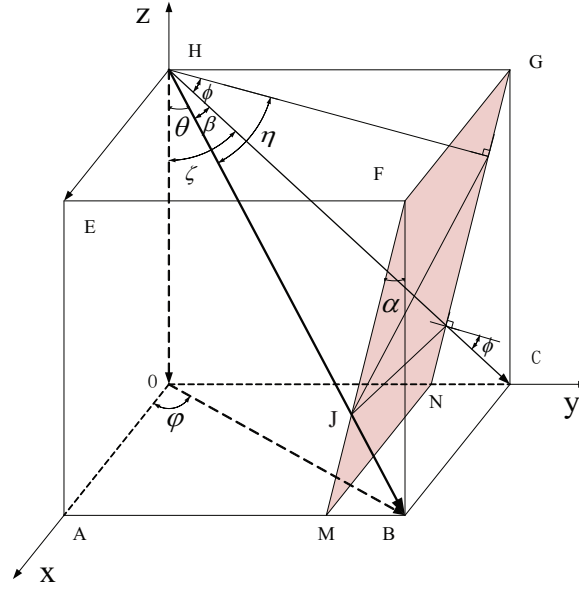


图 10 入射角分解示意图

由于角 ϕ 为 HC 与尖劈表面 $MFGN$ 法线的夹角，点 D 为垂足，因此，在三角形 CDG 中，由三角形内角和等于180度知：

$$(90^\circ + \phi) + \zeta + \alpha = 180^\circ \quad (14)$$

式中， α 为尖劈角的一半。

又由于 $C = HB \cdot \sin \beta = HB \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi$ ，可得：

$$\sin \beta = \sin \theta \cdot \cos \varphi \quad (15)$$

图10中，由于 $ZJ \cdot \cos \eta = ZJ \cdot \cos \beta \cdot \cos \phi$ ，可得：

$$\cos \eta = \cos \beta \cdot \cos \phi \quad (16)$$

式中， η 表示电磁波的实际入射角。

联立式(13)(14)(15)(16)即可解得实际入射角 η ，并进一步求得三维情况下每一次反射后反射波的辐射强度为：

$$P_2 = P_1 \rho \cos \eta \quad (17)$$

式中， P_1 为反射前的电磁波功率。

5.2.3 仿真结果

设入射波线初始射向角为30度，方位角为60度，尖劈角为30度，三维仿真结果如图11到图14所示，射向角 θ 和方位角 φ 的定义见图10,其中， φ 为波线与 x 轴正向沿逆时针旋转所成角度。图12所示为每次反射后辐射波的功率，设入射波初始功率为1；图13所示为电磁波反射的纵向视图，方位角即为该图中辐射波与 x 轴正向夹角；图14所示为电磁波反射在尖劈横向界面内的视图，射向角即为该图中辐射波与 y 轴正向夹角。

仿真过程中的角度信息如表4所示：仿真结果表明，本文所建立的模型可较准确地模拟出多种情况下入射波线在尖劈空缺间的反射过程。

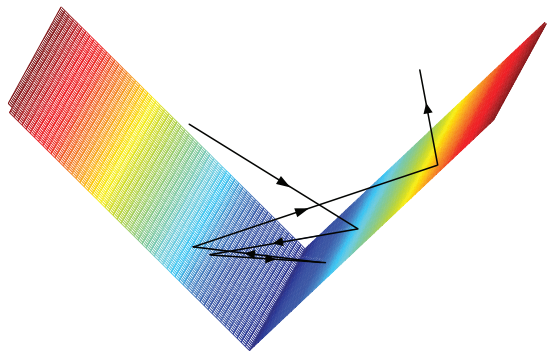


图 11 入射波反射的三维示意图

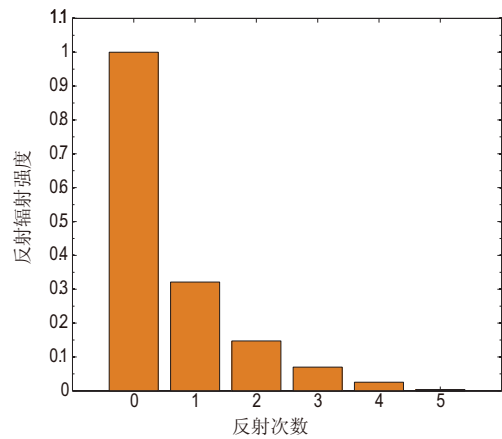


图 12 三维仿真时辐射功率变化图

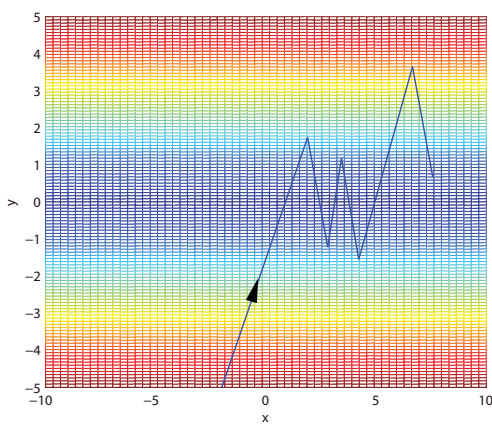


图 13 电磁波反射的纵向视图

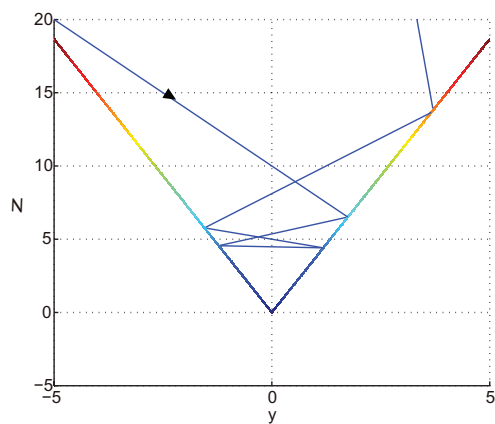


图 14 电磁波反射的纵向视图

表 4 不同离散化程度对计算结果的影响单位/deg

| 反射次数 | 射向角 | 方位角 | 横向视图中的入射角 | 辐射功率 |
|------|--------|--------|-----------|-------|
| 1 | 30.00 | 60.00 | 48.43 | 0.321 |
| 2 | 57.76 | 287.19 | 18.43 | 0.148 |
| 3 | 86.67 | 75.50 | 11.57 | 0.070 |
| 4 | 115.66 | 286.10 | 41.57 | 0.025 |
| 5 | 143.90 | 64.89 | 71.57 | 0.004 |

6 问题二

在问题二中，目标模拟器是圆弧形线阵列，而非球面阵列。由于对导引头视在方向的模拟是通过相邻两个天线同时发射同频率同相位且相同极化方向、但功率不同的微波信号来实现的，因此，任一时刻最多只有两个天线在同时工作，而在天线正好位于导引头视在方向上的瞬时，则只有一个天线在工作。本文首先分析圆弧形天线阵列中每个天线的工作时序。

6.1 天线阵列工作时序分析

将圆弧形天线阵列中16个天线按次序进行编号，如图15所示， P 表示当前时刻的视在目标。

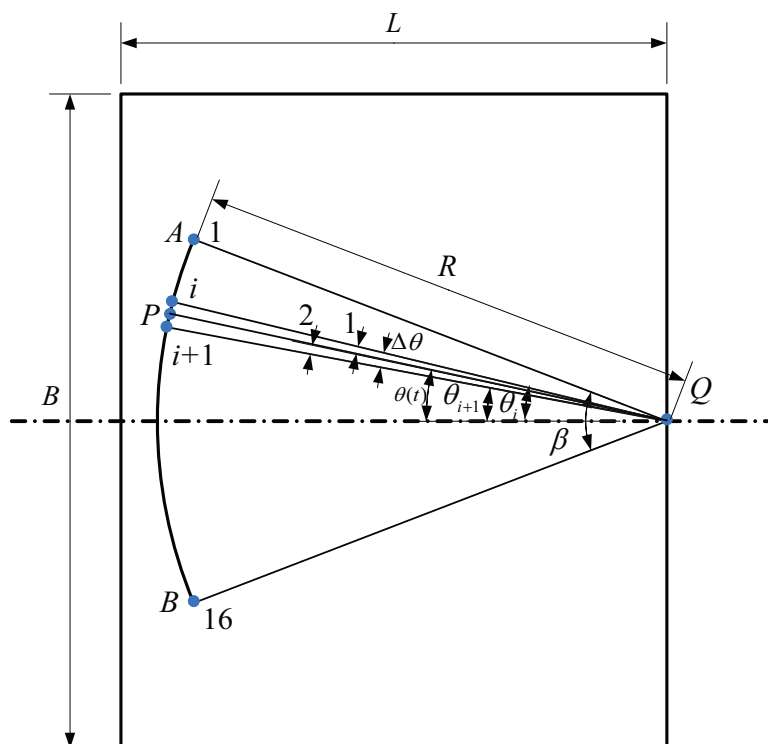


图 15 圆弧形天线阵列示意图

目标模拟器对导引头的总张角为 $\beta = 45^\circ$ ，相邻两个天线之间夹角为 3° ，因此，可以计算得出每个天线的安装角。由于视在目标运动前后共持续4秒，用 ΔT 表示视在目标在相邻两天线间运动的时间，则：

$$\Delta T = \frac{4}{15}s$$

此外，每个天线都需要在与其相邻的区间工作 ΔT 时间，由于视在目标运动仅限于 A 、 B 之间，因此，除1号和16号天线只工作 ΔT 时间之外，其余2到15号天线均需要连续工作 $2\Delta T$ 时间。基于上述分析，首先可以得出每个天线的安装角及开关机时刻如表5所示：

表 5 天线阵列安装角及工作时间表

| 天线编号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------------|-------------|-------------|--------------|
| 安装角度 | -22.5 | -19.5 | -16.5 | -13.5 | -10.5 | -7.5 | -4.5 | -1.5 | 1.5 | 4.5 |
| 开机时刻 | 0 | 0 | Δt | $2\Delta t$ | $3\Delta t$ | $4\Delta t$ | $5\Delta t$ | $6\Delta t$ | $7\Delta t$ | $8\Delta t$ |
| 关机时刻 | Δt | $2\Delta t$ | $3\Delta t$ | $4\Delta t$ | $5\Delta t$ | $6\Delta t$ | $7\Delta t$ | $8\Delta t$ | $9\Delta t$ | $10\Delta t$ |
| 天线编号 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | | | | |
| 安装角度 | 7.5 | 10.5 | 13.5 | 16.5 | 19.5 | 22.5 | | | | |
| 开机时刻 | $9\Delta t$ | $10\Delta t$ | $11\Delta t$ | $12\Delta t$ | $13\Delta t$ | $14\Delta t$ | | | | |
| 关机时刻 | $11\Delta t$ | $12\Delta t$ | $13\Delta t$ | $14\Delta t$ | $15\Delta t$ | $15\Delta t$ | | | | |

图15中，对于任意时刻的视在目标点 P ，其功率大小等效于相邻两个天线的功率之和，可表示为：

$$P_v(t) = P_i(t) + P_{i+1}(t) \quad (18)$$

视在中心轴线对准静区中心，中心轴线处的发射功率强度随时间线性增大，则视在目标的功率又可以表示为：

$$P_v(t) = P_0 + \dot{P}t \quad (19)$$

式中， P_0 为视在目标运动初始时刻的发射功率；

$\dot{P} = \frac{P_0}{T}$ 表示视在目标发射功率随时间的变化率；

$T = 4s$ 为视在目标从 B 点运动到 A 点的总时间。

根据“等价重心原理”，当第 i 和 $i+1$ 个天线同时工作时，视在目标点 P 所在位置满足：

$$\frac{\angle 2}{\angle 1} = \frac{P_i}{P_{i+1}} \quad (20)$$

$$\angle 1 + \angle 2 = \Delta\theta \quad (21)$$

其中， P_i ， P_{i+1} 分别为第 i ， $i+1$ 号天线发射的微波功率，角度以弧度计。

联立上述两式可得，视在目标的实时安装角可表示为：

$$\theta(t) = \theta_i + \angle 1 = \theta_i + \frac{P_{i+1}(t)}{P_v(t)} \Delta\theta \quad (22)$$

图15中，目标模拟器对导引头视在目标运动从左端 A 点开始，以匀角速度运动到右端 B 点，因此，视在目标的实时安装角又可以表示为：

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t \quad (23)$$

式中， $\omega = \frac{\beta}{T}$ 为视在目标的运动角速度。

联立式(18)(19)(22)(23)可计算得出第 i 和 $i+1$ 号天线的实时发射功率如下：

$$P_i(t) = (P_0 + \dot{P}t) \frac{\Delta\theta - [(\theta_0 + \omega t) - \theta_i]}{\Delta\theta} \quad (24)$$

$$P_{i+1}(t) = (P_0 + \dot{P}t) \frac{(\theta_0 + \omega t) - \theta_{i-1}}{\Delta\theta} \quad (25)$$

式中， $i = \lfloor \frac{t}{\Delta T} \rfloor$ ，则当前处于工作状态的天线标号为 i 和 $i+1$ 。

由上式即可计算得出任意时刻处于工作状态的天线及其发射功率，其余天线发射功率为 0，由此得出导引头视在目标整个运动过程中的弧形天线阵列的工作时序图如图16所示：

图16为16个天线的发射功率随时间的变化曲线，其最小值均为 0，1 号天线的功率峰值为 P_0 ，16 号天线的功率峰值为 $2P_0$ ，各天线的功率峰值按其编号从小到大呈线性递增关系。可以看出，1号和16号天线只工作 ΔT 时间，其余天线均工作 $2\Delta T$ 时间，计算结果与前述分析相符。

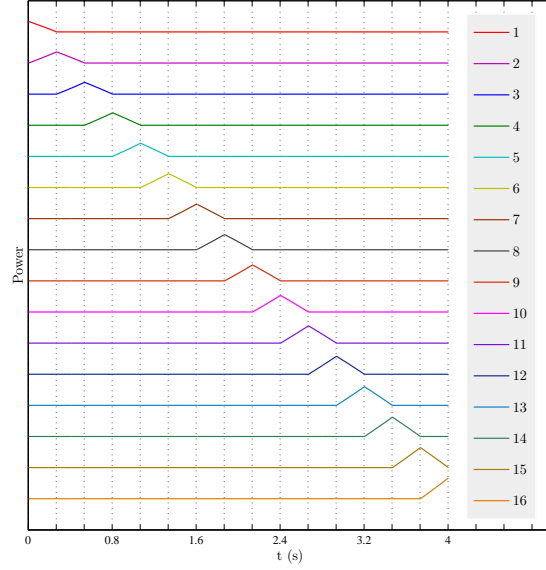


图 16 天线阵列工作时序图

6.2 基于几何光学法的微波暗室性能分析模型

6.2.1 问题分析

对于常见的微波暗室，当电磁波投射到壁面上，除了反射外，还有散射、绕射和多次反射等形式的波束，尖劈之类吸波材料构成的壁面，绕射现象更为严重。考虑到本文所研究的暗室铺设平板形吸波材料，因此，只考虑所有墙面对辐射的反射，不计入墙面的散射。问题转化为一个镜面反射问题，本文首先采用常用的几何光学法建立相关模型并进行求解。

微波暗室的性能主要由静区特性来描述。静区接收到的电磁能量直接影响到对导弹的导引仿真，本文用于描述暗室性能的指标 γ 定义如下：

$$\gamma = \frac{E_r}{E_d} \quad (26)$$

式中， E_d 为发射源辐射的电磁波直射到静区的照度。

E_r 发射源辐射的电磁波经过反射、绕射和散射等之后，照射到静区的照度；

根据导引仿真要求，上述性能指标需要始终满足 $\gamma \leq 0.03$ ，天线辐射电磁波的反射示意图如图17所示：

上图中吗，暗室的宽 $B = 18$ ，高 $H = 14$ ，长 $L = 15$ ，线阵列的圆弧半径 $R = 14$ ，单位均为米，而正方形静区的边长 $s = 0.3$ ，可见，静区大小远小于暗室尺寸，可近似为一个点。基于上述条件，下文将采用几何光学法分别计算直射照度 E_d 和非直射照度非直射照度 E_r ，从而通过性能指标 γ 来评价微波暗室性能。

6.2.2 直射照度 E_d 的计算

视在目标辐射的电磁波直射到静区如图所示。由于本文所研究的圆弧形天线阵列中所有天线均属于余弦辐射体，且各天线轴线对准圆心（即静区中心），因此，根据辐射照度的距离平方反比余弦定律[4]可得，任意 t 时刻的视在目标直射到静区的辐射照度可表

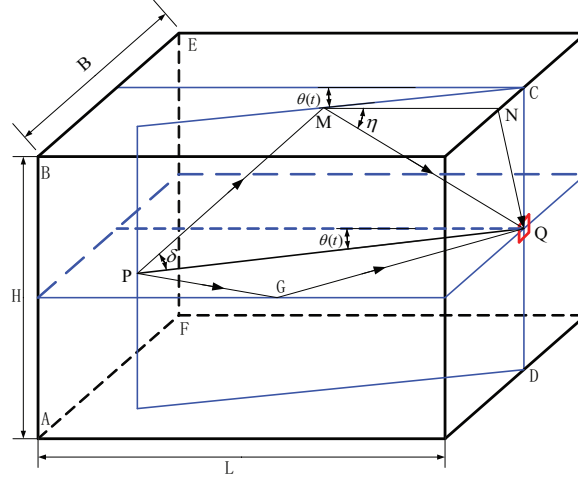


图 17 电磁波反射示意图

示为：

$$E_d(t) = \frac{I_N(t)}{R} \cos[\theta(t)] \quad (27)$$

式中, $I_N(t)$ 为导引头视在目标法线方向的辐射强度；

$\theta(t)$ 为导引头视在目标的瞬时安装角；

R 为线阵列的圆弧半径。

6.2.3 非直射照度 E_r 的计算

如上文所述, 在计算视在目标对静区的非直射照度时, 只考虑反射, 如图17所示, 因此, 对于本文所研究的暗室而言, 用 E_{r1} 、 E_{r2} 、 E_{r3} 、 E_{r4} 、 E_{r5} 分别表示电磁波经左、右、上、下、后等五个平面反射到静区处的辐射照度[3], 则总辐射照度可表示为:

$$E_r = E_{r1} + E_{r2} + E_{r3} + E_{r4} + E_{r5} \quad (28)$$

导引头视在目标由阵列左端的A点匀速运动到右端的B点, 因此, E_{r3} 和 E_{r4} 满足下式:

$$E_{r1}(t) = E_{r2}(T - t) \quad (29)$$

对于上式, 由于圆弧形天线阵列所在平面与暗室上、下表面平行, 因此, 由对称性可知, 任意时刻都有:

$$E_{r3}(t) = E_{r4}(t) \quad (30)$$

1. 左、右侧面反射后的辐射照度

视在目标发射的电磁波经过左、右表面反射后到达静区, 传播路径所在平面即为圆弧形天线阵列所在平面 PGQ , 如图17所示。由于对称性, 在此只分析计算电磁波首先到达左侧表面的情况, 图18和图19 所示依次分别为反射 1 次和反射 2 次的示意图, 该平面即为 PGQ 界面, 其中, 角 δ 为第一次反射时入射波与发射面的夹角。

图 18 中, 解几何三角形可得:

$$\tan \delta = \frac{B - R \cdot \sin[\theta(t)]}{R \cdot \cos[\theta(t)]} \quad (31)$$

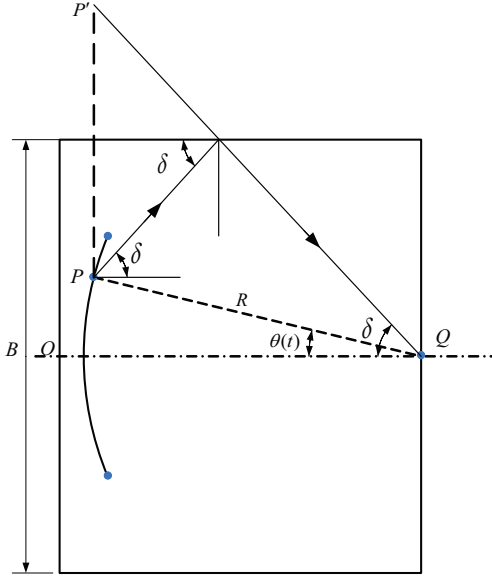


图 18 左侧面-反射1次示意图

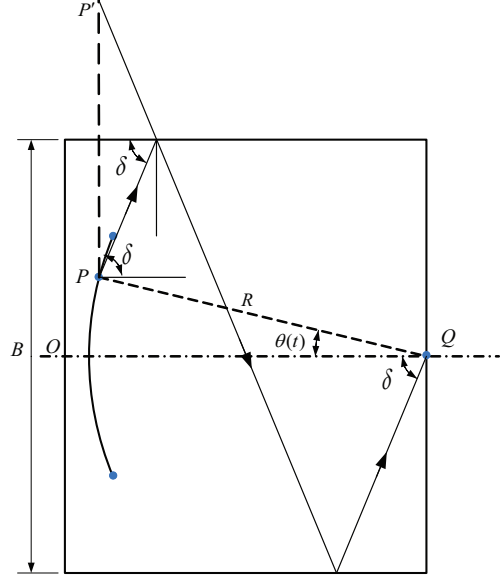


图 19 左侧面-反射2次示意图

本文中的天线为余弦辐射体，且视在目标中心轴线 PQ 对准静区中心 Q 点，因此，第一次反射时入射波的辐射强度为

$$I_1 = I_0 \cos[\theta(t) + \delta]$$

式中， I_0 为视在天线法线方向的辐射强度。

由于将反射率简化为满足余弦法则，因此，第一次反射之后，反射波的辐射强度变为：

$$I_Q = I_1 \rho \sin \delta$$

式中， ρ 为暗室墙面的垂直入射反射率。

用 r 表示反射过程中电磁波传播的路程，其大小满足：

$$r^2 = [R \cos[\theta(t)]]^2 + [B - R \sin[\theta(t)]]^2$$

根据镜面反射基本原理可知，电磁波相当于从点 P 的虚像 P' 发出，直接照射到静区，反射过程相当于电磁波在传播过程中发生了一次能量衰减，并不影响其方向，因此，由辐射照度的距离平方反比余弦定律[2]可得，静区中心点 Q 处的辐射照度为：

$$E_1 = \frac{I_Q \cos[\delta + \theta(t)]}{r^2} = \frac{I_0 \rho \sin \delta \cos \delta \cos[\delta + \theta(t)]}{[B - R \sin[\theta(t)]]^2 + [R \cos[\theta(t)]]^2} \quad (32)$$

同理，可以计算得出图 19 中 2 次反射后，静区中心点 Q 处辐射照度为：

$$E_2 = \frac{I_0 (\rho \sin \delta)^2 \cos \delta \cos[\delta + \theta(t)]}{[2B - R \sin[\theta(t)]]^2 + [R \cos[\theta(t)]]^2} \quad (33)$$

式中， δ 满足：

$$\tan \delta = \frac{2B - R \sin[\theta(t)]}{R \cos[\theta(t)]}$$

对比式 (32) 和 (33) 递推可得, 理想情况下发生 n 次反射后的静区中心点 Q 处辐射照度为:

$$E_n = \frac{I_0(\rho \sin \delta)^n \cos \delta \cos[\delta + \theta(t)]}{[nB - R \sin[\theta(t)]]^2 + [R \cos[\theta(t)]]^2} \quad (34)$$

式中, δ 满足:

$$\tan \delta = \frac{nB - R \sin[\theta(t)]}{R \cos[\theta(t)]}$$

但对于余弦辐射体而言, 其发射的电磁波与法线夹角最大不超过90度, 因此上式(34)中的, 只有当视在天线发射的电磁波与其法线之间夹角 $(\delta + \theta(t))$ 不大于90度时, 该式所对应的 n 次反射过程才有可能发生。

对于右侧面反射的情况, 根据对称性可由式 (29) 计算。

2. 上、下顶面反射后的辐射照度

视在目标 P 辐射的电磁波经上、下顶面反射若干次后到达静区, 所有光路均在 PMQ 平面内, 如图17所示。 MN 垂直于静区所在平面, 为其法线, 角 η 为一次反射后到达静区的入射波线与 MN 的夹角。由于 $MN \cdot \cos \eta = MN \cdot \cos \delta \cos[\theta(t)]$, 因此:

$$\cos \eta = \cos \delta \cos[\theta(t)] \quad (35)$$

式中, $\theta(t)$ 为视在目标的瞬时安装角。

图 20 和 21 所示依次分别为 PMQ 平面内视在目标辐射的电磁波经 1 次和 2 次反射后到达静区的示意图, 下文将分别研究其辐射照度大小。

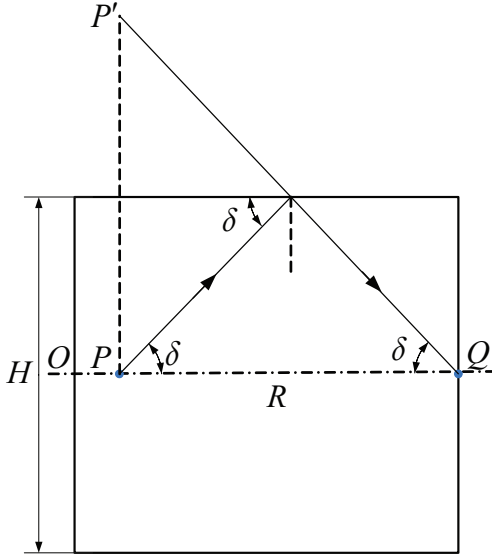


图 20 上顶面-反射1次示意图

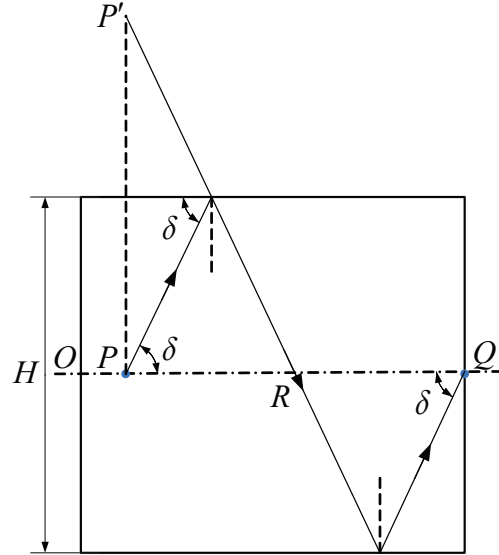


图 21 上顶面-反射2次示意图

图 20 中, 本文中的天线为余弦辐射体, 视在目标中心轴线 PQ 对准静区中心 Q 点, 因此, 第一次反射时入射波的辐射强度为:

$$I_1 = I_0 \cos \delta$$

式中, I_0 为视在天线法线方向的辐射强度。

由于将反射率简化为满足余弦法则，因此，第一次反射之后，到达静区的反射波辐射强度变为：

$$I_Q = I_1 \rho \sin \delta$$

用 r 表示反射过程中电磁波传播的路程，其大小满足：

$$r^2 = R^2 + H^2$$

根据镜面反射基本原理可知，电磁波相当于从点 P 的虚像 P' 发出并直接照射到静区，因此，由辐射照度的距离平方反比余弦定律可得，静区中心点 Q 处的辐射照度为：

$$E_1 = \frac{I_Q \cos \eta}{r^2} = \frac{I_0 \rho \sin \delta (\cos \delta)^2 \cos[\theta(t)]}{R^2 + H^2} \quad (36)$$

式中， ρ 为暗室墙面的垂直入射反射率。

同理，可以计算得出图 21 中 2 次反射后，静区中心点 Q 处辐射照度为：

$$E_2 = \frac{I_0 (\rho \sin \delta)^2 (\cos \delta)^2 \cos[\theta(t)]}{R^2 + (2H)^2} \quad (37)$$

对比式 (36) 和 (37) 递推可得，理想情况下发生 n 次反射后的静区中心点 Q 处辐射照度为：

$$E_n = \frac{I_0 (\rho \sin \delta)^n (\cos \delta)^2 \cos[\theta(t)]}{R^2 + (nH)^2} \quad (38)$$

3. 后墙面反射后的辐射照度

考虑到天线为余弦辐射体，且弧形天线阵列对静区中心点 Q 的夹角 β 为45度，因此，天线发射的辐射波无法直接照射到后墙面 $ABEF$ ，辐射波需要在静区平面与后墙面之间反射偶数次才可以到达静区中心点[5]，图 22 和 23 所示依次分别为辐射波经 2 次和 4 次反射到达静区的示意图， δ 为到达静区的辐射波与静区所在平面法线之间夹角， $\theta(t)$ 为视在目标的瞬时安装角。

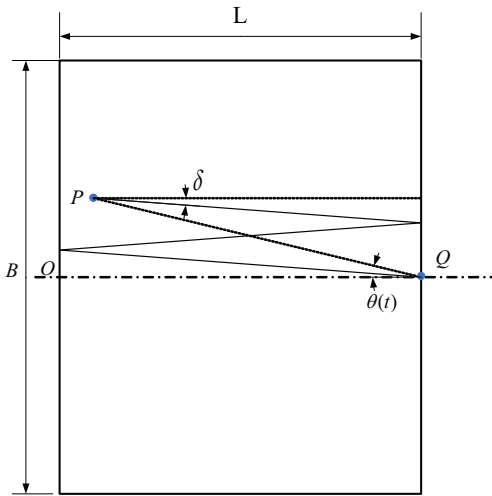


图 22 后墙面-反射2次示意图

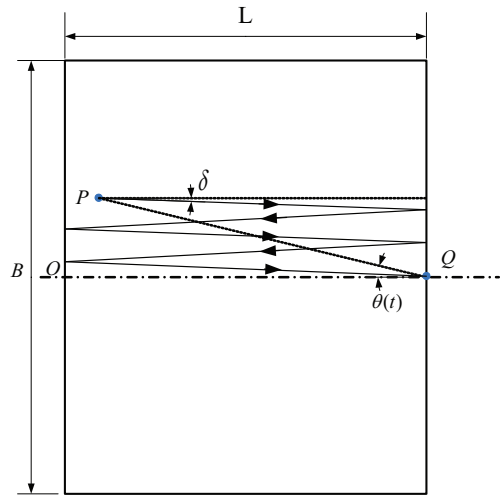


图 23 后墙面-反射4次示意图

图 22 中，本文中的天线为余弦辐射体，视在目标中心轴线 PQ 对准静区中心 Q 点，因此，第一次反射时入射波的辐射强度为：

$$I_1 = I_0 \cos[\theta(t) - \delta]$$

式中， I_0 为视在天线法线方向的辐射强度。

由于将反射率简化为满足余弦法则，因此，经过两次反射之后，反射波辐射强度变为：

$$I_Q = I_1(\rho \sin \delta)^2$$

用 r 表示反射过程中电磁波传播的路程，其大小满足：

$$r^2 = [R \sin[\theta(t)]]^2 + [2L + R \cos[\theta(t)]]^2$$

根据镜面反射基本原理[1]可知，电磁波相当于从点 P 的虚像发出并直接照射到静区，因此，由辐射照度的距离平方反比余弦定律可得，静区中心点 Q 处的辐射照度为：

$$E_2 = \frac{I_Q \cos \delta}{r^2} = \frac{I_0(\rho \sin \delta)^2 \cos \delta \cos[\theta(t) - \delta]}{[R \sin[\theta(t)]]^2 + [2L + R \cos[\theta(t)]]^2} \quad (39)$$

式中， ρ 为暗室墙面的垂直入射反射率。

同理，可以计算得出图 23 中 4 次反射后，静区中心点 Q 处辐射照度为：

$$E_4 = \frac{I_0(\rho \sin \delta)^4 \cos \delta \cos[\theta(t) - \delta]}{[R \sin[\theta(t)]]^2 + [4L + R \cos[\theta(t)]]^2} \quad (40)$$

对比式 (39) 和 (40) 递推可得，理想情况下发生 $2n$ 次反射后的静区中心点 Q 处辐射照度为：

$$E_{2n} = \frac{I_Q \cos \delta}{r^2} = \frac{I_0(\rho \sin \delta)^{2n} \cos \delta \cos[\theta(t) - \delta]}{[R \sin[\theta(t)]]^2 + [2nL + R \cos[\theta(t)]]^2} \quad (41)$$

基于上述分析及所建立的数学模型，可以分别计算出各有效墙面任意次反射后到达静区的辐射照度，再通过式(28)计算得出视在天线辐射波非直射到达静区的辐射照度，通过式(26)可最终得到任意时刻微波暗室的性能指标 γ 的大小，通过改变反射次数可以控制计算精度。

6.2.4 仿真结果

基于几何光学法的微波暗室性能分析结果如下，在仿真计算中改变所包含的电磁波最大反射次数，可以相应改变仿真精度，图24和25所示依次分别为暗室墙面垂直反射率 ρ 分别取值0.50和0.05时，不同最大反射次数下静区接收到的非直射照度变化曲线。 $\rho = 0.50$ 表示微波暗室吸波材料为平板形， $\rho = 0.05$ 表示暗室吸波材料为尖劈形。

从图24和25可以看出，最大反射次数越大，计算得到的非直射照度值越大，仿真计算精度也越高。当最大反射次数 n 的取值达到5时，计算所得非直射照度已经非常小，因此，根据图24和25所得结果，本文的仿真计算在 $\rho = 0.50$ 时所达到的最大反射次数设为5次，在 $\rho = 0.05$ 时所达到的最大反射次数为3次。图26所示为静区接收到的直射照度随时间

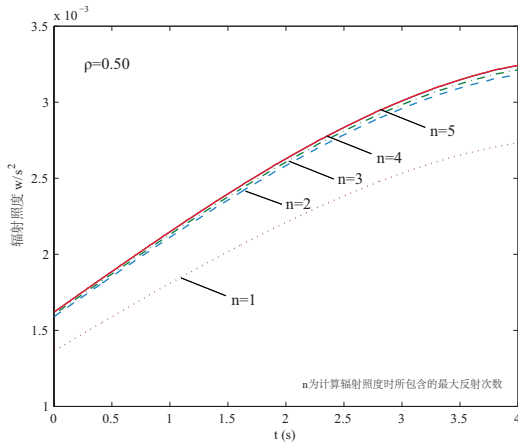


图 24 $\rho = 0.50$ 时的非直射照度变化曲线

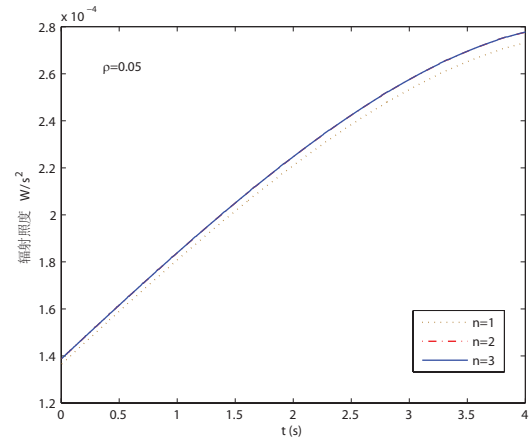


图 25 $\rho = 0.05$ 时的非直射照度变化曲线

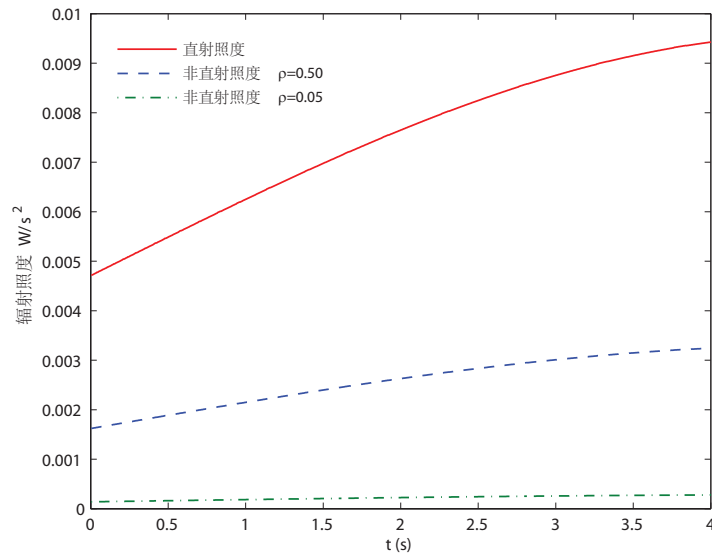


图 26 辐射照度变化曲线

变化图，以及吸波材料的垂直反射率 ρ 分别取值0.50和0.05时，静区接收到的非直射照度随时间变化图。

从图26可以看出，直射照度明显大于非直射照度，且暗室墙面对电磁波的垂直反射率越小，静区接收到的非直射照度越小。图27和28所示为 ρ 分别取值0.50和0.05时，暗室性能指标 γ 随时间变化的曲线图。

从图27和28可以看出，当暗室采用平板形吸波材料时， $\rho = 0.50$ ，在模拟视在目标的过程中，暗室性能指标 ρ 的最小值为0.3436，远大于导引仿真要求的 $\rho \leq 0.03$ ，暗室性能指标不符合要求；但当暗室采用尖劈形吸波材料时， $\rho = 0.05$ ，暗室性能指标 ρ 在整个模拟过程中的最大值不超过0.0295，可以满足导引仿真要求。

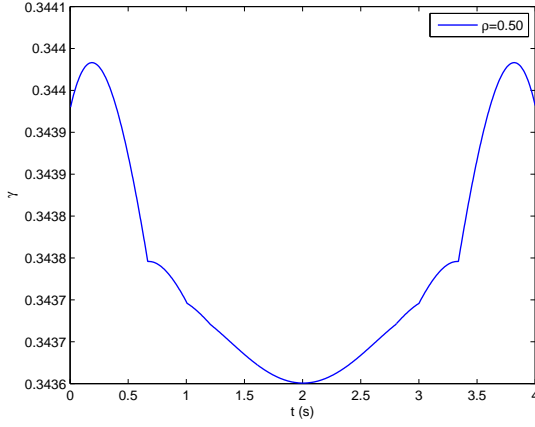


图 27 $\rho = 0.50$ 时的性能指标变化曲线

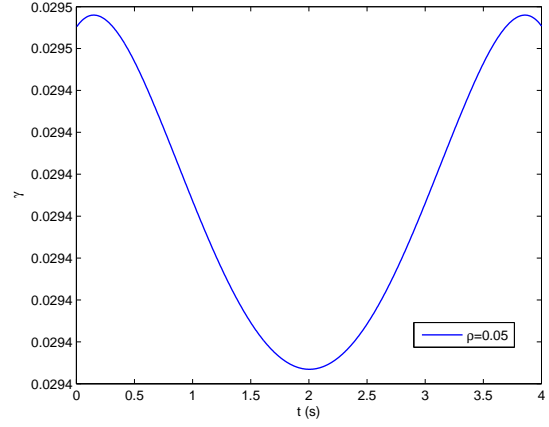


图 28 $\rho = 0.05$ 时的性能指标变化曲线

6.3 基于惠更斯原理的微波暗室性能分析模型

6.3.1 模型建立

在采用几何光学法计算微波暗室性能指标时，视在目标辐射的电磁波到达墙面时完全按照镜面反射原理反射出去。与几何光学法不同，下文基于惠更斯原理，假设视在目标辐射的电磁波在墙面上某处发生反射后，反射点变成新的辐射源，同时满足余弦辐射体[6]。

任取暗室壁面上一微元 dS ，设其辐射通量为 $d\Phi$ ，对于余弦辐射体，其辐射强度沿法线轴对称，如图29所示，任意方向上辐射强度 $I(i)$ 为高低角 i 的函数，可表示为：

$$I(i) = I^N \cos i, -\frac{\pi}{2} \leq i \leq \frac{\pi}{2} \quad (42)$$

式中， I^N 为法线方向的辐射强度。

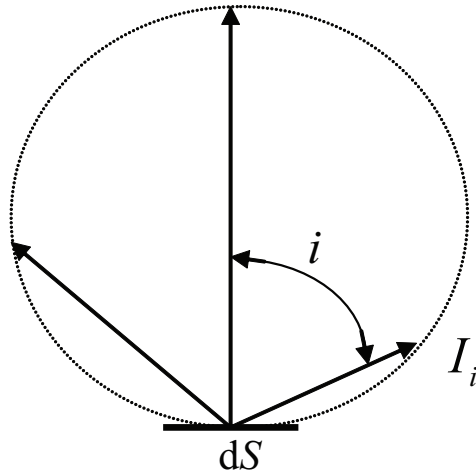


图 29 余弦辐射体示意图

由对称性知，总辐射通量 Φ 为：

$$\Phi = 2\pi \int_0^\pi I(i) \sin i di = 4\pi \int_0^{\pi/2} I(i) \sin i di \quad (43)$$

将式(42)带入上式(43)中, 可得:

$$\Phi = 4\pi \int_0^{\pi/2} I^N \cos i \sin i di = 2\pi I^N \quad (44)$$

对上式两边取微分, 可得;

$$d\Phi = 2\pi dI^N \quad (45)$$

又由辐射出射度的定义可知:

$$d\Phi = MdS = \rho EdS \quad (46)$$

由上述(45)(46)两式可得:

$$\frac{dI^N}{dS} = \frac{\rho E}{2\pi} \quad (47)$$

式中, E 表示所有其他辐射源在该微元 dS 处所产生的总辐射照度;

ρ 为反射面的垂直入射反射率。

根据辐射照度和立体角的定义[2], 可得:

$$\begin{aligned} EdS &= d\Phi \\ &= Id\omega \\ &= \iint_{\Gamma} \cos \varphi d\omega dI^N \\ &= dS \iint_{\Gamma} \frac{\cos \varphi \cos \theta}{r^2} dI^N \end{aligned} \quad (48)$$

式中, $d\varphi$ 为辐射源发射的电磁波与其法线之间夹角;

θ 为照射到某微元处的电磁波与该平面法线之间夹角。

由式(47)(48)可得任意微元 dS 上的法向辐射强度可表示为:

$$\frac{dI_s^N}{dS} = \frac{\rho}{2\pi} \iint_{\Gamma} \frac{\cos \varphi \cos \theta}{r^2} dI^N \quad (49)$$

由上式可以看出, 暗室中任一点处的辐射强度等于其余所有辐射点对该处所产生的辐射强度之和。

6.3.2 算法设计

将暗室内壁按给定边长离散成若干个单元, 如图30所示, 取单元中心点作为计算节点, 首先在圆弧形天线阵列所在平面进行辐射分析辐射强度分析, 如图31所示:

视在目标 P 在反射面 i 处产生的辐射强度为:

$$I_{pi} = I_P^N \cos \varphi_{pi} \quad (50)$$

视在目标 P 在反射面 i 处产生的辐射照度为:

$$E_{pi} = \frac{I_{pi}}{r_{pi}^2} \cos \theta_{pi} \quad (51)$$

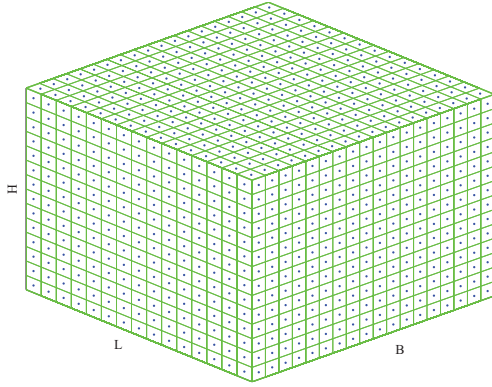


图 30 微波暗室的离散化示意图

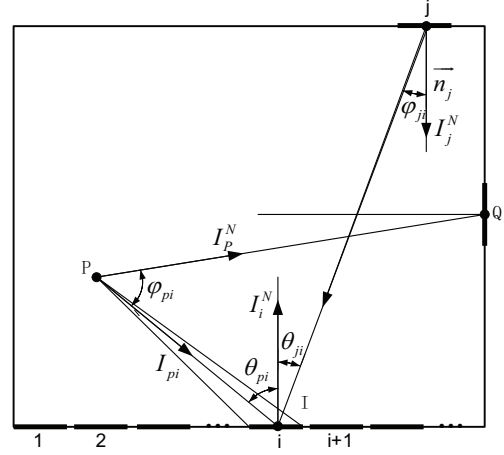


图 31 离散化条件下的电磁波反射示意图

则根据辐射出照度的定义可知,反射面 i 受视在目标辐射后所产生的辐射出射度[2]为:

$$M_{pi} = \rho \cdot E_{pi} = \rho \frac{I_P^N \cos \varphi_{pi} \cos \theta_{pi}}{r_{pi}^2} \quad (52)$$

式中, r_{pi} 表示视在目标与反射面 i 之间的距离。

则可计算得出反射面 i 受视在目标辐射后所产生的辐射通量为:

$$\Phi_{pi} = S_i \cdot M_{pi} = S_i \rho \frac{I_P^N \cos \varphi_{pi} \cos \theta_{pi}}{r_{pi}^2} \quad (53)$$

式中, S_i 表示反射面 i 的表面积。

由于反射面 i 为余弦辐射体,则根据辐射通量的定义可知:

$$\Phi_{pi} = \int I(q, \omega) d\omega = 2 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I(q, \varphi) \sin q dq d\varphi \quad (54)$$

对于余弦辐射体而言,辐射场沿其法向方向呈轴对称分布,辐射强度仅由高低角决定[7],因此:

$$I(q, \varphi) = I(q) = I_N \cos q$$

则式(54)可以写成:

$$\Phi_{pi} = 4\pi \int_0^{\pi/2} I(q) \sin q dq = 4\pi \int_0^{\pi/2} I(q) I_N \cos q \sin q dq = 2\pi I_N \quad (55)$$

由式(55)和(55)可得出反射面 i 受视在目标辐射后所产生的法向辐射强度为:

$$I_{pi}^N = \rho S_i \frac{I_P^N \cos \varphi_{pi} \cos \theta_{pi}}{2\pi r_{pi}^2} \quad (56)$$

同理,可得出反射面 i 受任意反射面 j 辐射后所产生的法向辐射强度为:

$$I_{ji}^N = \rho S_i \frac{I_j^N \cos \varphi_{ji} \cos \theta_{ji}}{2\pi r_{ji}^2} \quad (57)$$

根据式(56)和(57),将反射面 i 受所有其他反射面及视在目标辐射所产生的辐射强度叠加,可得其法向总辐射强度可以表示为:

$$I_i^N = \sum_{j=1, j \neq i}^n I_{ji}^N + I_{pi}^N = \sum_{j=1, j \neq i}^n \rho S_i \frac{\cos \varphi_{ji} \cos \theta_{ji}}{2\pi r_{ji}^2} I_j^N + \rho S_i \frac{\cos \varphi_{pi} \cos \theta_{pi}}{2\pi r_{pi}^2} I_P^N \quad (58)$$

在 t 时刻,视在目标位于暗室中某一确定位置,则暗室处于一个瞬时稳定的状态,即暗室中各点处的辐射照度都是一个确定值,本文将整个暗室表面离散化为 n 个反射面,因此,根据每个反射面的法向总辐射强度可列出 n 元1次方程组:

$$I_i - \sum_{j=1, j \neq i}^N k_{ji} I_j = k_i I_P \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (59)$$

式中,

$$k_i = \rho S_i \frac{\cos \varphi_{pi} \cos \theta_{pi}}{2\pi r_{pi}^2}, k_{ji} = \rho S_i \frac{\cos \varphi_{ji} \cos \theta_{ji}}{2\pi r_{ji}^2} \quad (60)$$

利用MATLAB软件对上述 n 元1次方程组进行求解,即可得到包括静区在内的暗室内任意反射面 i 的法向总辐射强度 I_i^N ,再根据式(50)和(51)可得反射面 i 在静区 Q 处产生的辐射照度[8]为:

$$E_{iq} = \frac{I_i^N \cos \varphi_{iq} \cos \theta_{iq}}{r_{iq}^2} \quad (61)$$

根据微波暗室性能指标的定义式(26) 可得:

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^n E_{iq}}{E_{pq}} \quad (62)$$

式中, E_{iq} 表示任意反射面 i 在静区产生的辐射照度;

E_{pq} 表示视在目标 P 在静区产生的辐射照度。

6.3.3 仿真结果

基于上述模型,本文在暗示墙面垂直反射率取不同值时分别进行了仿真运算,仿真结果如下:

图32所示为视在目标位于天线阵列最右端时辐射强度分布图;图33所示为视在目标位于天线阵列中点时辐射强度分布图。对比以上两图可以看出,视在目标位于天线阵列中点时,静区处的辐射强度最高;视在目标越靠近天线阵列两端,则静区处的辐射强度越低。

图34所示为 $\rho = 0.50$ 时,静区非直射照度和直射照度随时间的变化曲线,图35所示为静区性能指标值 γ 随时间变化曲线。从图35中可以看出,在视在目标运动刚开始和结束的时刻,暗室性能指标 γ 达到最大值0.153;当视在天线位于天线阵列中点时, γ 达到最小值0.142。因此,当暗室铺设平板形吸波材料时,无法满足导引仿真要求的指标 $\gamma \leq 0.03$ 。

图36所示为 $\rho = 0.05$ 时,静区非直射照度和直射照度随时间的变化曲线,图37所示为静区性能指标值 γ 随时间变化曲线。从图35中可以看出,在视在目标运动刚开始和结束的

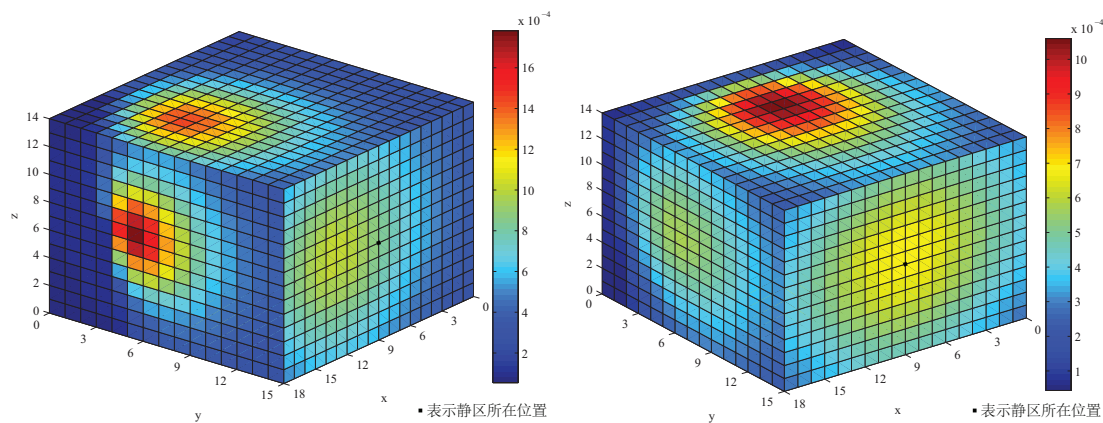


图 32 视在目标位于天线阵列最右端时辐射强度分布图 图 33 视在目标位于天线阵列中点时辐射强度分布图

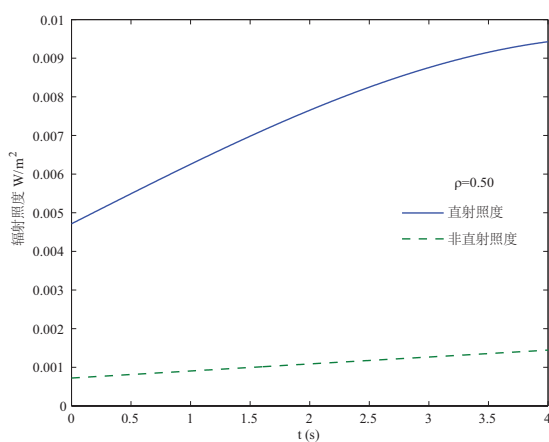


图 34 $\rho = 0.50$ 时的辐射照度变化曲线

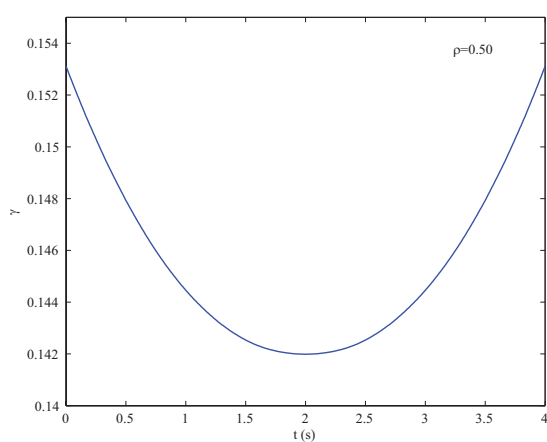


图 35 $\rho = 0.50$ 时的性能指标变化曲线

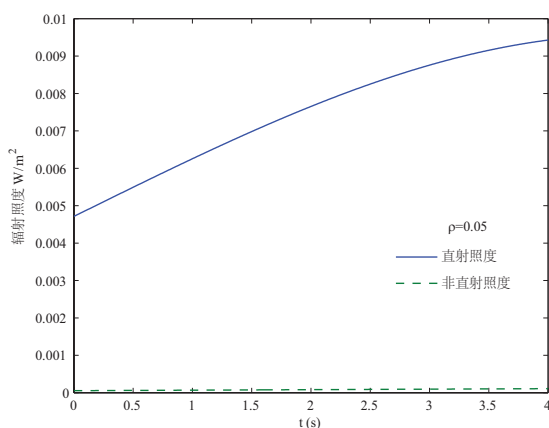


图 36 $\rho = 0.05$ 时的辐射照度变化曲线

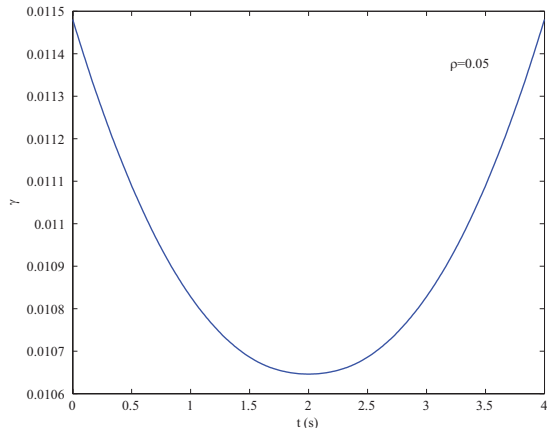


图 37 $\rho = 0.05$ 时的性能指标变化曲线

时刻，暗室性能指标 γ 达到最大值0.011457；当视在天线位于天线阵列中点时， γ 达到最小值0.01065。因此，当暗室铺设尖劈形吸波材料时，可以满足导引仿真要求的指标 $\gamma \leq 0.03$ 。

本文又在平均反射率 ρ 取一系列不同值时，对天线阵模拟过程中的暗室性能指标值进行了计算，如图38所示，对比其仿真结果可知，当暗室所铺设吸波材料的平均反射率减小时，暗室的性能指标值也会相应减小，越容易满足导引指标要求。

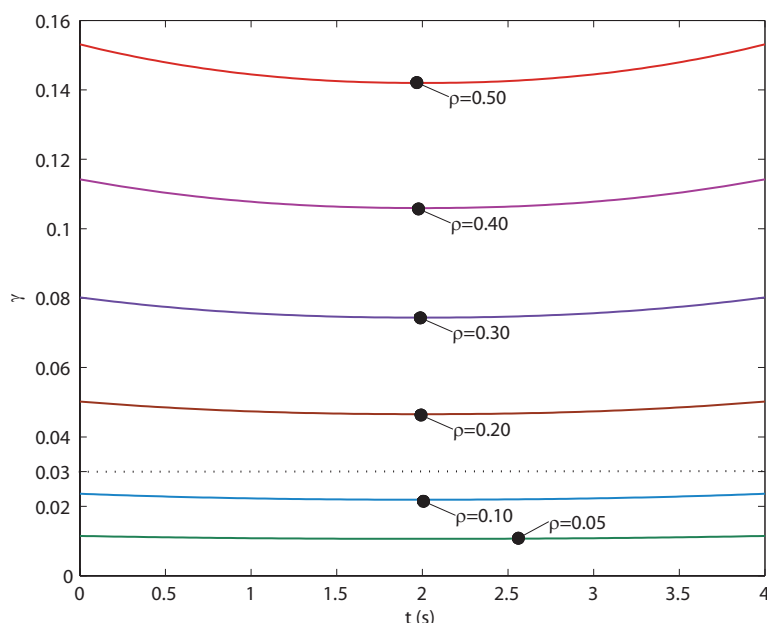


图 38 不同反射率下的性能指标变化曲线

7 模型评价及改进

在问题二中，分别构造了基于几何光学法和考虑惠更斯原理的两种数学模型。这两种模型得到了相一致的结论：当 $\rho=0.5$ 时， γ 不能满足仿真技术要求；而 $\rho=0.05$ 时， γ 满足仿真技术要求； $\gamma(t)$ 的最小值在 $t=2$ s处出现，此时视在天线正对静区中点。然而这两种方法计算得到的 γ 在量值上却有明显的差异，基于几何光学法的模型得到的 γ 约是基于惠更斯原理模型得到的 γ 值的2-3倍。下面对产生这种差异的原因进行定性分析。

考虑几何光学法，反射点（ n 次， $n=1,2,3,\dots$ ）受到辐射源的电磁辐射后，将一部分能量吸收（损耗），然后向静区反射。而基于惠更斯原理的模型中，壁面接受到辐射一部分被吸收，一部分辐射到静区，还有一部分辐射到其它的壁面。而壁面之间的相互辐射会导致更多的辐射能量损耗。通过这样对比分析不难发现，几何光学法的 γ 值应大于后者的 γ 值。

几何光学法数学模型的优点在于：

1. 模型相对比较直观且简单。推导过程中只需利用反射定律以及简单的空间几何知识，涉及到的运算也都非常简单。
2. 这种模型的计算量很小，很快就能计算得到结果。

几何光学法数学模型的缺点在于：这种模型忽略了微波的波动特性。虽然微波与光同是电磁波，但是二者的频率及波长却有显著的区别。例如，可见光的波长在百纳米数量级，而工程使用的微波（天线、雷达等）则在米到毫米的量级，这二者之间的差别显而易见。这种差别导致在光的传播过程中可以将其看做直线，而微波则更多是以波动的形式传播，其绕射（衍射）效应非常显著，不能简单的看做一条直线传播。

因此，在微波波段，几何光学法存在一定的误差，这种误差随着频率的增大而降低。在工程快速估算中可以采用此方法进行初步评估。

表 6 离散化程度对基于惠更斯原理的模型计算结果的影响

| 单元边长 | 单元数目 | 计算耗时 | γ |
|------|------|----------|-------------|
| 4 | 96 | 0.313796 | 0.162555787 |
| 3.2 | 150 | 0.415398 | 0.158795553 |
| 2 | 384 | 1.334997 | 0.154668876 |
| 1.6 | 600 | 2.637476 | 0.154644309 |
| 1 | 1536 | 17.70013 | 0.153986671 |
| 0.8 | 2400 | 42.60748 | 0.15361962 |
| 0.5 | 6144 | 281.6005 | 0.15330783 |

基于惠更斯原理的模型优点在于全面考虑了壁面之间的互相作用。此模型中微波以辐射的形式传播，而并非简单的反射，并且辐射过程中会产生新的次级波源。它更加真实的反映了微波辐射的物理过程，自然有更加准确的计算结果。其缺点在于数学模型的复杂度以及在数值算法设计时难度的大大增加，并且这种方法的计算量显著的大于几何光学法。

在规模较大的问题中要谨慎考虑在计算上的时间及空间消耗等问题，在离散化微波暗室时，不同单元边长对应的计算单元总数目及计算耗时、计算精度等如表6所示，可见，暗室离散化程度越高，计算量和计算耗时越大，计算结果精度越高，可以在初步设计计算后，需要进一步的较高精度结果的情况下使用。

在本题第二问中，基于惠更斯原理的方法将暗室空间离散到其内壁平面，把每个离散点当做辐射源。事实上从辐射源开始，传播空间中的每一点都应看做新的辐射源。这时需要将整个暗室空间离散化，考虑空间点之间以及与墙壁之间的互相影响。这样将更加接近真实物理情况，得到更准确的计算结果。当然，为此付出的计算代价也是显而易见的。

参考文献

- [1] 张以谟, 应用光学[M], 机械工业出版社, 1988
- [2] 顺华等, 电磁波屏蔽及吸波材料[M], 化学工业出版社, 2007.8
- [3] 师建龙, 全厚德, 等. 微波暗室静区反射电平计算方法研究[J].舰船电子工程.2010.10
- [4] 赵雷. 微波暗室静区反射率电平的设计仿真[D].西安电子科技大学工程硕士学位论文.2006
- [5] 王相元, 朱航飞, 等. 微波暗室吸波材料的分析与设计[J].微波学报.2000.12
- [6] 刘嘉慧. 长方体微波暗室内静区大小的设计[D].沈阳: 沈阳工业大学硕士学位论文.2003
- [7] 张丽. 微波暗室及其自动化测试系统的可靠性研究[D]. 苏州: 苏州大学硕士学位论文.2009
- [8] 刘嘉慧, 白保东. 微波暗室内静区大小的计算[J].沈阳工业大学学报.2004.08