

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)

全国第八届研究生数学建模竞赛

学 校 中国科学院研究生院

---

参赛队号 80151001

---

- |      |                       |
|------|-----------------------|
|      | 1.顾乃庭（队员编号：801510011） |
| 队员姓名 | 2.张 俊（队员编号：801510012） |
|      | 3.张兰强（队员编号：801510013） |
-

参赛密码 \_\_\_\_\_

(由组委会填写)

# 全国第八届研究生数学建模竞赛



题 目      基于光的波粒二象性一种猜想的数学仿真

## 摘                  要

本文围绕龚祖同院士及其 Dr. Zu 等研究人员提出的光子的螺旋旋转前进的结构假说,研究了采用光子微粒说最难解释的衍射等现象。利用光子之间的相互作用关系,建立了一种简单、容易理解的光粒子半波长带划分模型,并基于此,推导了基于粒子模型的狭缝衍射公式;从光子结构假说出发,研究了杨氏干涉实验,给出了合理的模拟和解释;在单缝衍射模型基础上,发展了双缝、乃至多缝干涉模型;最后,根据 Dr. Zu 的假设,分析了光子经过偏振片的物理过程。

(1)首先,我们根据龚祖同院士以及 Dr. Zu 等对光子结构模型的假设,无论是负光微子绕正光微子螺旋旋转运动,还是光子绕旋转质心做螺旋旋转运动,都赋予了光子的位相特性;同时,光子自身的电场矢量和磁场矢量之间也随着光子自身相位的变化而改变,因此,对于双光子以及多光子相遇后的相互作用,需要做系统的建模分析,这对于定量分析衍射、干涉等现象具有重要意义。本节我们首先利用矢量叠加的多边形法则,简单直观的分析了这些内容。

(2)其次,研究了基于粒子假说的光子程差半波带划分的数学模型。我们利用假说中光子经过透明介质时的折射原理,在光子经过狭缝衍射的模型中引入了一个虚拟的理想透镜,简化分析过程。详细分析了 3 种不同划分条件下,光子流经过透镜后在接收屏上的分布,并利用上一部分已经分析和论证的双光子及多光子矢量叠加后总能量公式,可以计算接收屏上任一位置处光子累计后的和能量以及暗带和亮带的能量分布。通过对模型的定量化,数值模拟仿真了基于粒子假说模型的衍射能量分布,并研究、分析了狭缝宽度等对衍射能量分布的影响。

(3)然后,利用光子的叠加假说,建立了基于粒子假说的杨氏干涉装置,从光子是一个粒子的角度,解释了杨氏干涉模型;基于第 2 部分的结论,研究了双缝

干涉模型以及多缝干涉模型，并通过对模型的定量化，数值模拟仿真了杨氏干涉模型、双缝干涉模型以及多缝干涉模型的正确性。

(4)最后，从光子的粒子性角度出发，定性地简单地分析了偏振的物理过程。

(5)通过对这两个假说建模、数值模拟以及分析，在满足一定合理的假设下，能够定量地验证这种假说对光的衍射、干涉等现象的解释。但这些假设中有些部分依然不能够自圆其说，尤其是双光子或多光子相遇时能量的增长和湮灭都是不遵守能量守恒定律的，多余的能量从何而来？消失的能量又到哪里去了？类似这些问题，需要通过进一步研究，才能得到很好的解释。

**[关键词]:** 光子微粒说;电磁场矢量叠加; 半波长带分割法; 衍射模型; 干涉模型;

# 基于光的波粒二象性一种猜想的数学仿真

## 1 问题概括与提炼

纵观光学的发展历史,关于光的本性的认识一直是人们讨论的焦点。关于光的本性的假设和学说也很多。我国已故龚祖同院士曾经提出光子是一种类氢原子结构的猜想<sup>[1]</sup>,最近,北京大学 D. Zu 又提出光是一个按光速直线前进的电磁场的猜想<sup>[2]</sup>。题目要求基于两位专家的猜想建立数学模型,仿真或解释光的基本特性,包括单缝衍射、双缝干涉、多缝干涉、偏振等。

两位专家的猜想都认为光子首先是一种具有稳定的内部结构的微粒子,然后再在一定的规律下表现出衍射、干涉、偏振等波动特性。诺贝尔物理奖获得者玻恩的光学经典名著《光学原理》从光的波动特性的角度出发,系统的解释和证明了光的各种基本特性。我们建模的目的就是从粒子的角度出发,结合粒子自旋转产生的电磁场,分别对光的各种波动特性进行数学推导和演绎,从而证明并解释两位专家的假设是否能够满足光的波动特性。

## 2 问题分析与模型假设

根据题目意思,在解决光的本性问题的时候需要解决一下一些问题:第一个问题是光通常是按直线前进的,为什么光经过细缝后前进方向会发生改变?为什么必须是光通过很窄的细缝才会使前进方向发生改变?第二个问题是若干个光子同时作用的最终效果如何确定?是否仅取决于光子的个数?第三个问题是光通过偏振片的真实过程是什么?

为了简化数学模型,我们做如下合理假设:

假设(1). 假设从某一光源发出的光子流经过一段共同的路程到达狭缝边沿时,处于同一平面内的光子具有相同的初始相位,且均匀分布。

这一假设的合理性可以采用类似波动光学里面的平面波前来描述,即在光源发出这些光子后,他们在到达狭缝前的路程中经历了相同的状况。

假设(2). 假定光子与狭缝边沿表面碰撞时,光子的出射方向在一定范围内为均匀随机分布,即在接受面上任何一处均等概率的接受边沿碰撞而改变方向的光子。但光子出射的发散角受到某个最大角度限制,设为 $\theta_{max}$ 。

这一假设是合理的。因为在微观上,遮挡物已不再可以看成是一个平面结构,狭缝边沿也是这样。而具体与光子碰撞的表面形状更非人为所能控制,为任意方向,且各方向机会均等。因此,光子与狭缝边沿碰撞后其出射方向也为随机的,且不同出射方向机会均等;正基于此,接受面上的任何区域均有可能接受到被碰撞过而改变方向的光子,且机会均等,从而假设(2)可以认为是合理的。另一方面,衍射实验结果是在观测屏中央较亮,而边缘较弱,逐渐消失,因此,这里,我们假定光子流经过狭缝后的出射方向会限制在 $\pm\theta_{max}$ 以内。

假设(3). 位于较中间的光子由于受到边缘光子的碰撞也向各个方向前进,且每个方向机会均等,即接收屏的各个位置以相等概率可能接收到来自狭缝区域内的光子。

这一假设的合理性来自于假设(2): 由于边缘光子被碰撞光子以相等概率向

各个方向传播，当这些等概率随机传播的光子与中间光子碰撞时，被碰撞光子的运动方向也是随机的，且在各个方向上等概率。如此类推下去，从而可以得出假设(3)的合理性。

假设(4). 透镜距狭缝的距离  $\Delta l$  以及满足

$$\Delta l \ll f \quad (2.1)$$

这个假设源于我们对透镜虚拟化的处理上，透镜在我们的模型中仅为为了解释和方便，至于透镜的参数等我们并不关心，而仅引入透镜焦距  $f$  用以表征衍射距离。

假设(5). 光子向前运动过程中，经过透镜等介质时，满足几何光学的折射定律。

这其实是龚祖同院士已经解释的很清楚的结论的一个推论。在参考文献[2]中，龚院士已经解释了光子经过透明介质中会发生折射，并满足折射定律。而光线的上述特性也是基于折射定律的，因此，我们同样也可以得出上述结果。这一结果来源于几何光学，与波动光学无关，因此，这里我们可以作为合理推论。

假设(6). 为了更进一步简化模型，我们假定使用的单缝为一个宽度为  $a$ ，长度为无穷大，这样就把二维问题转换成一个一维问题。

根据提出两个猜想的两篇文献，现实世界中既不存在非极化光子(unpolarized photons)，也不存在线极化光子(LP, Linear Polarized photons)，而仅存在左旋圆极化光子(LCP, Left Circular Polarized photons)和右旋圆极化光子(RCP, Right Circular Polarized photons)，当一个左旋光子与一个运动方向完全相同的右旋光子相遇时，如果相位完全相反，则发生光子湮灭现象。

### 3 对双光子及多光子融合的总能量模型建立和公式推导

根据文献 2 假设：自然界中仅存在左旋和右旋光子，且由于各光子具有自己的电场、磁场以及波矢量分布；同时龚祖同院士也提出了光子是由带正电荷的光子核和带负电荷卫星光微子组成。但不管是那种假设都存在螺旋运动这种结构，根据龚祖同院士的意思，每个光子就应该具有相位，这点是无须质疑的。问题是当两个光子在空间中不同地方相遇时，由于他们所处的相位不同，因此它们的叠加电场和叠加磁场也会随之变化，从而最终导致叠加后总能量的不同。两篇文章中也都指出：极端情况下，光子叠加时会发生光子增强和光子湮灭现象。

然而，两篇文献中均没有给出一般情况下，两个以及多个相干光子相遇并叠加后的电场、磁场以及能量变化情况，而这些一般情况对我们的模型的建立和模型的仿真计算至关重要，因此，有必要首先分析并推导出他们的叠加公式以及影响光子叠加后总的电磁场强度和能量的因素。

本节中，我们将双光子或多光子叠加融合情况分为以下三种：

- (1) 任意两个相干光子相互叠加后的和电磁场以及和能量模型建立；
- (2) 一系列等相位差、相干多光子叠加模型建立；
- (3) 一系列随机相位、相干多光子叠加模型定性分析。

#### 3.1 任意两个相干光子相互叠加后的和电磁场以及和能量模型建立

如图 3.1 所示， $A$  和  $B$  为两相遇的相干光子，并设它们各自的电场和磁场

矢量分别为  $(\vec{E}_A, \vec{H}_A)$  和  $(\vec{E}_B, \vec{H}_B)$ 。 $\theta$  为光子  $A$  和光子  $B$  相遇时电场  $\vec{E}_A$  与  $\vec{E}_B$  或磁场  $\vec{H}_A$  与  $\vec{H}_B$  矢量之间的夹角，单位为弧度(rad)。由此，叠加后的总的电场和磁场强度  $(\vec{E}_{AB}, \vec{H}_{AB})$  可以表示为两光子各自电磁场的矢量叠加，即公式(3.1)

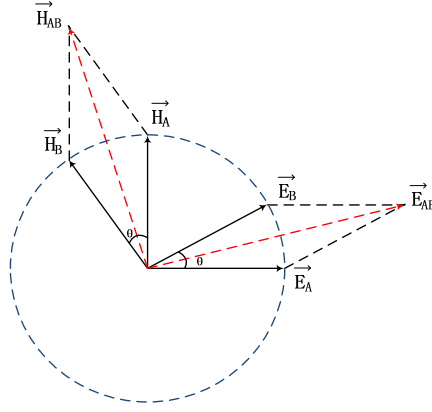


图 3.1. 两光子相遇后电场和磁场叠加示意图

$$\begin{cases} \vec{E}_{AB} = \vec{E}_A + \vec{E}_B \\ \vec{H}_{AB} = \vec{H}_A + \vec{H}_B \end{cases} \quad (3.1)$$

根据简单的余弦定理，可以得到光子  $A$  和光子  $B$  叠加后的总的电场强度和磁场强度可以表示为

$$\begin{cases} E_{AB}^2 = E_A^2 + E_B^2 + 2E_A E_B \cos(\theta) \\ H_{AB}^2 = H_A^2 + H_B^2 + 2H_A H_B \cos(\theta) \end{cases} \quad (3.2)$$

式中， $(E, H)$  为光子电磁场矢量  $(\vec{E}, \vec{H})$  的幅度值。

当光子  $A$  和光子  $B$  是从同一个光源发出，并经历相同的传播过程，此时我们可以合理的假定它们的磁场幅度和电场幅度均相等，即满足：

$$\begin{cases} E_A = E_B \\ H_A = H_B \end{cases} \quad (3.3)$$

将(3.3)式代入(3.2)式后，可以得出同一光源发出的两相干光子叠加后总电场和磁场强度计算公式，如公式(3.4)

$$\begin{cases} E_{AB}^2 = 2E_A^2 [1 + \cos(\theta)] \\ H_{AB}^2 = 2H_A^2 [1 + \cos(\theta)] \end{cases} \quad (3.4)$$

由于光子能量与光子电磁场强度的平方成正比，设  $I_s$  表示单个光子的能量，那么两光子相互叠加后总能量  $I$  与单光子能量之间的关系为

$$I = 2I_s \cdot [1 + \cos(\theta)] \quad (3.5)$$

同时，根据文献[1]和文献[2]的假设，光子是螺旋前进的，光子电磁场方向与初始状态时之间的夹角也反映了该光子与初始状态之间的相位差别。同样地，从同一光源发出的两个光子  $A$  和  $B$ ，它们具有相同的初始相位状态，当传播一定

距离后，二者电场或磁场矢量方向之间的夹角为 $\theta$ ，说明两个光子之间的相位差 $\Delta\varphi = \theta$ ，即式(3.5)可以写为

$$I = 2I_s \cdot [1 + \cos(\Delta\varphi)], \Delta\varphi \in [-\pi, \pi] \quad (3.6)$$

根据参考文献[2]的假设，光子螺旋运动一周的时间与光子质心沿直线前进一个波长所用的时间相等，即光子螺旋运动和直线运动具有相同的周期。设发出光子的光源波长为 $\lambda$ ，则两光子之间的光子程差 $\Delta L$ 与相位差 $\Delta\varphi$ 之间的关系为

$$\Delta L = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \lambda \quad (3.7)$$

考虑到两光子之间可能存在一个或多个完整周期的螺旋运动，因此，(3.7)式可以扩展为

$$\Delta L = \left(\frac{\Delta\varphi}{2\pi} + k\right)\lambda, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.8)$$

式中， $k$ 为光子 $A$ 和光子 $B$ 相遇时二者之间螺旋运动的完整周期数。

### 3.2 一系列等相位差、相干多光子叠加模型建立

这里讨论一种特殊的模型推导，即： $N$ 个等相位差的相干光子，叠加融合后总的电磁场矢量以及能量。设总相位差设为 $\theta_0 \in [-\pi/2, \pi/2]$ ，这样，相邻两个光子之间的相位差 $\Delta\theta$ 可以表示为

$$\Delta\theta = \theta_0 / (N-1) \quad (3.9)$$

这是典型的 $N$ 个同方向、同电磁场强度的光子，初始相位分别为 $0, \Delta\theta, 2\Delta\theta, \dots, (N-1)\Delta\theta$ ，依次差一个恒量 $\Delta\theta$ 。对于这种情况，采用旋转矢量法，可以避免复杂的三角函数运算，具有极大的优越性。

按照矢量合成法则，将这 $N$ 个光子的电场矢量 $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_N$ 首尾相接，而相邻矢量的夹角均为 $\Delta\theta$ 。它们构成正多边形的一部分，他们叠加后的电场和矢量 $\vec{E}$ 等于各光子电场矢量之和。

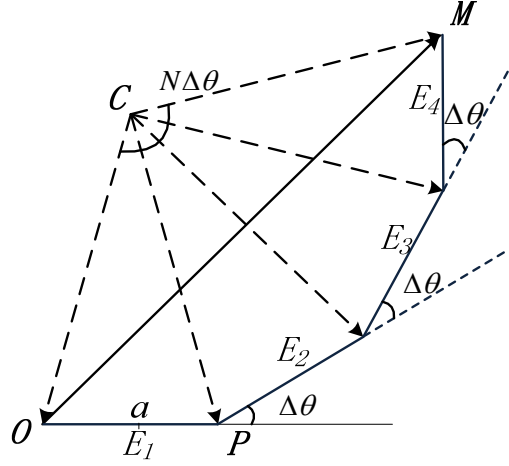


图 3.2. 一系列等相位相干多光子电场矢量叠加示意图

如图 3.2 所示，我们在图中做  $\vec{E}_1$  或  $\vec{E}_2$  的垂直平分线，两者相交于  $C$  点，他们夹角显然为  $\Delta\theta$ ， $\angle OCM = N\Delta\theta$ 。令  $OC = PC = CM = R$ ，从等腰三角形  $\triangle OCM$  中，可以求得边长  $OM$ ，即合电场矢量  $\vec{E}$  的大小为

$$E = 2R \sin \frac{N\Delta\theta}{2} \quad (3.10)$$

在  $\triangle OCP$  中，

$$a = E_0 = 2R \sin \frac{\Delta\theta}{2} \quad (3.11)$$

其中， $E_0$  为单个光子的电场强度。

于是得到

$$E = a \frac{\sin \frac{N\Delta\theta}{2}}{\sin \frac{\Delta\theta}{2}} \quad (3.12)$$

同理，对磁场而言，有

$$H = b \frac{\sin \frac{N\Delta\theta}{2}}{\sin \frac{\Delta\theta}{2}} \quad (3.13)$$

其中， $b = H_0$  为单个光子的磁场强度。

根据光子合电磁场与合能量之间的关系，有

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin \frac{N\Delta\theta}{2}}{\sin \frac{\Delta\theta}{2}} \right]^2 \quad (3.14)$$

其中， $I_0$  和  $I$  分别为单个光子能量和多光子融合后的能量。



特殊情况下，若夹角较小或有限夹角内光子数过多，使得  $\Delta\theta \rightarrow 0$ ，有

$$I = I_0 \left[ \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{N\Delta\theta}{2}}{\sin \frac{\Delta\theta}{2}} \right]^2 = N^2 I_0 \quad (3.15)$$

### 3.3 一系列随机相位、相干多光子叠加模型定性分析

对于一般情况，考虑一系列随机相位的相干多光子叠加。如图 3.3 所示，设总光子数为  $N$  个，电场和磁场矢量分别为  $(\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_N)$  和  $(\vec{H}_1, \vec{H}_2, \dots, \vec{H}_N)$ ，相遇时每个光子的相位分别为  $(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N)$ ，则根据矢量叠加原理，可以得到总的电磁场矢量为

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N \\ \vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \dots + \vec{H}_N \end{cases} \quad (3.16)$$

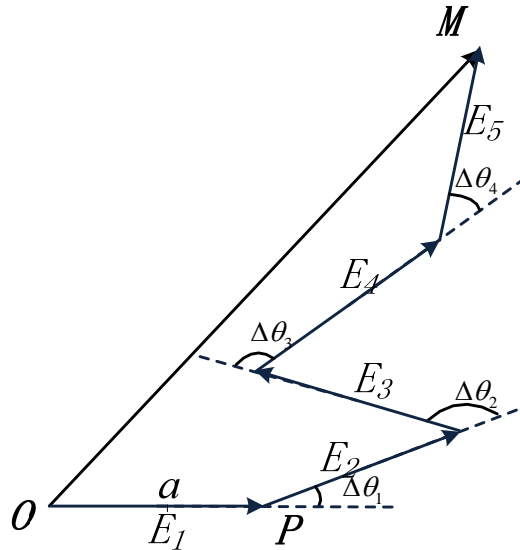


图 3.3. 一系列随机相位、相干多光子电场矢量叠加示意图

那么这  $N$  个电磁场矢量叠加后，总电磁场矢量的大小与方向不仅与光子个数有关，还与光子之间的矢量夹角，即单个光子的相位有关。

极端情况下，当这  $N$  个光子的初始相位相同时，它们的方向将沿着同一方向，和电磁场矢量也与单个光子方向相同，和电磁场幅度为各光子电磁场幅度之和，即

$$\begin{cases} E = NE_1 \\ H = NH_1 \end{cases} \quad (3.17)$$

反之，当这些光子相互之间相差  $\pi$  相位时，根据 3.1 节中的描述，它们相互之间将相互抵消，我们将观测不到任何能量。

### 3.4 本节小结

本节针对相干双光子和多光子相遇后电磁场矢量和能量变化情况做了解析的推导和定性分析，并针对  $N$  个等相位差的相干光子叠加融合这一特殊情况进行了详细和巧妙的解析计算。光子的内部结构以及光子相位、增强和湮灭特性为光子作为粒子而具有波动特性的关键问题，因此，这一问题的分析对我们后面模型的建立以及光子作为粒子能够发生衍射、干涉等波动现象的解释定下了基础。

本节创新点：定量和定性分析了双光子或多光子相遇时叠加的影响因素；巧妙地利用矢量叠加的方法解决一系列等相位差的相干多光子叠加融合后的和矢量与和能量。

## 4 利用光子粒子性假设进行衍射模型建立

光的衍射现象首先被达芬奇提出，被格里马尔迪首先给予准确描述。在那个年代，微粒说已经被人们广泛相信可以正确描述光的传播，但光的衍射现象除外。自动惠根斯提出光的波动理论以来，衍射想象才真正意义上被解释。虽然爱因斯坦提出了光的波粒二象性假说，但这么多年来，光子的粒子性从来没有被人们抛弃。

本文期望基于龚祖同院士以及一些研究人员提出的光子微粒说假说，并结合假说中关于光子微粒独特的结构所具有的波相位性质，通过一些简单、合理的假设，建立巧妙的数学模型，来论证光子微粒说对衍射现象定量和定性的解释。

本节主要包括以下内容：

- (1). 根据第二节中的一些假设，建立基于光子程差半波带划分方法的数学模型，并定量分析了 3 种可能存在的情况。
- (2). 讨论衍射条纹亮带与暗带的划分,定量分析了不同衍射级次能量分布情况。
- (3). 模拟实际情况，设定合理参数进行仿真计算，并定性分析缝宽等因素对衍射效果的影响。
- (4). 对衍射模型以及结果进行分析总结。

### 4.1. 衍射模型的建立

为了便于观测衍射现象，我们考虑在一衍射单缝后较近距离处放置一个理想透镜，并在该理想透镜的焦点处放置一个接收屏，示意图如图 4.1 所示。

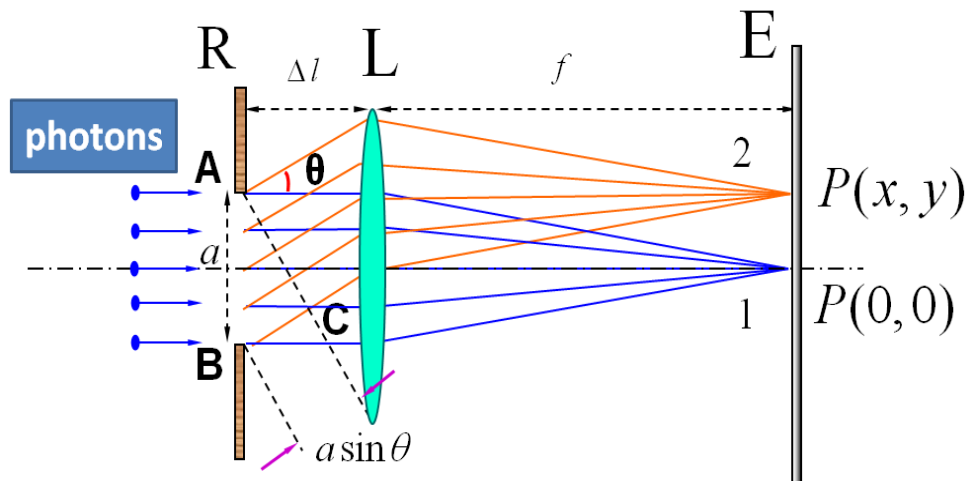


图 4.1. 单缝衍射模型示意图

在图 4.1 中， $R$  表示一狭缝，狭缝宽度为  $a$ ，即  $\overline{AB} = a$ 。一束从远处发射的一束光子流垂直于狭缝表面平行入射(类似于波动光学中平行光入射定义)，处于最边缘的光子将会与狭缝表面发生碰撞，从而导致光子运动方向改变。这些边缘被碰撞的光子又会与位于中间的光子继续发生碰撞，从而导致光子流中的各个光子沿各个方向向前传播。光子流传播一个较小的距离  $\Delta l$  后，经过一个理想透镜，透镜的焦距为  $f$ 。接收屏就位于透镜的焦平面上。

在图 4.1 所示，“1”表示经过随机碰撞或没有被碰撞而导致的直线前进的所有光子组成的光子流，根据第 2 节中的假设(5)，它们将经过透镜会聚于接收屏中央，即  $P(0,0)$  位置处。“2”为经过随机碰撞后所有沿与水平方向呈  $\theta$  角度的所有光子组成的光子流，根据假设(5)，它们应会聚于接收屏上一待确定的观察点  $P(x, y)$  处。此处的夹角  $\theta$  我们成为“衍射角”，在以后的叙述中，将沿用这个称呼。

根据假设(6)，我们可以将图 4.1 转化成一维形式，如图 4.2 所示。

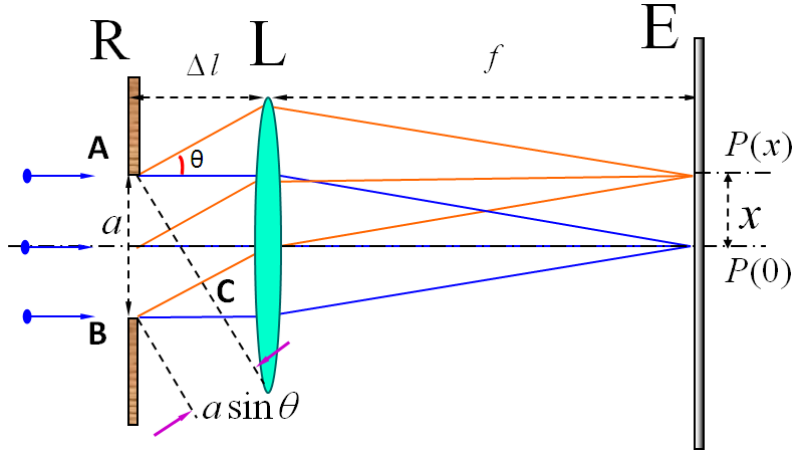


图 4.2. 单缝衍射简化模型图

根据图 4.2 以及简单的几何光学原理，我们可以得到

$$x = f \cdot \tan(\theta) \quad (4.1)$$

在图 4.2 中，过碰撞初始点  $A$  做衍射角为  $\theta$  的光子轨迹的垂线，即  $\overline{AC}$ 。根据文献[2]中，龚祖同院士对光子经过透明介质时的折射现象进行的假设和结论，我们可以得出：衍射角为  $\theta$  的所有光子组成的光子流中，边界上两个光子  $A$  和  $B$  向前传输到达  $P(x)$  点后，二者经过的路程差(这里采用与波动光学类似的称呼，为光子程差)如下式表示

$$d = \overline{BC} = a \sin \theta \quad (4.2)$$

首先，我们将狭缝光子  $A$  和光子  $B$  之间的光子程差  $\overline{BC}$  按照  $\lambda/2$  为周期，分成若干个线段，起点为  $C$ ，如图 4.3 所示。

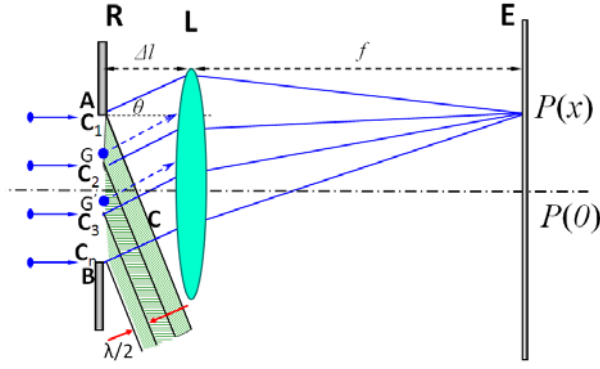


图 4.3. 光子程差半波长分解示意图

这样， $d$  可以写为

$$d = \overline{BC} = m\lambda/2 + \Delta d, \Delta d \in [0, \lambda/2] \quad (4.3)$$

对应的，我们可以将狭缝宽度分成  $\overline{AC_1}, \overline{C_1C_2}, \dots, \overline{C_{m-1}C_m}, \overline{C_mB}$  等  $m+1$  个孤立的区域，其中，前  $m$  个区域对应的边缘光子的光子程差均为  $\lambda/2$ ，最后为剩余的部分。

对于前  $m$  个区域的相邻两个区域中，对应位置的光子之间的光子程差总为  $\lambda/2$ ，如  $\overline{AC_1}$  带上  $G$  位置的光子与  $\overline{C_1C_2}$  带上  $G'$  位置的光子。

根据参考文献[1]中的假设，光子前进一个波长所用的时间与光子螺旋运动一周所用的时间相同，因此，当两光子程差为  $\lambda/2$  时，对应的相位差为  $\pi$ ，此时会发生“光子淹没”现象，探测器将无法探测到任何能量。因此，对应相邻两个半波长带而言，它们在观测屏上的作用相互抵消。这样，我们可以根据狭缝被分成半波长带个数和整分情况，将实际模型分为以下三种情况。

(1). 当  $\overline{BC}$  被完整分为偶数个半波带时，即

$$d = a \sin \theta = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda, k = 1, 2, \dots \quad (4.4)$$

此时，由于所有相邻波带的作用成对地相互抵消，因此，在所有衍射角为  $\theta$  的光子相互抵消，并淹没，在观测屏  $P(x)$  上无法观测到能量，因此会出现暗条纹。

(2). 当  $\overline{BC}$  被完整分为；奇数个半波带时，即

$$d = a \sin \theta = \pm (2k+1) \frac{\lambda}{2}, k = 1, 2, \dots \quad (4.5)$$

根据(1)中描述，前  $2k$  个整数半波长待成对地相互抵消，不会在观测屏上形成影响，因此，真正会在观测屏上  $P(x)$  点引起响应的是剩下的单个完整半波带区域内光子的效果。

设这个完整的半波带区域内总的光子数为  $N$ ，则相邻两个光子之间的光子程差  $\varepsilon$  为

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{2N} \quad (4.6)$$

根据第三节中对一系列等差相位的相干多光子叠加公式 (3.14)，在观测点  $P(x)$  接受的总能量为

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin \frac{N}{2} \frac{2\pi\epsilon}{\lambda}}{\sin \frac{1}{2} \frac{2\pi\epsilon}{\lambda}} \right]^2 = I_0 \left[ \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\sin \frac{\pi}{2N}} \right]^2 \quad (4.7)$$

特殊地，当  $N$  较大时，有

$$I = I_0 \left[ \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\sin \frac{\pi}{2N}} \right]^2 = N^2 I_0 \quad (4.8)$$

(3). 当  $\overline{BC}$  被完整分为许多完整的半波长带后，还剩下不足一个半波长带的残余部分，即

$$d = a \sin \theta = \pm n \frac{\lambda}{2} + \delta, n = 0, 1, \dots; \delta \in \left( 0, \frac{\lambda}{2} \right) \quad (4.9)$$

事实上，当公式(4.9)中  $n$  取奇数和偶数时情况有些差别

(A). 当  $n$  取奇数时，剩余的部分  $\delta$  将会抵消一部分单出来的完整半波长带的光子能量，因此，实际起作用的光子数相当于  $(\lambda/2 - \delta)$  区域内所有光子的作用。

(B). 当  $n$  取偶数时，对观测点  $P(x)$  起作用的将是  $\delta$  区域内的所用光子。

但无论哪种情况，起作用的光子数总是小于半波带以内的光子的总数，其总的效果也小于半波带区域内的情况。

综合第(1)、(2)和第(3)种情况，我们可以得出以下结论：

$$d = a \sin \theta = 2k \frac{\lambda}{2} + \varsigma, k = 0, \pm 1, \dots; \varsigma \in [0, \lambda) \quad (4.10)$$

其明带和暗带的划分如下式所示

$$\begin{cases} \text{极小值点, } \varsigma = 0 \\ \text{过渡带, } \varsigma \in (0, \lambda/2) \cup (\lambda/2, \lambda) \\ \text{极大值点, } \varsigma = \lambda/2 \end{cases} \quad (4.11)$$

## 4.2. 接收区域明暗带划分和各区域能量分布

根据(4.10)式和(4.11)式，我们可以计算出中央主极大区域(即两暗纹之间的距离)，即

$$-\lambda < a \sin \theta_0 < \lambda \quad (4.12)$$

式中， $\theta_0$  为主极大的半角宽度，亦即第一级极小点的衍射角。

中央主极大的角宽度  $\Delta\theta$  为

$$\Delta\theta_0 = 2\theta_0 = \arcsin\left(\frac{2\lambda}{a}\right) \quad (4.13)$$

而根据(4.1)式，我们可以得到

$$\theta = \arcsin\left(\sqrt{\frac{x^2}{f^2 + x^2}}\right) \quad (4.14)$$

将(4.14)式代入(4.13)后，可以得到在焦平面上主极大的宽度为

$$\Delta x_0 = 2x_0 = 2 \frac{\lambda f}{\sqrt{a^2 - \lambda^2}} \quad (4.15)$$

当  $\lambda \ll a$  时，中央主极大的角宽度和接收屏上的绝对尺寸为

$$\begin{aligned} \Delta \theta_0 &= \frac{2\lambda}{a} \\ \Delta x_0 &= \frac{2\lambda f}{a} \end{aligned} \quad (4.16)$$

同理，在接受屏上各级次的极小位置为

$$x_m = m \frac{\lambda f}{a}, m = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.17)$$

各级主极大的中心位置为

$$x_m = \begin{cases} \pm(m + \frac{1}{2}) \frac{\lambda f}{a}, m = 1, 2, \dots \\ 0, m = 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

下面我们将计算各不同区域内的能量分布。

设在某一个较短时间  $\Delta t$  内，通过狭缝的光子数为  $M$ 。

(1). 在中央主极大区域内的光强分布

根据(4.14)式，我们可以得到通过狭缝的所有光子的光子程差与会聚到接收屏上的坐标关系为

$$d = a \sin \theta = a \sqrt{\frac{x^2}{x^2 + f^2}} \quad (4.19)$$

当  $x \ll f$  时，(4.19)式可以重写为

$$d = a \lim_{x/f \rightarrow 0} \sqrt{\frac{x^2}{x^2 + f^2}} = \frac{ax}{f} \quad (4.20)$$

由于光子流经过狭缝后，向周围随机散射，且最大散射角限定在  $\pm \theta_{max}$  之内，

对应的线性区域为  $-f \tan \theta_{max} \leq x \leq f \tan \theta_{max}$ ，由于观测区域相对于透镜焦距  $f$  较小，因此，可以认为散射光子在接受屏上均匀分布，即单位距离上的光子数  $M_0$  为

$$M_0 = M / 2f \tan \theta_{max} \quad (4.21)$$

根据公式(3.14)可以得到在主极大区域内光子能量与观测位置之间的关系

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin \frac{\pi d}{\lambda}}{\sin \frac{\pi d}{M_0 \lambda}} \right]^2 \quad (4.22)$$

当通过狭缝区域的光子数足够大时, 有  $\sin \frac{\pi d}{M_0 \lambda} \rightarrow \frac{\pi d}{M_0 \lambda}$ , 则公式(4.22)可以

重写为:

$$\begin{aligned} I &= I_0 \left[ \frac{\sin \frac{\pi d}{\lambda}}{\sin \frac{\pi d}{M_0 \lambda}} \right]^2 \doteq M_0^2 I_0 \left[ \frac{\sin \frac{\pi d}{\lambda}}{\frac{\pi d}{\lambda}} \right]^2 \\ &= M_0^2 I_0 \left[ \frac{\sin \frac{\pi a x}{\lambda f}}{\frac{\pi a x}{\lambda f}} \right]^2 = M_0^2 I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \end{aligned} \quad (4.23)$$

式中,  $u = \pi a x / \lambda f$ .

特别的, 当  $x=0$  时,  $I = M_0^2 I_0$ , 对应为主极大峰值光强, 它是明纹中心。

(2). 其他多级次明纹的光强分布

在第  $m$  级明纹内, 存在  $m$  个半波长带内光子的湮灭, 而光子数是均匀分布的, 因此, 对明纹亮度起作用的光子数与未发生抵消作用的光子程差有关。剩余光子程差  $\Delta d$  可以表示为

$$\Delta d = a \sin \theta - m \lambda = \frac{a x}{f} - m \lambda \quad (4.24)$$

剩余光子占总光子数的比例  $\eta_{mx}$  为

$$\eta_{mx} = \frac{\Delta d}{a \sin \theta} = \frac{a x / f - m \lambda}{a x / f} \quad (4.25)$$

则单位长度接收到的光子数  $M_m$  为

$$M_{mx} = \eta_{mx} M_0 \quad (4.26)$$

其他具体过程均与主极大情况相同, 因此可以得到第  $m$  级亮斑的能量分布为

$$\begin{aligned}
I &= I_0 \left[ \frac{\sin \frac{\pi \Delta d}{\lambda}}{\sin \frac{\pi \Delta d}{M_{mx} \lambda}} \right]^2 \doteq M_{mx}^2 I_0 \left[ \frac{\sin \frac{\pi(ax/f - m\lambda)}{\lambda}}{\frac{\pi(ax/f - m\lambda)}{\lambda}} \right]^2 \\
&= \left[ \frac{ax}{ax/f - m\lambda} \right]^2 M_{mx}^2 I_0 \left[ \frac{\sin \frac{\pi ax}{\lambda f}}{\frac{\pi ax}{\lambda f}} \right]^2 = M_0^2 I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2
\end{aligned} \tag{4.27}$$

得到的结果与公式(4.22)相同。

由此，我们可以得出单缝衍射的统一规律为

$$\begin{cases} I = M_0^2 I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \\ u = \pi ax / \lambda f \end{cases} \tag{4.28}$$

### 4.3. 单缝衍射数值模拟和分析

为了验证光的粒子性，我们数值模拟了一束光子流经过一定宽度狭缝后的情形。模拟中，光源采用 He-Ne 红光，其波长  $\lambda = 632.8nm$ ，经过准直后形成平行光束入射到宽为  $0.5mm$  单缝中，缝后放置一焦距为  $50cm$  的透镜，在透镜焦平面上放置一个可见光 CCD 相机，像元大小为  $5\mu m$ ，采样点数为  $2000 \times 2000$ ，因此总像面大小为  $1cm \times 1cm$ 。假定在有效区域内接收到从狭缝发射出来的光子总数为  $10^{10}$  个，则每个像元接收到的光子总数约为 2500 个(未考虑湮灭情况)，即  $M_0 = 2500$ 。这里假定每个光子能量为单位 1，则计算出来的能量分布反映了等效光子数。

首先，在 CCD 像元中心为原点建立直角坐标系， $x$  轴的取值范围为  $[-0.5cm, 0.5cm]$ 。由于  $a = 0.05mm \ll f = 50cm$ ，因此，本模拟适用公式(4.20)所示的简化公式，结合公式(4.28)，有：

$$\begin{cases} I(x) = M_0^2 I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \\ u = \pi ax / \lambda f \\ M_0 = 2500, I_0 = 1 \\ a = 0.5mm, \lambda = 632.8nm, f = 50cm \end{cases} \tag{4.29}$$

最后可以描绘出像面上光子能量总和的二维和三维分布，如图 4.4 表示



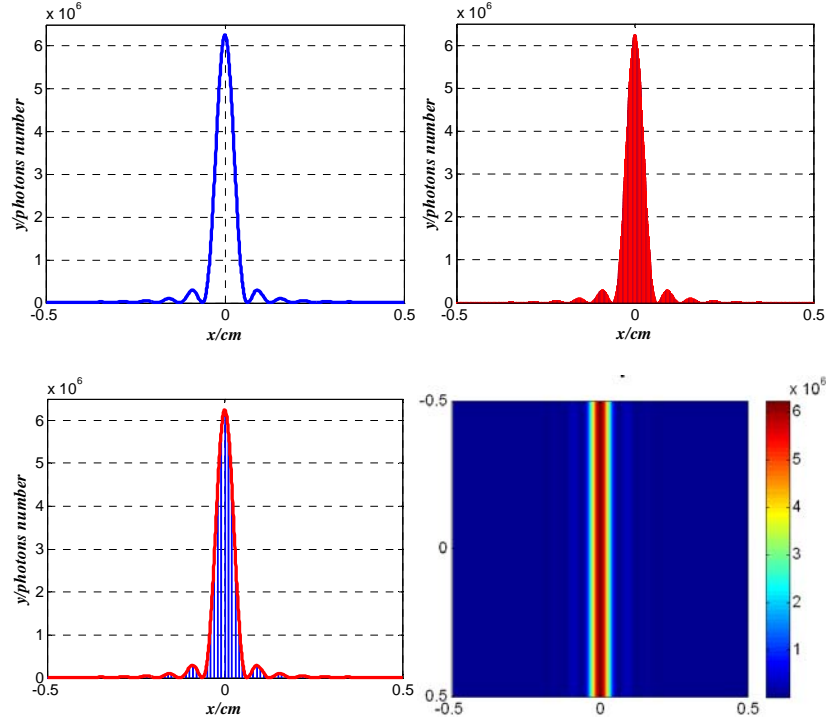


图 4.4. 对特定参数，模拟 CCD 探测到的等效光子数分布  
当我们改变狭缝宽度时，对应不同的衍射分布，如图 4.5 所示。

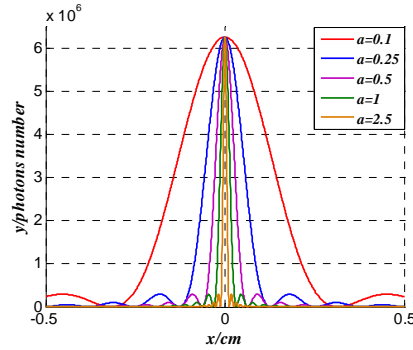


图 4.5. 不同缝宽时的光子衍射能量图(按峰值归一化)

从图 4.5 所示的结果来看，当狭缝宽度越宽，衍射的中央主极大也就越小，即主极大的角宽度越小，衍射条纹主极大对应的 CCD 探测器区域也相应较小。反之，角宽度越大，衍射条纹主极大对应的 CCD 探测器区域也相应较大。之所以会出现这种状况，是由公式(4.4)决定的，对于同一光源而言，暗条纹位置仅与光子程差有关，当狭缝宽度变大时，相应地衍射角就会变小，从而导致中央明纹角宽度变小。根据(4.1)式，相应地在接收屏上的主极大宽度也就变小。

#### 4.4. 对模型及数值仿真结果分析及总结

为了验证我们模型的正确性，我们选取各级极大位置作为对比对象。

根据《光学原理》第 363 页描述，在相邻两暗纹之间存在的次级明纹中心线分别由

$$\sin \theta = \pm 1.43 \frac{\lambda}{a}, \pm 2.46 \frac{\lambda}{a}, \pm 3.47 \frac{\lambda}{a}, \pm 4.78 \frac{\lambda}{a} \dots \quad (4.30)$$

而根据我们推导的结果(4.5)式，可以看出相邻两暗纹之间的次级明纹中心线

分别为

$$\sin \theta = \pm 1.5 \frac{\lambda}{a}, \pm 2.5 \frac{\lambda}{a}, \pm 3.5 \frac{\lambda}{a}, \pm 4.5 \frac{\lambda}{a} \dots \quad (4.31)$$

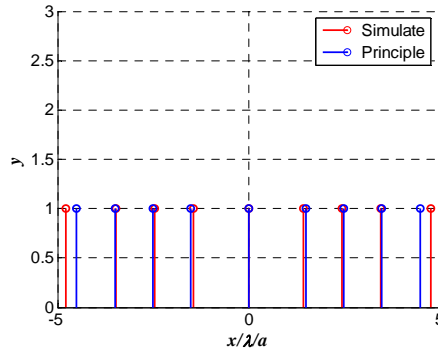


图 4.6. 模拟的各级极大位置与理论值对比

为了更好地对比,我们将式(4.30)和式(4.31)所示的各级极大位置描绘在一起,如图 4.6 所示。

从上图结果来看,采用半波长带方法来验证光子的粒子性时,得出的模型除中央主极大的位置与经典理论完全符合外,其他级次的均存在一定量的偏差,总体趋势是,级次越高,这种极大中心位置偏离也越大。但总的来说,这种偏差还是一个小量,而且级次越高,其能量也迅速减少,因此,对于总的能量分布影响并不是很明显。所以,我们模型结果与经典波动理论结果之间的差别不是很大,也可以说明龚祖同院士等的假说可以解释衍射现象。

## 5 利用光子粒子性假说进行双缝及多缝干涉模型建立

历史上,干涉现象曾经是奠定光的波动性的基石,现今,它们在诸如光谱学和基本度量学中具有重要的实际作用。因此,要研究光的粒子性,验证龚祖同院士及其他一些研究人员提出的光子结构假说,采用光粒子研究并解释干涉现象是必要的。

本节期望基于龚祖同院士以及一些研究人员提出的光子微粒说假说,通过建立数学模型定性地和定量地研究并解释双缝及多缝干涉现象。

本节主要包括以下内容:

- (1). 基于龚祖同院士及其他人的假说,建立模型验证并解释杨氏干涉实验。
- (2). 根据第 4 节中单缝衍射模型结果,研究并建立了多缝干涉数学模型。
- (3). 模拟实际情况,设定合理参数进行仿真计算,并定性分析缝宽等因素对衍射效果的影响
- (4). 对模型进行分析总结

### 5.1. 建立模型验证并解释杨氏干涉实验

最早的光的干涉演示装置是杨氏提出的,如图 5.1 所示。

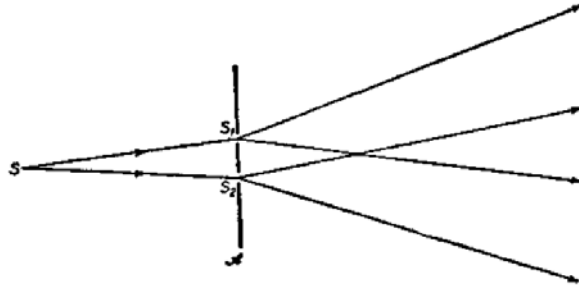


图 5.1. 杨氏干涉实验装置

与杨氏干涉实验装置类似，我们假设点光源  $S$  发出的光为单色光，波长为  $\lambda$ ，射到屏  $A$  的两个小孔  $S_1$  和  $S_2$  上；这两个孔很近且等距离，因此，我们可以假设从这两个小孔发出的光子具有相同的初始电场和磁场分布，即它们的初始相位相同。为了便于分析和计算，这里我们假定初始相位均为 0。

设想所观察到的干涉图样在如图 5.2 所示的  $xOy$  平面上，且该平面与  $S_1$  和  $S_2$  的垂直等分线  $CO$  正交，而  $x$  轴平行于  $\overline{S_1S_2}$ 。设两个小孔的间距为  $d$ ， $a$  为两孔连线到观测面的距离。对于观测面上某一点  $P(x, y)$ ，可以计算出该观测点距两孔  $S_1$  和  $S_2$  的距离  $s_1$  和  $s_2$ ，它们表示为

$$\begin{cases} s_1 = S_1P = \sqrt{a^2 + y^2 + (x - \frac{d}{2})^2} \\ s_2 = S_2P = \sqrt{a^2 + y^2 + (x + \frac{d}{2})^2} \end{cases} \quad (5.1)$$

因此，有

$$s_2^2 - s_1^2 = |S_2P|^2 - |S_1P|^2 = 2xd \quad (5.2)$$

故，从  $S_2$  和  $S_1$  出发的两个光子到达  $P$  点的光的几何距离差  $\Delta s$  可以表示为

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \frac{s_2^2 - s_1^2}{s_2 + s_1} = \frac{2xd}{s_2 + s_1} \quad (5.3)$$

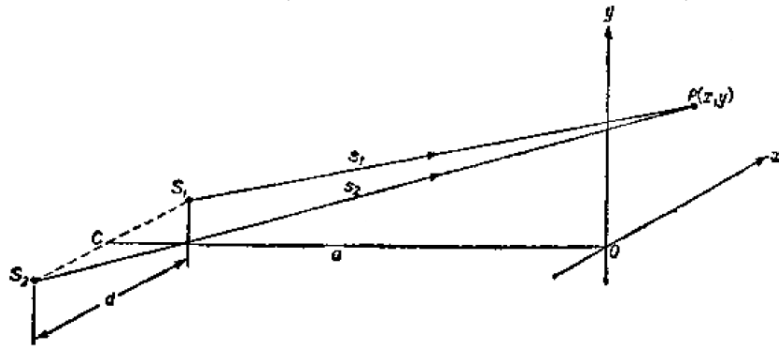


图 5.2. 杨氏干涉实验装置模型简图

在实际中，由于光波波长一般较短，且观测屏距离小孔的距离相对两小孔间距较大，即  $a \gg d$ ；另一方面，观测屏尺寸也远小于观测距离  $a$ ，即  $a \gg x(y)$ ，则

下式近似成立

$$s_1 + s_2 \approx 2a \quad (5.4)$$

将(5.4)式代入(5.3)式后, (5.3)式可以重写为

$$\Delta s = \frac{xd}{a} \quad (5.5)$$

将公式(5.5)代入公式(3.8)中, 可以得到在接收屏上不同位置处的光强分布为

$$\begin{aligned} I_{AB} &= 2I_A \cdot (1 + \cos(\frac{2\pi\Delta s}{\lambda} - 2m\pi)) \\ &= 2I_A \cdot (1 + \cos(\frac{2\pi d}{a\lambda}x - 2m\pi)) \end{aligned} \quad (5.6)$$

式中,  $m$  为从  $S_1$  和  $S_2$  发出的两个光子同时到达  $P(x, y)$  时, 两光子旋转周期数之差。

图 5.2 中, 由于角度  $\angle S_1PS_2$  很小, 在模型中可以合理的认为从点光源  $S_1$  和  $S_2$  发出的光子同时到达  $P$  点时沿相同方向传播, 因此, 在接受屏上不同位置处的能量分布  $I$  与位置  $x$  的变化关系可以描绘出来(假设每个位置均只有 2 个光子, 且分别从光源  $S_1$  和  $S_2$  发出), 如下图所示

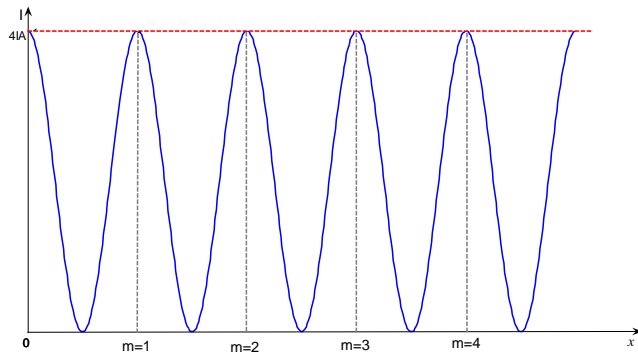


图 5.3. 能量与位置之间的关系曲线

当  $\cos(\frac{2\pi d}{a\lambda}x - 2m\pi) = 1$  时, 光子 A 和光子 B 叠加后的总能量达到最大值  $4I_A$ , 此时有

$$\frac{2\pi d}{a\lambda}x - 2m\pi = 0 \Rightarrow x = \frac{ma}{d}\lambda, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5.7)$$

当  $\cos(\frac{2\pi d}{a\lambda}x - 2m\pi) = -1$  时, 光子 A 和光子 B 叠加后的总能量达到最小值 0, 此时有

$$\frac{2\pi d}{a\lambda}x - 2m\pi = \pi \Rightarrow x = (m + \frac{1}{2})\frac{a}{d}\lambda, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5.8)$$

从(5.7)式和(5.8)式, 在接受屏上双光子增强及淹没的位置与横轴坐标之间的关系与《光学原理》第 243 页描述的公式是吻合的。

为了更进一步定量验证模型与经典理论的正确程度, 我们做进一步数值计算并对比。

我们假定光源为 He-Ne 光源发射出的红光, 其波长  $\lambda = 632.8nm$ , 接收屏距

发出光子的孔的距离为  $4m$ 。实际接收屏为一个像元大小  $10\mu m$ ，采样率为  $1024 \times 1024$  的光电耦合器(CCD)，杨氏实验的双缝间距为  $2mm$ ，接收屏至双缝的距离假设为  $1m$ ，并假定每个像元接收到从光源  $S1$  和  $S2$  发射出来的光子数均为  $1 \times 10^6$  个光子，且每个光子的能量为单位 1，具体参数列表如下：

表 5.1. 根据粒子性假说模拟杨氏干涉的参数设置

参数名称	变量定义	设定参数	备注
波长	$\lambda$	$632.8nm$	
CCD 像元大小	$p$	$10\mu m$	
采样点数	$N_s \times N_s$	$1024 \times 1024$	CCD 采样率
双缝间距	$d$	$2mm$	
CCD 至孔距离	$a$	$4m$	
单像元接收光子个数	$N$	$1 \times 10^6$	

根据表 5.1 的数据，我们可以计算出采用粒子性假设获得模型的能量分布情况，如图 5.4 所示：

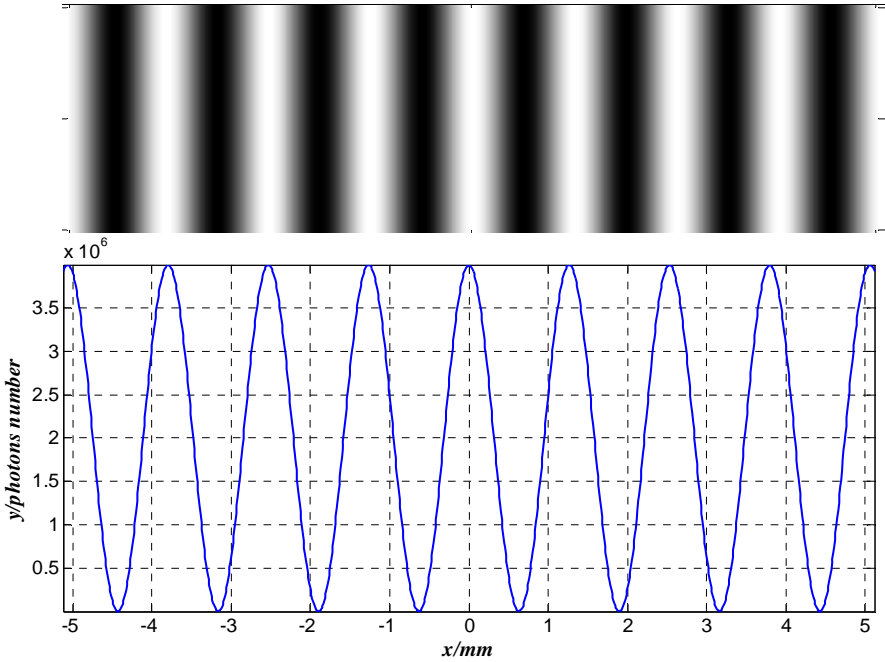


图 5.4. 杨氏干涉模型结果与干涉图

图中，条纹的强度可以理解为光子在不同区域融合后，等效的光子个数。从上述结果来看，基于参考文献[1]和[2]中对光子模型的假设可以很好的解释杨氏干涉的产生。

### 5.2. 多缝干涉模型的建立及仿真验证

多缝干涉示意图如图 5.5 所示：

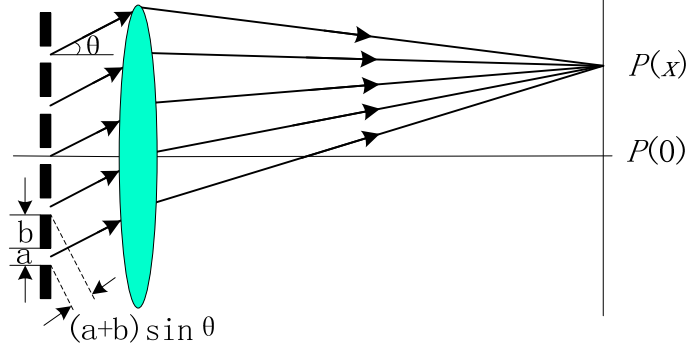


图 5.5. 多缝干涉示意图

设总缝数为  $N_f$ ，缝宽为  $a$ ，缝间不透光部分宽度为  $b$ ，根据经典光学的概念， $d = (a+b)$  亦可称为光栅常数。由于每个缝都有衍射，这  $N_f$  个缝的  $N_f$  套衍射条纹通过透镜完全重合。对于接受屏上某一点  $P(x)$  来说，所接收到的能量为不同缝按照同一衍射角  $\theta$  过来的所有的光子的叠加融合。由于光子融合几乎瞬间进行，没有先后顺序，且最终结果也与顺序无关。这里为了分析更加清晰与方便，我们不妨假设光子的叠加融合分两步进行：即首先是同一个缝过来的光子进行融合，得到相应的电场  $\vec{E}_i (i=1, 2, \dots, N_f)$ ，其次不同缝过来的光子的叠加电场再进行叠加融合，进而得到最终融合结果。

1) 同一个缝过来的光子融合。这里记为第  $i$  个缝，在上文单缝衍射中已经进行了详细的分析，根据公式 (3.12)、公式 (3.13) 以及公式 (4.23)，融合后的电场与磁场分别为：

$$E_i = E_0 \frac{\sin \frac{M \Delta \theta}{2}}{\sin \frac{\Delta \theta}{2}}, \quad H_i = H_0 \frac{\sin \frac{M \Delta \theta}{2}}{\sin \frac{\Delta \theta}{2}} \quad (5.9)$$

$$\begin{cases} I = M_0^2 I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \\ u = \pi a x / \lambda f \end{cases} \quad (5.10)$$

式中， $E_i$ ， $H_i$ ， $I_i$  分别表示第  $i$  个缝过来的光子融合后的电场，磁场，以及能量。 $M$  表示在探测时间内  $P(x)$  点接收到的光子总数

2) 不同缝光子的叠加电场  $\vec{E}_i (i=1, 2, \dots, N_f)$  再进行叠加融合。由于所有的缝宽都一致，且一般光子数目巨大，因此，我们可以认为不同缝过来的光子融合后的电磁场分量大小和相位均相同。不同缝过来的光子其光子程差不同，对于两相邻的缝，其对应位置的光子程差可表示为：

$$d = (a+b) \sin \theta \quad (5.11)$$

基于以上分析我们可以认为，不同缝过来的光子在接收屏上的融合电场之间大小相等，相位差恒定。这种情况可以使用上文已经建立的等相位差、等电磁场幅度的多光子叠加模型，根据模型推导结果，可得到最终融合后电场为：

$$I = I_i \left[ \frac{\sin \frac{N_f}{2} \frac{2\pi d}{\lambda}}{\sin \frac{1}{2} \frac{2\pi d}{\lambda}} \right]^2 = M_0^2 I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right) \left[ \frac{\sin \frac{N_f}{2} \frac{2\pi d}{\lambda}}{\sin \frac{1}{2} \frac{2\pi d}{\lambda}} \right]^2 \quad (5.12)$$

根据以上模型进行仿真分析，图 5.6 给出了在缝宽相同，缝数分别为 1, 2, 3 时的能量条纹图。

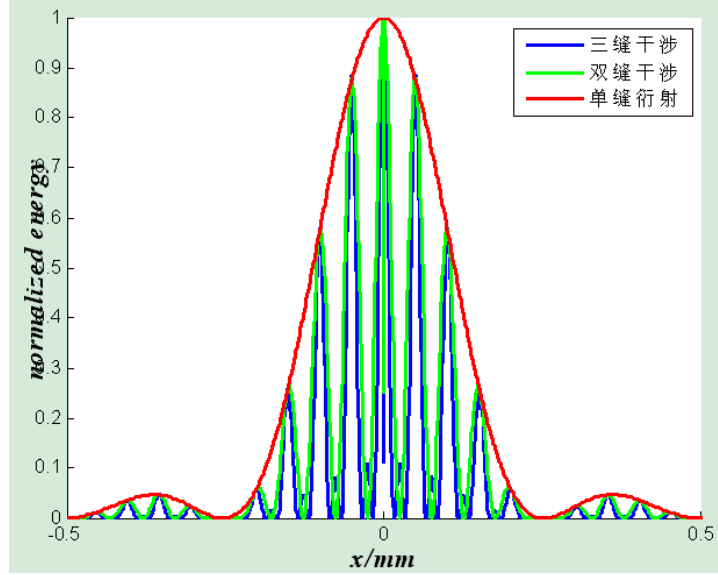


图 5.6 多缝干涉能量分布图

图 5.7 给出了在 3 缝干涉的情况下，不同缝宽对主极大的影响

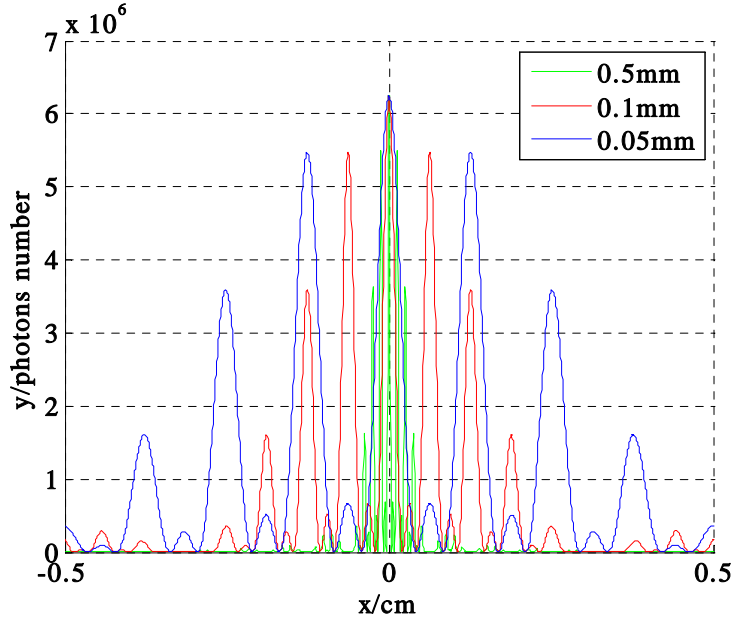


图 5.7 不同缝宽对能量分布的影响

### 5.3. 多缝干涉数值模拟和分析

与单缝衍射类似，我们依旧可以利用光的粒子性进行仿真验证多缝干涉的结果。模拟中光源依旧采用波长为  $\lambda = 632.8nm$  的 He-Ne 激光，我们模拟双缝干涉与 4 缝干涉的情况。每个缝宽为 0.1mm，缝间距为 2mm，光子接受装置与光子总

数等于单缝衍射的初始值相同，缝后放置一焦距为 50cm 的透镜，在透镜焦平面上放置一个可见光 CCD 相机，像元大小为 5 $\mu$ m，采样点数为 2000\*2000，因此总像面大小为 1cm\*1cm。假定在有效区域内接收到从狭缝发射出来的光子总数为 1010 个，则每个像元接收到的光子总数约为 2500 个(未考虑湮灭情况)，即  $M_0 = 2500$ 。这里假定每个光子能量为单位 1，则计算出来的能量分布反映了等量光子数。

首先，在 CCD 像元中心为原点建立直角坐标系，x 轴的取值范围为  $[-0.5\text{cm}, 0.5\text{cm}]$ 。由于  $a = 0.05\text{mm} \ll f = 50\text{cm}$ ，因此，本模拟适用公式(29)所示的简化公式，最终利用(3)式，有：

$$\begin{cases} I(x) = M_0^2 I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right) \left[ \frac{\sin \frac{N_f}{2} \frac{2\pi d}{\lambda}}{\sin \frac{1}{2} \frac{2\pi d}{\lambda}} \right]^2 \\ u = \pi a x / \lambda f, d = (a+b) \sin(\theta) \\ M_0 = 2500, I_0 = 1 \\ a = 0.5\text{mm}, b = 2\text{mm}, \theta = \arctan(x / f), \lambda = 632.8\text{nm}, f = 50\text{cm} \end{cases} \quad (5.13)$$

最后对于 4 缝干涉的情况下，可以描绘出像面上光子能量总和的二维和三维分布，如图 5.8

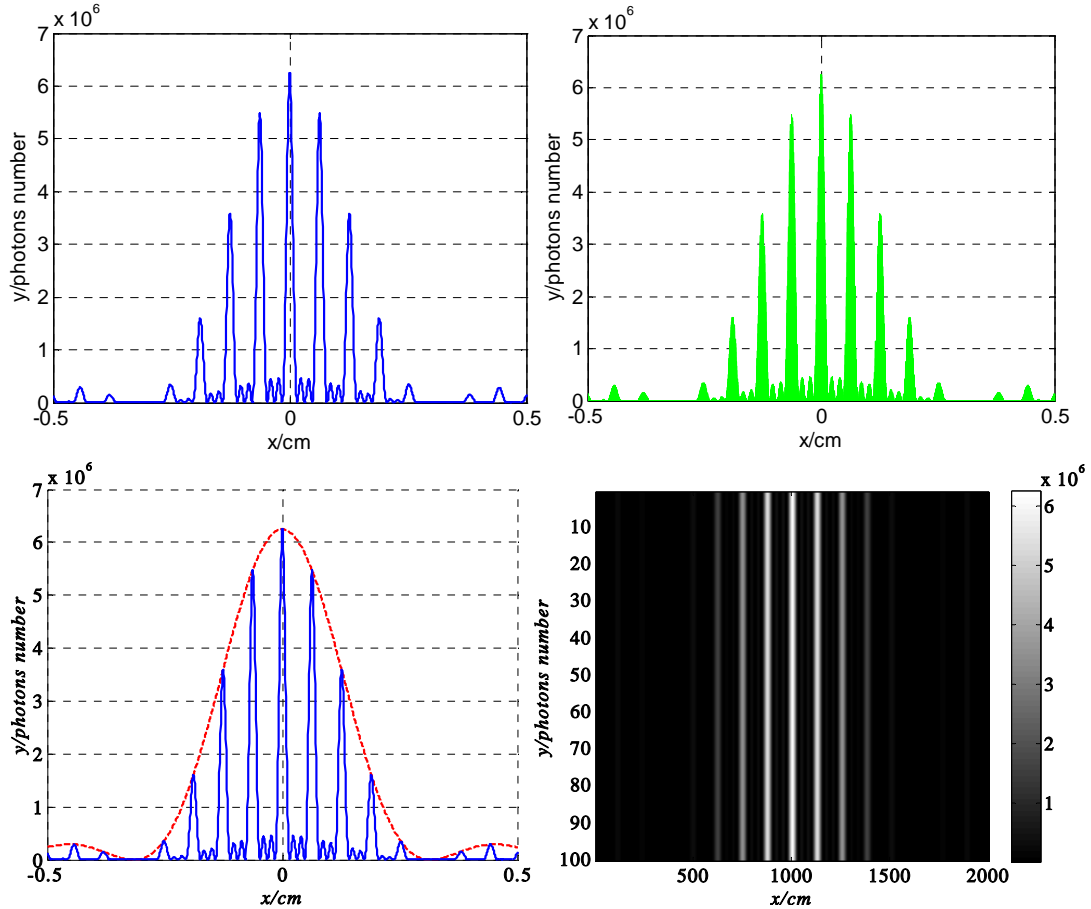


图 5.8. 对特定参数，模拟 CCD 探测到的等效光子数分布



### 5.3. 对模型进行分析总结

本节基于龚祖同院士以及一些研究人员提出的光子微粒说假说，建立模型验证并解释杨氏干涉实验，并根据第4节中单缝衍射模型结果，研究并建立了多缝干涉数学模型。通过模拟了光作为粒子束的情况下模拟实际情况，多缝干涉的结果。最后对干涉效果的影响因素如缝宽等给出了初步的分析。

## 6 偏振

根据左旋光子和右旋光子的假设，一个左旋光子与一个右旋光子可以组成一个线性偏振光子对。猜想偏振镜片仅让相位均值方向与偏振镜片光轴平行的线性偏振光子对通过<sup>[2]</sup>。

当光子运动方向相同时，在光子自旋运动下，左旋光子会产生一个S极为前进方向的磁场，右旋光子会产生一个N极为前进方向的磁场，相邻的一个左旋光子和一个右旋光子在相反磁场的作用下相互吸引形成一个相互关联的线性偏振光子对。

当线性偏振光子对到达偏振片时，由于自然光中包含处于各种相位的光子对，在同时与偏振镜片碰撞时，这时各种相位的光子对会重新组合，产生平行于、垂直于偏振镜光轴的光子对，平行于偏振镜光轴的光子对能够通过偏振镜，而垂直于偏振镜光轴的光子对则被偏振镜阻挡。由于碰撞前各种相位的光子对随机均匀分布，那么它们碰撞后重新组合后得到垂直于偏正镜光轴方向的光子对和得到平行于偏正镜光轴方向的光子对的概率相等。因此经过第一次偏振镜以后，只有50%的光子通过，光强为原来的一半。

## 7 总结与展望

本文基于龚祖同院士和 D. Zu 的猜想，从粒子的角度出发，针对具体问题做了一定的合理假设与简化，建立了基于光的粒子性的光的衍射效应模型与多光子融合的数学模型并且推导了不同种光学现象如光的衍射，干涉等的能量分布公式。最后给出仿真结果并且将仿真结果与经典理论的结论做了一定的对比，对比显示，我们的模型与经典理论的结果基本一致。

由于我们是基于别人关于光的粒子性学说并做了一定的假设予以简化进行建模，模型尚存在考虑不完备的地方，例如在分析光的衍射效应时光子与狭缝壁面相互作用的具体过程还有待进一步研究；偏振现象中线性偏振光子对的具体结构有待进一步验证修正。

由于时间有限，本文存在纰漏之处，恳请专家老师批评指正！

## 8 参考文献

- [1] Gong Zutong(Kung Tsu-Tung), A THEORY OF THE PHOTON STRUCTURE, ACTA PHOTONICA SINICA, Vol.28 No.1; 1999.
- [2] D. Zu, THE CLASSICAL STRUCTURE MODEL OF SINGLE PHOTON AND CLASSICAL POINT OF VIEW WITH REGARD TO WAVE-PARTICLE DUALITY OF PHOTON, Progress In Electromagnetics Research Letters, Vol. 1, 109 - 118, 2008.

## 9 附录

### 9.1 程序 ‘YangInterference.m’ 源代码:

```
%%
l=10e-6;                %size of pixel
Ns = 1024;              %sampling of CCD
lamda = 632.8*1e-9; %m, wavelength
N = 1*1e6;              %the number of photon per one pixel
d = 2*1e-3;             %length between two slits
a = 4;                  %distance between slit and CCD
%%
L_ccd = Ns*l;
x = linspace(-L_ccd/2, L_ccd/2, Ns);
[xx, yy] = meshgrid(x);
I_inter = zeros(Ns);    %interference intensity
ds = xx*d/a;
I = 2*N*l*(1+cos(2*pi*d/lamda/a*xx));
figure
imagesc(x*1e3, x*1e3, I), colormap('gray')
figure
plot(x*1e3, I(500, :))
figure(2)
mesh(xx, yy, I)
%%
I2 = N*Is;
I1 = I2;
II = I1 + I2 + 2*sqrt(I1*I2)*cos(d/a*xx/lamda*2*pi);
figure(3)
imagesc(x*1e3, x*1e3, II)
```

### 9.2 程序 ‘singleSlitDiffraction.m’ 源代码:

```
%Single Silt numerical simulation
wav = 632.8*1e-9; %unit mm
wid = 0.5*1e-3;   %mm
f = 500*1e-3;     %mm
pix = 5*1e-3*1e-3; %mm
N0 = 2000;        %sampling
d0 = pix*N0;
x = linspace(-d0/2, d0/2, N0);
[xx, yy] = meshgrid(x);
M = 1e10;
M0 = M/N0/N0;
I = zeros(N0, N0);
u = pi*wid*xx/wav/f;
```

```

I = M0^2*1*(sin(u)./u).^2;
figure(1)
plot(x*100, I(1000, :))
figure(2)
bar(x(1:10:end)*100, I(1000, 1:10:end))
hold on
plot(x*100, I(1000, :))
hold off
figure(3)
imagesc(x*100, x*100, I), colormap(gray)

```

### 9.3 程序 ‘multi\_int.m’ 源代码:

```

% close;clear;clc
% 参数设定
% load mI.mat %单缝时的峰值，用于归一化不同缝情况下的仿真结果
wl = 632.8e-9;%波长
N = 1;%缝的个数
dd = 5e-3;%光栅常数
a = 1*dd/5;%缝宽
b = dd-a;%缝间距
f=0.4;%透镜焦距
L = 2*wl;
A_max = asin(L/a);%最大衍射角
x_max = f*tan(A_max);

```

```

step = 1000;I = zeros(10,step);
for ii = 1:step+1
    u(ii) = (2*(ii-1)/step-1)*x_max;
    u1 = pi*a*(2*(ii-1)/step-1)*x_max/(wl*f);
    angle = atan((2*(ii-1)/step-1)*x_max/f);
    d = 2*pi*(a+b)*sin(angle)/wl;
    if u1==0
        I(:,ii) = 1;
    else
        I(:,ii) = (sin(u1)./u1).^2*(sin(N*d/2)/sin(d/2)).^2;
    end
end
end
% mI = max(I(:));
% save mI.mat mI
% I = I ./max(I(:))*mI;
% hold on
plot(u*1000,I(10,:), 'r')

```

### 9.4 程序 ‘photons\_sim\_multi\_int.m’ 源代码:

```

% close all;clear all;clc

```

```

% load m.mat %单缝衍射时最大值，用于归一化不同缝的仿真结果
wl = 632.8*1e-9; %波长，m
f = 500*1e-3; %透镜焦距
pix = 5*1e-3*1e-3; %CCD像素尺寸
N0 = 2000; %CCD线性个数
N = 3; %缝数
d0 = pix*N0; %CCD线尺寸

x = linspace(-d0/2, d0/2, N0);
[xx, yy] = meshgrid(x);
M = 1e10; %光子个数
M0 = M/N0/N0; %单位像素光子个数
%
I = zeros(N0, N0);
wid_a = 0.05*1e-3; %缝宽
wid_b = 4*wid_a; %缝间距

u = pi*wid_a*xx/wl/f;
angle = atan(xx/f);
d = 2*pi*(wid_a+wid_b)*sin(angle)/wl;
I = M0^2*1*(sin(u)./u).^2.*(sin(N.*d/2)./sin(d/2)).^2;
% I = I*m/max(I(:));
hold on
plot(x*100, I(1000, :), 'b'); xlabel('x/cm'); ylabel('y/photons number')

% m = max(I(:));
% save m.mat m

```