

参赛密码 _____
(由组委会填写)

全国第八届研究生数学建模竞赛

| | |
|------|----------|
| 学 校 | 空军工程大学 |
| 参赛队号 | 90052013 |
| 队员姓名 | 1.杨迎辉 |
| | 2.周 航 |
| | 3.吴 昊 |

参赛密码 _____
(由组委会填写)

全国第八届研究生数学建模竞赛



题 目

房地产行业的数学建模

摘 要

本文以天津市房地产行业作为研究对象,依据题目要求,分别建立了住房需求模型、住房供给模型、房地产行业与国民经济其他行业关系模型、我国房地产行业态势分析模型、房地产行业可持续发展模型和房价模型,并根据当前房地产行业投资过热和房价虚高的现象,建立了房地产泡沫预警模型。本文主要完成的工作有:

I 住房需求模型。首先构建住房需求指标体系,其次利用 AHP 方法确定各指标权重,并筛选出主要指标,然后以主要指标为变量,通过非线性回归分析,建立住房需求模型。最后,依据模型对 2011-2013 年天津市的住房需求进行了预测,分别是 1828.10 万 m^2 、2125.98 万 m^2 和 2471.72 万 m^2 。

II 住房供给模型。首先依据信息甄别原理,结合消费者不同的住房需求,分别建立政府供给模型和市场供给模型。然后针对两种供给模式对象的不同,以各级住房需求者相对比例为权重,从理论上建立了政府和市场合作供给的住房供给模型。

III 房地产行业与国民经济其他行业关系模型。通过构建社会经济系统冲量模型,定量研究房地产行业与工业、金融业和建筑业的相互关系。建立各行业对应的赋权有向图,求解其邻接矩阵,利用行业间的冲量关系和冲量稳定的必要条件得到对应关系。结论为:房地产行业每增加 1 个单位,工业会增加 8.0323 个单位,金融业会增加 13.2133 个单位,建筑业会减少 1.4083 个单位。

IV 我国房地产行业态势分析模型。首先确定选用行业景气指数来定量分析房地产行业的发展态势。其次引入谱分析方法,对天津市房地产行业开发投资总额进行平稳性检验。然后剔除数据中趋势和季节因素的循环项并进行谱分析,把离散的天津市房地产开发投资总额分解到频域进行研究。最后,依据频谱分析图进行房地产行业的态势分析。结论为:近期房地产行业的发展态势依旧良好,房地产开发投资总额仍会持续增加。

V 房地产行业可持续发展模型。首先解析房地产行业可持续发展内涵,并构建可持续发展指标体系,其次引入因子分析法优化指标体系,并采用 AHP 方法确定各指标权重,构建房地产行业可持续发展模型,然后采用功效系数法将指标标准化,并对房地产行业进行评价,对照分级标准,依据得分,确定出 2006 年至今天津市房地产行业可持续发展等级保持在二级水平,可持续发展度较高。最后,分别从政府规划、行业战略

定位、环境与资源等方面，对房地产行业可持续发展提出对策建议。

VI 房价模型。首先依据现有经济数据，建立 $GM(1,1)$ 模型，其次利用灰色关联度理论，验证模型的准确性。最后，依据模型对天津市 2011-2013 年的房价进行预测，分别是 9311.70533 元/平方米、10736.54841 元/平方米和 12379.41576 元/平方米。

VII 房地产泡沫预警模型。首先引入系统动力学原理，建立房地产行业发展的动态分析模型。然后借助 VENSIM PLE PLUS 32 系统动态模拟软件，对天津市房地产业发展情况进行实证模拟。最后，依据仿真结果，对当前天津市房地产行业泡沫状况做出分析判断。结论为：当前天津市房地产行业的泡沫依旧存在，但仍在可控范围之内。

关键词：信息甄别，冲量模型，谱分析，灰色理论，系统动力学

目 录

| | |
|--|----|
| 一、问题重述..... | 5 |
| 二、问题分析..... | 5 |
| 三、模型的建立与求解..... | 6 |
| 3.1 基于层次分析法的多元非线性回归住房需求模型..... | 6 |
| 3.1.1 问题假设..... | 6 |
| 3.1.2 符号说明..... | 6 |
| 3.1.3 建模分析..... | 7 |
| 3.1.3.1 住房需求的概念解析..... | 7 |
| 3.1.3.2 影响住房需求主要因素分析..... | 7 |
| 3.1.4 模型建立..... | 8 |
| 3.1.4.1 住房需求指标体系构建..... | 8 |
| 3.1.4.2 基于层次分析法的指标权重确定..... | 8 |
| 3.1.4.3 多元非线性回归住房需求模型的建立..... | 10 |
| 3.1.5 模型求解..... | 14 |
| 3.2 基于信息甄别的住房供给模型..... | 15 |
| 3.2.1 问题假设..... | 15 |
| 3.2.2 符号说明..... | 15 |
| 3.2.3 建模分析..... | 16 |
| 3.2.4 模型建立..... | 16 |
| 3.2.4.1 政府供给住房模型..... | 16 |
| 3.2.4.2 市场供给住房模型..... | 18 |
| 3.2.4.3 政府和市场合作供给模型..... | 20 |
| 3.3 房地产行业与国民经济其他行业关系的社会经济系统冲量模型..... | 20 |
| 3.3.1 问题假设..... | 20 |
| 3.3.2 符号说明..... | 20 |
| 3.3.3 建模分析..... | 21 |
| 3.3.4 模型建立..... | 21 |
| 3.3.4.1 国民经济相关行业的界定..... | 21 |
| 3.3.4.2 社会经济系统冲量模型的基本原理..... | 21 |
| 3.3.4.3 房地产行业与国民经济其他行业关系的社会经济系统冲量模型构建..... | 22 |
| 3.3.5 模型求解..... | 23 |
| 3.3.5.1 社会经济系统单位冲量求解..... | 23 |
| 3.3.5.2 行业增加量求解..... | 23 |
| 3.3.6 模型的进一步说明..... | 24 |
| 3.3.6.1 简单冲量过程的稳定性..... | 24 |
| 3.3.6.2 不稳定过程的调整办法..... | 24 |
| 3.4 基于谱分析方法的房地产行业态势分析模型..... | 25 |
| 3.4.1 问题假设..... | 25 |
| 3.4.2 符号说明..... | 25 |
| 3.4.3 建模分析..... | 26 |
| 3.4.4 模型建立..... | 26 |
| 3.4.4.1 房地产行业态势分析的概念解析..... | 26 |

| | |
|--|----|
| 3.4.4.2 基于谱分析方法的房地产行业态势分析模型构建 | 26 |
| 3.4.5 模型求解..... | 27 |
| 3.4.5.1 谱分析方法的基本原理 | 27 |
| 3.4.5.2 房地产行业的数据选择和预处理 | 29 |
| 3.4.5.3 基于谱分析法的模型求解结果 | 32 |
| 3.5 基于因子分析法的 AHP 房地产可持续发展模型 | 33 |
| 3.5.1 问题假设..... | 33 |
| 3.5.2 符号说明..... | 33 |
| 3.5.3 建模分析..... | 34 |
| 3.5.4 模型建立..... | 34 |
| 3.5.4.1 房地产行业可持续发展内涵解析 | 34 |
| 3.5.4.2 房地产行业可持续发展评价指标体系构建 | 34 |
| 3.5.4.3 基于因子分析法的房地产行业可持续发展评价指标体系优化 | 35 |
| 3.5.4.4 指标权重确定 | 39 |
| 3.5.5 模型求解..... | 40 |
| 3.5.5.1 赋权后数据处理 | 40 |
| 3.5.5.2 结果评价分析 | 41 |
| 3.5.6 对策建议..... | 42 |
| 3.6 基于灰色理论的商品房价格预测模型..... | 43 |
| 3.6.1 模型假设..... | 43 |
| 3.6.2 符号说明..... | 43 |
| 3.6.3 建模分析..... | 43 |
| 3.6.4 模型建立..... | 43 |
| 3.6.5 模型求解..... | 45 |
| 3.7 基于系统动力学的房地产泡沫预警模型..... | 46 |
| 3.7.1 问题假设..... | 46 |
| 3.7.2 符号说明..... | 46 |
| 3.7.3 建模分析..... | 47 |
| 3.7.4 模型建立..... | 47 |
| 3.7.4.1 系统的边界分析 | 47 |
| 3.7.4.2 系统的因果关系 | 47 |
| 3.7.4.3 房地产泡沫预警模型 | 47 |
| 3.7.5 模型求解..... | 48 |
| 3.7.5.1 仿真情景设定 | 48 |
| 3.7.5.2 系统仿真结果 | 48 |
| 3.7.5.3 模拟利率调控 | 49 |
| 3.7.5.4 相关结论 | 49 |
| 四、模型的评价 | 50 |
| 参考文献..... | 50 |

一、问题重述

我国房地产行业自 20 世纪 90 年代发展以来，尤其是近 10 年，已成为国民经济的支柱产业之一，与人民生活密切相关。同时，房地产行业的发展也是一个复杂的系统工程，该系统的发展对国民经济的整个态势和全国人民的生活水平影响很大。正确认清当前房地产行业的态势、定量描述各相关指标之间的数量关系、准确预测和评价当前房地产行业并制定有效的调控措施，以及深刻认识房地产行业的经济规律进而实现可持续发展是解决该问题的有效途径。

为此，结合所给资料，要解决以下问题：

- (1) 建立住房需求模型；
- (2) 建立住房供给模型；
- (3) 构造房地产行业与国民经济其他行业关系模型；
- (4) 对我国房地产行业态势进行分析并建立模型；
- (5) 建立房地产行业可持续发展模型；
- (6) 建立房价模型；
- (7) 自主地提出自己希望解决的房地产中的新问题，建立相应的数学模型。

二、问题分析

本文以天津市房地产行业为研究对象，根据题目中所给资料和自查资料，建立相关模型（主要包括住房需求模型、住房供给模型、房地产行业与国民经济其他行业关系模型、我国房地产行业态势分析模型、房地产行业可持续发展模型、房价模型），进而定量研究房地产行业的需求、供给、目前现状及可持续发展等问题。此基础之上，本文还针对当前房地产行业过热发展和房价虚高的现象，建立房地产泡沫预警模型。

本文所建模型主要由以下七个部分组成：

(1) 住房需求模型。在实际生活中，影响住房需求的因素有很多，并且它们之间的关系较为复杂。对这些因素进行分析，判断它们对住房需求的影响大小是建模的基础。为此，本文首先通过查阅资料和咨询专家，构建影响住房需求的指标体系，然后用 AHP 方法给出各指标影响住房需求的权重，进而筛选出影响较大的指标，再以这些主要指标为变量，对 1994-2006 年的数据进行非线性回归分析，得到一类住房需求模型，进一步用 2007-2010 年数据验证所建模型的合理性，最后对 2011-2013 年的住房需求进行预测。

(2) 住房供给模型。住房的供给主要包括政府供给和市场供给两种模式。因为住房供给由住房需求来决定，所以本文首先通过对住房需求者进行分级，不同级别代表不同的住房需求阶层，然后根据信息甄别原理，分别建立政府供给模型和市场供给模型。而现有的供给是由政府供给和市场供给共同实现的，但两方供给对象的侧重点不同。因此，本文以各级住房需求者的相对比重为权重，从理论上建立政府和市场合作供给的住房供给模型。由于缺乏住房供给方面的数据，本文仅从理论上提供一套预测住房供给的方法。

(3) 房地产行业与国民经济其他行业关系模型。本文研究房地产行业与工业、金融业和建筑业的相互关系。由于这四个行业相互联系、相互作用，任何一个行业的波动都会影响到其他三个行业，因此我们选择社会经济系统冲量模型来研究此问题。在该模型中，将每个行业作为加权有向图的一个顶点，任意两个顶点之间的连通表示它们之间存在的相互作用，权重表示它们之间的影响程度。在某一时刻任给其中某一个顶点一个冲量变化，将导致其他顶点产生大小不等的波动，从而得到相应的冲量影响值。通过这个冲量影响值，定量分析出国民经济中的这三个行业与房地产行业之间的关系。如果冲

量影响值为正,说明房地产行业的发展将促进该行业的发展;如果冲量影响值为负,说明房地产行业的发展将抑制该行业的发展。同时,冲量影响值的绝对值的大小,代表促进或抑制的程度。

(4) 我国房地产行业态势分析模型。房地产行业的态势分析涉及到政治、经济、供给与需要状况、人口等因素,对于整个国民经济的发展有着较强的敏感性和准确的预测功能。因此,本文用具有较高敏感的行业景气指数来定量分析房地产行业的发展态势。本文引入时间序列中的谱分析法,结合题中所给出的数据,首先对天津市房地产行业开发投资总额进行平稳性检验,剔除趋势和季节因素的循环项进行谱分析,把离散的天津市房地产开发投资总额分解到频域进行研究,以此来判断该市的房地产行业的景气波动趋势,进而分析房地产行业的态势信息。

(5) 房地产行业可持续发展模型。房地产行业的可持续发展对于国民经济和城市经济的科学发展以及产业结构优化具有重要的意义。本文首先系统解析房地产行业可持续发展的内涵,并通过查阅相关研究报告和咨询专家,构建房地产行业的可持续发展指标体系,其次引入因子分析法,根据因子得分对指标体系进行优化,进而用层次分析法确定各指标权重,构建出房地产行业可持续发展的 AHP 模型,然后采用功效系数法将各个指标标准化,并将具体数值代入模型,得到房地产行业的评价得分,对照分级标准,确定天津市房地产行业可持续发展等级。最后,分别从政府规划、行业战略定位、居民房地产需求、环境保护和资源利用等方面,对房地产行业的可持续发展提出对策建议。

(6) 房价模型。房价问题涉及社会生活中多方面的因素,对国民经济其他行业的发展也有着重大的影响。本文首先以天津市 1999-2009 年的商品房均价作为原始数据列,建立 $GM(1,1)$ 模型,然后利用灰色关联度理论,通过判断原始值和估计值的灰色关联度相对差大小,验证了模型的准确性。最后,基于所建模型,对天津市 2011-2013 年的房价进行预测。

(7) 房地产泡沫预警模型。由于房地产行业与国民经济关联度很高,房地产泡沫的影响范围十分广泛,一旦破裂将会给经济带来灾难性的后果。本文首先引入系统动力学(SD)原理,结合房地产系统发展流程图,建立一个房地产行业发展的动态分析模型。然后利用 VENSIM PLE PLUS 32 系统动态模拟软件,通过设定仿真情景、配置仿真参数、运行仿真等步骤,对天津市的房地产发展进行实证模拟。最后,依据仿真结果,对当前天津市房地产行业泡沫状况做出分析判断。

三、模型的建立与求解

3.1 基于层次分析法的多元非线性回归住房需求模型

3.1.1 问题假设

- (1) 住房需求量在一定时期内保持稳定的发展趋势。
- (2) 不考虑除经济、环境、人口和社会因素以外的其他影响住房需求的因素。
- (3) 国家对房地产行业的调控政策在一定时期内保持稳定。

3.1.2 符号说明

| | |
|------------|------------------|
| E_d | 住宅商品的需求价格弹性的弹性指数 |
| P | 住宅商品价格 |
| ΔP | 住宅商品的价格变动量 |

| | |
|------------|-----------------------------|
| ΔQ | 住宅商品需求的变动量 |
| E_y | 住宅商品的需求收入弹性的弹性指数 |
| Y | 消费者的可支配收入 |
| ΔY | 消费者可支配收入的变动量 |
| ΔQ | 住宅商品需求的变动量 |
| W | 归一化特征向量 |
| x_i | 预测因子, 其中 $i = 1, 2, \dots$ |
| b_i | 待估计参数, 其中 $i = 1, 2, \dots$ |

3.1.3 建模分析

3.1.3.1 住房需求的概念解析

经济学上所指的需求是指市场经济中在价格机制作用下的需求。住房需求是房地产需求的一种,表示人们愿意并有能力购买或承租住房的数量。住房需求在住房市场中具有极其重要的作用,表现为:

(1) 住房需求是住房市场经济活动的动力。没有住房需求,就没有住房市场的价格、供应和资金运动,也就没有住房市场本身。

(2) 住房需求是住房供应变动的牵引力,是住房供应的出发点和归宿。住房需求水平、需求的结构变化,推动和预示着供应的变化。住房需求也影响住房交易价格等。

(3) 住房需求是检验住房经济体制完善程度的重要尺度。

3.1.3.2 影响住房需求主要因素分析

住房需求的主要影响因素有:

(1) 住房价格对住房需求的影响

就住房价格与住房需求之间的关系而言,在其他条件不变的情况下,住房价格对住房需求的影响是价格上升,需求下降;价格下降需求上升。需求与价格的变化呈反向运动关系。

(2) 家庭收入水平对住房需求的影响

住宅作为一种高档耐用的消费品,从所有制、经营者过度,转让给消费者,以实现其价值,在很大程度上受到居民收入水平的制约,城市居民家庭收入的变化与住房需求成正向关系。

(3) 居民消费结构对住房需求的影响

居民消费结构对住房需求的影响主要表现在居民收入中究竟拿出多少的比重花费在住房消费上,这个比重直接影响到住房商品化以后的租售购买力。

(4) 政府的住房因素

政府的住房政策可能是行政性的也可能是经济手段或者两者结合,当政府的住房政策有利于居民得到住房时,住房需求就会增长,反之亦然。

(5) 利率

利率在短期内的变化对住房的价格和住房需求有直接影响。

(6) 城市人口数量

人口数量与住宅的需求量成正比关系。在人口数量增长的过程中,城市人口迅速增长,会加大对城市住宅的需求,这就是城市人口的机械增长。

(7) 人口年龄分布

由于生育率的下降意味着每个家庭所负担的子女数的减少,家庭用于成员的可支配收入增加,对住房提出更高的要求。

（8）家庭规模

住宅是以家庭为单位居住的，家庭规模的变化也必然会影响住房需求的变化。

（9）心理因素、观念因素

它们对需求者购买行为产生重要影响。

由以上分析，我们决定选取住房价格、家庭收入水平、居民消费结构、政府的住房政策、利率、城市人口数量、人口年龄分布、家庭规模、心理因素、观念因素这十个指标作为影响因素。

3.1.4 模型建立

3.1.4.1 住房需求指标体系构建

根据问题要求，通过对天津城市住房消费需求状况调查、分析、查阅文献资料和咨询领域内专家，构建具有递阶层次结构的天津城市住房需求指标体系，如下图所示：

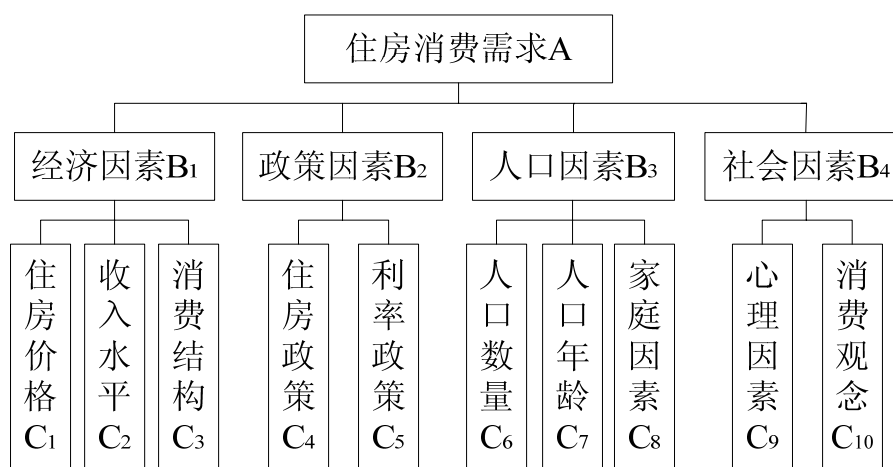


图1 住房需求指标体系

以上分析了影响住房消费需求的因素并构建了住房消费需求的递阶层次结构。实际中，各个因素对住房需求的影响程度是不同的，为了研究各个因素对于住房需求的影响程度，一种可行的方法就是计算出各因素在住房消费需求中所占的权重。层次分析法(AHP)中一般使用判断矩阵来计算权重。

3.1.4.2 基于层次分析法的指标权重确定

（一）判断矩阵的建立和求解

判断矩阵为 n 阶方阵，可以通过向专家咨询、问卷调查等形式，对同一级要素进行两两重要性比较来确定判断矩阵的各个元素。本文矩阵中的元素由专家评定得出，取值采用1—9标度法，见附录。利用此标度方法，经过专家讨论得到判断矩阵，如表1所示。

表1 B 对 A 的判断矩阵

| A | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| B_1 | 1 | 2 | 3 | 3 |
| B_2 | 1/2 | 1 | 3 | 3 |
| B_3 | 1/3 | 1/3 | 1 | 1 |
| B_4 | 1/3 | 1/3 | 1 | 1 |

判断矩阵显示了各要素之间相对于上层目标的相对重要度，解得特征根，得到最大

特征根的归一化特征向量 W ，特征向量的每个元素就代表了相应指标对上层目标的贡献率，即权重。利用 Matlab 软件编程，求得 $W = [0.4403, 0.3098, 0.1213, 0.1213]^T$ 。

(二) 判断矩阵的一致性检验

对复杂问题的因素进行两两比较时，人们不可能做到判断完全准确，而且判断阶数越高，判断的难度也加大，出现偏差的可能性也越大。因此，引入完全一致性指标 CI 来衡量判断矩阵的一致性。一般认为， $CI \leq 0.10$ 就可以认为判断矩阵具有一致性，否则还需调整。其检验的步骤如下：

(1) 计算判断矩阵的特征值，近似公式为：

$$PW = \lambda W \quad (1)$$

(2) 计算完全一致性检验：

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (2)$$

将 P 、 λ 带入上式，可得 $\lambda_1=4.096$ ， $\lambda_2=4.085$ ， $\lambda_3=4.026$ ， $\lambda_4=4.096$ 。故

$\lambda_{\max}=4.096$ ， $CI = \frac{4.096 - 4}{4 - 1} = 0.032 < 0.10$ ，因此可认为该矩阵具有良好的一致性。

同理，可求得 C 相对 B 的判断矩阵和权重。经检验可知，判断矩阵均有良好的一致性。结果如下表所示。

表 2 $C_1 - C_3$ 对 B_1 的判断矩阵和权重

| B_1 | C_1 | C_2 | C_3 | M_I | W_I | CI |
|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|
| C_1 | 1 | 1 | 5 | 1.71 | 0.4545 | 0.0002 |
| C_2 | 1 | 1 | 5 | 1.71 | 0.4545 | |
| C_3 | 1/5 | 1/5 | 1 | 0.342 | 0.0909 | |

表 3 $C_4 - C_5$ 对 B_2 的判断矩阵和权重

| B_2 | C_4 | C_5 | M_I | W_I | CI |
|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| C_4 | 1 | 1 | 1 | 0.5 | 0 |
| C_5 | 1 | 1 | 1 | 0.5 | |

表 4 $C_6 - C_8$ 对 B_3 的判断矩阵和权重

| B_3 | C_6 | C_7 | C_8 | M_I | W_I | CI |
|-------|-------|-------|-------|--------|--------|------|
| C_6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0.3189 | 0.06 |
| C_7 | 1 | 1 | 1/3 | 1.4422 | 0.4599 | |
| C_8 | 1 | 1/3 | 1 | 0.6934 | 0.2211 | |

表 5 $C_9 - C_{10}$ 对 B_4 的判断矩阵和权重

| B_4 | C_9 | C_{10} | M_I | W_I | CI |
|----------|-------|----------|-------|--------|--------|
| C_9 | 1 | 5 | 2.236 | 0.8334 | 0.0006 |
| C_{10} | 1/5 | 1 | 0.447 | 0.1666 | |

（三）C 对 A 的权重计算

根据 C 相对于 B 的权重以及 B 相对于 A 的权重，可算出 C 对 A 的权重，计算公式为：

$$W_{CA} = W_{CB} \cdot W_{BA} \quad (3)$$

计算结果如下表所示：

表 6 指标权重表

| | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 | C7 | C8 | C9 | C10 |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 权重 | 0.2004 | 0.2004 | 0.0400 | 0.1559 | 0.1559 | 0.0394 | 0.0568 | 0.0273 | 0.1030 | 0.0206 |
| 排序 | 1 | 1 | 5 | 2 | 2 | 6 | 4 | 7 | 3 | 8 |

由计算结果知，家庭收入和住房价格在住房需求的各因素中占最重要的地位，其次是住房政策和利率的影响，再次是心理因素，接下来依次是人口年龄的分布，城市人口数，家庭成员规模和消费观念。

3.1.4.3 多元非线性回归住房需求模型的建立

以上基于层次分析法，求得了各因素对于住房需求量的权重，对住房需求量与各因素之间的关系有了定性的刻画。由上述的分析我们可以看出，住房需求与这些因素有着十分密切的关系，为了对住房需求量进行预测，还需对住房需求量与各因素的关系进行定量分析。回归分析模型是确定两种或两种以上变量间相互依赖的定量关系模型。而且与其它预测模型相比，可以采用多种方法对线性回归模型进行检验，有利于对模型合理性、准确性的验证。因此本文以天津市为例，选择多元回归模型来表示天津市住房需求量和各要素之间的关系。

多元线性模型的表达式为：

$$Y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \cdots + b_px_p + \varepsilon\sigma^2 \quad (4)$$

其中，自变量 x_1, x_2, \cdots, x_p 为预测因子， Y 为因变量， ε 是服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$ 的随机变量， b_0, b_1, \cdots, b_p 为待估计参数。可采用最小二乘法对 b_0, b_1, \cdots, b_p 进行估计。

线性回归方程通常采用模型拟合程度 R^2 ，方差分析（ F 检验）， T 检验进行分析验证。如上节所述，家庭收入和住房价格是影响住房需求的各因素种的首要因素。但位居其次的政策、心理因素对住房需求的影响无法用比较科学的数据表达出来，而与上述因素相比，消费观念等因素对需求的影响较小，因此，在政策基本平稳的假定下，模型仅考虑家庭收入和住房价格对住房需求的影响。

（一）多元线性回归模型及其检验

设住宅需求量为因变量 y ，将历年住宅销售量定义为有效需求量，预测因子平均价格、家庭收入分别定义为 x_1 ， x_2 ，从统计年鉴获得 1994-2009 年自变量、因变量的数值见附录所示。利用 SPSS13.0 的线性回归模块得到以下结果：

(1) 相关性分析

表 7 相关性分析结果

| Correlations | | | | |
|--------------|---------------------|---------|--------|--------|
| | | y住宅销售面积 | x1平均价格 | x2家庭收入 |
| y住宅销售面积 | Pearson Correlation | 1 | .917** | .911** |
| | Sig. (2-tailed) | | .000 | .000 |
| | N | 16 | 16 | 16 |
| x1平均价格 | Pearson Correlation | .917** | 1 | .963** |
| | Sig. (2-tailed) | .000 | | .000 |
| | N | 16 | 16 | 16 |
| x2家庭收入 | Pearson Correlation | .911** | .963** | 1 |
| | Sig. (2-tailed) | .000 | .000 | |
| | N | 16 | 16 | 16 |

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

从上表可以看出，房屋平均价格和家庭收入都与住宅销售面积有较大的相关性，相关系数分别为 0.917 和 0.911，而且相关性的检验显著概率均小于 0.01。

(2) 模型拟合情况 (R^2 检验)

表8 模型拟合结果

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|---------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | .931(a) | .867 | .847 | 198.84844 |

从拟合情况看，线性回归分析中预测值和观测值得相关系数为 0.931，模型只能解释 84.7% 的观测数据。

(3) 方差分析 (F 检验)

表9 方差分析结果

| Model | | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|-------|------------|----------------|----|-------------|--------|---------|
| 1 | Regression | 3296881.394 | 2 | 1648440.697 | 37.451 | .000(a) |
| | Residual | 572211.294 | 13 | 44016.253 | | |
| | Total | 3869092.687 | 15 | | | |

从方差分析结果可以看出，家庭收入和销售量的线性相关性比较显著，检验显著概率为 0。

(4) 回归系数检验

表10 回归系数检验结果

| Coefficients ^a | | | | | |
|---------------------------|------------|-----------------------------|------------|---------------------------|------|
| Model | | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | Sig. |
| | | B | Std. Error | Beta | |
| 1 | (Constant) | -346.644 | 134.644 | | .023 |
| | x1平均价格 | .177 | .128 | .546 | .189 |
| | x2家庭收入 | .013 | .014 | .385 | .346 |

回归系数检验的数据表明，采用线性回归方法时，自变量系数 b_1 ， b_2 为 0 的概率为 0.189 和 0.346，均大于通常要求的 0.05，故判定回归无效。因此，就天津市住房需求而言，需求量和家庭收入、房屋价格之间并不存在简单的线性关系，使用多元线性回归模

型不能有效地说明观测数据。下面采用多元非线性模型。

(二) 多元非线性回归模型及其检验

非线性回归模型种类很多, 为了准确和处理数据简便, 本文将幂函数模型线性化, 得到如下形式:

$$\lg y = b_0 + b_1 \lg(x_1) + b_2 \lg(x_2) + \varepsilon \quad (5)$$

将非线性模型线性化后, 就可以利用 SPSS13.0 的线性回归分析工具对其进行分析。数据转化如下表所示:

表 11 数据转化后结果

| 时间 (年) | y 住宅销售面积 (万 m ²) | lg(y) | x ₁ 平均价 格(元) | lg(x ₁) | x ₂ 家庭收 入(元) | lg(x ₂) |
|-----------|---------------------------------|-------|----------------------------|---------------------|----------------------------|---------------------|
| 1994 | 76.48 | 1.88 | 1681.20 | 3.23 | 13220.67 | 4.16 |
| 1995 | 135.34 | 2.07 | 1923.78 | 3.28 | 16366.04 | 4.21 |
| 1996 | 114.42 | 2.06 | 2168.02 | 3.34 | 19812.80 | 4.30 |
| 1997 | 180.24 | 2.26 | 2133.37 | 3.33 | 21741.60 | 4.34 |
| 1998 | 233.41 | 2.37 | 2269.03 | 3.36 | 23891.28 | 4.38 |
| 1999 | 247.80 | 2.39 | 2157.17 | 3.33 | 24708.85 | 4.39 |
| 2000 | 378.34 | 2.58 | 2274.22 | 3.36 | 26049.60 | 4.42 |
| 2001 | 514.59 | 2.71 | 2307.55 | 3.36 | 28488.67 | 4.45 |
| 2002 | 538.26 | 2.77 | 2413.77 | 3.38 | 28666.31 | 4.46 |
| 2003 | 720.64 | 2.86 | 2392.67 | 3.40 | 31763.76 | 4.51 |
| 2004 | 796.09 | 2.90 | 2950.34 | 3.46 | 35548.20 | 4.55 |
| 2005 | 1264.38 | 3.05 | 3986.93 | 3.52 | 36904.71 | 4.59 |
| 2006 | 1332.49 | 3.12 | 4649.25 | 3.61 | 42277.95 | 4.63 |
| 2007 | 1401.85 | 3.15 | 5575.71 | 3.67 | 49072.05 | 4.66 |
| 2008 | 1135.35 | 3.18 | 5598.03 | 3.73 | 58656.04 | 4.75 |
| 2009 | 1461.47 | 3.20 | 6605.38 | 3.80 | 63349.95 | 4.80 |

进而有:

(1) 相关性分析

表 12 相关性分析结果

Correlations

| | | lgy | lgx1 | lgx2 |
|------|---------------------|--------|--------|--------|
| lgy | Pearson Correlation | 1 | .873** | .965** |
| | Sig. (2-tailed) | | .000 | .000 |
| | N | 16 | 16 | 16 |
| lgx1 | Pearson Correlation | .873** | 1 | .953** |
| | Sig. (2-tailed) | .000 | | .000 |
| | N | 16 | 16 | 16 |
| lgx2 | Pearson Correlation | .965** | .953** | 1 |
| | Sig. (2-tailed) | .000 | .000 | |
| | N | 16 | 16 | 16 |

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

从相关性分析结果可以看出, 自变量同因变量相关系数的检验显著概率均为0, $\lg x_2$

与lg y 的相关系数高达0.965。

(2) 模型拟合情况

表 13 模型拟合结果

Model Summary^a

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate | Change Statistics | | | | |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|-------------------|----------|-----|-----|---------------|
| | | | | | R Square Change | F Change | df1 | df2 | Sig. F Change |
| 1 | .977 ^a | .954 | .947 | .10131 | .954 | 135.636 | 2 | 13 | .000 |

a. Predictors: (Constant), lgx2, lgx1

b. Dependent Variable: lgy

从模型拟合情况可以看出，预测值从观测值得相关系数达到0.977，调整后的模型对观测值得解释程度达到94.7%，非线性回归模型对观测数据有较强的解释能力。

(3) 方差分析 (F 检验)

表 14 方差分析结果

ANOVA^a

| Model | | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|-------|------------|----------------|----|-------------|---------|-------------------|
| 1 | Regression | 2.784 | 2 | 1.392 | 135.636 | .000 ^a |
| | Residual | .133 | 13 | .010 | | |
| | Total | 2.918 | 15 | | | |

a. Predictors: (Constant), lgx2, lgx1

b. Dependent Variable: lgy

从方差分析结果可知，显著性水平较高， $b_1 = b_2 = 0$ 的概率为0.000，故接受F检验。

(4) 回归系数检验

表 15 回归系数检验结果

Coefficients^a

| Model | | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. |
|-------|------------|-----------------------------|------------|---------------------------|---------|------|
| | | B | Std. Error | Beta | | |
| 1 | (Constant) | -8.488 | .696 | | -12.197 | .000 |
| | lgx1 | -1.309 | .510 | -.502 | -2.567 | .023 |
| | lgx2 | 3.500 | .474 | 1.443 | 7.383 | .000 |

a. Dependent Variable: lgy

最后，回归分析的结果表明，调整后的模型， $b_1 = 0$ 的概率为0.023， $b_2 = 0$ 的概率为0，均小于显著性水平0.05，可以认为回归有效。

(5) 残差统计

表16 残差统计结果

| | Minimum | Maximum | Mean | Std. Deviation | N |
|----------------------|---------|---------|--------|----------------|----|
| Predicted Value | 1.8523 | 3.3420 | 2.6596 | .43083 | 16 |
| Residual | -.13720 | .14397 | .00000 | .09431 | 16 |
| Std. Predicted Value | -1.874 | 1.584 | .000 | 1.000 | 16 |
| Std. Residual | -1.354 | 1.421 | .000 | .931 | 16 |

从残差统计中可以看出，标准化预测值和标准化残差的最大、最小值都在 3 个标准差以内，故认为多元非线性回归模型可以用来天津住房需求量的预测，表达式为：

$$\lg y = -8.488 - 1.309 \lg x_1 + 3.5 \lg x_2 + \varepsilon \quad (6)$$

3.1.5 模型求解

（一）模型验证

为验证模型的合理性，先用 1994-2007 年的数据对 2008-2010 年的住房需求面积进行预测，再将预测结果同实际住宅销售面积进行比较。同样可以验证用 1994-2006 年的数据构成的回归模型回归有效。比较结果如图 2 所示。

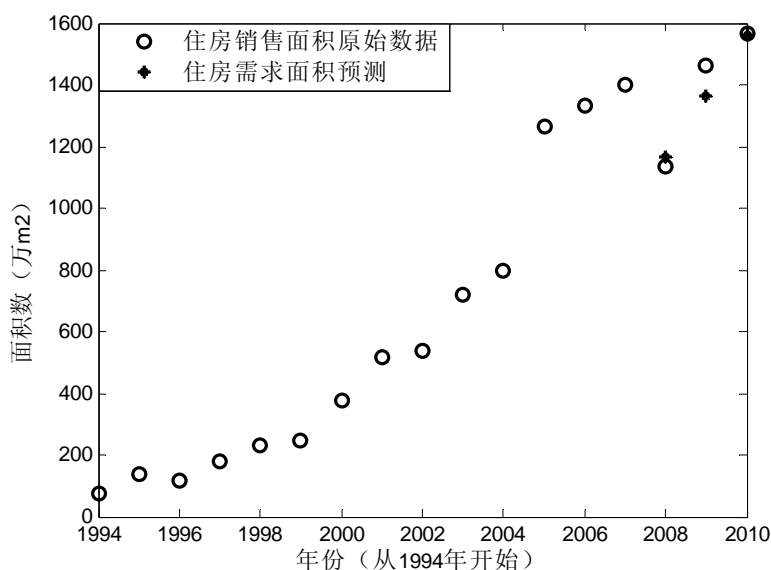


图 2 模型的验证

从上图可知，2008-2010 年需求面积预测值与实际销售面积具有良好的契合，经计算，相对误差分别为 2.61%，-6.77%，-0.38%，均在 ±10% 之内，故认为该模型能够很好地预测住房需求问题。

（二）住房需求预测

下面我们利用住房需求非线性回归模型来预测天津市未来 3 年的住房需求量。天津市“十二五”规划提出“城乡居民收入年均增长 10% 以上”，我们以此作为家庭收入预测的依据，并将平均房价进行时间序列分析以预测天津市房价变化情况，然后再根据家庭收入和房价预测天津市未来 3 年的住房需求情况，预测结果如表所示。

表 17 天津市未来 3 年的住房需求情况预测结果

| 年份 | y 住宅需求面积(万 m^2) | x_1 平均价格(元) | x_2 家庭收入(元) |
|------|----------------------|------------------|---------------|
| 2011 | 1828.10 | 8809.97065808007 | 80166.9 |
| 2012 | 2125.98 | 10129.1734111079 | 88183.59 |
| 2013 | 2471.72 | 11645.9132469635 | 97001.949 |

现将 1994-2013 年模型预测与 1994-2010 年实际住宅销售面积绘图如下：

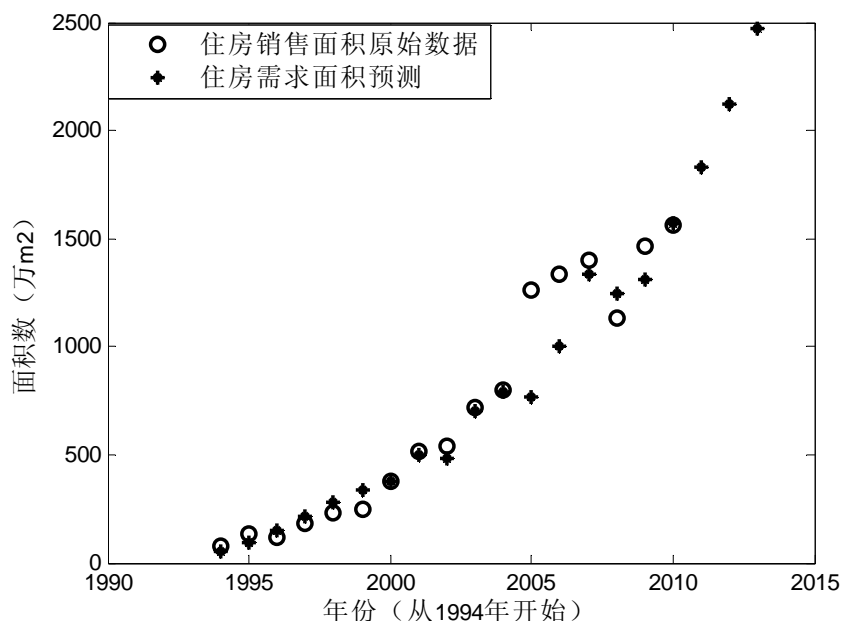


图3 1994-2013年模型预测与1994-2010年实际住宅销售面积

从图中可以看出，1994-2004年，2007-2010年的预测值与实际值较为吻合。2005-2006年，住房销售量较之前有明显增高，预测值与实际值的相对偏差分别达到39.51%和24.47%。这是因为该模型是在政策及社会总体稳定的假定之下进行预测的。实际生活中，这两个因素处于不断地变化之中，因此预测值和实际值会有波动，且波动的大小很大程度上取决于这些因素。从图中还可以看出，尽管2005-2006年预测值和实际值出现了较大的波动，但从2007年开始，二者又较为契合。2007-2010年的相对偏差值均在±10%范围内，这说明该模型具有很强的自适应。

3.2 基于信息甄别的住房供给模型

3.2.1 问题假设

- (1) 住房供给者与需求者存在信息不对称。
- (2) 住房需求者具有不同的住房偏好。
- (3) 政府供给住房是为了实现人民“住有所居”。
- (4) 市场供给者供给住房是为了实现利益的最大化。

3.2.2 符号说明

| | |
|------------|-----------------------------|
| θ_i | 需求者的类型，其中 $i=1,2,\dots,n$ |
| q_i | 住房质量 |
| $v(q_i)$ | 类型为 θ_i 住房需求者对住房的评价 |
| T_i | 类型为 θ_i 的需求者给政府支付的金额 |
| β_i | 类型为 θ_i 的需求者在人口的比重 |
| c | 每单位住房质量的成本 |
| R | 政府提供住房净补贴的限额 |
| \bar{u} | 需求者的保留效用 |
| S | 总供给量 |

| | |
|-----------|-------------------|
| P | 政府供给量 |
| Q | 市场供给量 |
| φ | 由政府供给的住房需求者所占相对比重 |
| ξ | 由市场供给的住房需求者所占相对比重 |

3.2.3 建模分析

目前,我国城镇住房供给采用市场配置和政府住房保障结合的方式,它们共同构成满足不同居民住房需求的供给体系。但是,这种住房供给体系依然存在许多问题。从商品房市场来看,持续增长的房价已让越来越多的需求者“不堪重负”;从政府住房保障的角度来看,保障房供应信息不对称,出现了“弃购”和“骗购”的现象。一些地方政府受财力限制,依然无法满足一些中低收入者的住房需求。诸如此类问题使商品房的价格持续增长,也使保障房建设成本“水涨船高”。因此,有必要分别讨论政府保障住房和市场配置住房,从而改进现有的供给模式,以构建起适合我国国情的、健康的住房供应体系。

由于住房供给中,供给者不知道所有需求者的住房偏好、收入、住房状况等信息,只能反映偏好的有限信息,因而会发生逆向选择问题:即需求者利用其信息优势获取信息租金,扭曲资源配置结果。考虑到居民住房的偏好和自我选择,本文构建基于信息甄别原理,分别就政府供给和市场供给建模并进行分析,讨论供给的效率和公平问题,为建设完善的住房供应体系奠定理论基础。

3.2.4 模型建立

3.2.4.1 政府供给住房模型

考虑在政府供给体系中,政府向全体居民供给不同层次的住房,每个家庭只能拥有一套住房,但政府不能确切地知道需求者对于住房的偏好。假设需求者对住房的偏好可以分为多个层级,每一层级表示一种类型的需求者,记为 θ_i ,且 $\theta_n > \theta_{n-1} > \dots > \theta_1$,类型为 θ_i 的需求者的住房偏好由以下函数表示:

$$u(q_i, T_i, \theta_i) = \theta v(q_i) - T_i \quad (7)$$

其中, q_i 代表住房的质量,假设它为连续变量,影响因素包括位置、面积、楼层、结构、安全因素等。事实上,我国保障房供给确实通过面积限制、产权限制等体现了层次性差异。 $v(q_i)$ 表示类型为 θ_i 住房需求者对住房的评价, $v(0)=0$ 。根据以上对 θ_i 的假设,可以得知 $v'(q_i) > 0$, $v''(q_i) < 0$ 。 T_i 表示类型为 θ_i 的需求者给政府支付的金额。它受到个人收入的约束,从而也限制了个人对住房的需求。类型 θ_i 是需求者的个人信息,在信息不对称的情况下,供给者仅仅知道 θ_i 的分布函数 $F(\theta)$ 。记 β_i 表示类型为 θ_i 的需求者在人口的比重。

政府供给住房的目标是实现全国人民“住有所居”,为简化分析,假设每单位住房质量的成本为 c ,并且 $c > 0$ 。故政府的目标函数为:

$$\sum_{i=1}^n \beta_i [\theta_i v(q_i) - c q_i] \quad (8)$$

为了实现社会福利的最大化,政府可以对不同类型的需求者提供不同的住房合同,

即对于类型为 θ_i 的需求者提供合同 (q_i, T_i) 。根据假设，政府要考虑所有居民的住房需求，因此对于中低收入和无收入的居民，政府要对他们进行住房补贴。补贴额为 $(cq_i - T_i)$ ，当其负值时，表示需求者的净收入，为正值时表示净补贴。净补贴受政府的预算约束，设政府提供住房净补贴的限额为 R 。由于逆向选择问题的存在，还应考虑不同类型需求者的激励约束，则政府社会福利最大化可化为以下规划问题：

$$\begin{aligned} \max_{\{(q_i, T_i)\}} & \sum_{i=1}^n \beta_i [\theta_i v(q_i) - cq_i] \\ \text{s.t.} & \begin{cases} v(q_i) - T_i \geq \bar{u} \\ q_i = \arg \max_{q_i} [\theta_i v(q_i) - T_i] \\ \sum_{i=1}^n \beta_i (cq_i - T_i) \leq R \\ i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

该规划的第一个约束条件是需求者的参与约束， \bar{u} 表示需求者的保留效用。第二个约束条件为政府住房补贴的预算约束。

由假设可知，需求者的效用函数满足 Spence-Mirrlees 单交条件：

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\partial u / \partial q}{\partial q / \partial T} \right] > 0 \quad (10)$$

经济涵义是：需求者对住房质量的边际效用会随着 θ_i 的增加而递增。

求解政府社会福利最大化规划问题，可得次优供给合同 $[q_G^*, T_G^*]$ 。

当 $i = n$ 时，有

$$\theta_i v'(q_i') = c \quad (11)$$

当 $1 < i < n$ 时，有

$$\theta_i v'(q_i') = \frac{\beta_i + \lambda_i + \lambda_{i+1}}{\theta_i} c > c \quad (12)$$

当 $i = 1$ 时，有

$$\theta_1 v(q_1^*) - T_1' = \bar{u} \quad (13)$$

因此，我们得出如下结论：

由于逆向选择问题的存在，政府供给住房的模式只能取得次优结果：

(1) 最高类型需求者的供给结果实现了帕累托效率，其他类型需求者的次优供给比最优供给下的住房质量更低，发生了效率损失。

(2) 最低类型需求者仅得到保留效用，其他类型需求者都得到部分信息租金。

(3) 社会福利与政府补贴规模成正相关关系，补贴规模的提高有利于增进住房供给中的社会福利。

故最高类型 θ_i 需求者的住房需求得到了最优配置，但其他类型需求者的次优供给比最优供给下的住房质量低。这是因为政府为减少高类型需求者的信息租金，有意降低较

低类型住房的质量，从而使高类型者动机降低。另外，最低类型的需求者得到的剩余为零，正好得到他的保留效用，而其他类型的需求者都得到了部分信息租金。

根据分析，令

$$W^* = \sum_{i=1}^n \beta_i [\theta_i v(q_i^*) - c q_i^*] \quad (14)$$

根据包络定理可得：

$$\frac{\partial W}{\partial R} = \mu_2 > 0 \quad (15)$$

这表明社会福利与预算规模呈正相关：若住房供给预算提高，可以使居民的住房需求得到更好的满足，从而提高整个社会的福利。

政府可以提供多种形式的住房合同，在考虑了需求者的激励约束后，政府可以以此确定合理的住房结构。然而在现实中，政府对市场信息反应较慢，使得住房合同短期难以变更，故政府供给的住房往往无法满足居民需求。

3.2.4.2 市场供给住房模型

总体来说，市场供给住房的方式包括住房销售和住房租赁。现实中，两类市场存在着很大的差别，最主要的差别是两个市场的边际成本有着很大的差异：在销售市场中，建造一套住房的边际成本很大，而在租赁市场中，出租一套住房的边际成本相对小得多。因此两个市场能够很好地契合，满足不同类型需求者的住房需求。

为了简化分析，假设市场上只有两种类型的需求者：高类型的需求者和低类型的需求者，且高类型需求者的可支付能力明显大于低类型需求者，因此他的需求存在很大差异。住房销售市场和租赁市场存在着某种契合，共同构成了统一的住房市场。因此，完善、协调住房销售市场和租赁市场的发展将有利于提高社会福利。

设每个家庭只拥有一套住房，为简化分析，假定市场供给者提高住房质量的单位成本也为 $c > 0$ ，其供给一套住房的总价款为 T_i 。从而可获得的利润为：

$$\pi = \sum_{i=1}^n \beta_i [T_i - c q_i] \quad (16)$$

市场供给住房模式中的需求者类型和偏好的基本假定与政府供给住房模式相同，类型 θ_i 的需求者的住房偏好为：

$$u(q_i, T_i, \theta_i) = \theta_i v(q_i) - T_i \quad (17)$$

其中， T 是类型 θ_i 的需求者支付给市场供给主体的总金额。

虽然住房销售市场和租赁市场能够实现较好地契合，从而满足不同层次居民的住房需求，但根据假设，市场供给主体的目标是追求利润最大化，不愿满足无收入者甚至部分低收入者的基本住房需求。因此，其供给对象不是全部居民，而只是收入达到一定水平的居民。假设市场供给主体愿意供给的最低类型为 θ_k ，则不完全信息下市场供给者的利润最大化规划问题为：

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i=1}^n \beta_i [T_i - cq_i] \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \theta_i v(q_i) - T_i \geq \bar{u} \\ q_i = \arg \max_{q_i} [\theta_i v(q_i) - T_i] \\ i = k, k+1 \& n \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

该规划问题的第一个约束是需求者的参与约束；第二个约束是需求者的激励约束。求解利润最大化的规划问题，可得市场供给者的次优供给合同 $[q_M^*, T_M^*]$ 。

当 $i = n$ 时，有

$$\theta_i v'(q_i) = c \quad (19)$$

当 $k < i < n$ 时，有

$$\theta_i v'(q_i) = \frac{\lambda_i - \lambda_{i+1}}{\theta_i} c > c \quad (20)$$

当 $i = k$ 时，有

$$\theta_k v(q_k^*) - T_k = \bar{u} \quad (21)$$

因此，市场供给最高类型需求者的住房质量实现了帕累托效率，但对其他类型需求者供给的住房质量低于帕累托效率结果，发生了效率损失；除市场愿意供给的最低类型需求者仅得到其保留效用外，在此之上类型的需求者都得到了部分信息租金 $((\theta_i - \theta_{i-1})v(q_{i-1}) > 0, i = k+1, \dots, n)$ 。

上述结果表明：最高类型 θ_n 的需求者的次优结果满足帕累托效率条件，实现了最优配置，但其他类型的需求者的次优结果不满足帕累托效率条件，市场供给的住房质量偏低、发生了效率损失。这是因为市场供给者为了获得最大收益，汲取高类型需求者的信息租金，有意降低类型住房的质量，使得高类型者动机降低。

（一）两种供给模式的效率比较。

在基本假设下，两种供给模式都面临着相同的约束，因而都需要解决需求者的逆向选择问题，都只能得到次优结果。对于最高类型的 θ_n 需求者来说，两种模式的配置效率相同，都实现了帕累托最优；对于 $k \leq i \leq n$ 需求者来说，两种模式都存在着配置损失，居民的住房需求都低于其真实偏好；对于 $i = k$ 的需求者来说，市场供给住房模式下只能得到保留效用，而在政府供给住房模式下其可以得到部分信息租金，这表明政府供给住房模式下其能够在相同支付下得到更高的住房质量。因此，总体来看对于 $k \leq i \leq n$ 的需求者，政府供给模式弱优于市场供给模式。但是进一步考虑现实约束后，两种模式的效率比较将变得更为困难。

（二）两种供给模式的公平比较

由以上可知，对于 $i = k$ 的需求者，市场供给主体不愿为其供给住房，若再考虑住房的投机、投资需求，则被市场“抛弃”的居民数量会更多，从而降低了整个社会的福利。而政府供给住房模式考虑了全体居民的需求，因而可以提高社会福利。此外，政府利用

不同的住房合同在不同收入群体中进行财富再分配，通过补贴政策可以保障无收入、低收入者的基本住房需求，还可以通过其他住房保障政策提高中低收入阶层的参与约束，从而增进了社会福利。

综合来看，从效率角度而言，两种供给模式难以比较，政府供给效率要求以规范的、高效的“政治市场”和充足的财力为支撑；而市场供给效率要求协调住房的居住需求和投机、投资需求的关系，并规范住房市场的竞争。从公平角度来看，政府供给住房模式具有明显优势。

3.2.4.3 政府和市场合作供给模型

由上述分析可知，没有哪一种供给模式是绝对占优的，虽然政府供给住房模式在公平上具有绝对优势，但效率条件受到太多制约。因此，将二者融合可以在兼顾公平的情况下提高配置效率。市场供给 $k \leq i \leq n$ ，政府则保障 $i \leq k$ 类型需求者的住房需求，可以实现两种模式优势的互补。

设总供给量为 S ，政府供给量为 P ，由政府供给的住房需求者所占相对比重为 φ ，市场供给量为 Q ，由市场供给的住房需求者所占相对比重为 ξ ，构建政府和市场合作供给模型为：

$$S = \varphi \cdot P + \xi \cdot Q \quad (22)$$

由式(22)分析可知，为了最大限度满足居民住房需求，使房地产资源配置公平且高效，一方面政府要切实以提高社会福利为目标，加大对供给保障的投入；另一方面必须下大力度规范房地产市场，禁止不规范竞争，消除可以导致投机的因素。

3.3 房地产行业与国民经济其他行业关系的社会经济系统冲量模型

3.3.1 问题假设

- (1) 国民经济持续发展，天津市房地产行业健康稳定发展。
- (2) 不考虑自然灾害等各种突发因素对各行业的冲击。
- (3) 所给的历年经济数据均真实可靠。
- (4) 给某一因素施加冲量时，其他因素保持不变。

3.3.2 符号说明

| | |
|--------------|---------------------------|
| v_i | 国民经济行业， $i = 1, 2, \dots$ |
| W | 行业间相互影响权重矩阵 |
| w_{ij} | 行业 v_i 对行业 v_j 的影响权重 |
| $v_i(t)$ | 行业 v_i 在时段 t 对应的数值 |
| $p_i(t)$ | 行业 v_i 在时段 t 的改变量（冲量） |
| $\vec{v}(t)$ | 所有行业在 t 对应数值所组成的向量 |
| $\vec{p}(t)$ | 所有行业在时段 t 冲量所组成的向量 |
| S | 系统的冲量过程 |
| λ | 权重矩阵 W 的非零特征根 |
| k | 闭路长度 |
| a_k | 长度为 k 的闭路的符号和 |

- r 使 $a_r \neq 0$ 的最大整数
 S^* 改进的玫瑰形图描述的冲量过程

3.3.3 建模分析

建立房地产行业与其他国民经济行业关系模型，必须首先界定研究范围，比如只考虑房地产行业与工业、金融业和建筑业之间的关系。它们之间相当复杂的关系可以简化为一个因素对另一个因素直接的促进或促退作用。由此，将问题转化为当房地产行业突然发生改变时，预测其他行业的演变过程和趋势。

3.3.4 模型建立

3.3.4.1 国民经济相关行业的界定

作为我国国民经济的支柱产业之一，房地产行业与工业、金融业、建筑业、社会服务业、交通邮电业、租赁业等行业都有着十分密切的联系。考虑到行业数据的有效性和可获得性，以及简化模型的需要，模型建立时只考虑房地产行业与工业、金融业和建筑业之间的关系。但需要说明的是，如果增加相关国民经济行业的数目，该模型同样适用。

3.3.4.2 社会经济系统冲量模型的基本原理

结合本模型，将国民经济各行业用图的一个圆来表示，行业之间的直接影响用带方向的边表示，构成如图 4 所示的有向图。

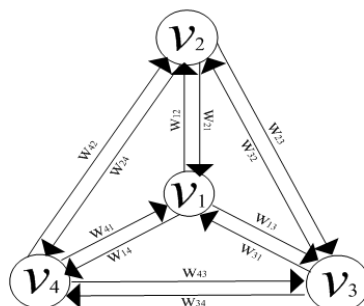


图 4 行业间赋权有向图

其中， v_1 表示房地产行业， v_2 表示金融业， v_3 表示工业， v_4 表示建筑业。两行业之间的有向边表示两因素间的直接影响，行业之间的间接影响由几条相连的同向边反映出来。行业之间相互影响作用是促进（正面）还是促退（负面），可以通过边上标注权重值的正负来体现。图 4 中的加权邻接矩阵为

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & w_{14} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & w_{24} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} & w_{34} \\ w_{41} & w_{42} & w_{43} & w_{44} \end{bmatrix} \quad (23)$$

为了研究国民经济的某个行业在初始时段的一个突然变化后，所引起的其他行业在其后各时段的演变过程，用 $v_i(t)$ 表示行业 v_i 在时段 t 的值， $p_i(t)$ 表示行业 v_i 在时段 t 的改变量（冲量）。设所考虑国民经济行业的数目为 n 个，根据 w_{ij} 的含义，显然有

$$v_i(t+1) = v_i(t) + p_i(t+1) \quad (24)$$

$$p_i(t+1) = \sum_{i=1}^n w_{ij} p_i(t) \quad (25)$$

其中, $i=1,2,\dots,n$, $t=0,1,2,\dots$ 。

记行向量 $\vec{v}(t) = (v_1(t), v_2(t), \dots, v_n(t))$, $\vec{p}(t) = (p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t))$, 则式(24)和式(25)可表示为:

$$\vec{v}(t+1) = \vec{v}(t) + \vec{p}(t+1) \quad (26)$$

$$\vec{p}(t+1) = \vec{p}(t) \cdot W \quad (27)$$

其中, $t=0,1,2,\dots$ 。

如果只考虑各行业在初始状态基础上的变化, 不妨设:

$$\vec{v}(0) = \vec{p}(0) \quad (28)$$

于是, 当各行业在初始时段的冲量 $\vec{p}(0)$ 给定后, 就可以用式(26) (27) (28), 计算系统在任意时段的 t 的冲量 $\vec{p}(t)$ 和值 $\vec{v}(t)$, 即对各行业的演变做出预测。

3.3.4.3 房地产行业与国民经济其他行业关系的社会经济系统冲量模型构建

(一) 加权邻接矩阵的确定

建立该社会经济系统冲量模型的关键在于确定出赋权有向图的加权邻接矩阵。为此, 分别以房地产行业、工业、金融业和建筑业之一作为因变量, 其余三个变量作为自变量, 进行线性回归处理, 得如下结果:

$$v_1 = 8.0323v_2 + 13.2133v_3 - 1.4083v_4 \quad (29)$$

$$v_2 = -0.1245v_1 - 1.6450v_3 + 0.1753v_4 \quad (30)$$

$$v_3 = 0.0757v_1 - 0.6079v_2 + 0.1066v_4 \quad (31)$$

$$v_4 = -0.7101v_1 + 5.7035v_2 + 9.3823v_3 \quad (32)$$

由式(29) (30) (31) (32)可得加权邻接矩阵为:

$$W = \begin{bmatrix} 1.0000 & 8.0323 & 13.2133 & -1.4083 \\ 0.1245 & 1.0000 & -1.6450 & 0.1753 \\ 0.0757 & -0.6079 & 1.0000 & 0.1066 \\ -0.7101 & 5.7035 & 9.3823 & 1.0000 \end{bmatrix} \quad (33)$$

(二) 模型构建

将加权邻接矩阵带入行业间赋权有向图, 如图 5 所示:

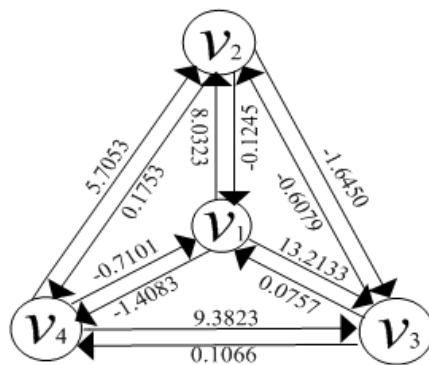


图 5 带入具体数值后的行业间赋权有向图

则基于社会经济系统冲量模型的房地产行业与国民经济其他行业关系模型为：

$$\vec{v}(t+1) = \vec{v}(t) + \vec{p}(t+1) \quad (34)$$

$$\vec{p}(t+1) = \vec{p}(t) \cdot \begin{bmatrix} 1.0000 & 8.0323 & 13.2133 & -1.4083 \\ 0.1245 & 1.0000 & -1.6450 & 0.1753 \\ 0.0757 & -0.6079 & 1.0000 & 0.1066 \\ -0.7101 & 5.7035 & 9.3823 & 1.0000 \end{bmatrix} \quad (35)$$

其中， $t = 0, 1, 2, \dots$ ， $\vec{p}(0)$ 和 $\vec{v}(0)$ 由初始条件确定。

3.3.5 模型求解

3.3.5.1 社会经济系统单位冲量求解

首先，假设房地产行业增加值在在 $t=0$ 时刻增加 1 个单位，即产生一个冲量 $\vec{p}(0) = (1, 0, 0, 0)$ 。经 Matlab 编程运算得到 $\vec{v}(0) = (1, 8.0323, 13.2133, 1.4083)$ 。这说明，房地产行业每增加 1 个单位，工业会增加 8.0323 个单位，金融业会增加 13.2133 个单位，建筑业会减少 1.4083 个单位。

不同行业间影响程度用 $|w_{ij}|$ 表示，因 $|w_{13}| > |w_{12}| > |w_{14}|$ ，故房地产行业对金融业影响最大，其次是工业，最后是建筑业。

当分析工业、金融业、建筑业之一变动对其他行业的影响关系时，该模型同样具可以适用。

3.3.5.2 行业增加量求解

行业增加量表示当年该行业增加值与上一年该行业增加值之差。2005-2007 年房地产行业、工业、金融业、建筑业增加值原始表如表 18 所示。

表 18 房地产行业、工业、金融业、建筑业增加值原始表（单位：亿元）

| 时间 | 房地产业 | 工业 | 金融业 | 建筑业 |
|------|--------|---------|--------|--------|
| 2005 | 128.77 | 1885.04 | 159.24 | 166.13 |
| 2006 | 160.72 | 2292.73 | 186.87 | 195.56 |
| 2007 | 189.42 | 2661.87 | 288.17 | 230.66 |

计算 2005-2006 时间段之间房地产行业增加量为 31.95 亿元，相当于在该时间段内对本模型施加了一个冲量 $\vec{p}_{2005-2006}(0) = (31.95, 0, 0, 0)$ ，带入模型中计算可得，

$\vec{v}_{2005-2006}(1) = (31.95, 256.63, 422.16, -44.99)$ 。表示在不考虑其他因素影响的前提下，当房地产行业增加值增加 31.95 亿元，工业增加值增加 256.63 亿元，金融业增加值增加 422.16 亿元，建筑业增加值减少 44.99 亿元。同理，2006-2007 时间段内的情况见表 19。

表 19 房地产行业、工业、金融业、建筑业增加量表（单位：亿元）

| 时间段 | 房地产业增加量 | 工业增加值量 | 金融业增加量 | 建筑业增加量 |
|-----------|---------|--------|--------|--------|
| 2005-2006 | 31.95 | 256.63 | 422.16 | -44.99 |
| 2006-2007 | 28.7 | 230.53 | 379.22 | -40.42 |

3.3.6 模型的进一步说明

3.3.6.1 简单冲量过程的稳定性

当初始冲量 $\vec{p}(0)$ 中只有一个分量是 1，其余为 0 时，称为简单冲量过程。显然，冲量过程可以分解为若干简单冲量过程的叠加。记简单冲量过程为 S 。

将房地产行业与其相关的工业、金融业和建筑业视为一个系统。如果系统的任一因素在 $t=0$ 的变化，引起的系统各因素在任意时段的冲量和值都不会无限增长（或无限减少），那么这个系统的冲量过程 S 是稳定的。

（1）稳定过程的条件

对于所有的 i 和任意的 t ，若 $|p_i(t)|$ 有界，称 S 是冲量稳定的，若 $|v_i(t)|$ 有界，称 S 是值稳定的。若 S 是稳定的，必是冲量稳定的，反之不然。

因为 $\vec{p}(t)$ ， $\vec{v}(t)$ 由一阶差分方程(26)，(27)确定。所以粗略地看，他们是否有界取决于 W 的特征根的模小于 1 还是大于 1。更精确的判断由下面的定理给出。设 λ 是 W 的非零特征根。

定理 1 S 冲量稳定的必要条件是 $|\lambda| \leq 1$ 。

特别地，当 w_{ij} 只取整数值如 $\pm 1, 0$ 时，条件转化为 $|\lambda| = 1$ 。必要条件不满足时必存在某个简单冲量过程，其冲量是不稳定的。

定理 2 S 冲量稳定的充分条件是 $|\lambda| \leq 1$ 且均为单根。

定理 3 S 值稳定的充要条件是 S 冲量稳定且 $\lambda \neq 1$ 。

计算加权邻接矩阵

$$W = \begin{bmatrix} 1.0000 & 8.0323 & 13.2133 & -1.4083 \\ 0.1245 & 1.0000 & -1.6450 & 0.1753 \\ 0.0757 & -0.6079 & 1.0000 & 0.1066 \\ -0.7101 & 5.7035 & 9.3823 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

的特征值为 $\lambda_1 = \lambda_3 = \lambda_4 = 2$ ， $\lambda_2 = 2$ 。依据上述定理，判定冲量过程 S 不稳定。这说明目前房地产行业与工业、金融业和建筑业之间关系结构不稳定，个别行业发展与其他行业不均衡，国民经济行业之间的相互作用结构需要进一步优化调整，以促进经济的良性、可持续发展。

3.3.6.2 不稳定过程的调整办法

为了把不稳定的过程调整成稳定的过程，必须改变 W (或 A) 的某些元素，使特征根满足定理 2 或定理 3 的要求，但是矩阵元素与特征根之间的关系是复杂的。在如何改变系统邻接矩阵的结构使其冲量过程稳定方面，目前尚无一般的结论。下面介绍的方法用

于一类用特殊的有向图描述的系统。

如果一个带符号的有向图是双向连通的，并且存在一个位于所有闭路上的中心顶点，那么称它是改进的玫瑰形图(Advanced Rosette)。所谓闭路是指从某点出发，沿有向边前进回到该顶点，且途中不经过重复顶点的路径。构成闭路的有向边的数目称为闭路的长度；当闭路包含奇数个带“-”的有向边时，定义闭路的符号为-1，否则为+1；用 a_k 记长度为 k 的闭路的符号和(当没有长度为 k 的闭路时令 $a_k=0$)，设 r 是使 $a_r \neq 0$ 的最大整数。这样，对于每个改进的玫瑰形图描述的冲量过程(记作 S^*)，存在一个序列 $\{a_1, a_2, \dots, a_r\}$ ， S^* 的稳定性完全由这个序列决定。

对于所有的 $k=1, 2, \dots$ 都有 $a_k=0$ (即 $r=0$)，则 S^* 是冲量稳定和值稳定的，以下设 $r>0$ 。

定理 4 S^* 冲量稳定的必要条件是

$$a_r = \pm 1 \quad (36)$$

$$a_k = -a_r a_{r-k}, k=1, 2, \dots, r-1 \quad (37)$$

定理 5 若 S^* 冲量稳定，则 S^* 值稳定的充要条件是

$$\sum_{k=1}^r a_k \neq 1 \quad (38)$$

定理 4 和定理 5 可以用来指导我们改变邻接矩阵 A 的某些元素 a_{ij} ，以便把不稳定的冲量过程调整为稳定的。

3.4 基于谱分析方法的房地产行业态势分析模型

3.4.1 问题假设

- (1) 假设题目中所给经济数据均真实可靠。
- (2) 假设国家政策对房地产行业调控的政策无重大调整。

3.4.2 符号说明

| | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| B_i | 指标体系中一级指标，其中 $i=1, 2, 3, \dots$ |
| C_i | 指标体系中二级指标，其中 $i=1, 2, 3, \dots$ |
| $f(x)$ | 单变量可测函数 |
| L^2 | 范数所生成的经典函数空间 |
| $\{X(k)\}$ | 离散傅里叶变换序列 |
| $X(t)$ | 确定性函数 |
| f_k | 频率 |
| α_0 | 傅里叶变换中的常数 |
| $ A_k $ | 振幅 |
| $\{Y_t\}_{t=-\infty}^{+\infty}$ | 协方差平稳过程 |

| | |
|-----------------|------------------------|
| $E(Y_t)$ | 均值 |
| γ_j | 平稳过程的第 j 阶自协方差 |
| $g_Y(z)$ | 自协方差生成函数 |
| $S_Y(\omega)$ | 总体谱函数 |
| $X_T(t)$ | 以 $2T$ 为周期的函数 |
| $ G(f) ^2$ | 在频率 f 处的谱密度 |
| y_i | 时间数列, 其中 $i=1,2,\dots$ |
| $S_t^{(1)}$ | t 时刻时间序列的预测值 |
| y_t | t 时刻时间序列的观测值 |
| a | 平滑常数 |
| TC_t | 趋势循环要素 |
| S_t | 季节要素 |
| I_t | 不规则要素 |
| u_t | 平稳序列 |
| ε_t | 白噪声序列 |
| δt | 线性趋势函数 |
| y_t | 平稳序列 |
| $\hat{\gamma}$ | 估计值 |

3.4.3 建模分析

房地产行业的发展已成为我国国民经济迅速发展的基础和前提条件之一, 房地产行业的发展态势对于整个国民经济的发展有着较强的敏感度和准确的预测功能。房地产行业态势分析涉及到政治环境因素、经济周期波动因素、环境制约因素、供给与需求状况因素、人口结构因素、城市规划设计因素、心理承受因素等。

3.4.4 模型建立

3.4.4.1 房地产行业态势分析的概念解析

房地产行业被称为我国国民经济的晴雨表, 对其进行态势分析, 有助于促进房地产行业和整个国民经济的健康发展, 维护整个社会的稳定。房地产行业态势分析是指在综合考虑影响房地产行业态势发展因素的基础之上, 对当前行业发展情况做出分析, 并对下一阶段行业的发展趋势做出预测, 以此来整体反映房地产行业的态势。

为定量显示房地产行业的总体态势, 本题中引入了行业景气指数这一指标进行度量。所谓行业景气指数是指对行业景气调查中的定性经济指标通过定量方法加工汇总, 综合反映某一特定调查群体或者发展趋势的一种指标。它的计算由企业实力、流动资金、企业规模、质量保证、地理位置、服务态度、售后以及员工素质等诸多因素决定。

3.4.4.2 基于谱分析方法的房地产行业态势分析模型构建

房地产业作为国民经济的支柱产业之一, 其运行和发展涉及众多的相关产业, 体现出很强的相关性。房地产价格是房地产行业景气指数的一个核心因素, 影响到房地产所有权和使用权的实现, 房地产市场秩序和房地产资源的优化配置。经查阅相关文献及咨询领域内专家, 确定影响我国房地产市行业景气指数的因素主要有政治因素(x_1)、经济周期波动因素(x_2)、环境因素(x_3)、供给与需求因素(x_4)、人口结构因素(x_5)、城市规划

设计因素(x_6)、心理因素(x_7)和其他因素(x_8)等。

据此,构建房地产行业态势分析模型,如下所示:

$$f(x) = h(P) \quad (39)$$

其中, $f(x)$ 为房地产行业景气指数, P 为对景气指数影响最大的房地产价格。而房地产价格又取决于上述八个因素, 因此又有:

$$P = g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_8) \quad (40)$$

将式 (40) 带入式(39)中, 可得房地产行业态势分析模型总体表达式:

$$f(x) = h[g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_8)] \quad (41)$$

3.4.5 模型求解

3.4.5.1 谱分析方法的基本原理

谱分析建模方法是单变量频谱建模技术, 是把时间序列看成不同谐波的叠加, 把时域里的离散经济变量转化成频域里的谱谷和谱峰来进行分析, 以此来研究时间序列在频率域中的结构特征, 从不同的侧面以不同的方式刻画了时间序列的特征。其基本思想是把时间序列看作互不相关的周期分量的叠加, 通过研究和比较各分量的周期波动变化, 以充分揭示时间序列的频域结构, 掌握其主要波动特征。

谱分析建模的具体作法为: 先剔除单个时间序列中趋势和季节因素的循环项, 之后再根据估计出的谱密度函数, 找出序列中的主要频率分量, 从而把握该序列的周期波动特征。因为时域方法所衡量的只是各频率分量共同叠加后的结果, 所以用频谱分析方法建模, 在频率分量的内在机制互不相同, 可以有效避免时域方法带来的混淆, 更细致地研究各种行为及因素。考虑在 $(0, 2\pi)$ 上满足如下条件的单变量可测函数 $f(x)$

$$\int_0^{2\pi} |f(x)|^2 dx < +\infty \quad (42)$$

这种函数全体构成的集合, 按照通常的函数运算和 L^2 范数生成经典的函数空间 $L^2(0, 2\pi)$ 。由傅里叶变换可知, $L^2(0, 2\pi)$ 中任何一个函数 $f(x)$ 都具有一个傅里叶技术表达式:

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{i\omega x} \quad (43)$$

式中级数的系数 c_n 定义为

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) e^{-i\omega x} dx \quad (44)$$

称之为 $f(x)$ 的傅里叶系数。这里, 特别需要说明的是, 傅里叶系数的含义是

$$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ M \rightarrow \infty}} \int_0^{2\pi} \left| f(x) - \sum_{n=-N}^M c_n e^{i\omega x} \right|^2 dx = 0 \quad (45)$$

即在函数空间 $L^2(0, 2\pi)$ 中, 傅里叶变换总是成立的。如此, 傅里叶变换就架起了时

间域和频率域的桥梁。

对于空间中的任何函数 $f(x)$ ，它的傅里叶变换的定义是

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-i\omega x} d\omega \quad (46)$$

这时，傅里叶变换的反演公式是

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{i\omega x} d\omega \quad (47)$$

要计算傅里叶变换，需要用数值积分，即取 $f(x)$ 在 L^2 上的离散点上的值来计算这个积分。但在实际应用中，我们希望用计算机进行数据的频谱分析及其他方面的处理工作，所以要求数据时域和频域上都是离散的，且为有限长，离散数据傅里叶变换简介见附录。在周期 $[T, -T]$ 内 $X(t)$ 消耗的能量等于每一个不同频率的三角函数分量所消耗的能量之和：

$$\int_{-T}^T X^2(t) dt = 2T(A_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} 2|A_k|^2) = 2T \sum_{k=-\infty}^{\infty} |A_k|^2 \quad (48)$$

单位时间上的能量消耗 $X(t)$ 的功率为

$$P_x = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T X^2(t) dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |A_k|^2 \quad (49)$$

即 $X(t)$ 的总功率等于各频率分量的功率之和。

功率依不同频率的分布，表示为

$$h(f) = \begin{cases} |A_k|^2, & f = f_k, k = 0, \pm 1, \dots \\ 0, & f \neq f_k, k = 0, \pm 1, \dots \end{cases} \quad (50)$$

称此函数为功率谱密度函数。

构造以 $2T$ 为周期的函数 $X_T(t)$ ，满足

$$X_T(t) = X(t), -T < t < T \quad (51)$$

$$X_T(t + 2nT) = X_T(t), n = 1, 2, \dots \quad (52)$$

则当 $X_T(t)$ 在 $[-T, T]$ 内可积，并在 t 点连续下， $X_T(t)$ 进行傅里叶级数展开，在 $[-T, T]$ 内：

$$\begin{aligned} X(t) &= X_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k e^{-i2\pi f_k t} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-T}^T X(t) e^{-i2\pi f_k t} dt \right) e^{i2\pi f_k t} \end{aligned} \quad (53)$$

其中， $\Delta f_k = f_k - f_{k-1} = \frac{k}{2T} - \frac{k-1}{2T} = \frac{1}{2T}$ ，当 $T \rightarrow \infty$ 时， $\Delta f_k \rightarrow 0$ 。

如果积分存在，对任何 t ，有

$$X(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} X(t) e^{-2i\pi f_i t} dt \right) e^{i\pi f_i t} df \quad (54)$$

$X(t)$ 的功率为

$$\int_{-\infty}^{+\infty} X^2(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} X(t) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} G(f) e^{i2\pi f_i t} df \right] dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |G(f)|^2 df \quad (55)$$

这里 $G(f) = -\int_{-\infty}^{+\infty} X(t) e^{-i2\pi f_i t} dt$, $X(t) = -\int_{-\infty}^{+\infty} G(f) e^{i2\pi f_i t} df$, 则 $|G(f)|^2$ 是在频率 f 处的谱

密度, 或称为连续谱密度。

傅里叶变换的实质是将一个离散数据分离为无穷多个正弦、余弦的加成, 既然是无穷多个离散数据的相加, 那对于非周期数据来讲, 每个数据的加权应该都是零, 但有密度上的差别, 落到每一个点上的概率都是无限小, 但这些无限小是有差别的。傅里叶变换以后, 横坐标即为分离出的正弦数据的频率, 纵坐标对应的是加权密度。对于周期性的离散数据而言, 因为确实可以提取某些频率的正弦波成分, 所以其加权不为零, 在谱度上表现为无穷大, 但这些无穷大是有区别的。

傅里叶变换又把各种形式的离散数据用正弦信号, 因此非正弦数据进行傅里叶变换会得到与原信号频率不同的成分, 即都是原信号频率的整数倍。这些高频数据都是用来修饰频率与原离散数据相同的正弦数据, 使之趋于原离散数据的。所以说, 频谱上频率最低的一个峰(往往是幅度上最高的), 就是原数据的频率。

3.4.5.2 房地产行业的数据选择和预处理

一个经济时间序列通常受多种因素影响, 一般地, 我们可以把这些因素分解为趋势-循环因素、季节因素、不规则因素等。趋势-循环因素反映序列的基本水平, 较平滑, 包括长于一年的变动和循环, 可能含转折点。季节因素反映序列在不同年份的相同季节所呈现出的周期性变化, 它存在的主要原因是自然因素, 另外还有行政或法律规定以及社会、文化、宗教等因素。不规则因素在什么时候出现、影响程度和持续时间都不可预测, 存在不规则因素的原因可能是不符合季节特点的大气、自然灾害等。1999-2010 年全国房地产开发投资完成额原始数据(单位: 亿元)如表 20 所示:

表 20 1999-2010 年全国房地产开发投资完成额原始数据(单位: 亿元)

| 年份 | 1 月 | 2 月 | 3 月 | 4 月 | 5 月 | 6 月 | 7 月 | 8 月 | 9 月 | 10 月 | 11 月 | 12 月 |
|------|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1999 | - | 3.1 | 12.28 | 19.85 | 28.57 | 37.75 | 44.56 | 52.54 | 60.3 | 67.64 | 77.26 | 116.96 |
| 2000 | - | 5.08 | 14.34 | 23.02 | 33.75 | 45.76 | 53.66 | 63.09 | 71.89 | 79.81 | 90.22 | 133.93 |
| 2001 | - | 6.49 | 16.8 | 27.55 | 40.52 | 55.07 | 64.91 | 75.92 | 87.32 | 95.89 | 109 | 161.27 |
| 2002 | - | 7.68 | 20.31 | 32.69 | 46.31 | 65.14 | 76.12 | 87.96 | 101.74 | 112.14 | 127.08 | 175.85 |
| 2003 | - | 9.57 | 30.5 | 46.13 | 64.35 | 100.28 | 113.17 | 127 | 147.36 | 161.33 | 178.02 | 211.39 |
| 2004 | - | 12.48 | 39.77 | 61.49 | 81.94 | 122.71 | 137.01 | 153.69 | 177.79 | 193.1 | 215.9 | 263.92 |
| 2005 | - | 18.43 | 49.3 | 76.59 | 105.69 | 152.8 | 171.41 | 193.19 | 221.39 | 242.65 | 278.39 | 327.54 |
| 2006 | - | 22.58 | 61.44 | 95.04 | 130.25 | 186.16 | 208.16 | 236.9 | 270.24 | 296.42 | 339.86 | 402.32 |
| 2007 | - | 27.43 | 75.14 | 118.88 | 161.77 | 232.26 | 264.51 | 303.17 | 343.51 | 380.01 | 429.93 | 505.3 |
| 2008 | - | 34.44 | 95.65 | 152.37 | 208.52 | 300.27 | 342.69 | 392.32 | 441.78 | 487.66 | 553.99 | 653.72 |
| 2009 | - | 39.65 | 106.2 | 168.33 | 231.99 | 342.38 | 394.76 | 457.07 | 516.69 | 564.75 | 632.95 | 735.18 |
| 2010 | - | 44.735 | 122.16 | 195.95 | 270.96 | 413.07 | 475.06 | 547.69 | 629.73 | 680.02 | 749.64 | 866.64 |

(一) 对所选房地产数据当中缺失数据的预测

时间序列预测法是通过时间序列数据的分析, 掌握经济现象随时间的变化规律, 从而预测其未来的一种方法。其基本原理是根据预测对象的时间序列数据, 依据事物发展的连续性规律, 通过统计分析或建立数学模型, 并进行趋势延伸, 对预测对象的未来可能值做出定量预测的方法。

指数平滑方法是移动平均方法改进过来的, 是一种特殊的加权移动平均法, 也称为指数加权平均法。这种方法既具备了移动平均法的优点, 又可以减少历史数据的数量。它将把过去的的数据全部加以利用, 用平滑系数加以区分, 使得近期数据比远期数据对预测值影响更大, 这个办法特别适用于观测值有长期趋势和季节变动因素, 从而必须经常进行预测的数据。

一次指数平滑法就是计算时间序列的一次指数平滑值, 以当前观测期的一次指数平滑值和观测值为基础, 确定下期预测值的方法。

设时间序列为 y_1, y_2, \dots , 一次指数平滑法的计算公式为:

$$S_t^{(1)} = ay_t + (1-a)S_{t-1}^{(1)} \quad (56)$$

式中 $S_t^{(1)}$ 为 t 时期时间序列的预测值; y_t 为 t 时期时间序列的观测值; a 为平滑常数, 满足 $0 \leq a \leq 1$ 。一次平滑系数是以第一次指数平滑值作为第 $t+1$ 期的预测值, 即

$$\hat{y}_{t+1} = S_t^{(1)} \quad (57)$$

将式(57)带入式(56)中, 得到:

$$\hat{y}_{t+1} = ay_t + (1-a)\hat{y}_t \quad (58)$$

对于表 21 中的 1999-2010 年全国房地产开发投资完成额月度改善数据, 用一次指数平滑方法对不完整的 1 月份数据进行时间序列预测, 结果如表 22 所示。

表 22 1999-2010 年全国房地产开发投资完成额不完整的 1 月数据预测结果

| 年份 | 1 月 | 2 月 | 3 月 | 4 月 | 5 月 | 6 月 | 7 月 | 8 月 | 9 月 | 10 月 | 11 月 | 12 月 |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1999 | 13.384 | 19.165 | 30.268 | 34.485 | 40.547 | 47.755 | 50.566 | 52.544 | 57.397 | 63.644 | 65.269 | 96.656 |
| 2000 | 20.323 | 28.408 | 39.334 | 45.023 | 53.753 | 60.756 | 67.743 | 75.564 | 81.839 | 87.681 | 90.224 | 113.94 |
| 2001 | 23.473 | 31.439 | 42.832 | 49.554 | 58.542 | 65.047 | 71.931 | 79.932 | 86.324 | 94.859 | 98.339 | 121.28 |
| 2002 | 29.494 | 37.648 | 49.315 | 55.619 | 63.312 | 73.124 | 77.182 | 87.965 | 96.704 | 108.11 | 117.03 | 124.83 |
| 2003 | 31.392 | 49.567 | 60.456 | 73.136 | 84.35 | 100.28 | 113.17 | 127.48 | 135.36 | 154.53 | 168.02 | 196.39 |
| 2004 | 39.393 | 52.48 | 69.757 | 71.494 | 81.94 | 122.71 | 137.01 | 143.69 | 157.79 | 163.13 | 185.93 | 253.39 |
| 2005 | 48.493 | 18.43 | 49.33 | 76.59 | 105.69 | 142.8 | 161.41 | 173.19 | 201.34 | 232.65 | 258.34 | 287.54 |
| 2006 | 69.43 | 79.584 | 89.464 | 95.04 | 126.25 | 186.16 | 208.16 | 213.34 | 270.24 | 276.42 | 319.83 | 352.32 |
| 2007 | 73.443 | 79.434 | 85.514 | 106.868 | 121.734 | 148.26 | 174.51 | 284.173 | 302.514 | 344.012 | 432.93 | 423.334 |
| 2008 | 84.432 | 103.44 | 175.653 | 231.373 | 268.52 | 300.257 | 342.69 | 362.324 | 414.748 | 447.663 | 487.299 | 523.72 |
| 2009 | 95.349 | 139.653 | 176.2 | 268.343 | 291.949 | 352.38 | 374.76 | 457.07 | 516.69 | 564.75 | 632.95 | 735.18 |
| 2010 | 105.484 | 198.332 | 246.166 | 295.95 | 325.596 | 386.407 | 417.306 | 487.694 | 545.753 | 580.02 | 679.64 | 783.64 |

(二) 对房地产行业数据的季节调整

时间序列的季度、月度观测值常常显示出月度或季度的循环变动。房地产季度、月度数据亦是如此。季节性变动掩盖了经济发展的客观规律, 因此, 我们在利用月度或季度时间序列计量分析之前, 一定要对时间序列数据进行季节调整。季节调整(seasonal

adjustment)就是从时间序列中去除季节变动要素，从而显示出序列潜在的趋势循环分量，趋势循环分量能够真实地反映经济时间序列运动的客观规律，我们用这些趋势循环分量来进行经济分析季节调整只能对季度、月度数据进行。目前，最为常用的季节调整法为 TRAMO/STATA 方法。

TRAMO/SCATA 方法是由 Victor Gomez 和 Agustin Maravall 开发的用于数据处理和经济时间序列分解的应用程序。

TRAMO (Time Series Regression with ARIMA Noise, Missing Observation, and Outliers)用来估计和顶测其有缺失观测值、非平稳误差及外部影响的回归模型。它能够对原序列进行插值，识别和修正几种不同类型的异常值，并对工作日变化及节假日等特殊回归因素及假定为 ARIMA 过程的误差项的参数进行估计。SLATA (Signal Extraction in ARIMA Time Series)是基于 ARIMA 模型来对时间序列中不可观测成分进行估计。

这两个过程往往联合起来一起使用，先用 TRAMO 过程对数据进行预处理，然后用 SCATS 将时间序列分解为趋势要素、循环要素、季节要素及不规则要素四个部分。

对表 22 显示的 1999-2010 全国房地产开发投资总额经过指数平滑后的数据进行 TRAMO/SCATA 方法季节调整以后的序列见表 23。

表 23 1999 -2010 年全国房地产开发投资总额经 TRAMO/SCATA 方法季节调整后序列

| 年份 | 1 月 | 2 月 | 3 月 | 4 月 | 5 月 | 6 月 | 7 月 | 8 月 | 9 月 | 10 月 | 11 月 | 12 月 |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1999 | 26.45 | 33.865 | 42.65 | 54.865 | 57.987 | 67.434 | 73.42 | 84.97 | 93.44 | 117.54 | 131.42 | 143.43 |
| 2000 | 84.01 | 95.04 | 117.31 | 123.43 | 139.75 | 145.43 | 163.54 | 193.32 | 173.423 | 151.3 | 176.35 | 193.64 |
| 2001 | 95.54 | 106.233 | 118.43 | 123.54 | 143.32 | 153.54 | 175..91 | 154.643 | 183.32 | 195.53 | 221.65 | 231.54 |
| 2002 | 116.54 | 157.976 | 190.867 | 232.69 | 246.31 | 265.64 | 276.97 | 287.53 | 265.53 | 232.64 | 264.654 | 279.53 |
| 2003 | 127.65 | 149.572 | 164.54 | 185.546 | 194.645 | 215.66 | 233.754 | 254.65 | 265.75 | 297.64 | 311.53 | 321.46 |
| 2004 | 328.765 | 343.75 | 356.75 | 381.65 | 401.54 | 424.09 | 457.645 | 435.64 | 427.44 | 433.67 | 416.975 | 393.324 |
| 2005 | 374.012 | 397.43 | 409.365 | 425.564 | 447.64 | 476.64 | 496.65 | 475.64 | 465.65 | 442.675 | 445.76 | 427.75 |
| 2006 | 405.97 | 422.58 | 461.44 | 456.04 | 479.87 | 519.546 | 538.534 | 587.965 | 556.75 | 536.64 | 539.765 | 503.534 |
| 2007 | 487.35 | 504.64 | 512.75 | 534.87 | 603.45 | 623.532 | 648.53 | 673.53 | 643.53 | 623.01 | 613.43 | 595.37 |
| 2008 | 619.345 | 654.534 | 695.65 | 714.64 | 734.643 | 754.53 | 764.214 | 792.32 | 783.78 | 772.53 | 764.64 | 754.664 |
| 2009 | 759.43 | 776.324 | 785.25 | 792.53 | 813.99 | 839.38 | 834.64 | 830.34 | 803.54 | 817.57 | 812.34 | 805.18 |
| 2010 | 807.379 | 815. 65 | 822.643 | 843.45 | 853.67 | 879.75 | 865.56 | 847.69 | 538.73 | 831.02 | 845.45 | 866.64 |

(三) 对房地产行业数据的平稳性检验

时间序列预测是以时间序列所能反映的社会经济现象的发展过程和规律性，进行隐身外推，预测其发展趋势的方法。它通过编制和分析时间序列，根据时间序列所反映出来的发展过程、方向和趋势，进行类推或延伸，借以预测下一段时间或以后若干年内可能达到的水平。其内容包括：收集与整理某种社会现象的历史资料；对这些资料进行检查鉴别，排成数列；分析时间数列，从中寻找出该社会现象随时间变化而变化的规律，得出一定的模式；以此模式去预测该社会现象将来的情况。

对于一个非平稳时序列而言，时间序列的数字特征是随时间的变化而变化的，也就是说，非平稳时序列在各个时间点上的随机规律是不同的，难以通过序列已知的信息去掌握时间序列整体上的随机性。因此，对于一个非平稳序列去建模，预测是困难的。而在时间中遇到的经济和金融数据大部分是非平稳时间序列。因此，一个可行而必要的方法就是要把一个非平稳时间序列通过某种变换划为一个平稳的时间序列。

通过单位根检验方法来判断一个序列是不是平稳序列。先考虑三种形式的回归模型，如下所示：

$$y_t = \rho y_{t-1} + u_t, t=1, 2, \dots, T \quad (59)$$

$$y_t = \rho y_{t-1} + a + u_t, t=1, 2, \dots, T \quad (60)$$

$$y_t = \rho y_{t-1} + a + \delta t + u_t, t=1, 2, \dots, T \quad (61)$$

其中, a 是常数, δt 是线性趋势函数, $u_t \sim i.i.d.N(0, \sigma^2)$ 。如果 $-1 < \rho < 1$, 则 y_t 是平稳序列。在上式中满足 $\rho = 1$, 则 y_t 序列就变成一阶单整非平稳序列。如果 $|\rho| > 1$, 该序列就成为发散序列。所以, 我们可以通过检验 ρ 是否严格小于 1 来判断一个序列是平稳序列还是发散序列。在假设检验过程中, 可以令原假设为 $H_0: \rho = 1$, 备选假设为 $H_1: \rho < 1$ 。

我们将上面三个方程两边同时减 y_{t-1} 得

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + u_t, t=1, 2, \dots, T \quad (62)$$

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + a + u_t, t=1, 2, \dots, T \quad (63)$$

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + a + \delta t + u_t, t=1, 2, \dots, T \quad (64)$$

在上式中令 $\gamma = \rho - 1$, 则原假设与备选假设就被改写成为:

$$\begin{cases} H_0: \gamma = 0 \\ H_1: \gamma < 0 \end{cases} \quad (65)$$

如果构造检验 $\hat{\gamma}$ 显著性水平的 t 统计量, 就可以通过最小二乘法来得到 γ 的估计值 $\hat{\gamma}$ 。但是, 这个 t 统计量在原假设条件下已不再服从 t 分布。在这个前提下, Mackinnon 给出了在不同样本下 t 统计量的临界值。这样就可以根据检验需求, 选择合适的临界值来判断是拒绝原假设还是接受原假设。

3.4.5.3 基于谱分析法的模型求解结果

房地产行业的景气周期波动与整个国民经济的景气周期波动一样, 是通过经济活动的各个环节来传播与扩展的。因此, 房地产行业的一个经济变量波动过程不足以能够说明整体国民经济景气周期波动特征。所以, 要判断房地产行业景气周期波动, 就必须同时考虑国民经济景气周期波动过程中的各个不同因素, 各个不同经济指标之间的相互关系。根据上述, 在分析房地产行业景气周期波动过程当中必须要运用经济周期波动理论中的扩展指数方法。扩展指数方法是, 当经济上升时期, 各项经济活动指标向上波动, 大部分经济景气指标持续上升, 当景气波动达到最高点时, 部分经济指标开始转变方向, 逐渐变为下降的经济指标。此时, 如果持续上升的经济指标与转变为下降的经济指标均等, 则表示景气进入了扩张与收缩的转折点。在该点以后, 经济景气下降的指标占据上风, 经济缓慢进入萧条阶段。根据这些反应经济景气活动的各项指标来计算扩展指数, 以此来判断经济扩张阶段与经济收缩阶段对国民经济产生的交叉作用, 研究在扩张与收缩的综合影响下, 整体国民经济景气周期波动的状况。

在 Matlab 的信号处理工具箱(Signal Processing Tool)下对经过平稳性检验和季节调整以后的全国房地产开发投资总额(表 23 的数据)进行谱分析的结果如图 6 所示。

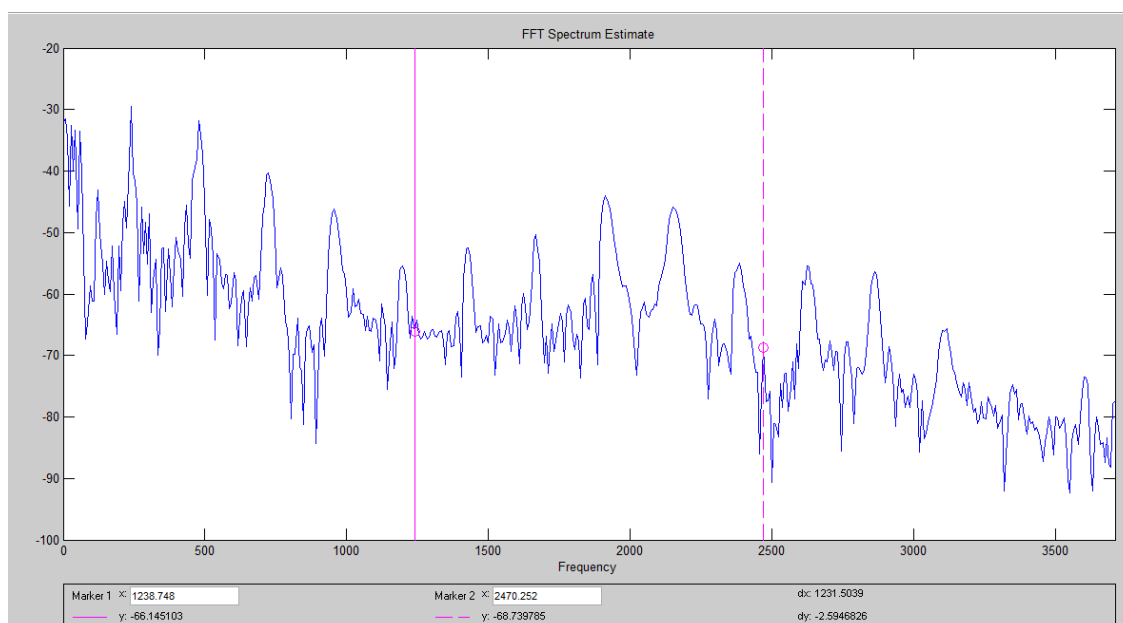


图 6 房地产开发投资总额的频谱分析图

结合上图，经分析可知，房地产行业开发投资总额的谱峰值最高出现在大约 2000 年度，从 1999 至 2005 年谱峰值普遍比较高。从对后三分之一段的谱像进行分析，可以看到大概在 2006 年、2007 年以后，房地产行业开发投资总额的谱峰数值逐渐变小，至 2008 和 2009 年达到谱谷。原因在于美国次贷引发经济危机的影响，使我国房地产行业走向低迷，到 2008-2009 年度达到这 10 年来的最低谷，预示着整个国民经济景气指数危机的到来。2009 年后，房地产行业的投资总额不断增加，呈现总体上升趋势，也预示着我国国民经济发展的良好势头。值得注意的是，2009 年至今房地产行业投资不断升温，房地产的价格也随之持续攀升。但我们相信，在国家有力调控下，房价会逐渐稳定在一个合理的水平上。

3.5 基于因子分析法的 AHP 房地产可持续发展模型

3.5.1 问题假设

- (1) 人口、环境、资源等因素在短时间内不发生重大变化。
- (2) 不考虑突发自然灾害和国际重大事件等对房地产行业发展的影响。

3.5.2 符号说明

| | |
|----------|-----------------------------------|
| B_i | 指标体系中一级指标，其中 $i = 1, 2, \dots, m$ |
| C_i | 指标体系中二级指标，其中 $i = 1, 2, \dots, m$ |
| X | 可观测随机向量 |
| $E(X)$ | 均值向量 |
| F | 不可测的向量 |
| A | 载荷因子矩阵 |
| a_{ij} | 载荷因子 |
| F_i | 公共因子，其中 $i = 1, 2, \dots, m$ |
| e_i | 特殊因子，其中 $i = 1, 2, \dots, m$ |

h_{i2} 因子载荷矩阵 A 中第 i 行元素平方和
 g_{j2} 因子载荷矩阵 A 中第 j 列元素平方和

3.5.3 建模分析

房地产行业涉及到环境、人口、资源、经济等诸多领域，并与工业、建筑业、金融业等国民经济行业有着密切的关联。房地产行业的可持续发展对于国民经济和城市经济的科学发展以及产业结构优化具有重要的意义。首先系统解析了房地产行业可持续发展的内涵。其次通过查阅房地产行业可持续发展研究报告、学术论文和咨询领域内相关专家等方式，确定出影响房地产行业可持续发展的 19 个主要因素，并在此基础上，初步构建了房地产行业可持续发展指标体系。进而引入因子分析法，通过因子分析、构造因子变量、因子旋转和因子得分等步骤，从主要因素中筛选出 11 个关键因素，得到优化后的房地产行业可持续发展指标体系。然后借助层次分析法确定各个一级指标和二级指标的权重，并对标准化指标进行赋权，构建出基于因子分析法的 AHP 房地产行业可持续发展模型。并将各个指标的具体数据代入模型中，得到房地产行业的评价得分。根据文中提出的分级标准，确定出天津市房地产行业可持续发展等级。最后，依据指标体系的优化结果和天津市房地产行业可持续发展的评定等级，分别从政府规划、房地产行业战略定位、居民房地产需求以及与环境、资源关系等角度，对房地产行业的可持续发展问题提出相应的对策建议。

3.5.4 模型建立

3.5.4.1 房地产行业可持续发展内涵解析

房地产行业可持续发展是房地产行业科学发展的基本要求之一，具体是指房地产行业的发展既要满足当代人对房地产的需求，又要合理利用土地及各种资源，保护生态环境，注重人与自然和谐发展，不损害后代人满足其对房地产的基本需求的一种发展模式。房地产行业可持续发展系统图如图 7 所示：

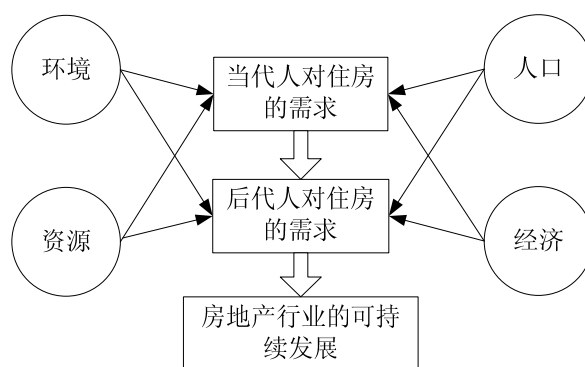


图 7 房地产行业可持续发展系统图

房地产行业可持续发展的核心是满足当代人的房地产需求和后代人的房地产需求，在发展过程中要坚持公平性、持续性、共同性的原则，不仅要积极保持房地产业自身的不断增长，还要兼顾与国民经济的其他行业协调发展。

3.5.4.2 房地产行业可持续发展评价指标体系构建

构建房地产行业可持续发展评价指标体系的关键在于寻找出影响房地产行业长远发展的主要因素。依据目前有关房地产行业可持续发展研究的报告、相关论文以及专家咨询等方法，结合题目中给定的天津市统计数据，确定了主要因素，并以此为基础构建了房地产行业可持续发展评价指标体系，如图 8 所示。

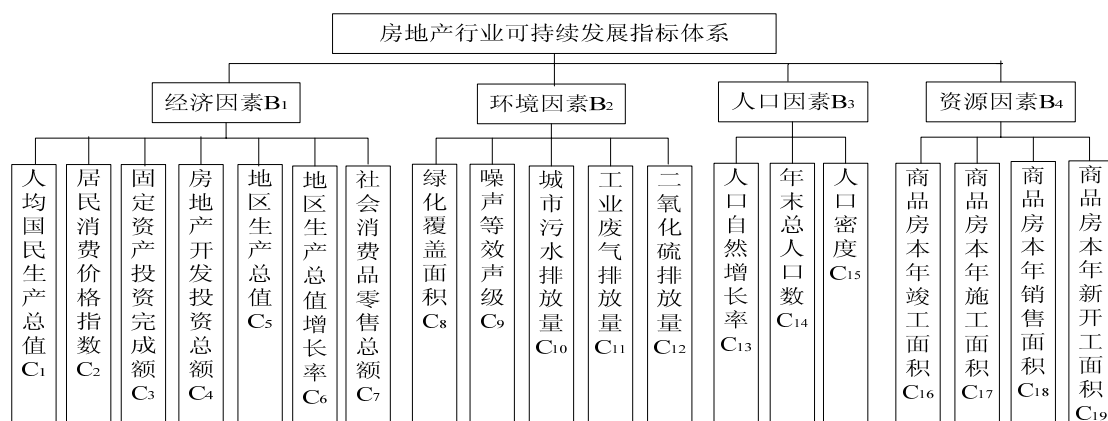


图 8 房地产行业可持续发展指标体系

3.5.4.3 基于因子分析法的房地产行业可持续发展评价指标体系优化

(一) 数据标准化处理

由于房地产行业覆盖范围广，涉及领域多，在影响其可持续发展的诸多因素中，既有定性定量之分，又有量纲不同之别，为后期数据的处理和运算带来了较大难度。因而，必须寻找方法，对各个指标对应的数据进行预处理。

本文采用指数化处理方法，以指标的最大值和最小值的差距进行数学计算，使其结果介于 0-1 之间，具体计算公式如下：

$$C_j = \frac{|T_i - T_{\min}|}{|T_{\max} - T_{\min}|} \times 100\% \quad (66)$$

其中， C_j 是评价值， T_i 为实际观察值。

运用 SPSS13.0 软件对指标数据进行无量纲处理（处理中要注意数据对可持续发展是正效应还是负效应），结果如表 24 所示：

表 24 经济因素评价指标标准化后的数据

| 代码 | 经济评价指标 | 年 份 | | | | | | |
|-------|-----------|----------|----------|----------|----------|---------|----------|----------|
| | | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
| C_1 | 人均国民生产总值 | -1.31207 | -0.94664 | -0.42215 | -0.10655 | 0.31683 | 1.09300 | 1.37758 |
| C_2 | 居民消费价格总指数 | -1.23276 | -0.46910 | -0.31637 | 1.05821 | 1.66914 | -0.39274 | -0.31637 |
| C_3 | 固定资产投资额 | -0.91430 | -0.75752 | -0.57381 | -0.42384 | 0.05010 | 0.74034 | 1.87902 |
| C_4 | 房地产开发投资总额 | -1.18209 | -0.92782 | -0.57705 | -0.17342 | 0.34232 | 1.04537 | 1.47268 |
| C_5 | 地区生产总值 | -1.19097 | -0.94581 | -0.48957 | -0.13520 | 0.24562 | 0.93874 | 1.57718 |
| C_6 | 地区生产总值增长率 | -1.89072 | 0.22589 | 0.97293 | -0.80752 | 0.37530 | 0.52471 | 0.59941 |
| C_7 | 社会消费品零售总额 | -1.10715 | -0.78972 | -0.57279 | -0.25542 | 0.10387 | 0.91623 | 1.70498 |

表 25 环境因素评价指标标准化后的数据

| 代码 | 环境评价指标 | 年 份 | | | | | | |
|----------|---------|----------|----------|----------|---------|----------|----------|----------|
| | | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
| C_8 | 绿化覆盖面积 | -1.76462 | -1.06881 | 0.25120 | 0.56458 | 0.62846 | 0.66266 | 0.72653 |
| C_9 | 噪声等效声级 | 1.36753 | 0.56980 | 0.56980 | 0.56980 | -1.02565 | -1.02565 | -1.02565 |
| C_{10} | 城市污水排放量 | -1.38169 | -1.16676 | -0.55326 | 0.82780 | 0.85616 | 0.69808 | 0.71967 |
| C_{11} | 工业废气排放量 | -0.65293 | -1.73372 | -0.45205 | 1.13344 | 0.29836 | 0.71258 | 0.69432 |
| C_{12} | 二氧化硫排放量 | 0.90885 | -1.43901 | 1.36327 | 0.60590 | -0.15147 | -0.53016 | -0.75737 |

表 26 人口因素评价指标标准化后的数据

| 代码 | 人口评价指标 | 年 份 | | | | | | |
|----------|---------|----------|----------|----------|----------|---------|---------|---------|
| | | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
| C_{13} | 人口自然增长率 | -1.26034 | -1.18274 | -0.65511 | 0.55535 | 0.79589 | 1.11402 | 0.63294 |
| C_{14} | 年末总人口数 | -1.26149 | -0.91460 | -0.59005 | -0.07438 | 0.44937 | 0.91478 | 1.47638 |
| C_{15} | 人口密度 | -1.23995 | -0.91448 | -0.60723 | -0.12120 | 0.49068 | 0.93072 | 1.46145 |

表 27 资源因素评价指标标准化后的数据

| 代码 | 资源评价指标 | 年 份 | | | | | | |
|----------|------------|----------|----------|----------|----------|---------|----------|---------|
| | | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
| C_{16} | 商品房本年竣工面积 | -1.58948 | -1.04823 | -0.02761 | 0.08526 | 0.59175 | 0.85294 | 1.13537 |
| C_{17} | 商品房本年施工面积 | -1.33357 | -0.94340 | -0.51499 | -0.03923 | 0.45205 | 1.06642 | 1.31272 |
| C_{18} | 商品房本年销售面积 | -1.47204 | -1.28782 | 0.42071 | 0.57349 | 0.84737 | -0.05517 | 0.97347 |
| C_{19} | 商品房本年新开工面积 | -1.53076 | -0.93301 | -0.35981 | 0.15659 | 0.48508 | 0.99993 | 1.18200 |

(二) 因子分析法的基本原理

1、因子分析模型

因子分析法是从研究变量内部相关的依赖关系出发,把一些具有错综复杂关系的变量归结为少数几个综合因子的一种多变量统计分析方法。它的基本思想是将观测变量进行分类,将相关性较高,即联系比较紧密的分在同一类中,而不同类变量之间的相关性则较低,那么每一类变量实际上就代表了一个基本结构,即公共因子。对于所研究的问题就是试图用最少数个数的不可测的所谓公共因子的线性函数与特殊因子之和来描述原来观测的每一分量。

因子分析模型描述如下:

(1) $X = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ 是可观测量随机向量, 均值向量 $E(X)=0$, 协方差阵 $\Sigma = \text{Cov}(X)$, 且协方差阵与相关矩阵 R 相等 (只要将变量标准化即可实现)。

(2) $F = (F_1, F_2, \dots, F_m)$ ($m < p$) 是不可测的向量, 其均值向量 $E(F)=0$, 协方差矩阵 $\text{Cov}(F)=I$, 即向量的各分量是相互独立的。

(3) $e = (e_1, e_2, \dots, e_p)$ 与 F 相互独立, 且 $E(e)=0$, e 的协方差阵是对角阵, 即各分量 e 之间是相互独立的, 则模型:

$$x_1 = a_{11}F_1 + a_{12}F_2 + \dots + a_{1m}F_m + e_1 \quad (67)$$

$$x_2 = a_{21}F_1 + a_{22}F_2 + \dots + a_{2m}F_m + e_2 \quad (68)$$

.....

$$x_p = a_{p1}F_1 + a_{p2}F_2 + \dots + a_{pm}F_m + e_p \quad (69)$$

称为因子分析模型, 由于该模型是针对变量进行的, 各因子又是正交的, 所以也称为 R 型正交因子模型。

其矩阵形式为:

$$x = AF + e \quad (70)$$

其中, $m < p$, $\text{Cov}(F, e)=0$ $D(F) = I_m$ 。

我们把 F 称为 X 的公共因子或潜因子, 矩阵 A 称为因子载荷矩阵, e 称为 X 的特殊因子。

$A = (a_{ij})$, 其中 a_{ij} 为因子载荷。数学上可以证明, 因子载荷 a_{ij} 就是第 i 变量与第 j 因子的相关系数, 反映了第 i 变量在第 j 因子上的重要性。

2、因子旋转

建立因子分析模型的目的不仅是找出主因子, 更重要的是知道每个主因子的意义, 以便对实际问题进行分析。如果求出主因子解后, 各个主因子的典型代表变量不很突出, 还需要进行因子旋转, 通过适当的旋转得到比较满意的主因子。

3、因子得分

因子分析模型建立后, 还有一个重要的作用是应用因子分析模型去评价每个样品在整个模型中的地位, 即进行综合评价。设公共因子 F 由变量 X 表示的线性组合为:

$$F_j = u_{j1} x_{j1} + u_{j2} x_{j2} + \dots + u_{jp} x_{jp}, (j = 1, 2, \dots, m) \quad (71)$$

该式称为因子得分函数, 由它来计算每个样品的公共因子得分。

4、因子分析步骤。详细内容见附录。

(三) 指标体系优化

1、指标的巴特莱球性检验

在采用因子分析法对变量进行分析以前, 需对变量进行巴特莱球性检验、计算 KMO(Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy)值的检验, 通过对这些统计量的综合考虑, 判断是否应对变量进行因子分析。使用 spss13.0 检验如下:

表 28 经济因素的巴特莱球性检验

| | | |
|--|--------------------|--------|
| Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy. | | .725 |
| Bartlett's Test of Sphericity | Approx. Chi-Square | 42.861 |
| | df | 10 |
| | Sig. | .004 |

表 29 人口因素的巴特莱球性检验

| | | |
|--|--------------------|--------|
| Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy. | | .721 |
| Bartlett's Test of Sphericity | Approx. Chi-Square | 35.907 |
| | df | 3 |
| | Sig. | .000 |

表 30 环境因素的巴特莱球性检验

| | | |
|--|--------------------|--------|
| Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy. | | .865 |
| Bartlett's Test of Sphericity | Approx. Chi-Square | 46.754 |
| | df | 3 |
| | Sig. | .000 |

表 31 资源因素的巴特莱球性检验

| | | |
|--|--------------------|--------|
| Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy. | | .745 |
| Bartlett's Test of Sphericity | Approx. Chi-Square | 38.467 |
| | df | 6 |
| | Sig. | .034 |

2、选取二级指标

通过 spss13.0 对每组因子进行反旋转，得到反旋转后的载荷矩阵，如下表：

表 32 经济因素反旋转后的载荷矩阵

| | Component | |
|----------|-----------|-------|
| | 1 | 2 |
| VAR00001 | .967 | .222 |
| VAR00002 | .070 | .971 |
| VAR00003 | .986 | -.025 |
| VAR00004 | .976 | .180 |
| VAR00005 | .982 | .160 |
| VAR00006 | .556 | .356 |
| VAR00007 | .993 | .067 |

表 33 人口因素反旋转后的载荷矩阵

| | Component |
|----------|-----------|
| | 1 |
| VAR00001 | .988 |
| VAR00002 | .988 |
| VAR00003 | .948 |

表 34 环境因素反旋转后的载荷矩阵

| | Component | |
|----------|-----------|-------|
| | 1 | 2 |
| VAR00001 | .933 | .195 |
| VAR00002 | .030 | .977 |
| VAR00003 | .975 | -.158 |
| VAR00004 | .945 | -.116 |
| VAR00005 | -.745 | .596 |

表 35 资源因素反旋转后的载荷矩阵

| | Component |
|----------|-----------|
| | 1 |
| VAR00001 | .988 |
| VAR00002 | .988 |
| VAR00003 | .948 |

以经济因素为例进行分析。由图 8 可知，经济因素一级指标下共包含了 7 个待筛选的二级指标。根据表 32 的运算结果，可以分析得出，编号为 C_2 的居民消费价格指数对其特征因子的作用比较明显，且明显前强于其他指标，因此可以把该特征因子命名为“居民消费价格指数”；编号为 C_3 的固定资产投资完成额指标对其特征因子的作用比较明显，且明显前强于其他指标项目，因此可以把该特征因子命名为“固定资产投资完成额”。依照此法，通过逐次筛选，最终得到 4 个一级指标和 11 个二级指标。优化后的指标体系如图 9 所示：

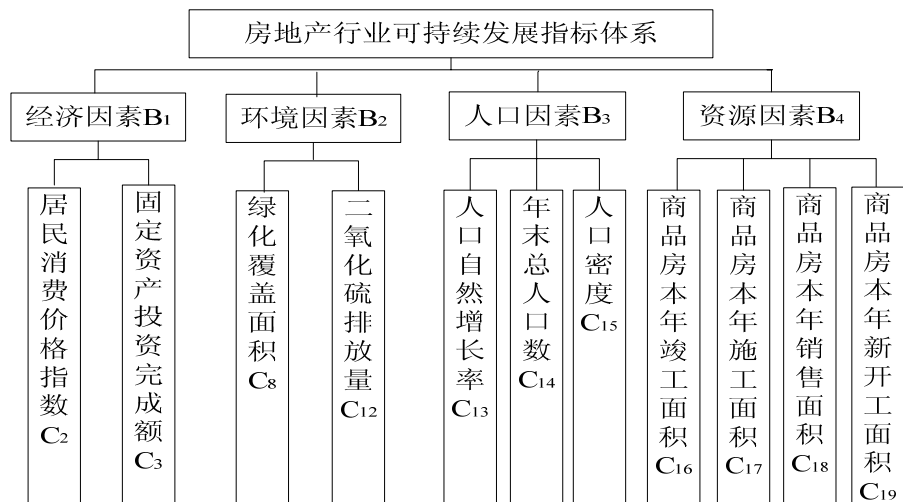


图9 优化后的指标体系

优化后的指标体系由经济因素、环境因素、人口因素和资源因素4个一级指标构成。其中，经济因素由居民消费价格指数和固定资产投资完成额构成；环境因素由绿化覆盖面积和二氧化硫排放量构成；人口因素由人口自然增长率、年末总人口数和人口密度构成；资源因素由商品房本年竣工面积、商品房本年施工面积、商品房本年销售面积和商品房本年新开工面积构成。

3.5.4.4 指标权重确定

采用 Delphi 法，通过专家数轮打分，得到一致分数后，建立矩阵，得到其权重：

表 36 一级评价指标权重系数

| | B ₁ | B ₂ | B ₃ | B ₄ | w _i |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| B ₁ | 1 | 6 | 4 | 2 | 0.366 |
| B ₂ | 1/6 | 1 | 1/4 | 1/5 | 0.128 |
| B ₃ | 1/4 | 4 | 1 | 1/2 | 0.221 |
| B ₄ | 1/2 | 5 | 5 | 1 | 0.285 |

其矩阵一致性比例为 0.0019。

表 37 经济因素评价指标权重系数

| | C ₂ | C ₃ | w _i |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| C ₂ | 1 | 2 | 0.6419 |
| C ₃ | 1/2 | 1 | 0.3581 |

其矩阵一致性比例为 0.0012。

表 38 环境因素评价指标权重系数

| | C ₈ | C ₁₂ | w _i |
|-----------------|----------------|-----------------|----------------|
| C ₈ | 1 | 3 | 0.598 |
| C ₁₂ | 1/3 | 1 | 0.402 |

其矩阵一致性比例为 0。

表 39 人口因素评价指标权重系数

| | C ₁₃ | C ₁₄ | C ₁₅ | w _i |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|
| C ₁₃ | 1 | 7 | 5 | 0.574 |
| C ₁₄ | 1/7 | 1 | 1/2 | 0.185 |
| C ₁₅ | 1/5 | 2 | 1 | 0.241 |

其矩阵一致性比例为 0.0043。

表 40 资源因素评价指标权重系数

| | C ₁₆ | C ₁₇ | C ₁₈ | C ₁₉ | w _i |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|
| C ₁₆ | 1 | 2 | 4 | 1/3 | 0.255 |
| C ₁₇ | 1/2 | 1 | 4 | 1/4 | 0.219 |
| C ₁₈ | 1/4 | 1/4 | 1 | 1/7 | 0.127 |
| C ₁₉ | 3 | 4 | 7 | 1 | 0.399 |

其矩阵一致性比例为 0.0019。

基于上述分析运算，可以建立基于因子分析法的 AHP 房地产行业可持续发展模型，如图 10 所示：

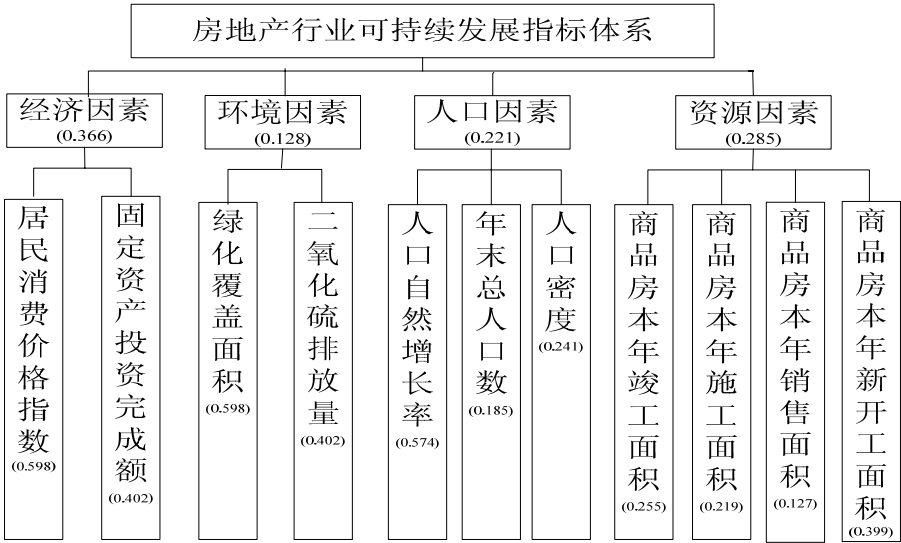


图 10 基于因子分析法的 AHP 房地产行业可持续发展模型

3.5.5 模型求解

3.5.5.1 赋权后数据处理

根据 3.5.4 中确定的权重对标准化指标进行赋权，得到赋权后的数据：

表 41 赋权后经济因素指标指数

| B ₁ 经济指标 | 权重 | 年 份 | | | | | | |
|-------------------------|-------|----------|----------|----------|----------|---------|----------|----------|
| | | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
| C ₂ 居民消费价格指数 | 0.598 | -0.73719 | -0.28052 | -0.18918 | 0.63284 | 0.99815 | -0.23485 | -0.18919 |
| C ₃ 固定资产投资额 | 0.402 | -0.36755 | -0.30452 | -0.23067 | -0.17038 | 0.02014 | 0.29761 | 0.75537 |
| B ₁ 经济指标 | 1 | -1.10474 | -0.58504 | -0.41985 | 0.46246 | 1.01829 | 0.06276 | 0.56618 |

表 42 赋权后人口因素指标指数

| B ₂ 人口指标 | 权重 | 年 份 | | | | | | |
|-------------------------|-------|----------|----------|----------|----------|---------|---------|---------|
| | | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
| C ₁₄ 年末总人口数 | 0.185 | -0.23338 | -0.16920 | -0.10916 | -0.01376 | 0.08313 | 0.16923 | 0.27313 |
| C ₁₅ 人口密度 | 0.241 | -0.29883 | -0.22039 | -0.14634 | -0.02921 | 0.11825 | 0.22430 | 0.35221 |
| C ₁₃ 人口自然增长率 | 0.574 | -0.72344 | -0.67889 | -0.37603 | 0.31877 | 0.45684 | 0.63945 | 0.36331 |
| B ₂ 人口指标 | 1 | -1.25565 | -1.06848 | -0.63153 | 0.2758 | 0.65822 | 1.03298 | 0.98865 |

表 43 赋权后环境因素指标指数

| B_3 环境指标 | 权重 | 年 份 | | | | | | |
|-----------------|--------|----------|----------|---------|---------|----------|----------|----------|
| | | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
| C_8 绿化覆盖面积 | 0.3581 | -0.63191 | -0.38274 | 0.08995 | 0.20218 | 0.22505 | 0.23730 | 0.26017 |
| C_{12} 二氧化硫排放 | 0.6149 | 0.5589 | -0.88485 | 0.83827 | 0.37257 | -0.09314 | -0.32599 | -0.46571 |
| B_3 环境指标 | 1 | -0.07301 | -1.26759 | 0.92822 | 0.57475 | 0.13191 | -0.08869 | -0.20554 |

表 44 赋权后资源因素指标指数

| B_4 资源指标 | 权重 | 年 份 | | | | | | |
|---------------------|-------|----------|----------|----------|----------|---------|----------|---------|
| | | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
| C_{16} 商品房本年竣工面积 | 0.255 | -0.40532 | -0.26730 | -0.00704 | 0.02174 | 0.15090 | 0.21750 | 0.28952 |
| C_{17} 商品房本年施工面积 | 0.219 | -0.29205 | -0.20660 | -0.11278 | -0.00859 | 0.09899 | 0.23355 | 0.28749 |
| C_{18} 商品房本年销售面积 | 0.127 | -0.18695 | -0.16355 | 0.05343 | 0.07283 | 0.10762 | -0.00701 | 0.12363 |
| C_{19} 商品房本年新开工面积 | 0.399 | -0.61077 | -0.37227 | -0.14356 | 0.06248 | 0.19355 | 0.39897 | 0.47162 |
| B_4 资源指标 | 1 | -1.30814 | -1.00972 | -0.20995 | 0.14846 | 0.55106 | 0.84301 | 1.17226 |

表 45 汇总指标指数

| 指标 | 权重 | 年 份 | | | | | | |
|------------|-------|----------|----------|----------|---------|---------|----------|----------|
| | | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
| B_1 经济指标 | 0.366 | -0.40433 | -0.21412 | -0.15367 | 0.16926 | 0.37269 | 0.02297 | 0.02072 |
| B_2 人口指标 | 0.128 | -0.16072 | -0.13677 | -0.08084 | 0.03530 | 0.08423 | 0.13222 | 0.12655 |
| B_3 环境指标 | 0.221 | -0.01614 | -0.28014 | 0.20514 | 0.12702 | 0.02915 | -0.01960 | -0.04542 |
| B_4 资源指标 | 0.285 | -0.37282 | -0.28777 | -0.05984 | 0.04231 | 0.15705 | 0.24026 | 0.33409 |
| 房地产可持续发展指标 | 1 | -0.95401 | -0.9188 | -0.08921 | 0.37389 | 0.64312 | 0.37585 | 0.43594 |

3.5.5.2 结果评价分析

为了对指标的判断更加清晰明了，根据可持续发展度相对应的取值范围进行度量，对所有指数进行合理调整，带入公式：

$$C_{\text{新}} = (C_{\text{原}} + 1) \times 50 \quad (72)$$

得到调整后的指标指数如表 46 所示：

表 46 调整后的指标指数

| 指标 | 权重 | 年 份 | | | | | | |
|------------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
| C_1 经济指标 | 0.366 | 29.7835 | 39.294 | 42.4165 | 58.463 | 68.6345 | 51.1485 | 51.036 |
| C_2 人口指标 | 0.128 | 41.964 | 43.1615 | 45.958 | 51.765 | 54.2115 | 56.611 | 56.3275 |
| C_3 环境指标 | 0.221 | 49.193 | 35.993 | 39.743 | 56.351 | 51.4575 | 49.02 | 47.729 |
| C_4 资源指标 | 0.285 | 31.359 | 35.6115 | 47.008 | 52.1155 | 57.8525 | 62.013 | 66.7045 |
| 房地产可持续发展指标 | 1 | 2.2995 | 4.06 | 45.5385 | 68.6945 | 72.156 | 68.7925 | 71.797 |

对照天津市企业家信心指数和房地产景气指数，参考领域内相关专家的意见，对天津市房地产行业可持续发展情况进行分级评定，具体分级评定标准如表 47 所示。

表 47 房地产行业可持续发展分级标准

| 评分 | 0~20 | 20~40 | 40~60 | 60~80 | 80~100 |
|--------|------|-------|-------|-------|--------|
| 等级 | 五级 | 四级 | 三级 | 二级 | 一级 |
| 可持续发展度 | 低 | 较低 | 中 | 较高 | 高 |

可见，天津市房地产行业在 2003 和 2004 年为五级，2005 年为三级，2006-2009 年为二级。

将房地产行业可持续发展评价分值进行归一化处理，对应表 47 分类标准，可判定天津市房地产行业可持续发展情况。天津市房地产行业可持续发展趋势，如图 11 所示。

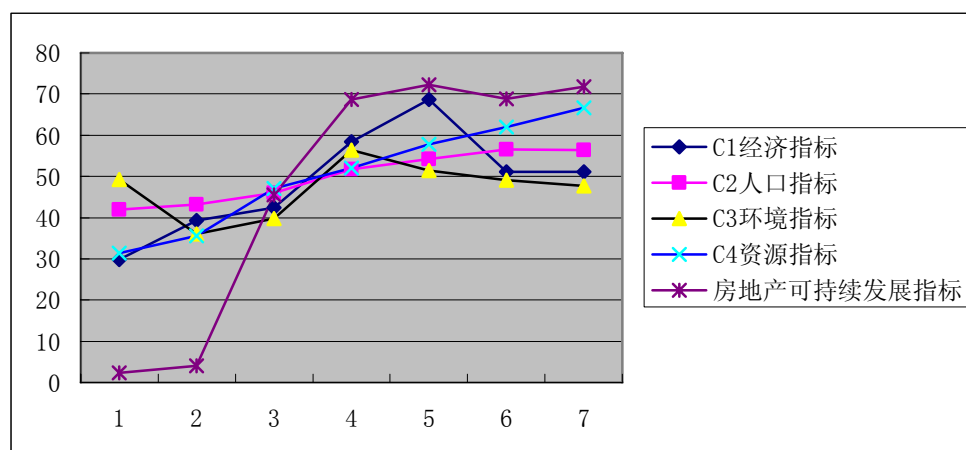


图 11 天津市房地产行业可持续发展趋势图（2003-2008 年）

（1）环境指标评价：从上表中可以直观看出天津市的环境指标维持在可持续发展的指标范围之内，但是相对其他指标，环境问题还是比较突出的，天津市需要加强环境保护力度，促进房地产行业可持续发展。

（2）人口指标评价：天津市人口保持平稳增长，指标总体保持在可持续发展的范围内。

（3）总体来看，天津市现在的房地产可持续发展性强，这主要得益于国家的政策调控得力，才较好保持了天津市房地产行业的高可持续发展，而且各方面也都支持者房地产行业的可持续发展。

3.5.6 对策建议

研究房地产行业的可持续发展问题，要以系统的观点，将其置于整个国民经济的大环境中综合考虑，从政府政策、行业定位等多个方面统一调度协调。针对目前天津市房地产业发展现状，结合本问题的结论，现对天津市房地产行业可持续发展问题提出如下对策建议：

（一）合理定位，统筹协调，促进房地产行业健康持续发展

由图 11 可知，房地产的可持续发展与经济、人口、环境、资源等因素均有密切关系。要想房地产行业健康持续发展，必须统筹各方因素，共促房地产行业依法、有序、协调发展。

（二）紧贴需求，优化设计，确立正确的战略方向

如前数据分析可知，天津市环境因素的可持续发展状况不容乐观，而且环境因素与房地产行业有紧密关联，所以我们必须拥有战略眼光，合理开发，以环境保护为前提，这样才能保证房地产行业进入良性循环。

（三）控制增长，提高素质，积极引导居民正确的房地产需求

作为主要的消费群体，居民的房地产需求将直接影响到房地产建筑面积、营销理念和价格定位，对房地产行业的发展起着一定的导向作用。要坚决贯彻国家政策，控制人口过快增长，稳定居民的潜在房地产需求。与此同时，还要不断提高人口素质，改善居住环境。引导居民根据自身经济条件、住房需求、消费层次等方面，合理定位对房地产的需求。

3.6 基于灰色理论的商品房价格预测模型

3.6.1 模型假设

- (1) 国民经济发展态势良好，天津市房地产业无重大经济波动产生。
- (2) “信息不完全”是绝对的。
- (3) 题中所给的商品房平均价格等数据均真实可靠。

3.6.2 符号说明

| | |
|---------------|------------------|
| a | 待估参数向量 |
| X^0 | 原始数据序列 |
| X^1 | X^0 的生成数据序列 |
| Z^1 | X^1 的紧邻均值生成 |
| \hat{X}^1 | X^1 的模拟值序列 |
| \hat{X}^0 | X^0 的模拟值序列 |
| $ S $ | X 的灰色关联度 |
| $ \hat{S} $ | \hat{X} 的灰色关联度 |
| ε | 绝对灰色关联度 |

3.6.3 建模分析

房价的高低涉及社会生活中多方面的经济利益，它已成为当今百姓最为关注的问题之一。然而，如今市场的态势瞬息万变，影响房价增降的因素非常庞杂，很难对房价进行准确的预测。同时，由于信息的不对称和房地产行业投机等现象的存在，导致部分与房价相关的信息难以确知，造成定量研究房价的趋势异常困难。

灰色系统理论就是研究一种带有不确定性现象的理论。主要通过对“部分”已知信息的生成、开发，提取有价值的信息，实现对系统运行行为、演化规律的正确描述和有效监控。对于房价预测问题的求解，我们以灰色理论为基础，构建灰色理论商品房价格预测模型，并对 2011-2013 年天津市的商品房价格进行了预测。

3.6.4 模型建立

根据灰色理论，先以天津市 1999-2009 年的商品房均价数据来建立 $GM(1,1)$ 模型。记原始数据序列 X^0 为：

$$X^0 = \{x^0(1), x^0(2), x^0(3), \dots, x^0(11)\} \quad (73)$$

带入具体数值有：

$$X^0 = \{2251, 2328, 2375, 2487, 2518, 3115, 4055, 4774, 5811, 6015, 6886\}$$

故相应的累加生成序列为：

$$X^1 = \{x^1(1), x^1(2), x^1(3), \dots, x^1(11)\} \quad (74)$$

带入数值有：

$$X^1 = \{2251, 4579, 6954, 9441, 11959, 15074, 19129, 23903, 29714, 35729, 42615\}$$

Z^1 为 X^1 紧邻均值生成序列，满足

$$Z^1 = \{z^1(1), z^1(2), z^1(3), \dots, z^1(n)\} \quad (75)$$

其中， $Z^1(k) = 0.5x^1(k) + 0.5x^1(k-1)$ ， $k = 1, 2, \dots, n$ 。

$$Z^1 = \{2251, 3415, 5766.5, 8197.5, 10700, 13516.5, 17101.5, 21516, 26808.5, 32721.5, 39172\}$$

故有

$$B = \begin{bmatrix} -3415 & -5766.6 & -8197.5 & -10700 & -13516.5 & -17101.5 & -21516 & -26808.5 & -32721.5 & -39172 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$Y = [2328 \ 2375 \ 2487 \ 2518 \ 3115 \ 4055 \ 4774 \ 5811 \ 6015 \ 6886]^T$$

$$B^T B = \begin{bmatrix} 4488536902.5 & -178915 \\ -178915 & 10 \end{bmatrix}$$

对矩阵求逆，得：

$$[B^T B]^{-1} = \begin{bmatrix} 7.76711589231292e-10 & 1.38965353987317e-05 \\ 1.38965353987317e-05 & 0.348629863086408 \end{bmatrix}$$

进而求得：

$$[B^T B]^{-1} B^T Y = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.142381413888184 \\ 1488.98293341955 \end{bmatrix}$$

至此，可以确定模型为：

$$\frac{dx^1}{dt} - 0.142381413888184x^1 = 1488.98293341955 \quad (76)$$

解得模型为：

$$\begin{aligned} \hat{x}^1(k+1) &= (x^0(1) - b/a)e^{-ak} + b/a \\ &= 12707.34059e^{0.142381413888184k} - 10456.34059 \end{aligned} \quad (77)$$

为对模型进行评价，下面对 X 与 \hat{X} 的灰色关联度进行计算。

求出 X^1 的模拟序列：

$\hat{X}^1=(2251,4195.63965721015,6437.84095957327,9023.13570128983,12004.0227851137,15441.0343038112,19403.9647495045,23973.2883121309,29241.7930477268,35316.4651011636,42320.6612457519)$

还原 X^0 的模拟值，由 $\hat{x}^0(k+1)=\hat{x}^1(k+1)-\hat{x}^1(k)$ ，得：

$\hat{X}^0=(2251,1944.63965721015,2242.20130236312,2585.29474171656,2980.88708382387,3437.01151869752,3962.93044569328,4569.32356262636,5268.50473559592,6074.6720534368,7004.19614458834)$

下面，利用以上数据计算 X 与 \hat{X} 的灰色关联度：

$|S|=10548.30$ ， $|\hat{s}|=10545.79$ ，故有 $|\hat{s}-S|=2.511$

$$\varepsilon=(1+|S|+|\hat{s}|)/(1+|S|+|\hat{s}|+|\hat{s}-S|) \quad (78)$$

带入数值，进行计算得 $\varepsilon=0.999881029>0.90$ ，达到一级精度标准，可见该模型具有很好的预测精度。

因此，所建立的基于灰色理论的商品房价预测模型为：

$$\hat{x}^1(k+1)=12707.34059e^{0.142381413888184k}-10456.34059 \quad (79)$$

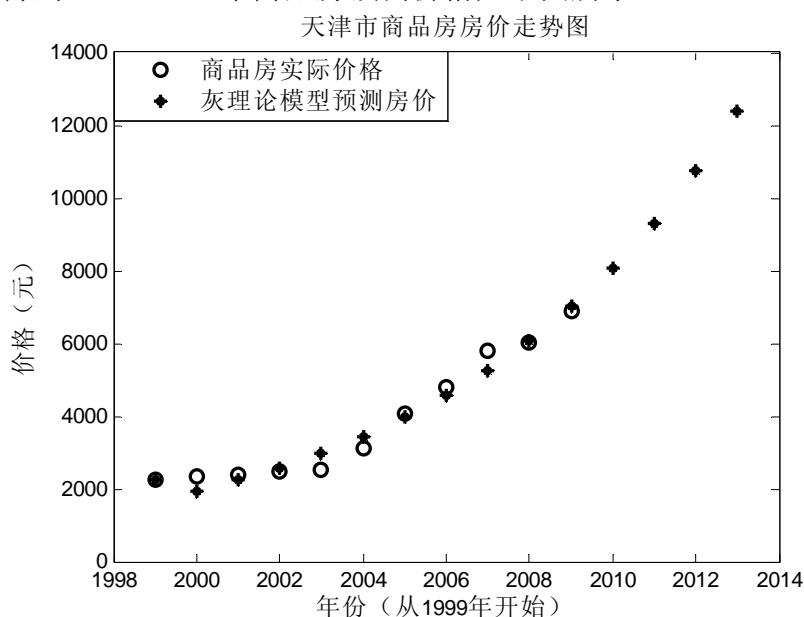
3.6.5 模型求解

当 k 分别取 12,13,14 时，我们可以预测 2011-2013 年的商品房价如下表所示：

表 48 2011-2013 年的商品房价预测结果

| 年份 | 商品房价（元/平方米） |
|--------|-------------|
| 2011 年 | 9311.70533 |
| 2012 年 | 10736.54841 |
| 2013 年 | 12379.41576 |

利用灰色模型得到 1999-2013 年商品房预测价格如下图所示。



从上图我们可以直观的看出，从 1999 年至 2009 年，利用灰色理论构建模型得出的商品房预测价格与实价较为吻合，计算每年预测值对于实际值的相对误差 ξ 的绝对值：

$$|\xi| = \frac{|P_{\text{预}} - P_{\text{实}}|}{P_{\text{实}}} \times 100\% \quad (80)$$

计算结果如表所示：

表 49 相对误差表

| 年份 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
|---------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $ \xi $ | 0 | 7.88% | 5.59% | 3.95% | 6.47% | 7.13% | 2.27% | 4.29% | 9.34% | 0.99% | 1.72% |

表中数据说明，1999-2009 年预测商品房房价的相对误差均在 10% 以内，其中 2007 年房价的相对误差最大，为 9.34%。于是，我们可以认为模型可以较为真实地预测房价的走势。

天津“十二五”规划纲要提出的全市经济社会发展要实现生产总值年均增长 12%，城乡居民收入年均增 10% 以上。经济高速发展，社会财富迅速增加，在这一大背景下，房价持续上升是必然的趋势。

为遏制房价过快增长，国家近年出台了“国十条”等调控政策，表达出国家房价调控的决心。但在市场经济中，价格是由市场决定的，在整体趋势上，政府并不能改变价格变动的本质。从 2010-2012 的预测数据我们可以很明确地看出天津的商品房房价在近年还会持续攀升。

3.7 基于系统动力学的房地产泡沫预警模型

3.7.1 问题假设

- (1) 不考虑国际重大事件和突发自然灾害等因素对房地产行业的影响。
- (2) 房地产系统是个有限且完整的复杂系统。

3.7.2 符号说明

| | |
|----------|------------|
| P_1 | 施工延迟时间 |
| P_2 | 开工延迟时间 |
| P_3 | 销售延迟时间 |
| Q_1 | 月均累计施工面积 |
| Q_2 | 月均累计购置土地面积 |
| Q_3 | 月均新开工面积 |
| Q_4 | 月均销售面积 |
| Q_5 | 月累计待销售面积 |
| W | 月均竣工面积 |
| a | 容积率 |
| θ | 自住需求常数 |
| μ | 利率 |

3.7.3 建模分析

近来房价持续处于高位，泡沫预警指标持续上涨，市场积累的风险逐渐加大，房地产泡沫问题成为社会十分担忧的问题。本文引入系统动力学(SD)模型的研究方法，模拟房地产系统的运行模式，本文利用 VENSIM 系统仿真软件进行 SD 模型的刻画和描述。

3.7.4 模型建立

3.7.4.1 系统的边界分析

房地产系统通常是由供给、需求和价格三个子系统组成，而从理论和实践上来看，与房地产供给系统密切相关的变量包括：新开工建设面积、施工面积、竣工面积、房价、房地产投资、利率等；与房地产需求系统密切相关的变量有：城市人口、家庭收入、房价、购房者预期、风险偏好等。此外为了研究宏观调控政策的需要，系统中还可以加入容积率、限期开工、限购等政策系数。

3.7.4.2 系统的因果关系

确定系统边界后，需对纳入模型的互相关变量进行分析，在系统动力学(SD)中变量之间的相互关系被概括成因果关系。因果关系反映了系统动态形成原因的基础。

3.7.4.3 房地产泡沫预警模型

因果关系刻画了模型变量之间的相关性和反馈过程，为了进一步明确变量性质和分析逻辑关系，本文引入水平变量、速率变量、辅助变量和常数等概念，并将相关变量动态化过程通过反馈、延迟等要素刻画出来，以构成更加深入的系统行为关系图，从而明确系统反馈形式和控制规律。因此，本文利用 VENSIM 系统动力学软件着手构建系统的流程图，首先从物质流守恒出发，模拟了房地产系统的若干相干量相互作用的情况。

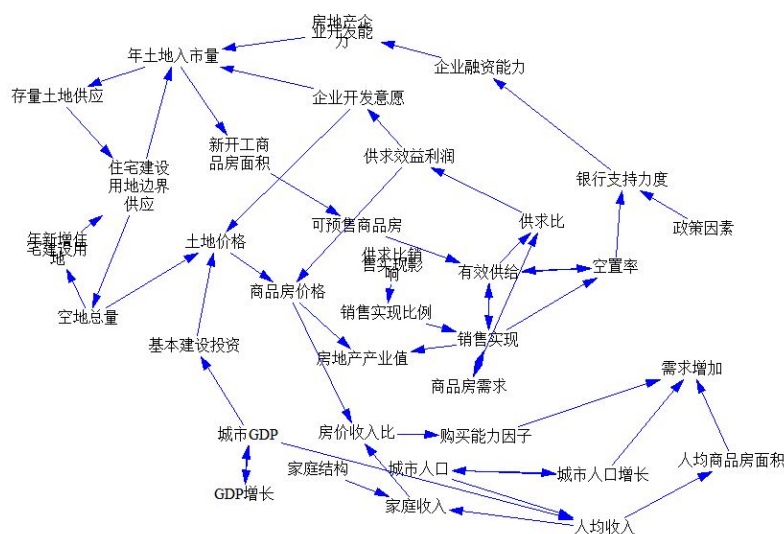


图 13 房地产系统流程图

由图 13 可以看出，系统动力学研究的是复杂的系统，系统中变量的关系纷繁复杂，通常没有被观测和度量过，更没有为此建立起普遍认可的数量方程。因此，在模型的模拟调试过程中，本文需要通过恰当的数据分析、时序回归等来确定参数，或利用表函数的方法刻画变量的对应关系。

模型中相关的系统动力学关系为：

$$P_1 = \frac{Q_1}{W} \quad (81)$$

$$P_2 = \frac{Q_2 \cdot a}{Q_3} \quad (82)$$

$$P_3 = \frac{Q_5}{Q_4} \quad (83)$$

其中容积率 a 需要依靠数据总结，本文结合数据分析和开发趋势将其确定为 $a = 2.253$ ，由于数据反映的竣工决算、土地完成开发往往不相匹配，且包含商业地产数据，因此可能会高于实际中感觉到的容积率。

3.7.5 模型求解

在建构完成房地产市场模型后，通常需要接着进行模型的检验，检验分为四大项：第一项为稳态测试，主要是了解模型结构的正确性，即是否保持稳定状态；第二项为阶梯测试，检验在外力冲击后，其是否能够回复到原来稳定状态，以及须多久的时间；第三项目为季节性波动测试，主要检定模式是否具有时相关系及周期关系；第四项为实际数据测试，以检测输出是否符合实际状况。稳态检验和阶梯检验反映了房地产泡沫的形成和演化，也正是系统仿真的重要部分。

3.7.5.1 仿真情景设定

为了完成系统模型的检验和仿真，首先分析设置不同仿真的情景，在初始均衡状态的情况下，系统设置了不同的外部冲击。在我国现实的房地产市场中，最主要的外部冲击来源于收入提高和城市化带来的需求冲击，所以，这里将其简化为自住需求变量的三种变化：发生随机扰动、短期脉冲影响、需求稳定增长。各状态的模型设定如下：

- (1) 初始均衡状态： $\theta = 2500$ ；
- (2) 需求随机波动状态： $\theta = 2500 + \text{randomnormal}(-1000, 1000, 0, 10, 4)$ ；
- (3) 短期需求冲击： $\theta = 2500 + 500 * \text{PULSE}(3, 3)$ 。

3.7.5.2 系统仿真结果

从上述常量的变动出发，本文在不同的设定情景下得到了 10 年的仿真结果。整体上来看，房地产系统自身存在较强的不稳定性，仅仅是随机扰动就能够导致市场出现大幅波动，而且无法恢复平稳。与供应链中的“牛鞭效应”非常类似，由于房地产供给也存在多阶段的延迟，需求信息的不真实性会沿着价格-供给链条逆流而上，并产生逐级放大的现象。在于与投机预期的自我实现特性结合以后，房地产系统波动导致的生产、供应、销售的混乱将更加严重，泡沫也因此形成。

通过分析房价波动最高点、波动最低点、波动回稳时间、上游需求放大率等指标，可以发现，在不受环境条件限制的情况下，房地产泡沫周期逐渐变长、波动幅度逐渐加大。其中，随机扰动产生的错误信息导致房价在 4 年内涨幅超过 200%，并于第 6 年跌落至谷底。相比较而言，在长期需求冲击情况下房价波动幅度最大、周期最长，而且土地价格波动周期与房价相似，但波幅是房价的两倍。

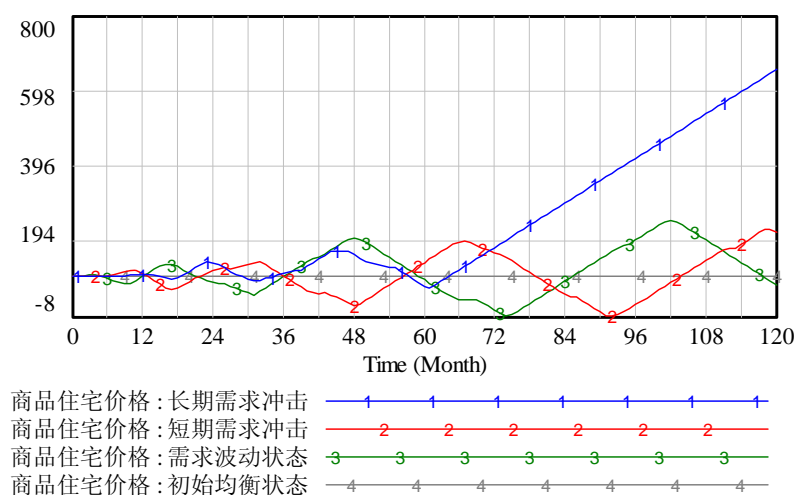


图 14 房价仿真结果

3.7.5.3 模拟利率调控

为了检验政策变量在系统中设置的正确性，以及系统对政策变动的敏感性，还应该进一步模拟不同仿真情景下政策变量冲击带来的房地产价格变动。因为利率在现实和模型中对系统的稳定运行有重要影响，所以，这里选择了利率作为调控房地产泡沫的政策变量。

在长期需求增长情景下，选择给利率施加一个幅度为 2、从第 3 年（第 36 个月）开始持续的脉冲，即 $\mu = 6 + 2 \times PULSE(36, 120)$ ；在短期需求增长情景下，选择每两年加息 6 个月、幅度为 1 的政策，即 $\mu = 6 + 1 \times PULSE_TRAIN(6, 6, 24, 120)$ 。如图 4 中 2 号线所示，长期需求冲击下的泡沫得到有效遏制，同样 1 号线也说明短期需求冲击下利率政策更加有效，房价波动幅度甚至减少了一半。

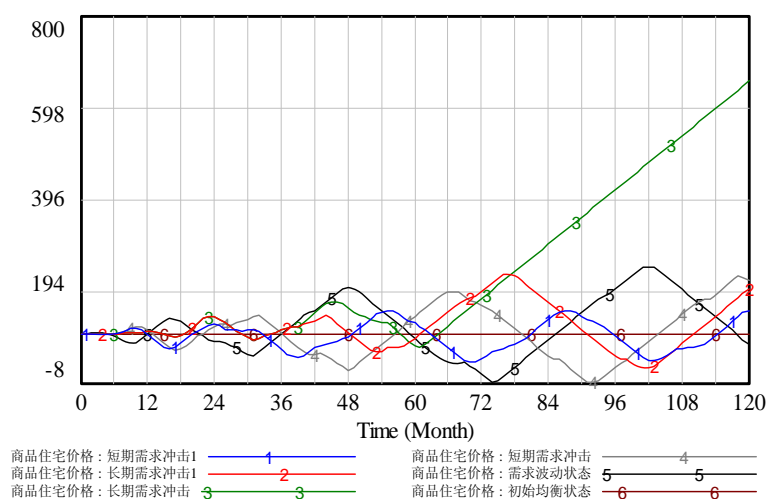


图 15 利率调控仿真

3.7.5.4 相关结论

(1) 房地产市场结构存在天然的不稳定性，由此导致市场信息中的误差被不断放大，在没有外力作用下，房地产价格的运动轨迹类似供应链中的“牛鞭效应”，即市场价格遵循一个时间不断拉长，波动幅度不断加大的周期，而在这个周期中，土地价格波动的幅度又远远大于住宅价格。

(2) 房地产需求长期增长对泡沫的刺激程度最大,但由此导致的泡沫形成-破裂的周期也最长。房地产市场随机性扰动和短期需求脉冲同样会导致周期性泡沫,泡沫的规模和周期等特征与外来市场冲击有关。

(3) 房地产市场具备弱有效性特征,投机性需求的价格预期往往可以自我实现,这使得市场需求带有自我膨胀的特性,在房地产价格上涨的阶段,投机性需求尤其会推高市场价格和交易量,增大泡沫程度。

四、模型的评价

(1) 对于住房需求模型,构建了住房需求指标体系,通过 AHP 方法,筛选出主要指标,并以主要指标为变量建立了非线性回归需求预测模型。建模思路清晰,方法运用合理。2008-2010 年住房需求预测值与原始值进行比较,验证了模型的合理性。不足之处在于所构建的住房需求指标体系考虑因素不够全面,需进一步完善。

(2) 对于住房供给模型,基于信息甄别原理分别对政府供给和市场供给建立了模型,结合线性规划的求解结果,详尽分析了两种供给方案的优劣,并结合两个模型给出了优化供给的方案,为提高供给的效率和公平提供了重要参考。不足之处是由于缺少相关住房供给数据,仅从理论上提出了一种解决方法,没有定量给出具体数值。

(3) 对于房地产行业与国民经济其他行业关系模型,我们建立了冲量模型,既能从加权有向图上直观定性地看到房地产行业与其他行业间的相互关联,又可以通过施加冲量,定量测算出房地产行业波动时,对其他行业产生的影响大小。所用建模方法新颖独特,所建模型直观高效,集定性定量为一体。不足之处在于,模型中仅考虑了与房地产行业相关的另外三个行业,相关行业数量有待进一步增加。

(4) 对于我国房地产行业态势分析模型,所采用的时间序列中的谱分析方法精确有效,由频谱分析图可直观地对房地产行业态势进行分析。文中的数据处理过程严密、合理,确保了模型中数据的真实、可靠。不足之处在于,分析过程中未充分考虑政府严格调控的影响。

(5) 对于房地产行业可持续发展模型,首先对房地产行业可持续发展的概念进行了系统解析,其次构建了房地产行业可持续发展指标体系并确定了指标权重,然后确定了可持续发展的分级标准并据此进行评级,最后提出了几点对策建议。模型假设合理,建模过程层层递进,对于其他行业的可持续发展问题同样具有适用性。不足之处在于,指标权重的确定主要通过专家打分的方式,受到一定主观因素的影响。

(6) 对于房价模型,在论证了用灰色理论预测商品房价的可行性的基础上,构建灰色预测模型。通过计算绝对灰色关联度,验证了模型达到一级精度。所建模型合理有效,预测精度高。不足之处在于题中只给出年度房价的数据,而没有精确的月度房价数据,使得预测仅限于年度房价预测。

(7) 对于房地产泡沫预警模型,引入系统动力学原理,结合房地产系统发展流程图,建立行业发展的动态分析模型。然后利用 VENSIM PLE PLUS 32 系统动态模拟软件,进行实证模拟。考虑因素全面、建模原理科学,解决方法有效,借助软件编程,结果可信度高。不足之处在于模型建立较为复杂,考虑因素众多。

参考文献

- [1] 王彤.中国房地产企业可持续发展研究[D].北京:首都经贸大学,2010.
- [2] 杜丽霞.廉租住房供给模式研究[D].贵州: 贵州大学,2008.
- [3] 张焰.房地产宏观需求预测[J].数学研究,2006,3 (22): 61-63.
- [4] 杨欣艳.天津市居民住房消费需求研究[D],天津: 天津师范大学,2007

- [5] 黄建国.现代谱分析的发展及应用[J].数据采集与处理.1990,6(1):47-55.
- [6] 谱分析方法在经济波动分析中的应用研究[J].系统工程学报,1999,14:272-275.
- [7] 才元.中国房地产波动对国民经济的影响研究[D].长春: 吉林大学,2007.
- [8] 林永钦,甘筱青等.区域可持续发展指标体系生成的收敛过程,南昌水专家报,2003,22.
- [9] 郑应亨.房地产可持续发展及指标体系研究[D].重庆:重庆大学硕士学位论文,2003.
- [10] 吕铭久等.一个多指标的综合权衡决策系统[J].河北省科学院学报,1998,(3):10-18.
- [11] 罗文丽.中国住宅产业可持续发展研究[D].东北财经大学,2005.