

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)



## “华为杯”第十四届中国研究生 数学建模竞赛

学 校 海军工程大学

---

参赛队号 90038022

---

1.冯 杭

---

队员姓名 2.左雷浩

---

3.孔令豪

---

参赛密码 \_\_\_\_\_

(由组委会填写)



## “华为杯”第十四届中国研究生 数学建模竞赛

题 目                      两波次导弹发射中的规划问题

---

摘                      要：

随着导弹武器系统的不断发展，导弹在未来战争中扮演着越来越重要的角色，导弹作战将是未来战场的主要作战样式之一。本文主要研究了两波次导弹齐射任务方案优化、转载地域及隐蔽待机点的选择、道路网络节点重要性评价等问题。

针对问题一，我们建立了两波次齐射任务优化模型，给出了发射装置最小整体暴露时间。首先，在给定两波次导弹齐射任务的情况下，以完成任务整体暴露时间最短为优化目标，通过引入描述发射装置机动路线、各节点停留时间的决策变量，考虑发射点、地域、会车等约束条件，建立了基于最小暴露时间的两波次齐射任务方案优化模型。接着，我们将该全局模型转化为两个优化模型，分两步求解。第一步在不考虑会车的情况下，利用Lingo求解出最优路线，第二步分别考虑发射装置在车道上及转载地域会车情况，提出了会车情形判断准则，并建立发射装置行驶顺序确定规则，在此规则下对发射装置机动时间进行调整，最终得到了两波次导弹齐射任务的最佳分配方案，求得整体暴露时间为7930.07分钟。

针对问题二，建立了新增转载地域的两波次导弹齐射任务方案优化模型，从可供选择的5个道路节点中选择两个作为临时转载地域。在问题一中优化模型的基础上，我们修改了目标函数、约束条件，获得了新增转载地域的两波次导弹齐

射任务方案优化模型。类似第一问的做法分两个步骤对问题进行求解，得到了最合适的新增节点选取方案。新增转载地域在节点J25和J34附近，该方案下整体暴露时间为7373.52分钟。

针对问题三，类似于问题二，在问题一中优化模型的基础上，修改目标函数、约束条件，建立了隐蔽待机情形下的两波次导弹齐射任务方案优化模型。通过求解该模型，确定了第二波次中用新增的三台C类发射装置替换原有的同类型装置的地址：J13和J14为最佳新增隐蔽待机地域的结论，此时J14同时容纳两台新增C类发射装置，该方案下整体暴露时间为7563.03分钟。

针对问题四，我们给出了确定区域内关键节点的方案及相应指标，寻求区域内重要节点。从博弈的角度，分别对敌方已知我方方案和敌方不知我方方案两种情形下的节点重要性进行了评价。针对敌方不知道我方任务方案的情形，从道路网络出发，以节点邻接矩阵为基础，计算从道路节点到关键节点多步可达的方案数量，建立了可达度指标，通过对指标值排序，可知最重要的三个节点为J04、J33和J34；针对敌方知道我方任务方案的情形，计算原最优方案中剔除某道路节点后，新方案增加的暴露时间，以此作为该节点的节省时间，用以衡量该节点的重要性。经排序，可知最重要的三个节点为J37、J21和J12。

针对问题五，为规避敌方的侦测和打击，提出了反映发射装置在各时刻下分散程度的指标：多时间帧下任意两发射装置最小距离的最大值。在问题一齐射方案优化单目标模型的基础上，增加单台发射装置暴露时间尽可能小、发射装置的机动应尽量分散这两目标，建立了多目标齐射方案优化模型。通过对模型进行分步求解，最终得到了适当分散机动策略下的整体暴露时间为8446.9分钟，单台发射装置最长暴露时间为465.6分钟。

**关键词：导弹发射；优化模型；整体暴露时间；博弈**

# 一、问题重述

## 1.1 问题背景

随着导弹武器系统的不断发展，导弹在未来作战中将发挥越来越重要的作用，导弹作战将是未来战场的主要作战样式之一。

为了提高导弹部队的生存能力和机动能力，常规导弹大都使用车载发射装置，平时在待机地域隐蔽待机，在接受发射任务后，各车载发射装置从待机地域携带导弹沿道路机动到各自指定发射点位实施发射。每台发射装置只能载弹一枚，实施多波次发射时，完成了上一波次发射任务的车载发射装置需要立即机动到转载地域（用于将导弹吊装到发射装置的专门区域）装弹，完成装弹的发射装置再机动至下一波次指定的发射点位实施发射。连续两波次发射时，每个发射点位使用不超过一次。

某部参与作战行动的车载发射装置共有 24 台，依据发射装置的不同大致分为 A、B、C 三类，其中 A、B、C 三类发射装置的数量分别为 6 台、6 台、12 台，执行任务前平均部署在 2 个待机地域（D1，D2）。所属作战区域内有 6 个转载地域（Z01~Z06）、60 个发射点位（F01~F60），每一发射点位只能容纳 1 台发射装置。各转载地域最多容纳 2 台发射装置，但不能同时作业，单台转载作业需时 10 分钟。各转载地域弹种类型和数量满足需求。相关道路情况如图 1 所示（道路节点 J01~J62），相关要素的坐标数据如附件 1 所示。图 1 中主干道路（图中红线）是双车道，可以双车通行；其他道路（图中蓝线）均是单车道，只能在各道路节点处会车。A、B、C 三类发射装置在主干道路上的平均行驶速度分别是 70 公里/小时、60 公里/小时、50 公里/小时，在其他道路上的平均行驶速度分别是 45 公里/小时、35 公里/小时、30 公里/小时。

部队接受发射任务后，需要为每台车载发射装置规划每个波次的发射点位及机动路线，要求整体暴露时间（所有发射装置的暴露时间之和）最短。本问题中的“暴露时间”是指各车载发射装置从待机地域出发时刻至第二波次发射时刻为止的时间，其中发射装置位于转载地域内的时间不计入暴露时间内。暂不考虑发

射装置在发射点位必要的技术准备时间和发射后发射装置的撤收时间。

## 1.2 需要解决的问题

(1) 该部接受到实施两个波次的齐射任务（齐射是指同一波次的导弹同一时刻发射），每个波次各发射 24 枚导弹。给出具体发射点位的分配及机动路线方案，使得完成两个波次发射任务的整体暴露时间最短。以第一波次的发射时刻作为第二波次机动的起始时刻。

(2) 转载地域的合理布设是问题的“瓶颈”之一。除已布设的 6 个转载地域外，可选择在道路节点 J25、J34、J36、J42、J49 附近临时增设 2 个转载地域（坐标就取相应节点的坐标）。应该如何布设临时转载地域，使得完成两个波次发射任务的整体暴露时间最短。

(3) 新增 3 台 C 类发射装置用于第二波次发射。这 3 台发射装置可事先选择节点 J04、J06、J08、J13、J14、J15 附近隐蔽待机（坐标就取相应节点的坐标），即这 3 台发射装置装弹后从待机地域机动到隐蔽待机点的时间不计入暴露时间内。每一隐蔽待机点至多容纳 2 台发射装置。待第一波次导弹发射后，这 3 台发射装置机动至发射点位参与第二波次的齐射，同时被替代的 3 台 C 类发射装置完成第一波次齐射后择机返回待机地域（返回时间不计入暴露时间）。转载地域仍为事先布设的 6 个的前提下，应该如何选择隐蔽待机点，使得完成两个波次发射任务的整体暴露时间最短。

(4) 道路节点受到攻击破坏会延迟甚至阻碍发射装置按时到达指定发射点位。请结合图 1 路网特点，考虑攻防双方的对抗博弈，建立合理的评价指标，量化分析该路网最可能受到敌方攻击破坏的 3 个道路节点。

(5) 在机动方案的拟制中，既要考虑整体暴露时间尽可能短，也要规避敌方的侦察和打击，采用适当分散机动的策略，同时还要缩短单台发射装置的最长暴露时间。综合考虑这些因素，重新讨论问题（1）。

## 二、问题分析

对于问题一，在给定两波次导弹齐射任务的情况下，以完成任务整体暴露时间最短为优化目标，建立基于最小暴露时间的两波次齐射任务方案优化模型。由

于该模型求解困难，我们将其简化为分步骤优化模型。第一步在不考虑会车的情况下求解最优路线，第二步分别考虑发射装置在车道上及转载地域会车情况，提出了会车情形判断准则，并建立发射装置行驶顺序确定规则，在此规则下对发射装置机动时间进行调整，最终得到任务分配方案。

第二问在第一问的基础上，新增两个转载地域，需要从可供选择的5个道路节点中选择两个作为临时转载地域，使得在完成两波次齐射任务的同时，发射装置整体的暴露时间最小，应建立新增转载地域的两波次导弹齐射任务方案优化模型并分段进行求解。

问题三在第一问的基础上新增了三台发射装置用于第二波次的发射，需要从给定的6个节点中选择隐蔽待机点使得在完成两波次齐射任务的同时，发射装置整体的暴露时间最小。建立新增隐蔽待机点方案的优化模型，与问题一类似，分两个步骤对问题进行求解。

问题四考虑道路节点受到敌方破坏的情况，需考虑攻防双方的对抗博弈，并分析该路网最可能受到破坏的3个道路节点。对于这一问题，有两种可能的情况：1、敌方不知我方发射方案；2、敌方已知我方发射方案。针对上述两种可能性，应分别建立评价指标，对道路节点的重要性进行量化分析。

对于问题五，在问题一的基础上，需要综合考虑整体暴露时间尽可能短、分散机动和缩短单台发射装置的最长暴露时间这三个因素，在问题一中，模型目标即是整体暴露时间最短，本问题中只需在第一问的基础上多考虑缩短单台发射装置的最长暴露时间和发射装置尽量分散这两个因素。

### 三、模型假设

- (1) 每台发射装置均以所给定的平均速度在道路上行驶；
- (2) 同一波次车辆全部到位与导弹齐射之间没有时间间隔；
- (3) 同一任务中均是由第一辆车离开待机区域开始计时，任务过程中不停止计时，以最后一波导弹发射出去（即发射任务完成）作为计时停止点；
- (4) 单车道上只允许车辆同向而行，且不得超车；
- (5) 在双车道上行驶的发射装置可以对向行驶，并且同向行驶的发射装置可以

超车

(6) 发射装置在道路上运行时，将其视为质点。

## 四、符号说明

符号	说明
$P_{im}$	第 $i$ 台发射装置是否在第 $m$ 个转载地装弹
$R_{ik}^{(1)}$	第 $i$ 台发射装置是否在第 $k$ 个发射点位发射第一颗导弹
$R_{ik}^{(2)}$	第 $i$ 台发射装置是否在第 $k$ 个发射点位发射第二颗导弹
$T_{Amin}$	A 类发射装置的在各点间的最短时间矩阵

## 五、两波次导弹齐射任务方案优化

### 5.1 问题一分析

对于问题一，在给定两波次导弹齐射任务的情况下，以完成任务整体暴露时间最短为优化目标，建立基于最小暴露时间的两波次齐射任务方案优化模型。由于该模型求解困难，我们将其简化为分步骤优化模型。第一步在不考虑会车的情况下求解最优路线，第二步分别考虑发射装置在车道上及转载地域会车情况，提出了会车情形判断准则，并建立发射装置行驶顺序确定规则，在此规则下对发射装置机动时间进行调整，最终得到任务分配方案。

### 5.1 模型准备

#### 5.1.1 道路网络节点编号

- 2 个待机地域 D1、D2 依次编号为 1、2；
- 6 个转载地域 Z1~Z6 依次编号为 3—8；
- 60 个发射点位 F1~F60 依次编号为 9—68；
- 62 个道路节点 J1~J62 依次编号为 69—130。

表 5-1 部分节点编号

要素名称	编号
D1	1
D2	2
Z1	3
...	...
Z6	8
F1	9
...	...
F60	68
J1	69
...	...
J62	130

#### 5.1.2 各节点间邻接矩阵 $M$ 的生成

根据题中所给“作战区域道路示意图”，生成该区域道路网络各节点间的邻接矩阵，设为 $M$ 。



其中

$$m_{ij} = \begin{cases} 0 & i \text{点与} j \text{点不直接相连} \\ 1 & i \text{点与} j \text{点直接相连} \end{cases} \quad (i, j = 1, 2, \dots, 130)$$

### 5.1.3 最短时间矩阵的生成

利用题目所给坐标数据以及邻接矩阵 $M$ ，能够计算得到各节点间的距离矩阵 $D$ ：

$$d_{ij} = \begin{cases} 0 & i = j \\ \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} & m_{ij} = 1 \\ \infty & i \neq j \text{ 且 } m_{ij} = 0 \end{cases} \quad (i, j = 1, 2, \dots, 130)$$

其中 $x_i, y_i$ 分别表示 $i$ 点的横、纵坐标。

由于不同类型发射装置在两种车道上的速度均不相同，为了方便模型求解，省去在路径优化中对发射装置在两种车道上不同行驶速度的讨论，将距离矩阵转化为时间矩阵，即用路段的距离除以不同发射装置在该路段的行驶速度得到通过该路段的时间。

针对3种发射装置，得到了以下3个时间矩阵。

(1) 针对A类发射装置的时间矩阵 $T_A$

$$(T_A)_{ij} = \begin{cases} \frac{d_{ij}}{70} & \text{道路} ij \text{ 为主干道路} \\ \frac{d_{ij}}{45} & \text{道路} ij \text{ 为其他道路} \end{cases}$$

(2) 针对B类发射装置的时间矩阵 $T_B$

$$(T_B)_{ij} = \begin{cases} \frac{d_{ij}}{60} & \text{道路} ij \text{ 为主干道路} \\ \frac{d_{ij}}{35} & \text{道路} ij \text{ 为其他道路} \end{cases}$$

(3) 针对C类发射装置的时间矩阵 $T_C$

$$(T_C)_{ij} = \begin{cases} \frac{d_{ij}}{50} & \text{道路} ij \text{ 为主干道路} \\ \frac{d_{ij}}{30} & \text{道路} ij \text{ 为其他道路} \end{cases}$$

利用Floyd算法，分别针对上述三个时间矩阵，计算任意两个节点之间的最短时间，得到各节点间的最短时间矩阵  $T_{Amin}$ 、 $T_{Bmin}$ 、 $T_{Cmin}$ 。

#### 5.1.4 发射装置编号与装置种类的对应关系

设1~6台发射装置为A类，7~12台发射装置为B类，13~24台发射装置为C类。其中第1~3、7~9、13~18台发射装置部署在D1待机地域，第4~6、10~12、19~24台发射装置部署在D2待机地域。

### 5.2 基于最小暴露时间的两波次齐射任务的方案优化模型

为在能满足两波次齐射的任务的基础上，使得整体暴露时间最小，需引入能够表示发射装置具体机动路线以及每个时刻发射装置具体位置的决策变量。

#### 5.2.1 决策变量

将整个任务分为以下三个阶段进行处理：

第一阶段为发射装置从待机区域行驶到第一波次发射点位。

第二阶段为发射装置从第一波次发射点位行驶到转载地域。

第三阶段为发射装置从转载地域行驶到第二波发射点位。

##### (1) 第一阶段决策变量

设第*i*台发射装置在第一阶段路径上一次经过的节点为  $Q_1^{(1,i)}, Q_2^{(1,i)}, \dots, Q_{n_i}^{(1,i)}$

设第*i*台发射装置第一阶段在各节点的停车等待时间为  $\Delta t_1^{(1,i)}, \Delta t_2^{(1,i)}, \dots, \Delta t_{n_i}^{(1,i)}$

为表示发射装置第一波次发射导弹的位置，引入0-1矩阵  $R^{(1)}$ ：

$$R_{ik}^{(1)} = \begin{cases} 1 & \text{第 } i \text{ 台发射装置在第 } k \text{ 个发射点位发射第一颗导弹} \\ 0 & \text{第 } i \text{ 台发射装置不在第 } k \text{ 个发射点位发射第一颗导弹} \end{cases}$$

$$(i = 1, 2, \dots, 24, \quad k = 1, 2, \dots, 60)$$

##### (2) 第二阶段决策变量

设第*i*台发射装置在第二阶段路径上一次经过的节点为  $Q_1^{(2,i)}, Q_2^{(2,i)}, \dots, Q_{m_i}^{(2,i)}$

设第*i*台发射装置第二阶段在各节点的停车等待时间为  $\Delta t_1^{(2,i)}, \Delta t_2^{(2,i)}, \dots, \Delta t_{m_i}^{(2,i)}$

为表示发射装置在第二阶段装载导弹的位置，引入 0-1 变量  $P$ ：

$$P_{im} = \begin{cases} 1 & \text{第 } i \text{ 台发射装置在第 } m \text{ 个转载地装弹} \\ 0 & \text{第 } i \text{ 台发射装置不在第 } m \text{ 个转载地装弹} \end{cases}$$

$$(i = 1, 2, \dots, 24, \quad m = 1, 2, \dots, 6)$$

为表示发射装置在转载地域的会车情况，引入 0-1 变量  $I_{im}(t)$ ：

$$I_{im}(t) = \begin{cases} 1 & (x_i(t) - X_m)^2 + (y_i(t) - Y_m) = 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

其中  $X_m$ ,  $Y_m$  分别表示第  $m$  个转载地域的横、纵坐标。

### (3) 第三阶段决策变量

设第  $i$  台发射装置在第三阶段路径上依次经过的节点为  $Q_1^{(3,i)}, Q_2^{(3,i)}, \dots, Q_{l_i}^{(3,i)}$

设第  $i$  台发射装置第三阶段在各节点的停车等待时间为  $\Delta t_1^{(3,i)}, \Delta t_2^{(3,i)}, \dots, \Delta t_{l_i}^{(3,i)}$

为表示发射装置第二波次发射导弹的位置，引入 0-1 变量  $R^{(2)}$ ，其中

$$R_{ik}^{(2)} = \begin{cases} 1 & \text{第 } i \text{ 台发射装置在第 } k \text{ 个发射点位发射第二颗导弹} \\ 0 & \text{第 } i \text{ 台发射装置不在第 } k \text{ 个发射点位发射第二颗导弹} \end{cases}$$

$$(i = 1, 2, \dots, 24, \quad k = 1, 2, \dots, 60)$$

则有

$$R_{(i, Q_{n_i}^{(1,i)})}^{(1)} = R_{ik}^{(1)}$$

$$P_{(i, Q_{n_i}^{(2,i)})} = P_{im}$$

$$R_{(i, Q_{l_i}^{(3,i)})}^{(2)} = R_{ik}^{(2)}$$

## 5.2.2 约束条件

### (1) 发射点位的约束

针对每一波次任务，每一台发射装置分配一个发射点位：

$$\sum_{k=1}^{60} R_{ik}^{(1)} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, 24 \quad (5-1)$$

$$\sum_{k=1}^{60} R_{ik}^{(2)} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, 24 \quad (5-2)$$

针对每一波次任务，每个发射点位最多只能安排一台发射装置：

$$\sum_{i=1}^{24} R_{ik}^{(1)} \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots, 60 \quad (5-3)$$

$$\sum_{i=1}^{24} R_{ik}^{(2)} \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots, 60 \quad (5-4)$$

连续两个波次发射时，每个发射点位使用不超过一次：

$$\sum_{i=1}^{24} R_{ik}^{(1)} + \sum_{i=1}^{24} R_{ik}^{(2)} \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots, 60 \quad (5-5)$$

由于公式(5-5)成立一定有公式(5-3)和公式(5-4)成立，因此可以将上述三个约束条件合并为一个约束条件。

## (2) 转载地域的约束

每一台发射装置只能去一个转载地域装弹：

$$\sum_{m=1}^6 P_{im} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, 24 \quad (5-6)$$

各转载地域最多同时容纳两台发射装置：

$$\sum_{i=1}^{24} I_{im}(t) \leq 2, \quad m = 1, 2, \dots, 6 \quad (\forall t \text{ 成立}) \quad (5-7)$$

## (3) 会车约束

根据第*i*台发射装置的机动路线及停车时间，可得该台发射装置在*t*时刻的运动坐标为(*x<sub>i</sub>*(*t*), *y<sub>i</sub>*(*t*))，若要避免冲突，则需满足

$$[x_i(t) - x_j(t)]^2 + [y_i(t) - y_j(t)]^2 \neq 0 \quad (5-8)$$

$$\forall i, j, t \quad \text{且} \quad (x_i(t), y_i(t)) \in G$$

*G*表示所有单行道内部点的坐标构成的集合。

### 5.2.3 目标函数

为了使整体暴露时间最短，我们计算两任务波次所有发射装置的整体暴露时间，所有发射装置两波次总暴露时间为：

$$T_{total} = \sum_{i=1}^{24} s_{1i} + \sum_{i=1}^{24} s_{2i} + \sum_{i=1}^{24} s_{3i} \quad (5-9)$$

$\sum_{i=1}^{24} s_{1i}$  表示发射装置从待机地域出发到第一波导弹发射之前的整体暴露

时间，其中

$$s_{1i} = \sum_{k=1}^{60} R_{ik}^{(1)} t_{ik} + \sum_{r=1}^{n_i} \Delta_r^{(1,i)} \quad i = 1, 2, \dots, 24 \quad (5-10)$$

$\sum_{i=1}^{24} s_{2i}$  表示发射装置从第一波发射之后到到达转载地域的整体暴露时间，

其中

$$s_{2i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(1)} t_{Amk} + \sum_{r=1}^{m_i-1} \Delta_r^{(2,i)} \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (5-11)$$

$$s_{2i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(1)} t_{Bmk} + \sum_{r=1}^{m_i-1} \Delta_r^{(2,i)} \quad i = 7, 8, \dots, 12 \quad (5-12)$$

$$s_{2i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(1)} t_{Cmk} + \sum_{r=1}^{m_i-1} \Delta_r^{(2,i)} \quad i = 13, 14, \dots, 24 \quad (5-13)$$

$t_{Amk}$  ,  $t_{Bmk}$  ,  $t_{Cmk}$  分别表示 A 类、B 类、C 类发射装置从第  $m$  个转载地域到第  $k$  个发射位点的行驶时间，  $m = 1, 2, \dots, 6$  。

$\sum_{i=1}^{24} s_{3i}$  表示发射装置从转载地域出发到第二波导弹发射之前的整体暴露

时间，其中

$$s_{3i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(2)} t_{Amk} + \sum_{r=1}^{l_i} \Delta_r^{(3,i)} \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (5-14)$$

$$s_{3i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(2)} t_{Bmk} + \sum_{r=1}^{l_i} \Delta_r^{(3,i)} \quad i = 7, 8, \dots, 12 \quad (5-15)$$

$$s_{3i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(2)} t_{Cmk} + \sum_{r=1}^{l_i} \Delta_r^{(3,i)} \quad i = 13, 14, \dots, 24 \quad (5-16)$$

这样就构建了基于最短暴露时间的两波次齐射任务的方案优化模型。

目标函数：  $\min T_{total}$

$$s.t. \left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^{60} R_{ik}^{(1)} = 1 \\ \sum_{k=1}^{60} R_{ik}^{(2)} = 1 \\ \sum_{i=1}^{24} R_{ik}^{(1)} + \sum_{i=1}^{24} R_{ik}^{(2)} \leq 1 \\ \sum_{m=1}^6 P_{im} = 1 \\ \sum_{i=1}^{24} I_{im}(t) \leq 2 \\ [x_i(t) - x_j(t)]^2 + [y_i(t) - y_j(t)]^2 \neq 0 \\ R_{ik}^{(1)}, R_{ik}^{(2)}, P_{im} \in \{0,1\} \end{array} \right. \quad (5-17)$$

### 5.3 模型求解

分析上述模型可以发现，该模型求解十分困难，原因在于：

1、决策变量太多，且数目不定，例如决策变量  $Q^{(1,i)}$  的个数取决于第  $i$  台车第一阶段机动路线的总道路数；

2、停车等待时间  $\Delta t$  为连续变量，在优化过程中难以求解。

因此，为了解决该问题，将上述模型简化为分步骤的优化模型，第一步先在不考虑会车的情形下，建立路径优化模型，求解得到所有发射装置的最优机动路线；第二步考虑会车情况，提出发射装置行驶顺序确定原则，利用该原则对已有机动路线进行调整。通过上述两步骤可以得到较优的解决方案。

#### 5.3.1 基于两波次齐射任务的发射装置路径优化模型

在不考虑发射装置在单车道以及转载地域会车的情形，建立发射装置路径优化模型。

##### 5.3.1.1 路径优化模型目标函数的确定

不考虑会车情形时，暴露时间不包括发射装置在节点处停留时间，因此路径优化模型的目标函数为所有发射装置的行驶时间求和。

$$T_{drive} = \sum_{i=1}^{24} s_{1i} + \sum_{i=1}^{24} s_{2i} + \sum_{i=1}^{24} s_{3i} \quad (5-19)$$

$\sum_{i=1}^{24} s_{1i}$  表示发射装置从待机地域出发到第一波导弹发射之前的行驶时间，

其中

$$s_{1i} = \sum_{k=1}^{60} R_{ik}^{(1)} t_{ik} \quad i = 1, 2, \dots, 24 \quad (5-20)$$

$\sum_{i=1}^{24} s_{2i}$  表示发射装置从第一波发射之后到到达转载地域的行驶时间，其中

$$s_{2i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(1)} t_{Amk} \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (5-21)$$

$$s_{2i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(1)} t_{Bmk} \quad i = 7, 8, \dots, 12 \quad (5-22)$$

$$s_{2i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(1)} t_{Cmk} \quad i = 13, 14, \dots, 24 \quad (5-23)$$

$\sum_{i=1}^{24} s_{3i}$  表示发射装置从转载地域出发到第二波导弹发射之前的整体暴露

时间，其中

$$s_{3i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(2)} t_{Amk} \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (5-24)$$

$$s_{3i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(2)} t_{Bmk} \quad i = 7, 8, \dots, 12 \quad (5-25)$$

$$s_{3i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(2)} t_{Cmk} \quad i = 13, 14, \dots, 24 \quad (5-26)$$

这样就构建了基于两波次齐射任务的发射装置路径优化的规划模型：

$$\text{目标函数：} \min T_{drive}$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{k=1}^{60} R_{ik}^{(1)} = 1 \\ \sum_{k=1}^{60} R_{ik}^{(2)} = 1 \\ \sum_{i=1}^{24} R_{ik}^{(1)} + \sum_{i=1}^{24} R_{ik}^{(2)} \leq 1 \\ \sum_{m=1}^6 P_{im} = 1 \\ R_{ik}^{(1)}, R_{ik}^{(2)}, P_{im} \in \{0,1\} \end{cases} \quad (5-27)$$

### 5.3.1.2 第一步优化结果

对于上述优化模型，采用 Lingo 软件进行求解，优化的结果如下所示：

#### (1) 各发射装置最优路径规划表

各台发射装置的具体机动路线如下表所示：

表 5-2 各发射装置最优路径规划表

待机区域	发射装置编号	机动路线	暴露时间 (min)
D1	A01	D1,Z03,J61,F57,J61,Z03,J57,J58,59,J62,F60	273. 055
	A02	D1,J10,J45,J42,J40,F38,J40,J39,J16,Z06,J28,F19	271. 635
	A03	D1,J10,J45,J42,J40,F37,J40,J39,J16,Z06,J28,F18	420. 91
	B01	D1,J11,J46,J44,Z05,J41,F40,J41,Z05,J41,J18,J29,J30,F22	457. 543
	B02	D1,J09,J08,J07,Z04,J37,F31,J37,Z04,J37,J15,J25,F10	443. 026
	B03	D1,J09,J08,J07,Z04,J37,F32,J37,Z04,J37,J15,J16,J39,F36	338. 253
	C01	D1,J11,J46,F43,J46,J44,Z05,J41,J18,J29,F20	298. 742
	C02	D1,J09,J08,J07,Z04,J38,F35,J38,Z04,J37,J15,J25,F11	352. 26
	C03	D1,J09,J08,J07,Z04,J38,F34,J38,Z04,J37,F33	267. 339
	C04	D1,J11,J46,J44,F41,J44,Z05,J41,J18,J29,J30,F21	352. 469
	C05	D1,J11,J46,J44,F42,J44,Z05,J41,J18,J19,J31,F23	351. 082
	C06	D1,Z03,J61,F58,J61,Z03,J57,J58,J59,F54	355. 671
D2	A04	D2,J12,J13,J21,J22,F06,J22,J23,J25,Z06,J26,J24,F09	293. 249
	A05	D2,J12,J13,J14,J35,F27,J35,J34,J05,J06,J51,Z02,J54,J55,J53,J56,F52	321. 092
	A06	D2,J12,J13,J21,F01,J21,J14,J15,J37,Z04,J38,J42,J40,F39	293. 482
	B04	D2,J12,J13,J14,J35,F28,J35,J34,J05,J06,J51,Z02,J51,J06,J36,F29	337. 045
	B05	D2,J12,J13,J21,F02,J21,J22,J23,J25,Z06,J26,F13	333. 083
	B06	D2,J12,J13,J21,F03,J21,J22,J23,J25,Z06,J26,F12	328. 081
	C07	D2,J03,J02,J47,F44,J47,J48,Z01,J04,J05,J49,F48	325. 908
	C08	D2,J03,J48,F47,J48,Z01,J50,J53,F51	319. 98
	C09	D2,J32,J33,J34,F26,J34,J05,J06,J51,Z02,J51,J06,J36,F30	357. 585
	C10	D2,J32,F24,J32,J33,J04,Z01,J48,J47,F45	289. 687



	C11	J32,J33,F25,J33,J04,Z01,J04,J05,J49,F49	303.601
	C12	J03,J48,F46,J48,Z01,J50,F50	245.29
总暴露时间	7392.14 min		

## (2) 发射装置最优机动路线

以 C02 发射装置为例，最优机动路线如下图所示：

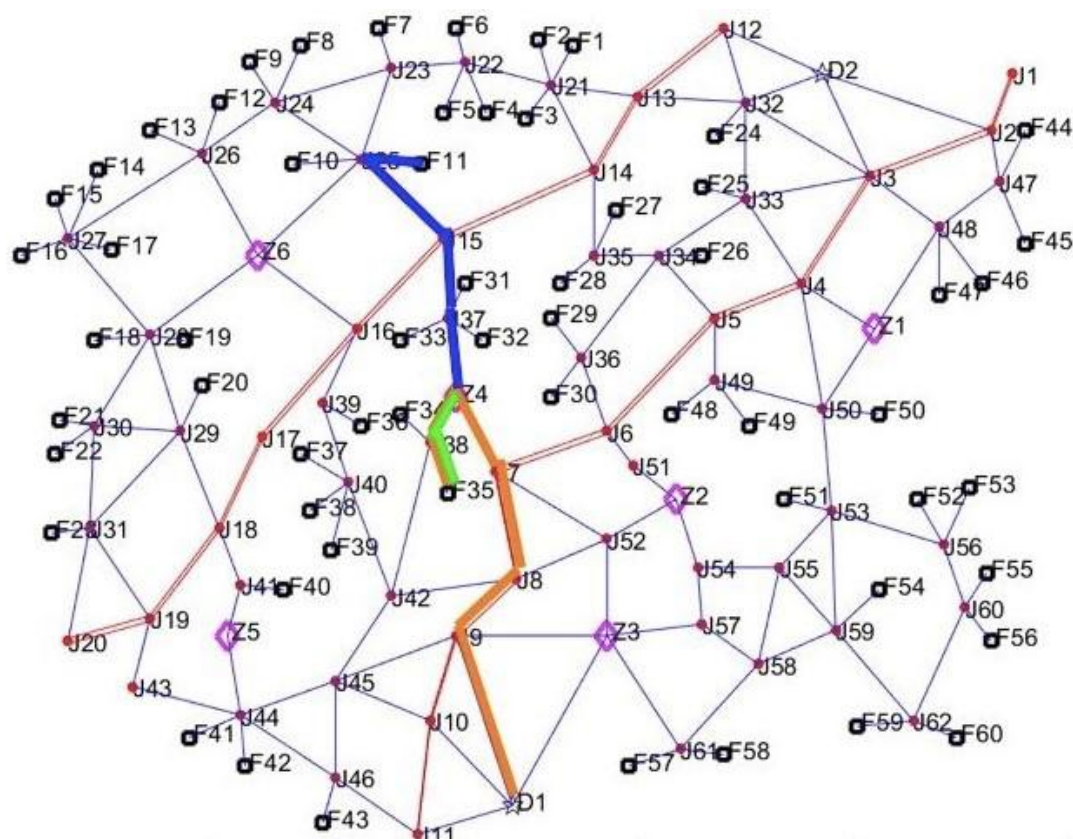


图 5-1 发射装置 C02 最优机动路线示意图

在上图中：

橙色段代表发射装置从待机地域出发到第一波次发射点的机动路线；

绿色段代表发射装置从第一波发射点行驶至转载地域进行装弹的机动路线；

蓝色段代表发射装置从转载地域出发到第二波次发射点的机动路线。

## 5.3.2 基于优先级的会车情形发射装置行驶顺序确定模型

### 5.3.2.1 发射装置在路段上交会的判断准则

发射装置在行驶过程中，可能会出现两台发射装置交会的情况，由此我们提出发射装置在路段上交会判断准则。设甲发射装置路径用 $(X_1, X_2, \dots, X_i)$ 表示，乙发射装置路径用 $(Y_1, Y_2, \dots, Y_j)$ 表示，若同时满足以下条件，即可认为两台发

射装置在该路段上交会：

(1)  $X_i = Y_{j+1}$  且  $Y_j = X_{i+1}$ ，两条路径经过同一路段并且经过方向正好相反；

(2)  $t_i^X > t_j^Y > t_{j+1}^Y$  或  $t_i^X < t_j^Y < t_{i+1}^X$ ，其中  $t_i^X$  表示甲沿着路径  $(X_1, X_2, \dots, X_i)$  到达  $i$  点的时间， $t_j^Y$  表示乙沿着路径  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_j)$  到达  $j$  点的时间。

### 5.3.2.2 发射装置在转载地域交会的判断准则

根据题中所给“各转载地域最多容纳2台发射装置”的约束，提出两台发射装置在转载地域交会判断准则，若满足以下条件之一，即可认为甲发射装置在转载地域A与其他发射装置发生交会：

(1) 转载地域A已有两台发射装置正在装弹或等待装弹

(2) 发射装置甲进入到目标转载地域之前，另一台发射装置也需要进入。

### 5.3.2.3 基于优先级确定会车行驶顺序

优先级确定准则：

(a) 首先确定每台发射装置的盈余时间：

盈余时间 = 所有发射装置中最长机动时间 - 当前发射装置机动时间

(b) 随后确定发射装置优先级：盈余时间越少的发射装置优先级越高。

考虑发射装置在道路上以及转载地域会车的情形，在整个任务中，会车情形可分为以下三种：

#### (1) 在双车道上会车

根据题目要求及模型假设，在双车道上行驶的发射装置可以对向行驶，并且同向行驶的发射装置可以超车，因而不会影响发射装置在该段车道上的行驶时间，故针对这种情形不用做调整。

#### (2) 在单车道上会车

在单车道上会车的情形又可以分为以下两个阶段：

(a) 第一阶段

第一阶段为发射装置从待机区域行驶到第一波次发射点位。该阶段的行驶过程中，需根据路径优化模型确定的各台发射装置的最优路径，来确定行驶时长。为保证第一阶段保留时间尽可能小，所有发射装置应在同一时刻到达目标发射点，因此阶段行驶时间最长的发射装置应先出发，其余车辆按照盈余时间大小顺序出

发。保证所有发射装置同时到达第一波次发射点位。

(b) 第二阶段

第二阶段为车载装置从第一波次发射点位行驶到转载地域再到第二波次发射点位。首先不考虑会车情形，计算每台发射装置的行驶时长，确定行驶时间最长的发射装置，这台发射装置在行驶过程中不能有任何等待；当两台发射装置在单车道两节点附近相遇对向行驶时，根据优先级确定行驶顺序，优先级低的发射装置应让优先级高的发射装置先通过该车道。

为了减少发射装置的暴露时间，每台发射装置应考虑自己的盈余时间及其他装置的行驶路径尽可能多的在转载地域停留，确保所有发射装置同时到达第二波次发射点位。

(3) 在转载地域会车

当前发射装置到达转载地域前一个道路节点时需要根据交会准则进行判断。

(a) 若没有发生会车情况，当前发射装置直接进入转载地域；

(b) 若发生会车情况，当转载地域内有两台发射装置正在装弹或等待装弹等待装弹，判断后装弹发射装置与当前发射装置的优先级，如当前发射装置优先级较高，后装弹车辆返回到转载地域前一个道路节点，当前发射装置进入转载地域，如当前发射装置优先级较低，则等待前一台发射装置装弹完成出发后进入转载地域；转载地域附近有两台发射装置等待，根据优先级确定进入转载地域顺序，优先级高的发射装置先进。

5.4.4 模型求解及结果分析

根据行驶顺序确定原则，利用Matlab软件对发射装置机动方案进行进一步调整。于是综合上述两个模型，最终得到了两波次导弹齐射任务的分配方案。

表 5-3 两个波次任务分配方案表

发射装置编号	待机地域编号	发射点位1	发射时刻1	转载地域	发射点位2	发射时刻2
A01	D1	F57	180.933463	Z03	F60	424.8184641
A02	D1	F38		Z06	F19	
A03	D1	F37		Z06	F18	
A04	D2	F06		Z06	F09	
A05	D2	F27		Z02	F52	
A06	D2	F01		Z04	F39	

B01	D1	F40		Z05	F22
B02	D1	F31		Z04	F10
B03	D1	F32		Z04	F36
B04	D2	F28		Z02	F29
B05	D2	F02		Z06	F13
B06	D2	F03		Z06	F12
C01	D1	F43		Z05	F20
C02	D1	F35		Z04	F11
C03	D1	F34		Z04	F33
C04	D1	F41		Z05	F21
C05	D1	F42		Z05	F23
C06	D1	F58		Z03	F54
C07	D2	F44		Z01	F48
C08	D2	F47		Z01	F51
C09	D2	F26		Z02	F30
C10	D2	F24		Z01	F45
C11	D2	F25		Z01	F49
C12	D2	F46		Z01	F50
整体暴露时间	7930.0681 min				

由表5-3可知，第一波导弹齐射时刻为第一台发射装置出发后180.9分钟，第二波齐射时刻为第一台发射装置出发后424.8分钟，完成两波齐射任务的发射装置整体暴露时间为7930.1分钟。分析每台发射装置的具体机动路线可以发现，如果发射装置都就近选择离发射位点近的转载区域进行装弹，会出现部分转载地域拥挤的情况；但如果转载地域的分配相对均衡，会使得部分发射装置去较远的转载地域装弹，从而导致单台暴露时间增加。在下一节将针对新增转载地域的情况，对问题进行进一步讨论。

## 六、新增转载地域的两波次导弹齐射任务方案优化

### 6.1 问题二分析

第二问在第一问的基础上，新增两个转载地域，需要从可供选择的5个道路节点中选择两个作为临时转载地域，使得在完成两波次齐射任务的同时，发射装

置整体的暴露时间最小。与问题一类似，分两个步骤对问题进行求解，第一步得到所有发射装置的最优机动路线；第二步对已有机动路线进行调整。通过上述两个步骤可以得到较优的解决方案。

## 6.2 基于两波次导弹齐射任务的新增转载地域路径优化模型

建立模型的思路与问题一相同，考虑到需要增加转载地域，引入  $z_7, z_8$ ，用于表示新增转载地域的选择情况。 $z_7, z_8$  的取值从集合  $\{J25, J34, J36, J42, J49\}$  中选取，即

$$z_7, z_8 \in G, \quad G = \{J25, J34, J36, J42, J49\}$$

设  $F(z_7, z_8)$  表示新增  $z_7, z_8$  为转载地域时的最小整体暴露时间，则第二问转化为对以下模型的求解：

$$\min_{z_7, z_8 \in G} F(z_7, z_8)$$

### 6.3.1 决策变量

与问题一相同，将整个任务分为三个阶段进行处理，除第二阶段变量  $P_{im}$  中  $m$  的取值范围变化外，其余决策变量均与问题一中决策变量一致，其中：

$$P_{im} = \begin{cases} 1 & \text{第 } i \text{ 台发射装置在第 } m \text{ 个转载地装弹} \\ 0 & \text{第 } i \text{ 台发射装置不在第 } m \text{ 个转载地装弹} \end{cases}$$

$$(i = 1, 2, \dots, 24, \quad m = 1, 2, \dots, 11)$$

$m = 1, \dots, 6$  时代表转载地  $Z01, \dots, Z06$ ， $m = 7, \dots, 11$  分别表示预选新增转载地域  $J25, J34, J36, J42, J49$ 。

引入 0-1 变量  $Z_j$

$$Z_m = \begin{cases} 1 & \text{第 } m \text{ 个道路节点作为转载地} \\ 0 & \text{第 } m \text{ 个道路节点不作为转载地} \end{cases}$$

$$(m = 1, 2, \dots, 11)$$

### 6.3.2 约束条件

由于新增了两个转载地域，故问题二约束条件除了转载地域的约束有变化外，其余约束条件均与问题一中相同，变化的约束条件有：

每一台发射装置只能去一个转载地域装弹

$$\sum_{m=1}^{11} P_{im} Z_m = 1, \quad i = 1, 2, \dots, 24 \quad (6-1)$$

原来的转载地不变，增设两个节点作为新增转载地

$$\sum_{j=1}^6 Z_j = 6, \sum_{j=7}^{11} Z_j = 2 \quad (6-2)$$

### 6.3.3 目标函数

为了使整体暴露时间最短，我们按波次分不同阶段计算每一台发射装置的最短暴露时间，再进行求和。由于在问题二中新增了两个转载地域， $m$  的取值范围有改动，因而目标函数也需要进行相应改动。

与问题一类似，路径优化模型的目标函数为所有发射装置的行驶时间求和。

$$T_{total} = \sum_{i=1}^{24} s_{1i} + \sum_{i=1}^{24} s_{2i} + \sum_{i=1}^{24} s_{3i} \quad (6-3)$$

$\sum_{i=1}^{24} s_{1i}$  表示发射装置从待机地域出发到第一波导弹发射之前的行驶时间，

其中

$$s_{1i} = \sum_{k=1}^{60} R_{ik}^{(1)} t_{ik} \quad i = 1, 2, \dots, 24 \quad (6-4)$$

$\sum_{i=1}^{24} s_{2i}$  表示发射装置从第一波发射之后到到达转载地域的行驶时间，其中

$$s_{2i} = \sum_{m=1}^{11} \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(1)} t_{Amk} Z_m \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (6-5)$$

$$s_{2i} = \sum_{m=1}^{11} \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(1)} t_{Bmk} Z_m \quad i = 7, 8, \dots, 12 \quad (6-6)$$

$$s_{2i} = \sum_{m=1}^{11} \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(1)} t_{Cmk} Z_m \quad i = 13, 14, \dots, 24 \quad (6-7)$$

$\sum_{i=1}^{24} s_{3i}$  表示发射装置从转载地域出发到第二波导弹发射之前的整体暴露

时间，其中

$$s_{3i} = \sum_{m=1}^{11} \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(2)} t_{Amk} Z_m \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (6-8)$$

$$s_{3i} = \sum_{m=1}^{11} \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(2)} t_{Bmk} Z_m \quad i = 7, 8, \dots, 12 \quad (6-9)$$

$$s_{3i} = \sum_{m=1}^{11} \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(2)} t_{Cmk} Z_m \quad i = 13, 14, \dots, 24 \quad (6-10)$$

这样就构建了基于两波次齐射任务的发射装置路径优化的规划模型：

$$\begin{aligned} & \text{目标函数：} \min T_{total} \\ & s.t. \begin{cases} \sum_{k=1}^{60} R_{ik}^{(1)} = 1 \\ \sum_{k=1}^{60} R_{ik}^{(2)} = 1 \\ \sum_{i=1}^{24} R_{ik}^{(1)} + \sum_{i=1}^{24} R_{ik}^{(2)} \leq 1 \\ \sum_{m=1}^8 P_{im} = 1 \\ \sum_{j=1}^6 Z_j = 6 \\ \sum_{j=7}^{11} Z_j = 2 \\ R_{ik}^{(1)}, R_{ik}^{(2)}, P_{im} \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (6-11) \end{aligned}$$

## 6.4 基于会车情形的优先级确定发射装置行驶顺序确定模型

此模型中的发射装置在路段上交会的判断准则、发射装置在转载地域交会的判断准则和基于优先级确定的会车行驶顺序均与问题一相同，在此不再赘述。

## 6.5 模型求解及结果分析

类似问题一，对模型分步求解，得到的最终行驶路径及暴露时间如下表所示：

表 6-1 各装置机动方案

待机区域	发射装置编号	机动路线	暴露时间 (min)
D1	A01	D1, J10, J45, J42, J40, F39, J40, J42, J08, J52, Z03, J57, J58, J59, J62, F60	394.409
	A02	D1, Z03, J61, F57, J61, Z03, J57, J58, J59, J62, F59	276.519
	A03	D1, J10, J45, J42, J40, F37, J40, J39, J16, Z06, J28, F19	276.402

	B01	D1, J10, J45, J40, F38, J40, J39, J16, Z06, J26, F12	341.252
	B02	D1, J61, F58, J61, Z03, J57, J58, J59, F54	304.86
	B03	D1, J09, J08, J07, Z04, J37, F31, J37, Z04, J37, J15, J39, F36	310.186
	C01	D1, J11, J46, J44, F41, J44, Z05, J41, J18, J19, J31, F23	345.608
	C02	D1, J09, J08, J07, Z04, J38, F35, J38, Z04, J37, F33	272.325
	C03	D1, J09, J08, J07, Z04, J38, F34, J38, Z04, J37, F32	261.818
	C04	D1, J11, J46, J44, F42, J44, Z05, J41, J18, J29, F20	300.788
	C05	D1, J11, J46, F43, J46, J44, Z05, J41, F40	239.142
	C06	D1, J09, J08, J07, J06, J36, F30, J36, J34, F27	309.937
D2	A04	D2, J03, J04, J05, J49, F48, J49, J05, J06, J51, Z02, J54, J55, J53, J56, F53	296.673
	A05	D2, J32, J33, F25, J33, J04, J05, J06, J51, Z02, J54, J55, J53, J56, J60, F55	299.035
	A06	D2, J03, J04, J05, J49, F49, J49, J05, J06, J51, Z02, J54, J55, J53, J56, F52	293.529
	B04	D2, J12, J13, J21, F01, J21, J22, J23, J25, Z06, J26, F13	333.283
	B05	D2, J12, J13, J21, F02, J21, J22, J23, J25, J25, J23, F07	265.911
	B06	D2, J03, J02, J47, F44, J47, J48, Z01, J48, J47, F45	275.272
	C07	D2, J32, F24, J32, J33, J34, J36, F29	223.673
	C08	D2, J12, J13, J21, F03, J21, J22, J23, J25, F10	292.674
	C09	D2, J32, J33, J34, F26, J34, J36, J34, J35, F28	306.776
	C10	D2, J03, J48, F46, F46, J48, Z01, J50, F50	245.29
	C11	D2, J12, J13, J21, J22, F06, J22, J23, J25, F11	280.04
	C12	D2, J03, J48, F47, J48, Z01, J50, J53, F51	269.227
整体暴露时间	7373.52 min		

由于可供选择的道路节点只有 5 个，从中选取两个节点的方案只有以下  $C_5^2=10$  种，如下表所示：

表 6-1 新增转载地域方案

	新增转载地域 1	新增转载地域 2
1	J25	J34
2	J25	J36
3	J25	J42
4	J25	J49
5	J34	J36
6	J34	J42
7	J34	J49
8	J36	J42
9	J36	J49
10	J42	J49

利用路径优化模型及行驶顺序确定模型，最终得到了每种方案的整体暴露时



间，如下表所示。

表 6-2 新增地域方案的整体暴露时间优化结果

方案	新增转载地域 1	新增转载地域 2	整体暴露时间	调整后整体暴露时间
1	J25	J34	6831.054	7373.52
2	J25	J36	7008.924	7475.98
3	J25	J42	7136.412	7629.92
4	J25	J49	6977.544	7444.93
5	J34	J36	7164.642	7685.41
6	J34	J42	7029.618	7641.62
7	J34	J49	7125.738	7620.11
8	J36	J42	7257.462	7901
9	J36	J49	7268.808	7744.54
10	J42	J49	6972.162	8013.42

由上表可知，以整体暴露时间最短为目标，方案 1 最优，对比遍历求解结果与对模型直接求解的结果，两结果一致，即两个新增转载地域 1、2 分别在 J25，J34 附近时，整体暴露时间最短。

在最优方案中，以 B06 发射装置为例，最优机动路线如下图所示：

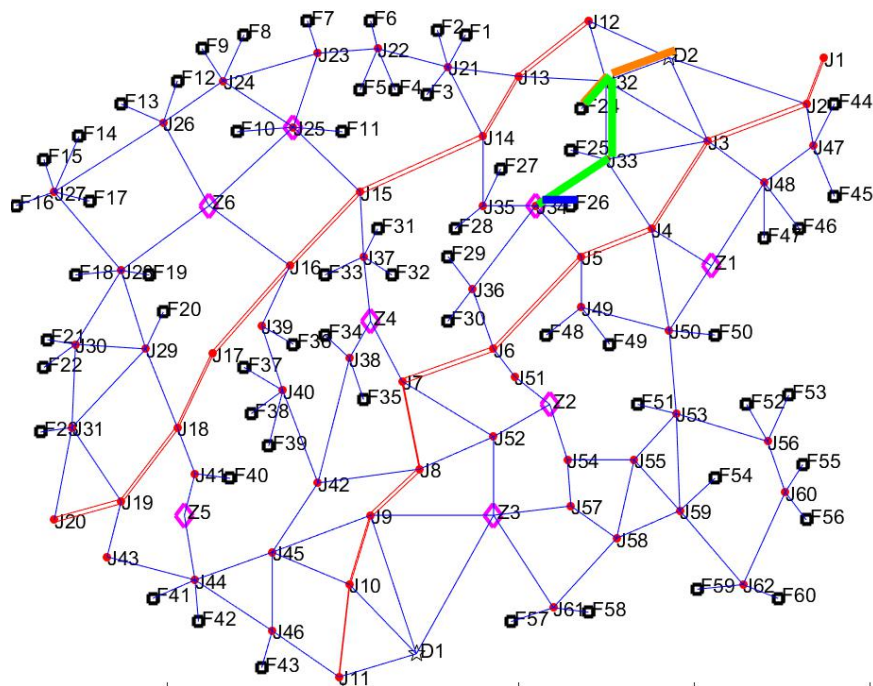


图 6-1 方案 1 中发射装置 C10 机动路线示意图

由表 6-3 可知，完成两波齐射任务的发射装置整体暴露时间为 7014.629 分钟。与问题一模型求解出的整体暴露时间和单台发射装置暴露时间相比明显减少，其

中整体暴露时间，减少了 1432.2 分钟，由图 6-1 可知，新增的两个转载地域 J25、J34 使单台发射装置的行驶时间缩短，对比其余方案图上转载地域的分配也能够看出方案一使图上转载点的分配更加均衡，所以整体暴露时间明显减少。在下一节中，为了减少整体暴露时间，提出了替换发射装置的情况，将对问题进行进一步的讨论。

## 七、隐蔽待机情形下的两波次导弹齐射任务方案优化

### 7.1 问题三分析

问题三在上一问的基础上新增了三台发射装置用于第二波次的发射，需要从给定的 6 个节点中选择隐蔽待机点使得在完成两波次齐射任务的同时，发射装置整体的暴露时间最小。建立新增隐蔽待机点方案的优化模型，与问题一类似，分两个步骤对问题进行求解。

### 7.2 决策变量

与问题一相同，将整个任务分为三个阶段进行处理，除第二阶段变量  $P_{im}$  中  $i$  的取值范围变化以及第三阶段新增决策变量外，其余决策变量均与问题一中决策变量一致，其中：

#### 第二阶段决策变量

不妨假设第 22-24 台发射装置被新增的 3 台发射装置替换。

为表示发射装置在第二阶段装载导弹的位置，引入 0-1 变量  $P$ ：

$$P_{im} = \begin{cases} 1 & \text{第 } i \text{ 台发射装置在第 } m \text{ 个转载地装弹} \\ 0 & \text{第 } i \text{ 台发射装置不在第 } m \text{ 个转载地装弹} \end{cases}$$

$$(i = 1, 2, \dots, 21, \quad m = 1, 2, \dots, 6)$$

#### 第三阶段决策变量

引入 0-1 变量  $W_{ij}$

$$W_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{第 } i \text{ 台发射装置在第 } j \text{ 个节点隐蔽待机} \\ 0 & \text{第 } i \text{ 台发射装置不在第 } j \text{ 个节点隐蔽待机} \end{cases}$$

$$(i = 22, 23, 24, \quad j = 1, 2, \dots, 6)$$

$j = 1, 2, \dots, 6$  表示节点 J04, J06, J08, J13, J14, J15。

### 7.3 约束条件

由于新增了隐蔽待机点，故问题三中模型的约束条件除了  $P_{im}$  中  $i$  的取值范围变化以及新增隐蔽待机点约束外，其余约束条件均与问题一中相同。

#### (1) 转载地域的约束

每一台发射装置只能去一个转载地域装弹：

$$\sum_{m=1}^6 P_{im} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, 21 \quad (7-1)$$

#### (2) 隐蔽待机点约束

每台发射装置只能在一个节点隐蔽待机：

$$\sum_{j=1}^6 W_{ij} = 1, \quad i = 22, 23, 24 \quad (7-2)$$

每一个隐蔽待机点至多容纳两台发射装置：

$$\sum_{i=22}^{24} W_{ij} \leq 2, \quad j = 1, 2, \dots, 6 \quad (7-3)$$

### 7.4 目标函数

为了使整体暴露时间最短，我们计算两任务波次所有发射装置的整体暴露时间，所有发射装置两波次总暴露时间为：

$$T_{total} = \sum_{i=1}^{24} s_{1i} + \sum_{i=1}^{21} s_{2i} + \sum_{i=1}^{24} s_{3i} \quad (7-4)$$

$\sum_{i=1}^{24} s_{1i}$  表示发射装置从待机地域出发到第一波导弹发射之前的整体暴露时间，

其中

$$s_{1i} = \sum_{k=1}^{60} R_{ik}^{(1)} t_{ik} + \sum_{r=1}^{n_i} \Delta_r^{(1,i)} \quad i = 1, 2, \dots, 24 \quad (7-5)$$

$\sum_{i=1}^{21} s_{2i}$  表示发射装置从第一波发射之后到到达转载地域的整体暴露时间，其

中

$$s_{2i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(1)} t_{Amk} + \sum_{r=1}^{m_i-1} \Delta_r^{(2,i)} \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (7-6)$$

$$s_{2i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(1)} t_{Bmk} + \sum_{r=1}^{m_i-1} \Delta_r^{(2,i)} \quad i = 7, 8, \dots, 12 \quad (7-7)$$

$$s_{2i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(1)} t_{Cmk} + \sum_{r=1}^{m_i-1} \Delta_r^{(2,i)} \quad i = 13, 14, \dots, 21 \quad (7-8)$$

$t_{Amk}$ ,  $t_{Bmk}$ ,  $t_{Cmk}$  分别表示 A 类、B 类、C 类发射装置从第  $m$  个转载地域到第  $k$  个发射位点的行驶时间。

$\sum_{i=1}^{24} s_{3i}$  表示发射装置从转载地域出发到第二波导弹发射之前的整体暴露时间，其中

$$s_{3i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(2)} t_{Amk} + \sum_{r=1}^{l_i} \Delta_r^{(3,i)} \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (7-9)$$

$$s_{3i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(2)} t_{Bmk} + \sum_{r=1}^{l_i} \Delta_r^{(3,i)} \quad i = 7, 8, \dots, 12 \quad (7-10)$$

$$s_{3i} = \sum_{m=1}^6 \sum_{k=1}^{60} P_{im} R_{ik}^{(2)} t_{Cmk} + \sum_{r=1}^{l_i} \Delta_r^{(3,i)} \quad i = 13, 14, \dots, 21 \quad (7-11)$$

$$s_{3i} = \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^{60} W_{ij} R_{ik}^{(2)} tt_{jk} + \sum_{r=1}^{l_i} \Delta_r^{(3,i)} \quad i = 22, 23, 24 \quad (7-12)$$

$tt_{jk}$  表示 C 类发射装置从第  $j$  个隐蔽待机点到第  $k$  个发射位点的行驶时间，

$j = 1, 2, \dots, 6$ 。

这样就构建了基于最短暴露时间的两波次齐射任务的方案优化模型。

目标函数：  $\min T_{total}$

$$s.t. \left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^{60} R_{ik}^{(1)} = 1 \\ \sum_{k=1}^{60} R_{ik}^{(2)} = 1 \\ \sum_{i=1}^{24} R_{ik}^{(1)} + \sum_{i=1}^{24} R_{ik}^{(2)} \leq 1 \\ \sum_{m=1}^6 P_{im} = 1 \\ \sum_{i=1}^{24} I_{im}(t) \leq 2 \\ [x_i(t) - x_j(t)]^2 + [y_i(t) - y_j(t)]^2 \neq 0 \\ \sum_{j=1}^6 W_{ij} = 1 \\ \sum_{i=22}^{24} W_{ij} \leq 2 \\ R_{ik}^{(1)}, R_{ik}^{(2)}, P_{im} \in \{0,1\} \end{array} \right. \quad (7-13)$$

## 7.5 模型求解及结果分析

和问题一的处理类似，简化模型为路径优化模型和行驶顺序确定模型，先求出最优路径然后对会车情况对方案进行时间上的调整。

利用路径优化模型，得到的机动路线如下表所示：

表 7-1 隐蔽待机情形下整体暴露时间优化结果

待机区域	发射装置编号	机动路线	暴露时间 (min)
D1	A01	D1, Z03, J61, F57, J61, Z03, J57, J58, J59, J62, F59	276.519
	A02	D1, J10, J45, J42, J40, J39, F36, J39, J16, Z06, J28, F18	284.546
	A03	D1, J10, J45, J42, J40, F38, J40, J42, J08, J52, Z03, J57, J58, J59, J62, F60	392.899
	B01	D1, J09, J08, J07, Z04, J37, F31, J37, Z04, J37, J15, J25, F11	306.042
	B02	D1, J10, J45, J42, J40, J39, F36, J39, J16, Z06, J26, F13	344.521
	B03	D1, J10, J45, J42, J40, F38, J40, J39, J16, Z06, J26, F12	341.252
	C01	D1, J11, J46, J44, F42, J44, Z05, J41, F40	241.188
	C02	D1, J11, J46, F43, J46, J44, Z05, J41, J18, J19, J31, F23	329.188
	C03	D1, J09, J08, J07, Z04, J38, F34, J38, Z04, J37, F33	267.339
	C04	D1, Z03, J61, F58, J61, Z03, J57, J58, J59, F54	355.671
	C05	D1, J11, J46, J44, F41, J44, Z05, J41, J18, J29, F20	315.163
	C06	D1, J09, J08, J07, Z04, J38, F35, J38, Z04, J37, F32	266.804

D2	A04	D2, J32, J33, J34, F26, J34, J05, J51, Z02, J54, J55, J53, J56, F53	295.688
	A05	D2, J12, J13, J21, F03, J21, J14, J15, J37, Z04, J37, J15, J25, F10	285.623
	A06	D2, J12, J13, J21, J22, J23, F07, J23, J25, Z06, J28, F19	260.924
	B04	D2, J03, J02, J47, F44, J47, Z01, J50, J53, J56, F52	311.526
	B05	D2, J03, J04, J05, J49, F48, J49, J05, J06, J51, Z02, J51, J06, J36, F29	302.188
	B06	D2, J03, J04, J05, J49, F49, J49, J05, J51, J06, J36, F30	300.994
	C07	D2, J03, J48, F46, J48, Z01, J50, J53, F51	277.796
	C08	D2, J03, J48, F47, J48, Z01, J48, J47, F45	277.937
	C09	D2, J32, J33, F25, J33, J04, Z01, J50, F50	252.386
	C10	D2, J12, J13, J21, F01	134.096
	C11	D2, J12, J13, J21, J22, F06	170.333
	C12	D2, J32, F24	55.802
整体暴露时间	6646.425 min		

C10、C11 和 C12 代表被替代的三台 C 类发射装置。

表 7-2 新增发射装置后的优化结果

新增发射装置编号	出发节点	机动路线	暴露时间 (min)
N01	J14	J14, J35, F27	48.868
N02	J14	J14, J35, F28	48.868
N03	J13	J13, J21, F02	57.288

N01、N02 和 N03 代表替换的三台 C 类发射装置。

根据行驶顺序确定原则，利用Matlab软件对发射装置机动方案进行进一步调整，得到了两波次导弹齐射任务的最终分配方案。

表 7-3 新增发射装置后的优化结果

发射装置编号	待机地域编号	发射点位 1	发射时间 1	转载地域	发射点位 2	发射时间 2
A01	D1	F46	196.4	Z01	F51	463.9
A02	D1	F44		Z01	F52	
A03	D1	F42		Z05	F40	
A04	D2	F43		Z05	F23	
A05	D1	F34		Z04	F33	
A06	D2	F57		Z03	F59	
B01	D2	F31		Z04	F11	
B02	D1	F58		Z03	F54	
B03	D2	F41		Z05	F20	
B04	D2	F36		Z06	F13	
B05	D2	F39		Z06	F18	
B06	D2	F38		Z06	F12	
C01	D2	F35		Z04	F32	
C02	D1	F26		Z02	F53	
C03	D2	F03		Z04	F10	

C04	D2	F07		Z06	F19
C05	D1	F48		Z02	F29
C06	D1	F47		Z01	F45
C07	D1	F49		Z02	F30
C08	D1	F37		Z03	F60
C09	D1	F25		Z01	F50
C10	D2	F01			
C11	D2	F06			
C12	D2	F24			
N01				J14	F27
N02				J14	F28
N03				J13	F02
整体暴露 时间	7563.03 min				

由表7-2可知，第一波导弹齐射时刻为第一台发射装置出发后196.4分钟，第二波齐射时刻为第一台发射装置出发后463.9分钟，完成两波齐射任务的发射装置整体暴露时间为7563.03分钟。分析每台发射装置的具体机动路线可以发现，替换装置的机动路线缩短了暴露时间。在这个模型中，隐蔽待机点的选择直接影响了单台发射装置暴露时间的长度。

## 八、基于博弈的道路节点重要性评价

### 8.1 问题四分析

问题四考虑道路节点受到敌方破坏的情况，需考虑攻防双方的对抗博弈，并分析该路网最可能受到破坏的3个道路节点。对于这一问题，有两种可能的情况：1、敌方不知我方发射方案；2、敌方已知我方发射方案。针对上述两种可能性，应分别建立评价指标，对道路节点的重要性进行量化分析。

### 8.2 敌方不知我方发射方案情况下各节点重要性评价

在双方博弈中，假设博弈双方都是理性的决策者，即其策略的制定都是为了实现最大的自身收益。若敌方不知我方发射方案，则会从道路本身的特点来对各节点进行评估。

根据5.1模型准备中定义的邻接矩阵 $M$ ：

$$m_{ij} = \begin{cases} 0 & i \text{点与} j \text{点不直接相连} \\ 1 & i \text{点与} j \text{点直接相连} \end{cases} \quad (i, j = 1, 2, \dots, 130)$$

邻接矩阵 $M$ 自乘后得到 $M^2$ ，根据矩阵乘法的原则， $m_{ij}^2$ 表示从 $i$ 点出发走两步到达 $j$ 点的路径个数。

依次类推，在矩阵 $M^n$ 中， $m_{ij}^n$ 表示的是从 $i$ 出发走 $n$ 步到达 $j$ 点的路径个数。于是定义可达度指标，用于表示道路节点 $i$ 到其他非道路节点的可达度：

$$F_i = \sum_{q=1}^N \left( \frac{\sum_{j \in G_2} M_{ij}^q}{q} \right), \quad i \in G_1 \quad (8-1)$$

上式中，

$G_1 = \{\text{所有道路节点的集合}\}$ ， $G_2 = \{\text{所有非道路节点的集合}\}$ ， $N$ 为该道路网络中所有连通的两点间的最大路段个数。

定义这个指标的原因在于，道路节点为连接出发点、转载点和发射点的中转节点，因此，道路节点有多少条路径可到达这三类节点也就反映出该道路节点的重要性。路径越多，说明该道路节点的重要性越大。

对方案中所有节点计算可达度，得到的结果如下表所示（只显示可达度最大的前五个点）。

表 8-1 道路节点可达度排序

道路节点	可达度	排序
J04	1634324253	1
J33	1491862100	2
J34	1293329345	3
J05	1202527016	4
J10	899178366.4	5

根据可达度指标，最可能受到敌方攻击破坏的3个道路节点为J04、J33和J34。

### 8.3 敌方已知我方发射方案情况下各节点重要性评价

若敌方已知我方的发射方案，那么各道路节点可分为两类：

1、对于在我方发射方案中不需经过的道路节点，对于此次的任务来说，它的重要程度应为 0；

2、对于在我方发射方案中必须经过的点，其重要程度通过以下指标来评价：

$$L_i = \text{去掉} i \text{节点后完成任务整体暴露时间增加值}$$



即利用道路节点在方案中对目标函数的影响程度作为衡量节点重要性的指标，值越大，说明该节点对于任务的重要性越大，破坏该节点敌方获得的收益更多。的计算方法为：去掉第  $i$  个节点后重新求解第一问的模型，所得最短暴露时间与第一问原方案整体暴露时间的差值。

对方案中所有道路节点计算  $L_i$ ，得到的结果如下表所示。

表 8-2 道路节点  $L_i$  值排序

道路节点	$L_i$ (min)	排序
J21	582.6752	1
J37	526.4718	2
J48	455.6996	3
J40	425.3974	4
J44	419.5081	5

根据  $L_i$  指标，最可能受到敌方攻击破坏的3个道路节点为J37、J21和J12。

## 九、多目标下两波次导弹齐射任务方案优化

### 9.1 问题五分析

对于问题五，在问题一的基础上，需要综合考虑整体暴露时间尽可能短、分散机动和缩短单台发射装置的最长暴露时间这三个因素，在问题一中，模型目标即是整体暴露时间最短，本问题中只需在第一问的基础上多考虑缩短单台发射装置的最长暴露时间和发射装置尽量分散这两个因素。

### 9.2 目标函数的确定

在问题一的基础上，约束条件不变，只需对目标函数进行改变。

#### 9.2.1 单台发射装置最短暴露时间最小

两任务波次第  $i$  台发射装置的整体暴露时间为：

$$T_{i\_total} = s_{1i} + s_{2i} + s_{3i}$$

$s_{1i}$  表示发射装置从待机地域出发到第一波导弹发射之前的整体暴露时间；

$s_{2i}$  表示发射装置从第一波发射之后到到达转载地域的整体暴露时间；

$s_{3i}$  表示发射装置从转载地域出发到第二波导弹发射之前的整体暴露时间；

### 9.2.2 整个任务过程中发射装置尽量分散

假设  $(x_i(t), y_i(t))$  表示第  $i$  辆车在  $t$  时刻的坐标，则

$$D_{ij}(t) = \sqrt{[x_i(t) - x_j(t)]^2 + [y_i(t) - y_j(t)]^2}$$

表示  $t$  时刻车辆  $i$  和  $j$  之间的距离

在时刻  $t$ ，车辆的**分散程度**可以描述为：

$$I_t = \min_{\substack{i,j=1,2,\dots,n \\ i \neq j}} D_{ij}(t)$$

则整个发射过程中，车辆的分散程度可以描述为：

$$\frac{\int_0^T I(t) dt}{T}$$

其中， $T$  为发射过程总时间。

综上所述，目标函数在第一问中基于最小暴露时间的两波次齐射任务的方案优化模型的基础上，增加两个优化目标，转化为多目标优化模型：

$$\min T_{total}$$

$$\min T_{i\_total} = s_{1i} + s_{2i} + s_{3i}$$

$$\max \frac{\int_0^T I(t) dt}{T}$$

$$s.t. \left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^{60} R_{ik}^{(1)} = 1 \\ \sum_{k=1}^{60} R_{ik}^{(2)} = 1 \\ \sum_{i=1}^{24} R_{ik}^{(1)} + \sum_{i=1}^{24} R_{ik}^{(2)} \leq 1 \\ \sum_{m=1}^6 P_{im} = 1 \\ \sum_{i=1}^{24} I_{im}(t) \leq 2 \\ [x_i(t) - x_j(t)]^2 + [y_i(t) - y_j(t)]^2 \neq 0 \\ R_{ik}^{(1)}, R_{ik}^{(2)}, P_{im} \in \{0,1\} \end{array} \right.$$

### 9.3 多目标优化模型的求解及分析

对于多目标优化问题，即使最优解存在，想要求解它也是十分困难的。因此根据本问题的性质，将原多目标优化问题转化为多重单目标优化问题：

(1) 首先根据问题一求解结果中的最短整体暴露时间，将该结果的值适量增加，并将整体暴露时间小于放宽后的值作为约束条件。

(2) 在新的约束条件下，求解以单台发射装置暴露时间最小为目标的优化问题，从而得到尽量满足了两个目标的结果。

(3) 针对分散程度尽可能大的目标，在前两步求解结果的基础上，在保证满足所有约束条件的前提下，调整每台发射装置在各节点的等待时间，使得分散程度尽可能大。

通过上述方法对多目标优化模型进行求解，求出的虽然不是全局最优解，但一定是个较优的可行解。本问求出的最终方案为：

表 9-1 各发射装置最优路径规划表

待机区域	发射装置编号	机动路线
D1	A01	J10, J45, J42, J40, F37, J40, J42, J08, J52, Z03, J52, J08, J42, J40, F39
	A02	J10, J45, J42, J40, J39, F36, J39, J16, Z06, J28, F18
	A03	J10, J45, J42, J40, F38, J40, J42, J08, J52, Z03, J57, J58, J59, J62, F59
	B01	J09, J08, J07, Z04, J37, F31, J37, Z04, J37, J15, J25, F11
	B02	J11, J46, J44, Z05, J41, F40, J41, Z05, J41, J18, J29, J30, F22

	B03	Z03, J61, F57, J61, Z03, J57, J58, J59, J62, F60
	C01	J09, J08, J07, Z04, J38, F35, J38, , Z04, J37, F32
	C02	J09, J08, J07, Z04, J38, F34, J38, Z04, J37, F33
	C03	J11, J46, J44, F42, J44, Z05, J41, J18, J29, F20
	C04	J11, J46, J44, F41, J44, Z05, , J41, J18, J29, J30, F21
	C05	Z03, J61, F58, J61, Z03, J57, J58, J59, F54
	C06	J11, J46, F43, J46, J44, Z05, J41, J18, J19, J31, F23
D2	A04	J12, J13, J21, F01, J21, J14, J15, J37, Z04, J37, J15, J25, F10
	A05	J32, J33, J34, F26, J34, J05, J06, J51, Z02, J54, J55, J53, J56, F52
	A06	J12, J13, J14, J35, F27, J35, J34, J05, J06, J51, Z02, J51, J06, J05, J34, J35, F28
	B04	J12, J13, J21, F03, J21, J22, J23, J25, Z06, J26, F12
	B05	J12, J13, J21, F02, J21, J22, J23, J25, Z06, J26, F13
	B06	J12, J13, J21, J22, F06, J22, J23, J25, Z06, J28, F19
	C07	J03, J04, J05, J49, F48, J49, J05, J06, J51, Z02, J51, J06, J36, F30
	C08	J03, J48, F46, J48, Z01, J48, J47, F44
	C09	J03, J04, J05, J49, F49, J49, J05, J06, J51, Z02, J51, J06, J36, F29
	C10	J32, F24, J32, J33, J04, , Z01, J48, J47, F45
	C11	J03, J48, F47, J48, Z01, J50, J53, F51
	C12	J32, J33, F25, J33, J04, Z01, J50, F50

表 9-2 两个波次任务分配方案表

发射装置编号	待机地域编号	发射点位 1	发射时刻 1	转载地域	发射点位 2	发射时刻 2
A01	D1	F37	180.9	Z03	F39	465.6
A02	D2	F36		Z06	F18	
A03	D1	F38		Z03	F59	
A04	D2	F01		Z04	F10	
A05	D1	F26		Z02	F52	
A06	D2	F27		Z02	F28	
B01	D2	F31		Z04	F11	
B02	D1	F40		Z05	F22	
B03	D2	F57		Z03	F60	
B04	D2	F03		Z06	F12	
B05	D2	F02		Z06	F13	
B06	D2	F06		Z06	F19	
C01	D2	F35		Z04	F32	
C02	D1	F34		Z04	F33	
C03	D2	F42		Z05	F20	
C04	D2	F41		Z05	F21	

C05	D1	F58		Z03	F54
C06	D1	F43		Z05	F23
C07	D1	F48		Z02	F30
C08	D1	F46		Z01	F44
C09	D1	F49		Z02	F29
C10	D1	F24		Z01	F45
C11	D2	F47		Z01	F51
C12	D2	F25		Z01	F50
整体暴露时间		8446.9 min			

由表5-3可知，第一波导弹齐射时刻为第一台发射装置出发后180.9分钟，第二波齐射时刻为第一台发射装置出发后465.6分钟，完成两波齐射任务的发射装置整体暴露时间为8446.9分钟。分析每台发射装置的具体机动路线可以发现，如果发射装置都就近选择离发射位点近的转载区域进行装弹，会出现部分转载地域拥挤的情况；但如果转载地域的分配相对均衡，会使得部分发射装置去较远的转载地域装弹，从而导致单台发射装置暴露时间增加。换句话说，若要缩短单台装置的最长暴露时间，就会增加该方案的整体暴露时间。因此在作战中，决策者应根据实际情况，灵活机动选择目标函数，从而得到最合适的发射方案。

## 十、优缺点分析

### 10.1 模型的优点

（1）问题一中提出了基于盈余时间的优先级确定会车行驶顺序的原则，将优先级进行了量化处理，方便确定会车时的行驶顺序。

（2）问题四利用博弈论的思想，从敌方已知我方方案和敌方不知我方方案两个角度进行分析，从而进行节点重要性的评价，考虑较为全面。

### 10.2 模型的缺点

（1）在模型求解时对原问题进行了分阶段的简化处理，得到的只是可行解，不一定是全局最优解。

（2）对于问题二，对可能出现的十种新增转载地域方案并逐一进行求解，运算量大，不便于推广。

## 十一、参考文献

- [1] 季青梅,辛文芳.多波次导弹火力打击任务研究[J].信息技术与信息化,2017,(Z1):122-128.
- [2] 王梓行,姜大立,杨李,范鸿显.战时导弹火力打击任务分配与运输决策模型[J].后勤工程学院学报,2017,33(04):77-85.
- [3] 高洁.交通运输网络节点重要度评价体系研究[J].聊城大学学报(自然科学版),2010,23(03):92-95+110.
- [4] 沈鸿飞,贾利民,王笑京,牛树云,王莉.基于公路网结构特性的关键节点评价指标与辨识方法[J].公路交通科技,2012,29(09):137-142.

## 主要程序

### 一、路径优化 lingo 程序

```
model:
!第三问;
sets:
car/1..21/;;
daiji/1..2/;;
leixing/1..3/:n;
tihuan/1..3/;;
yinbi/1..6/;;
fashedian/1..60/;;
zhuanzai/1..6/;;
links1(car,leixing):W1;
links2(car,daiji):P11;
links3(car,zhuanzai):P12;
links4(car,fashedian):R11,R12;
links5(leixing,daiji,fashedian):T1;
links6(leixing,zhuanzai,fashedian):T2;
links7(daiji,fashedian):z1,z2,z3;
links8(zhuanzai,fashedian):q1,q2,q3,q4;
links9(tihuan,daiji):p21;
links10(tihuan,fashedian):R21,R32;
links11(tihuan,yinbi):P32;
links12(yinbi,fashedian):h1;

endsets
```

```

data:
n = 6 6 9;
z1 = @ole(Q3data.xls,'TA1!A1:BH2');
z2 = @ole(Q3data.xls,'TB1!A1:BH2');
z3 = @ole(Q3data.xls,'TC1!A1:BH2');
q1 = @ole(Q3data.xls,'TA2!A1:BH6');
q2 = @ole(Q3data.xls,'TB2!A1:BH6');
q3 = @ole(Q3data.xls,'TC2!A1:BH6');
h1 = @ole(Q3data.xls,'T3!A1:BH6');
@ole('第三问优化结果.xls','P11!B2:C22')=P11;
@ole('第三问优化结果.xls','W1!B2:D22')=W1;
@ole('第三问优化结果.xls','R11!B2:BI22')=R11;
@ole('第三问优化结果.xls','P21!B2:C4')=P21;
@ole('第三问优化结果.xls','R21!B2:BI4')=R21;
@ole('第三问优化结果.xls','P12!B2:G22')=P12;
@ole('第三问优化结果.xls','R12!B2:BI22')=R12;
@ole('第三问优化结果.xls','P32!B2:G4')=P32;
@ole('第三问优化结果.xls','R32!B2:BI4')=R32;
enddata
!目标函数;
min = @sum(car(i):
@sum(daiji(j):@sum(fashedian(k):@sum(leixing(l):P11(i,j)*R11(i,k)*T1(l,j,k)*W1(i,l))))
+@sum(zhuanzai(m):@sum(fashedian(k):@sum(leixing(l):P12(i,m)*R11(i,k)*T2(l,m,k)*W1(i,l)))
)
+@sum(zhuanzai(m):@sum(fashedian(k):@sum(leixing(l):P12(i,m)*R12(i,k)*T2(l,m,k)*W1(i,l)))
))
+@sum(tihuan(q):@sum(daiji(j):@sum(fashedian(k):P21(q,j)*R21(q,k)*T1(3,j,k))))
+@sum(tihuan(q):@sum(yinbi(p):@sum(fashedian(k):P32(q,p)*R32(q,k)*h1(p,k))));

!约束条件;
!一辆车从一个待机地域出发;
@for(car(i):@sum(daiji(j):P11(i,j))=1);
!每个待机地域都有 3 辆 A,3 辆 B,6 辆 C;
@for(daiji(j):@sum(car(i):P11(i,j)*W1(i,1))=3);
@for(daiji(j):@sum(car(i):P11(i,j)*W1(i,2))=3);
@for(daiji(j):@sum(car(i):P11(i,j)*W1(i,3))+@sum(tihuan(q):P21(q,j))=6);

!每个装置属于某一类型;
@for(car(i):@sum(leixing(l):W1(i,l))=1);
!装置满足类型的数量约束;
@for(leixing(l):@sum(car(i):W1(i,l))=n(l));
!每个发射点最大发射一枚导弹（第一次）;
@for(fashedian(k):@sum(car(i):R11(i,k))+@sum(tihuan(q):R21(q,k))<=1);
!每台车分配一个发射点位;

```

```

@for(car(i):@sum(fashedian(k):R11(i,k))=1);
@for(tihuan(q):@sum(fashedian(k):R21(q,k))=1);
!每辆车分配一个装弹点;
@for(car(i):@sum(zhuanzai(m):P12(i,m))=1);
!连续两次不能使用同一个发射点;
@for(fashedian(k):@sum(car(i):R12(i,k))+@sum(tihuan(q):R32(q,k)) <=
1-@sum(car(i):R11(i,k))-@sum(tihuan(q):R21(q,k)));
!每个隐蔽待机点至多容纳两台发射装置;
@for(yinbi(p):@sum(tihuan(q):P32(q,p))<=2);
!每台车分配一个发射点位（第二次）;
@for(car(i):@sum(fashedian(k):R12(i,k))=1);
!每台替换车分配一个隐蔽待机点;
@for(tihuan(q):@sum(yinbi(p):P32(q,p))=1);
!每台替换车分配一个发射点;
@for(tihuan(q):@sum(fashedian(k):R32(q,k))=1);

@for(daiji(j):@for(fashedian(k):T1(1,j,k)=z1(j,k)));
@for(daiji(j):@for(fashedian(k):T1(2,j,k)=z2(j,k)));
@for(daiji(j):@for(fashedian(k):T1(3,j,k)=z3(j,k)));

@for(zhuanzai(m):@for(fashedian(k):T2(1,m,k)=q1(m,k)));
@for(zhuanzai(m):@for(fashedian(k):T2(2,m,k)=q2(m,k)));
@for(zhuanzai(m):@for(fashedian(k):T2(3,m,k)=q3(m,k)));

!0-1 约束;
@for(links2:@bin(P11));
@for(links1:@bin(W1));
@for(links4:@bin(R11));
@for(links9:@bin(P21));
@for(links10:@bin(R21));
@for(links3:@bin(P12));
@for(links4:@bin(R12));
@for(links11:@bin(P32));
@for(links10:@bin(R32));

end

```

## 二、会车情形调整时刻的 Matlab 程序

%2017 研赛 E 题

%按照会车原则进行方案调整程序

clc;clear;

load 最短时间矩阵 % MinDist\_TA MinDist\_TB MinDist\_TC



```

load 初始方案 excel    %24*1cell
load 第一问方案 %FANGAN
N=24;

%计算每辆车从待机地出发时间
Time_1stage = cell2mat(FANGAN(:,6))*60;
%% 找到第一段用时最长的车，先出发，其余车辆的出发时间为与它的差值
[value,index]=max(Time_1stage);
%所有车出发时间，转化为分钟
Start_Time = value - Time_1stage;

%% 计算出所有车到达转载地的时间
Time_2stage = cell2mat(FANGAN(:,9))*60;
Arrive_zhuanzai_Time = value + Time_2stage;

%% 找到二三段用时最长的车，不在装载地过多停留，倒推出所有车从转载地出发的时间
Time_23stage = cell2mat(FANGAN(:,9))*60 + cell2mat(FANGAN(:,12))*60;
[value2,index2]=max(Time_23stage);

Time_3stage = cell2mat(FANGAN(:,12))*60;
%所有车最后到达第二次发射地时间，转化为分钟
all_end_time = Arrive_zhuanzai_Time(index2) + 10 + Time_3stage(index2);

%倒推出所有车从转载地出发的时间
leave_zhuanzai_Time = all_end_time - Time_3stage;

%转载地停留时间
Stay_zhuanzai_Time = leave_zhuanzai_Time - Arrive_zhuanzai_Time;

%% 时间调整算法
zhuanzai_ind = [3:8];
CAR = {};
for i=1:N
    tmp_excel = Excel{i,1};
    path = cell(length(tmp_excel(:,1))-3,5);% 【路段 从 A 出发时刻 到达 B 时刻 停留在 B 的
    时间 离开时刻】
    cnt=1;
    vip_point=[];
    for j=1:length(tmp_excel(:,1))-1
        if tmp_excel(j,1) == tmp_excel(j+1,1)
            vip_point = [vip_point;tmp_excel(j,1),j-1];% 【发射地编号 位于第几段末尾；转
            载地编号 位于第几段末尾】
            continue;
        else

```

```

        path{cnt,1} = [tmp_excel(j,1),tmp_excel(j+1,1)];
        path{cnt,3} = tmp_excel(j+1,3);
        cnt=cnt+1;
    end
end
path{1,2} = Start_Time(i);
CAR{i,1}=path;
vip_point(2,2)=vip_point(2,2)-1;
CAR{i,2}=vip_point;
end

```

%如果不发生会车，在除了转载地的每个节点都不做停留

```

for i=1:N
    len_path = length(CAR{i,1});
    for j=1:len_path
        if any(CAR{i,1}{j,1}(2)==zhuanzai_ind) && j == CAR{i,2}(2,2)
            CAR{i,1}{j,4} = Stay_zhuanzai_Time(i);
        else
            CAR{i,1}{j,4} = 0;
        end
    end
end
end

```

```

% save 初始线路 CAR CAR
CAR_OLD = CAR;
CAR0 = CAR;

```

%确定了每个节点处的停留时间后，计算每个车载装置到达路线上各节点的时间

```

for i=1:N
    len_path = length(CAR{i,1});
    for j=1:len_path
        %到达 A 时刻等于上一阶段的离开时刻
        if j>=2
            CAR{i,1}{j,2} = CAR{i,1}{j-1,5};
        end
        %到达 B 点的时刻 = 到达 A 的时间 + 该路段行驶时间
        CAR{i,1}{j,3} = CAR{i,1}{j,2} + CAR{i,1}{j,3};
        %离开 B 的时刻 = 到达 B 的时刻 + 停留时间
        CAR{i,1}{j,5} = CAR{i,1}{j,3} + CAR{i,1}{j,4};
    end
end
end

```

```

% save 未考虑会车情况下的时刻表 CAR zhuanzai_ind

```

```

%判断两车是否在道路上会车,输出相会的两车及路段
for i=1:N-1
    for m=i+1:N
        CAR1 = CAR(i,:);
        CAR2 = CAR(m,:);
        res = if_meet_atroad(CAR1,CAR2);
        if res(1)==1
            [res i,m]
        end
    end
end

%判断转载点是否会车
%统计每个转载点到达的【车次 到达时间 离开时间 该车闲暇时间】
ZZPOING = cell(length(zhuanzai_ind),1);
cnt = [1 1 1 1 1 1];
for i=1:N
    zp = CAR{i,2}(2,1);
    %车次
    ZZPOING{zp-2,1}(cnt(zp-2),1) = i;
    for j=1:length(CAR{i,1}(:,1))
        if zp == CAR{i,1}{j,1}(2)
            roadind = j;
        end
    end
    %到达时间
    ZZPOING{zp-2,1}(cnt(zp-2),2) = CAR{i,1}{roadind,3}(1);
    ZZPOING{zp-2,1}(cnt(zp-2),3) = CAR{i,1}{roadind,5}(1);
    ZZPOING{zp-2,1}(cnt(zp-2),4) = Stay_zhuanzai_Time(i)-10;
    cnt(zp-2) = cnt(zp-2)+1;
end

%通过观察转载地会车情况，调整每辆车在转载地停留之间，重新计算各车时刻表
%调整前三段
for i = 1:length(zhuanzai_ind)
    ZZ_tmp=ZZPOING{i,1};
    %对闲暇时间排序，取前两名，不改变其停留时间
    [B,index] = sortrows(ZZ_tmp,4);
    %对于闲暇时间较长的两台装置，计算前后时间哪段比较长
    %c1=B(3);c2=B(4);
    time_left12 = max(ZZ_tmp(index(1,1),2),ZZ_tmp(index(2,1),2));
    time_right12 = min(ZZ_tmp(index(1,1),3),ZZ_tmp(index(2,1),3));
    if time_left12<time_right12

```

```

disp('1')
sharetime12 = [time_left12,time_right12];
b3_left = time_left12 - ZZ_tmp(index(3,1),2);
b3_right = ZZ_tmp(index(3,1),3) - time_right12;
%如果左边的间隔比右边大，取左边，装置提前离开转载点
if b3_left>=0 && b3_left - b3_right>0
    disp('1.1')
    %改变本段停留时间
    road_ind = CAR{B(3,1),2}(2,2);
    CAR{B(3,1),1}{road_ind,4} = CAR{B(3,1),1}{road_ind,4} -
(CAR{B(3,1),1}{road_ind,5} - time_left12);
    %增加下一段停留时间
    CAR{B(3,1),1}{road_ind+1,4} = -(time_left12 - CAR{B(3,1),1}{road_ind,5});
    %如果右边的间隔比左边大，取右边，装置推迟到达时间,减少停留时间

    time_left34 =
min([min(ZZ_tmp(index(1),2),ZZ_tmp(index(2,1),2)),ZZ_tmp(index(3,1),2)]);
    time_right34 =
max([max(ZZ_tmp(index(1),3),ZZ_tmp(index(2,1),3)),ZZ_tmp(index(3,1),3)]);
    if time_left34<time_right34
        sharetime34 = [time_left34,time_right34];
        %计算第四段左右两端间隔
        b4_left = time_left34 - ZZ_tmp(index(4,1),2);
        b4_right = time_right34 - ZZ_tmp(index(4,1),3);
        %如果左边的间隔比右边大，取左边，装置提前离开转载点
        if b4_left>=0 && b4_left - b4_right>0
            %改变本段停留时间
            road_ind = CAR{B(4,1),2}(2,2);
            CAR{B(4,1),1}{road_ind,4} = CAR{B(4,1),1}{road_ind,4} -
(CAR{B(4,1),1}{road_ind,5} - time_left34);
            %增加下一段停留时间
            CAR{B(4,1),1}{road_ind+1,4} = -(time_left34 -
CAR{B(4,1),1}{road_ind,5});
            %如果右边的间隔比左边大，取右边，装置推迟到达时间,减少停留
时间
            elseif b4_right>=0 && b4_right - b4_left>0
                road_ind = CAR{B(4,1),2}(2,2);
                %增加上一段停留时间
                CAR{B(4,1),1}{road_ind-1,4} = time_right34 -
CAR{B(4,1),1}{road_ind-1,5};
                %改变本段停留时间
                CAR{B(4,1),1}{road_ind,4} = CAR{B(4,1),1}{road_ind,4} -
CAR{B(4,1),1}{road_ind-1,4};
            end
        end
    end
end

```

```

end

elseif b3_right>=0 && b3_right - b3_left>0
    disp('1.2')
    road_ind = CAR{B(3,1),2}(2,2);
    %增加上一段停留时间
    CAR{B(3,1),1}{road_ind-1,4} = time_right12 - CAR{B(3,1),1}{road_ind-1,5};
    %改变本段停留时间
    CAR{B(3,1),1}{road_ind,4} = CAR{B(3,1),1}{road_ind,4} -
CAR{B(3,1),1}{road_ind-1,4};

    time_left34 =
min([min(ZZ_tmp(index(1),2),ZZ_tmp(index(2,1),2)),ZZ_tmp(index(3,1),2)]);
    time_right34 =
max([max(ZZ_tmp(index(1),3),ZZ_tmp(index(2,1),3)),ZZ_tmp(index(3,1),3)]);
    if time_left34<time_right34
        sharetime34 = [time_left34,time_right34];
        %计算第四段左右两端间隔
        b4_left = time_left34 - ZZ_tmp(index(4,1),2);
        b4_right = time_right34 - ZZ_tmp(index(4,1),3);
        %如果左边的间隔比右边大，取左边，装置提前离开转载点
        if b4_left>=0 && b4_left - b4_right>0
            %改变本段停留时间
            road_ind = CAR{B(4,1),2}(2,2);
            CAR{B(4,1),1}{road_ind,4} = CAR{B(4,1),1}{road_ind,4} -
(CAR{B(4,1),1}{road_ind,5} - time_left34);
            %增加下一段停留时间
            CAR{B(4,1),1}{road_ind+1,4} = -(time_left34 -
CAR{B(4,1),1}{road_ind,5});
            %如果右边的间隔比左边大，取右边，装置推迟到达时间,减少停留
时间
        elseif b4_right>=0 && b4_right - b4_left>0
            road_ind = CAR{B(4,1),2}(2,2);
            %增加上一段停留时间
            CAR{B(4,1),1}{road_ind-1,4} = time_right34 -
CAR{B(4,1),1}{road_ind-1,5};
            %改变本段停留时间
            CAR{B(4,1),1}{road_ind,4} = CAR{B(4,1),1}{road_ind,4} -
CAR{B(4,1),1}{road_ind-1,4};
        end
    end

else %如果第三段与前两段都不重复，第三段可以不变
    disp('1.3')

```

```

        end
    else
        disp('2')
        %如果前两段不重复，第三段可以不变
        time_left34 =
max([min(ZZ_tmp(index(1),2),ZZ_tmp(index(2,1),2)),ZZ_tmp(index(3,1),2)]);
        time_right34 =
min([max(ZZ_tmp(index(1),3),ZZ_tmp(index(2,1),3)),ZZ_tmp(index(3,1),3)]);
        if time_left34<time_right34
            sharetime34 = [time_left34,time_right34];
            %计算第四段左右两端间隔
            b4_left = time_left34 - ZZ_tmp(index(4,1),2);
            b4_right = time_right34 - ZZ_tmp(index(4,1),3);
            %如果左边的间隔比右边大，取左边，装置提前离开转载点
            if b4_left>=0 && b4_left - b4_right>0
                %改变本段停留时间
                road_ind = CAR{B(4,1),2}(2,2);
                CAR{B(4,1),1}{road_ind,4} = CAR{B(4,1),1}{road_ind,4} -
(CAR{B(4,1),1}{road_ind,5} - time_left34);
                %增加下一段停留时间
                CAR{B(4,1),1}{road_ind+1,4} = -(time_left34 -
CAR{B(4,1),1}{road_ind,5});
                %如果右边的间隔比左边大，取右边，装置推迟到达时间,减少停留时间
            elseif b4_right>=0 && b4_right - b4_left>0
                road_ind = CAR{B(4,1),2}(2,2);
                %增加上一段停留时间
                CAR{B(4,1),1}{road_ind-1,4} = time_right34 -
CAR{B(4,1),1}{road_ind-1,5};
                %改变本段停留时间
                CAR{B(4,1),1}{road_ind,4} = CAR{B(4,1),1}{road_ind,4} -
CAR{B(4,1),1}{road_ind-1,4};
            end
        end
    end
end

for i=1:N
    tmp = length(CAR{i,1});
    for j=1:tmp
        CAR0{i,1}{j,4} = CAR{i,1}{j,4};
    end
end

CAR = CAR0;

```

%确定了每个节点处的停留时间后，计算每个车载装置到达路线上各节点的时间

```
for i=1:N
    len_path = length(CAR{i,1});
    for j=1:len_path
        %到达 A 时刻等于上一阶段的离开时刻
        if j>=2
            CAR{i,1}{j,2} = CAR{i,1}{j-1,5};
        end
        %到达 B 点的时刻 = 到达 A 的时间 + 该路段行驶时间
        CAR{i,1}{j,3} = CAR{i,1}{j,2} + CAR{i,1}{j,3};
        %离开 B 的时刻 = 到达 B 的时刻 + 停留时间
        CAR{i,1}{j,5} = CAR{i,1}{j,3} + CAR{i,1}{j,4};
    end
end
```

%统计每个转载点到达的【车次 到达时间 离开时间 该车闲暇时间】

```
ZZPOING = cell(length(zhuanzai_ind),1);
cnt = [1 1 1 1 1 1];
for i=1:N
    zp = CAR{i,2}(2,1);
    %车次
    ZZPOING{zp-2,1}(cnt(zp-2),1) = i;
    for j=1:length(CAR{i,1}{:,1})
        if zp == CAR{i,1}{j,1}(2)
            roadind = j;
        end
    end
    %到达时间
    ZZPOING{zp-2,1}(cnt(zp-2),2) = CAR{i,1}{roadind,3}(1);
    ZZPOING{zp-2,1}(cnt(zp-2),3) = CAR{i,1}{roadind,5}(1);
    ZZPOING{zp-2,1}(cnt(zp-2),4) = Stay_zhuanzai_Time(i)-10;
    cnt(zp-2) = cnt(zp-2)+1;
end
```