

参赛密码 _____
(由组委会填写)

第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

学 校	南京航空航天大学
-----	----------

参赛队号	2014-10287032
------	---------------

队员姓名	1.	王 笛
	2.	马守磊
	3.	何 杰



第十一届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目 机动目标的跟踪与反跟踪

摘 要:

本文针对机动目标的跟踪与反跟踪问题进行了相应的研究与分析,主要完成的工作如下:

针对问题 1: 分别考虑了对机动目标在线跟踪与非在线跟踪两种模式。在线跟踪具有序贯实时的功能,而非在线跟踪对原有的数据进行插值预处理。问题 1 的实质为分布式多传感器的目标跟踪问题,由于坐标系的不统一,本文完成了站心球坐标系 (ρ, θ, φ) 、站心直角坐标系 (x, y, z) , 球心直角坐标系 (X, Y, Z) 以及大地坐标系 (L, B, H) 之间的相互转换。针对多传感器对同一目标的同时刻观测问题,在统一坐标系的基础上,依据加权融合的原则进行了多传感器的信息融合。在线与非在线两种跟踪模式均采用 Kalman 滤波,同时对目标机动状态的估计分别采用了两种不同机动跟踪模型: Singer 模型和修正的当前模型。两种模型都能对目标进行有效的跟踪。

针对问题 2: 对于单传感器多目标的跟踪问题,数据的关联和航迹的生成是核心。航迹关联首要问题为初始航迹的确定,本文采用航迹起始算法中的直观法进行初始航迹确定。直观法实时性较好,在合适的波门阈值下,该方法能较快确定起始航迹,满足序贯实时的要求。针对航迹关联的问题,分别采用了最近邻域算法和 Kalman 滤波航迹关联的方法。最近邻域法采用目标观测方位角、俯仰角等相关波门特征进行判决。Kalman 滤波航迹关联是在起始航迹的基础上,进行机动目标的滤波,并且根据对目标的状态估计(如位置信息等)进行数据关联。由于两条航迹在 $X-Y$ 平面存在交叉, Kalman 滤波航迹关联算法优于最近邻域法。

针对问题 3: 采用与问题 1 一致的 Kalman 滤波方式来进行跟踪时,得到的目标机动规律在滤波初始阶段存在较大误差。这里采用新的滤波方式,基于初值的 Singer 模型 Kalman 滤波,来优化初始阶段的滤波。通过对初值的尝试,获取目

标的机动规律。通过估计可以看出，目标在整个观测过程中，都在做机动，并且航迹类似于一条抛物线。目标的速度峰值估计在 3 km/s 以上，加速度峰值估计在 $5g$ 左右，可以判定目标为高速高机动飞行器。

针对问题 4：考虑到 Data3 中目标运动的相对规律性，本文采用两种不同的方式对目标落点进行估计，Kalman 滤波估计与空间曲线拟合估计。由于目标在观测的末尾阶段，运动状态（加速度矢量等）较为稳定，根据目标运动状态的估计值可以较好地预测目标与大地的交点，即着陆点，同时还可以估计出着陆时间。空间曲线拟合采用了两种不同的拟合方式：一种与时间无关，是三维空间回归模型，一种是与时间有关的三维坐标时间回归模型。在三维空间回归模型中，通过对比三次模型和二次模型，采用拟合优度较高为 99.768% 的三次模型。三维坐标时间回归，采用二次型的时间回归模型，其拟合优度均在 99% 以上，具有较高的拟合效果。两种模型的拟合对着陆点的经度、纬度估计差距较小。但是三维空间回归模型无法直接估计着陆时间，而与时间相关的三维坐标时间回归模型与 Kalman 滤波一样，可以估计着陆时间，二者的着陆点估计经纬度误差较小。但是如果需要满足序贯实时的要求，空间曲线拟合则无法满足要求，可以利用 Kalman 滤波实现实时的跟踪与估计。

针对问题 5：本文从多种层面上分析了跟踪与反跟踪的问题。首先分析了飞机在雷达一次扫描时间间隔内逃脱雷达跟踪的可能性。分析以卡尔曼滤波为前提，基于二次运动模型的逃离方式，分析表明，对于机动性不是特别强的飞行器很难一次完成摆脱跟踪。同时根据问题 2 的处理结果得出：如果飞机编队机动或有相关杂波造成航迹交叉的假象，较为容易摆脱跟踪。考虑雷达的跟踪性能，当一部雷达的工作性能有限时，可以采用分布式雷达处理模式。从问题 1 中可以看出，采用分布式多雷达系统，不仅会增加跟踪到目标的可能性，而且通过信息融合，可以提高跟踪精度。

关键词：Kalman 滤波，在线跟踪，航迹关联，数据融合，回归模型

一、问题的重述

1.1 问题由来

目标跟踪是指根据传感器（如雷达等）所获得的对目标的测量信息，连续地对目标的运动状态进行估计，进而获取目标的运动态势及意图。目标跟踪理论在军、民用领域都有重要的应用价值。在军用领域，目标跟踪是情报搜集、战场监视、火力控制、态势估计和威胁评估的基础；在民用领域，目标跟踪被广泛应用于空中交通管制，目标导航以及机器人的道路规划等行业。

目标机动是指目标的速度大小和方向在短时间内发生变化，通常采用加速度作为衡量指标。目标机动与目标跟踪是“矛”与“盾”的关系。随着估计理论的日趋成熟及平台能力提升，目标作常规的匀速或者匀加速直线运动时的跟踪问题已经得到很好的解决。但被跟踪目标为了提高自身的生存能力，通常在被雷达锁定情况下会作规避的机动动作或者释放干扰力图摆脱跟踪，前者主要通过自身运动状态的快速变化导致雷达跟踪器精度变差甚至丢失跟踪目标，后者则通过制造假目标掩护自身，因此引入了在目标进行机动时雷达如何准确跟踪的问题。

机动目标跟踪的难点在于以下几个方面：(1) 描述目标运动的模型。通常情况下跟踪的目标都是非合作目标，目标的速度大小和方向如何变化难于准确描述；(2) 传感器自身测量精度有限加之外界干扰，传感器获得的测量信息如距离、角度等包含一定的随机误差，用于描述传感器获得测量信息能力的测量方程难于完全准确反映真实目标的运动特征；(3) 当存在多个机动目标时，除了要解决(1)、(2)两个问题外，还需要解决测量信息分类的问题，即数据关联。由于以上多个挑战因素以及目标机动在战术上主动的优势，机动目标跟踪已成为近年来跟踪理论研究的热点和难点。

1.2 问题要求

问题 1：根据附件中的 Data1.txt 传感器观测数据，分析目标机动发生的时间范围，并统计目标加速度的大小和方向。建立对该目标的跟踪模型，并利用多个雷达的测量数据估计出目标的航迹。鼓励在线跟踪。

问题 2：附件中的 Data2.txt 数据对应两个目标的实际检飞考核的飞行包线（检飞：军队根据国家军标规则设定特定的飞行路线用于考核雷达的各项性能指标，因此包线是有实战意义的）。请完成各目标的数据关联，形成相应的航迹，并阐明你们所采用或制定的准则（鼓励创新）。如果用序贯实时的方法实现更具有意义。若出现雷达一段时间只有一个回波点迹的状况，怎样使得航迹不丢失？请给出处理结果。

问题 3：根据附件中 Data3.txt 的数据，分析空间目标的机动变化规律（目标加速度随时间变化）。若采用第 1 问的跟踪模型进行处理，结果会有哪些变化？

问题 4：请对第 3 问的目标轨迹进行实时预测，估计该目标的着落点的坐标，给出详细结果，并分析算法复杂度。

问题 5：Data2.txt 数据中的两个目标已被雷达锁定跟踪。在目标能够及时了解是否被跟踪，并已知雷达的测量精度为雷达波束宽度为 3° ，即在以雷达为锥顶，雷达与目标连线为轴，半顶角为 1.5° 的圆锥内的目标均能被探测到；雷达前后两次扫描时间间隔最小为 0.5s。为应对你们的跟踪模型，目标应该采用

怎样的有利于逃逸的策略与方案？反之为了保持对目标的跟踪，跟踪策略又应该如何相应地变换？

二、问题的假设

假设 1：地球为一个赤道为 6378.137 km ，两极 6356.752 km 的椭球，本文假设其为一个正规的球，球半径为两者均值。

假设 2：利用 Kalman 滤波时的过程噪声均为高斯白噪声。

假设 3：雷达距离，方位角和俯仰角的各个误差相互独立。

三、符号说明

L ：目标在大地坐标系中的经度；
 B ：目标在大地坐标系中的纬度；
 H ：目标在大地坐标系中的高度；
 θ ：目标相对于观测中心的方位角；
 φ ：目标相对于观测中心的俯仰角；
 R ：目标相对于观察中心的径向距离；
 σ_m^2 ：目标加速度的方差；
 α ：目标机动时间常数的倒数；
 X ：目标状态向量
 F ：状态转移矩阵
 V ：过程噪声
 A ：系统矩阵
 Q ：过程噪声协方差
 $u_j(k)$ ：为在时刻 k 模型 j 是正确的后验概率
 W_p ：总均方误差最小时所对应的加权因子
 \bar{X}^3 ：目标 3 维状态向量
 S ：误差转移矩阵
 $\begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y^2 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_z^2 \end{bmatrix}$ ：XYZ 轴的协方差矩阵
 $Path_i (i=1, \dots, N)$ ：划分出的航迹包
 S_i ：最优拟合平面
 \vec{p}_i ：最优拟合平面的法线
 R^2 ：回归模型拟合优度

四、问题的分析与建模

4.1 对问题 1 的分析与建模

附件中的 Data1.txt 数据包含三个传感器对同一个目标不同时刻的观测距离，观测方位角、俯仰角以及观测时间。传感器对目标观察时间非均匀连续，如果非实时处理，可以对其进行插值预处理。

分析目标机动发生的时间范围，统计目标加速度大小和方向需要统一到同一个坐标系中才能进行相关处理，采用卡尔曼滤波可以实时得到目标的位置信息，速度信息，加速度信息，最终分析目标的航迹以及相关机动问题。

数据中存在多个传感器对同一个目标同一时刻的观测值，在这种情况下，需要对时间重叠的数据进行融合处理，这里采用加权融合。

Kalman 滤波所选择的目标机动模型与滤波效果紧密相连，这里分别采用 Singer 模型以及修正的当前统计模型来进行处理。其流程图如图 1 所示。

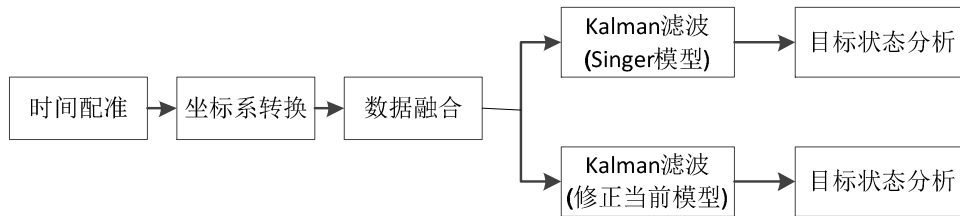


图 1 问题 1 处理流程

通过分析，Data1 的数据有如下特点：

- 1) 时间数据间隔均为 1s 的整数倍(或 0);
- 2) 大部分时间数据间隔均为 1s，少部分数据间隔为 2s 或 3s，存在数据缺失;
- 3) 雷达 1 观测总时长 255s, 雷达 2 观测总时长 301s, 雷达 3 观测总时长 251s;
- 4) 雷达 1 结束观测到雷达 2 开始观测的时间间隔为 46s;
- 5) 雷达 2 和雷达 3 同时观测的时间段长度为 101s;
- 6) 雷达 2 和雷达 3 存在一个时间点上均有观测值的情况。

4.1.1 时间配准

针对 Data1 中的时间数据特点，我们需要进行时间配准。对于不同的数据处理要求可以选择不同的时间配准方式。在线跟踪模式下，需要对数据进行序贯实时式处理。非在线数据分析模式下，为了提高估计精度，需要对数据进行插值处理。

(1) 在线跟踪

在线跟踪模式下，数据的处理只依赖于已观测到的数据^{[9][10]}。Data1 中时间数据的特点使得最新观测值的时间具有很大的不确定性，因此在滤波过程中需要引入时间参数。雷达 2 和雷达 3 的时间数据有交叉过程中需要我们对滤波数据的更新进行融合。

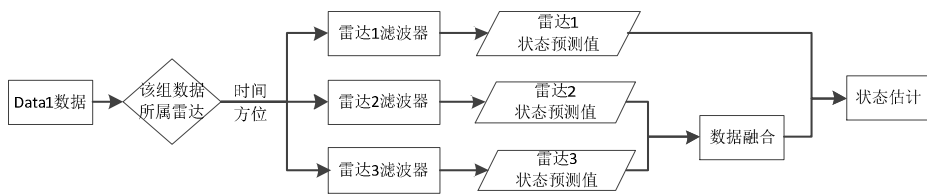


图 2 在线跟踪模式处理流程

(2) 非在线数据分析

非在线数据分析模式下，可以根据雷达每秒钟观测一次数据，以传感器整个开机观测时间内每秒都有观测值的原则进行线性插值，插值后三个传感器数据大小（观测点个数）变化如表 1。

表 1 传感器插值处理数据大小变化情况

传感器编号	插值前数据大小	插值后数据大小
1	237*5	255*5
2	264*5	301*5
3	227*5	251*5

以 Data1 中传感器 1 的某段数据为例，在缺失两组观测值得情况下插值效果如表 2：

表 2 传感器 1 插值效果

传感器编号	距离（米）	方位角（度）	俯仰角（度）	时间（秒）
1	59751.579	30.332015	0.027023885	36640.4
1(插值一)	59600.171	30.3430	0.1505	36641.4
1(插值二)	59448.763	30.3539	0.2742	36642.4
1	59297.356	30.364824	0.39771819	36643.4

非在线数据分析模式下的后续数据处理流程与在线跟踪模式一致，如图 2。

4.1.2 坐标系转换

将观测坐标系中的观测转换到基础坐标中是多传感器信息融合的基础。因此需要将题中给出的三个雷达的数据转换到同一坐标系中。下面给出坐标系转换的推导。

站心直角坐标系：指原点 O 为传感器中心，传感器中心点与当地纬度切线方向指向东为 x 轴，传感器中心点与当地经度切线方向指向北为 y 轴，地心与传感器中心连线指向天向的为 z 轴，目标方位指北向顺时针夹角（从 y 轴正向向 x 轴正向的夹角），目标俯仰指传感器中心点与目标连线和地平面的夹角（即与 xOy 平面的夹角^[1]。

站心球坐标系：以球坐标的形式表示站心直角坐标系。

球心直角坐标系：以地球中心为原点，起始子午平面与赤道的交线为 X 轴，椭球的短轴为 Z 轴，在赤道面上与 X 轴正交的方向为 Y 轴，构成右手直角坐标系。两个坐标系如图 3 所示。

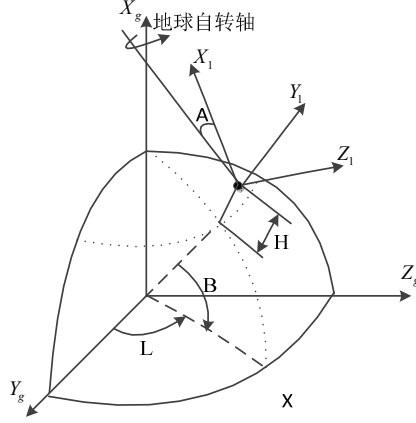


图 3 站心坐标系与地心直角坐标系示意图

假设目标在站心直角坐标系中坐标为 $\mathbf{X}_l = (x_l, y_l, z_l)$ ，在地心直角坐标中坐标为 $\mathbf{X}_i = (x_i, y_i, z_i)$ ，同时设定观测站的经纬高为 L, B, H ，可以通过下面推导地心对应的球心直角坐标系为 $\mathbf{X}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ 。

$$\begin{cases} x_0 = [N_R(1 - e_1^2) + H] \sin B \\ y_0 = (N_R + H) \cos B \cos L \\ z_0 = (N_R + H) \cos B \sin L \end{cases} \quad (4.1.1)$$

式中， $e_1^2 = \frac{(a^2 - b^2)}{a^2}$ 为第一偏心率； $N_R = \frac{a}{\sqrt{1 - e_1^2 \sin^2 B}}$ ； a 为长半轴； b 为短半

轴，采用 WGS-84 坐标，则 $a = 6378137m$ ， $b = 6356752m$ 。

题中给出的是目标在雷达的站心球坐标系下的观测距离 R ，方位角 θ ，俯仰角 φ 。首先需要将该球坐标系转换到站心直角坐标系 (x_l, y_l, z_l) 中。

$$\begin{cases} x_l = R \cos(\varphi) \sin(\theta) \\ y_l = R \cos(\varphi) \cos(\theta) \\ z_l = R \sin(\varphi) \end{cases} \quad (4.1.2)$$

从球心直角坐标系转换到站心直角坐标系，是所在两个直角坐标系的转换，将 $\mathbf{X}_l = (x_l, y_l, z_l)$ 做两次旋转：绕 Z 轴旋转 $(90^\circ + L)$ ，绕 X 轴旋转 $(90^\circ - B)$ ，计算式如下。

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_l &= R_x(90^\circ - B) R_z(90^\circ + L) (\mathbf{X}_l - \mathbf{X}_0) \\ &= \begin{bmatrix} -\sin L & \cos L & 0 \\ -\sin B \cos L & -\sin B \sin L & \cos B \\ \cos B \cos L & \cos B \sin L & \sin B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_l \\ y_l \\ z_l \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.1.3)$$

从站心直角坐标系转换到球心直角坐标是上述过程的逆过程，其表达式为：

$$\begin{bmatrix} x_l \\ y_l \\ z_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin L & -\sin B \cos L & \cos B \cos L \\ \cos L & -\sin B \sin L & \cos B \sin L \\ 0 & \cos B & \sin B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_l \\ y_l \\ z_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (4.1.4)$$

根据上述各个坐标系的作换公式，对题中坐标系转换流程如图 4。

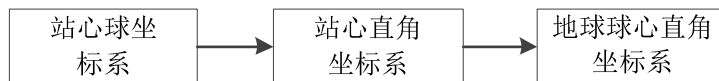


图 4 坐标系转换流程

按照图 4 处理流程，将三个雷达的观测数据统一到球心直角坐标系中，效果如图 5。

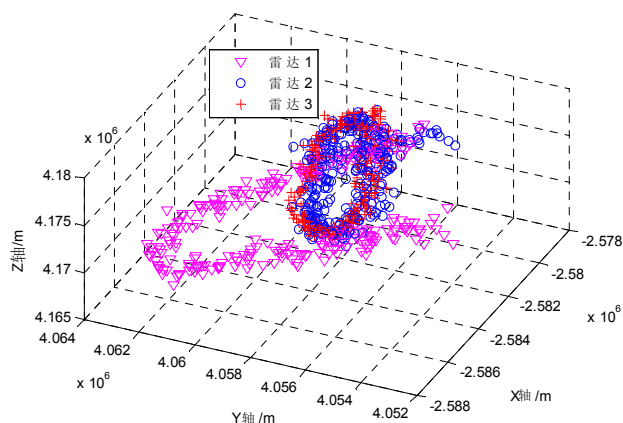


图 5 多雷达单目标跟踪

4.1.3 Kalman 滤波

Kalman 滤波器适用于有限观测间隔的非平稳过程，它是适合于计算机的递推算法，滤波的目的是对目标过去和现在的状态进行估计，同时预测目标未来是可能的运动状态，包括目标的位置、速度和加速度等参量^{[2][8]}。

下图给出了 Kalman 滤波的流程。

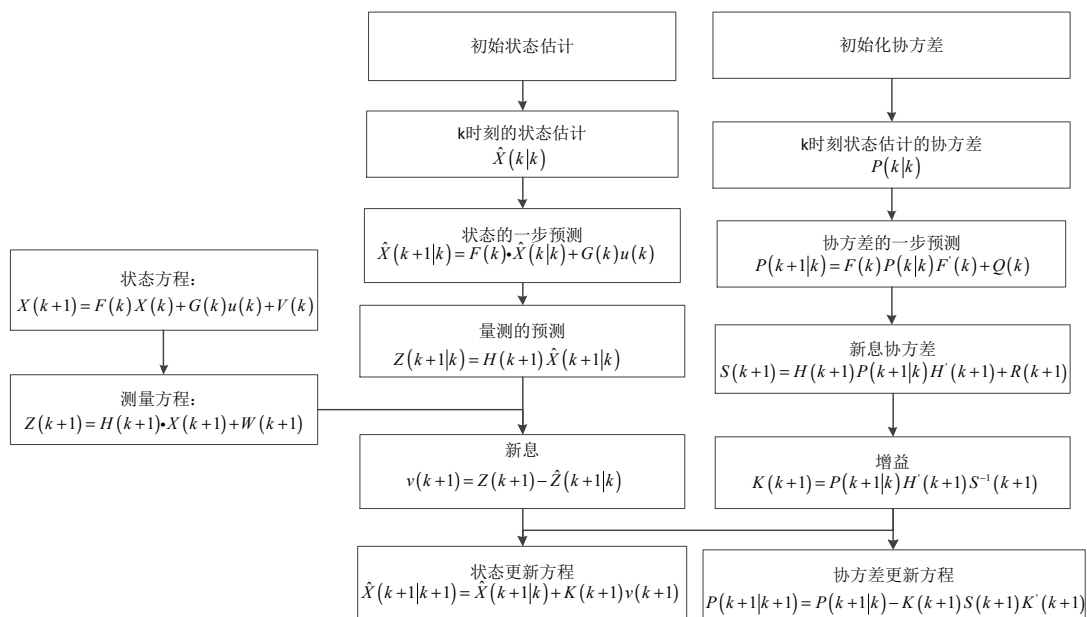


图 6 Kalman 滤波流程图

4.1.4 机动目标跟踪模型

(1) 模型一：Singer 模型

机动目标跟踪算法包括多模型、Singer 模型、交互式多模型和 Jerk 模型等算法。这里使用的是 Singer 模型算法，能更切合实际地把机动控制项作为相关噪声（有色噪声）建模^{[3] [4]}。1970 年 R.A.Singer 提出的 Singer 模型法认为坐标 x 的状态向量为：

$$X = [x \quad \dot{x} \quad \ddot{x}] \quad (4.1.5)$$

其中： $\ddot{x} = a$ ，上述一阶时间相关模型如果用状态方程可表示为：

$$\dot{X}(t) = AX(t) + \tilde{V}(t) \quad (4.1.6)$$

这就是著名的 Singer 模型。其中，系统矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{pmatrix} \quad (4.1.7)$$

对于采样间隔 T ，与式对应的离散时间动态方程为：

$$X(k+1) = F(k)X(k) + V(k) \quad (4.1.8)$$

其中：

$$F = e^{AT} = \begin{pmatrix} 1 & T & \frac{\alpha T - 1 + e^{-\alpha T}}{\alpha^2} \\ 0 & 1 & \frac{(1 - e^{-\alpha T})}{\alpha} \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{pmatrix} \quad (4.1.9)$$

其离散时间过程噪声 V 具有协方差

$$Q = 2\alpha\sigma_m^2 \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix} \quad (4.1.10)$$

σ_m^2 是机动加速度方差 α 是机动时间常数的倒数，即机动频率
注意到式矩阵 A 中取 $\alpha = 0$ 时：

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.1.11)$$

状态转移矩阵为：

$$F = e^{AT} = \begin{pmatrix} 1 & T & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.1.12)$$

过程噪声协方差矩阵为：

$$Q = q \begin{pmatrix} T^5/20 & T^4/8 & T^3/6 \\ T^4/8 & T^3/3 & T^2/2 \\ T^3/6 & T^2/2 & T \end{pmatrix} \quad (4.1.13)$$

此即为匀速直线运动模型。其中： q 可取为一个较小值，如 $q = 0.05$ 。若 A 取：

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.1.14)$$

此时，状态转移矩阵为：

$$F = e^{AT} = \begin{pmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.1.15)$$

过程噪声协方差矩阵为：

$$Q = q \begin{pmatrix} T^3/3 & T^2/2 \\ T^2/2 & T \end{pmatrix} \quad (4.1.16)$$

此即为匀速直线运动模型。由此可见匀加速直线运动模型和匀速直线运动模型是 Singer 模型的两种特例。

(2) 模型二：修正的当前模型

修正的当前模型算法针对当前模型算法中难以选取自相关时间常数的问题，结合多模型的思想对当前模型算法进行修正。从而使档期模型能够自适应地跟踪不同环境的机动目标^[5]。

设目标运动规律在离散状态方程的基础上可模拟为

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{F}(k)\mathbf{X}(k) + \mathbf{G}(k)\bar{a} + \mathbf{V}(k) \quad (4.1.17)$$

其中，

$$\mathbf{X}(k) = [x(k), \dot{x}(k), \ddot{x}(k)]' \quad (4.1.18)$$

$$\mathbf{F}(k) = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{(-1 + \alpha T + e^{-\alpha T})}{\alpha^2} \\ 0 & 1 & \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha} \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{bmatrix} \quad (4.1.19)$$

修正的当前模型综合考虑在不同机动情况下自相关时间常数对跟踪效果的影响。最终的组合估计表达式为：

$$\hat{\mathbf{X}}(k|k) = \sum_{j=1}^r u_j(k) \hat{\mathbf{X}}_j(k|k) \quad (4.1.20)$$

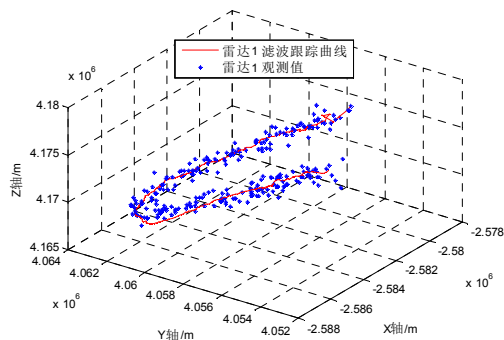
$$P(k|k) = \sum_{j=1}^r u_j(k) P_j(k|k) + \sum_{j=1}^r u_j(k) [\hat{\mathbf{X}}_j(k|k) - \hat{\mathbf{X}}(k|k)][\hat{\mathbf{X}}_j(k|k) - \hat{\mathbf{X}}(k|k)]' \quad (4.1.21)$$

式中： $u_j(k)$ 为在时刻 k 模型 j 是正确的后验概率：

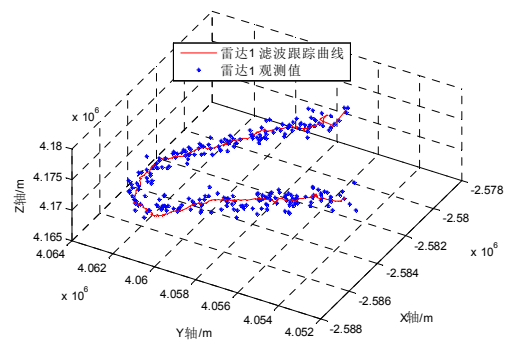
$$u_j(k) = \frac{\lambda_j(k)u_j(0)}{\sum_{l=1}^r \lambda_l(k)u_l(0)} \quad (4.1.22)$$

其中： $u_j(0)$ 为在时刻 k 模型 j 是正确的先验概率，可以预先设定。

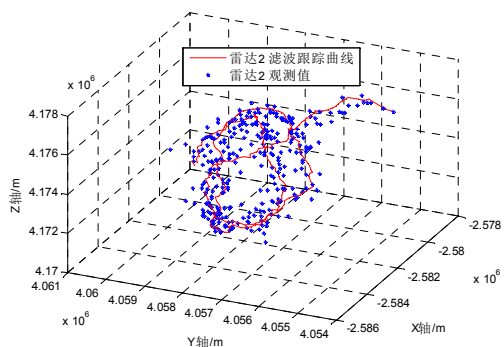
下面为两个不同模型对相同目标的跟踪对比图。



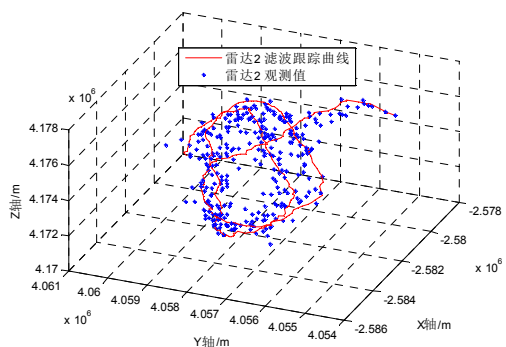
(a1) Singer 模型：雷达 1 目标跟踪



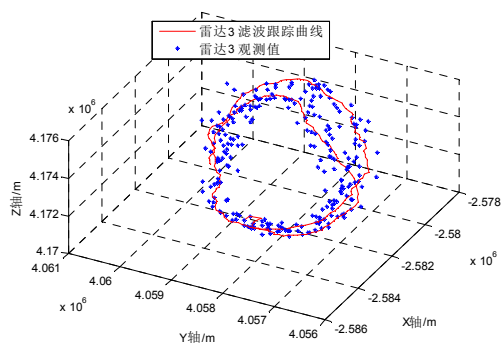
(a2) 修正的当前模型：雷达 1 目标跟踪



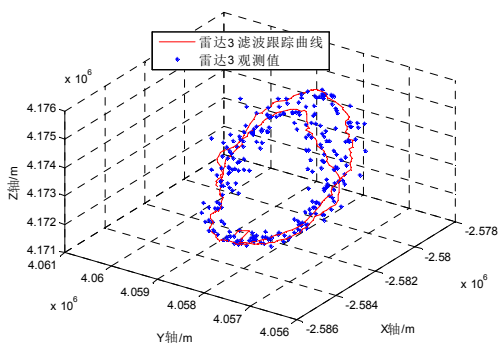
(b1) Singer 模型：雷达 2 目标跟踪



(b2) 修正的当前模型：雷达 2 目标跟踪



(c1) Singer 模型：雷达 3 目标跟踪



(c2) 修正的当前模型：雷达 3 目标跟踪

图 7 多模型目标跟踪效果

图 7 直观的给出了 Singer 模型和修正的当前模型，两种模型下的 Kalman 滤波效果。图中点阵表示量测值，曲线表示滤波的预测跟踪值。从图中可以分析出，这两种模型对 Data1 中数据的处理效果比较接近。

4.1.5 数据融合

由于 Data1 中部分数据为传感器 2 和传感器 3 在同一时刻对同一目标的不同观测数据。在统一到球心直角坐标系后，对两组数据分别进行 Kalman 滤波。但是由于两个传感器对距离、方位和俯仰角不同的测量误差，导致对同一目标的跟踪轨迹也存在一定量的差值，对目标最终状态的估计也会有一定的影响。因此需要对两组滤波结果进行融合。由于题中分别给出了传感器 1 和传感器 2 对相应参数测量误差的大小，可以此为依据进行数据融合。数据融合处理流程如下图所示。

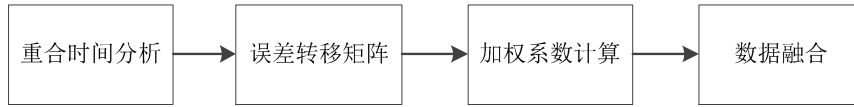


图 8 数据融合处理流程

对三个传感器的测量的重叠时间进行分析如下：

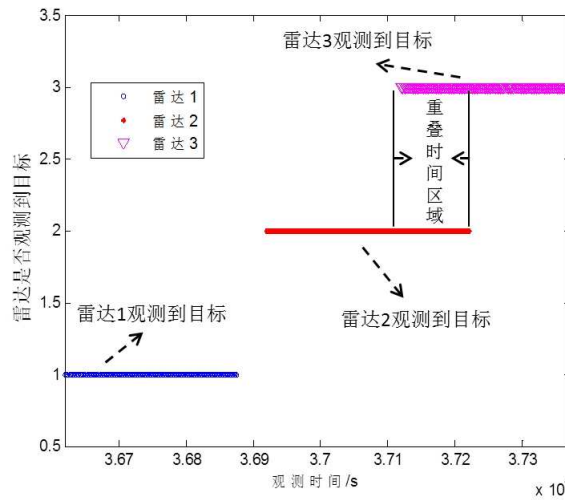


图 9 多传感器对同一目标跟踪时间重叠分析

要使送回的数据最有效，就要确定合理的融合法则。常用的目标跟踪融合算法由联合概率数据互联算法、广义 S -维分配的跟踪融合算法、加权融合估计算法等。这里我们采用加权融合估计算法对雷达 2 和雷达 3 的跟踪数据进行数据融合^[6]。

设雷达 2 和雷达 3 对目标的测量值为 $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2$ ，它们彼此互相独立，并且是 \mathbf{X} 的无偏估计，两个传感器的加权因子分别为 w_1, w_2 ，则融合后的 $\hat{\mathbf{X}}$ 和加权因子满足以下两式：

$$\hat{\mathbf{X}} = \sum_{p=1}^n w_p \mathbf{X}_p \quad (4.1.23)$$

$$\sum_{p=1}^n W_p = 1 \quad (4.1.24)$$

总均方误差为

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E[(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})^2] \\ &= E\left[\sum_{p=1}^2 W_p^2 (\mathbf{X} - \mathbf{X}_p)^2 + 2 \sum_{\substack{p=1, q=1 \\ p \neq q}}^2 W_p W_q (\mathbf{X} - \mathbf{X}_p)(\mathbf{X} - \mathbf{X}_q)\right] \end{aligned} \quad (4.1.25)$$

因为 $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2$ 相互独立，故 σ^2 可以写成

$$\sigma^2 = E\left[\sum_{p=1}^2 W_p^2 (X - X_p)^2\right] = W_1^2 \sigma_1^2 + W_2^2 \sigma_2^2 \quad (4.1.26)$$

从上式可以看出，总均方误差 σ^2 是关于各加权因子的二元二次函数，因此 σ^2 必然存在最小值。根据多元函数求极值理论，可求出总均方误差最小时所对应的加权因子为

$$W_p = 1 / \left(\sigma_p^2 \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\sigma_i^2} \right) \quad (4.1.27)$$

此时所对应的最小均方误差为

$$\sigma_{\min}^2 = 1 / \sum_{p=1}^2 \frac{1}{\sigma_p^2} \quad (4.1.28)$$

已知坐标系转换公式如式(4.1.51)

$$\bar{X}^3 = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \cos(\varphi) \sin(\theta) \\ R \cos(\varphi) \cos(\theta) \\ R \sin(\varphi) \end{bmatrix} \quad (4.1.29)$$

误差转移矩阵如(4.1.30)

$$S = \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{X}^3}{\partial R} & \frac{\partial \bar{X}^3}{\partial \theta} & \frac{\partial \bar{X}^3}{\partial \varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) \sin(\theta) & R \cos(\varphi) \cos(\theta) & -R \sin(\varphi) \sin(\theta) \\ \cos(\varphi) \cos(\theta) & -R \cos(\varphi) \sin(\theta) & -R \sin(\varphi) \cos(\theta) \\ \sin(\varphi) & 0 & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \quad (4.1.30)$$

在极坐标各自误差独立的情况下，通过极坐标误差获取直角坐标误差的公式如式(4.1.31)

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y^2 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_z^2 \end{bmatrix} = S' \begin{bmatrix} \sigma_R^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\phi^2 \end{bmatrix} S \quad (4.1.31)$$

下图为采用平均加权系数分配和融合加权系数分配时，总均方误差大小对比图。可以看出，采用融合加权系数分配的方法较大程度上优于平均加权法。

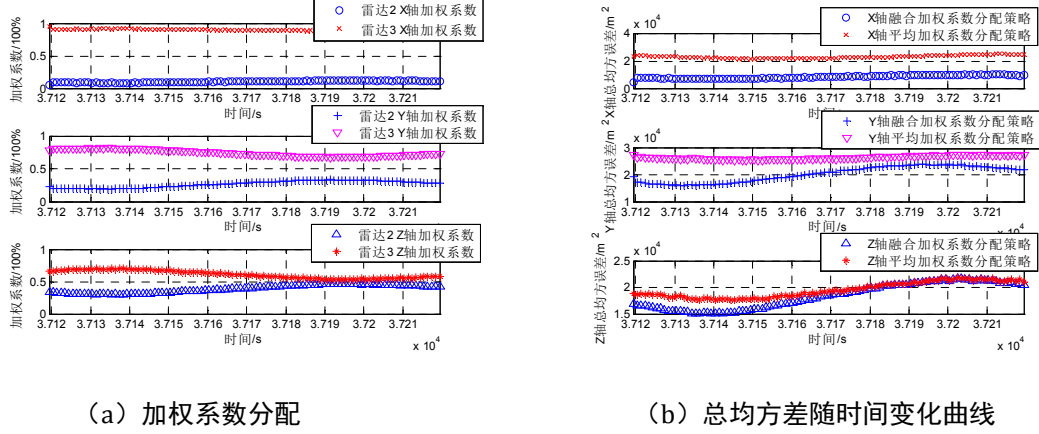


图 10 加权系数分配策略

图 11 为 Singer 模型和修正的当前模型根据融合加权系数进行融合的效果图。

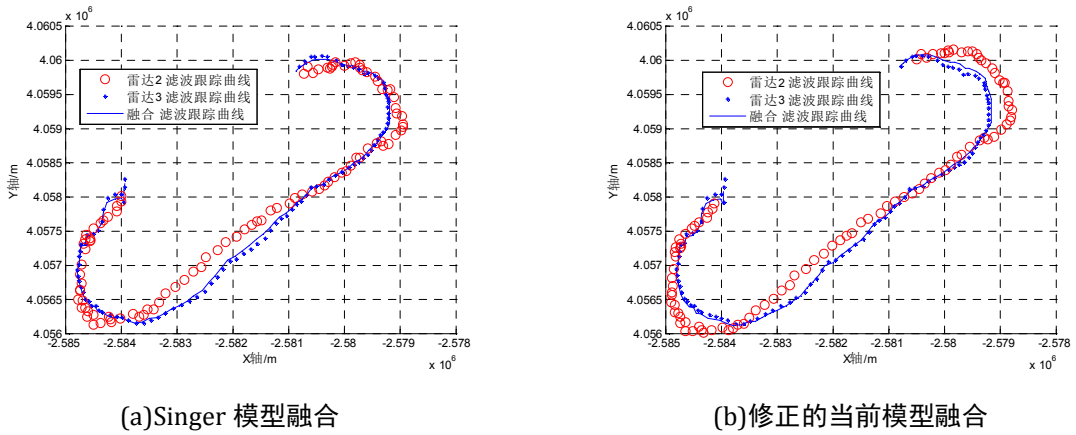
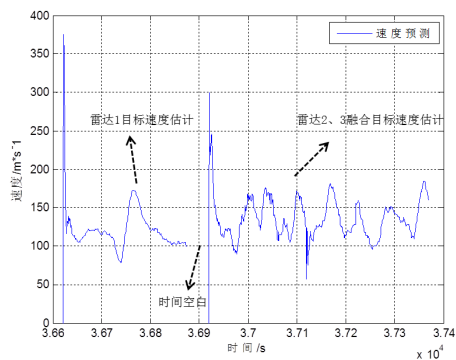


图 11 雷达数据融合

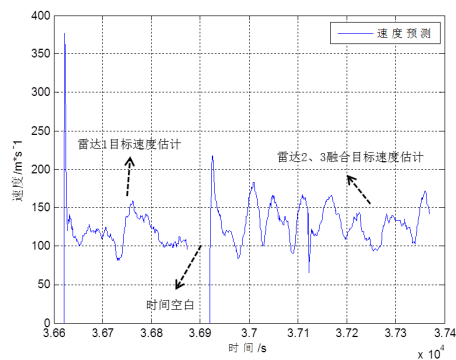
从融合前后的对比可知，将相同时刻雷达 2，雷达 3 对目标的预测进行数据融合，有助于提高跟踪精度。

4.1.6 目标机动规律分析（非在线）

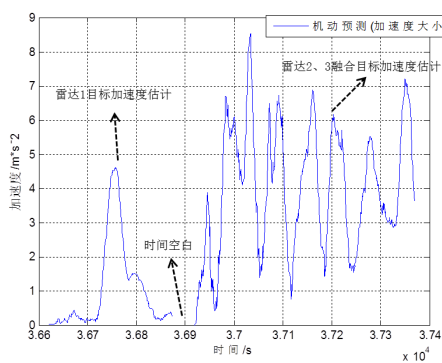
从分析可知雷达 1 与雷达 2 观察数据之间有段较长空白，这段空白时间的目标机动无法得知。下面分别为 Singer 模型和修正的当前模型下目标机动分析图（非在线）。



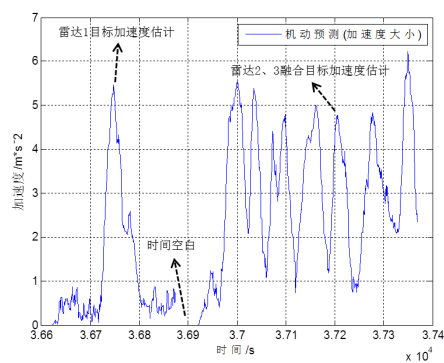
(a1) Singer 模型速度估计



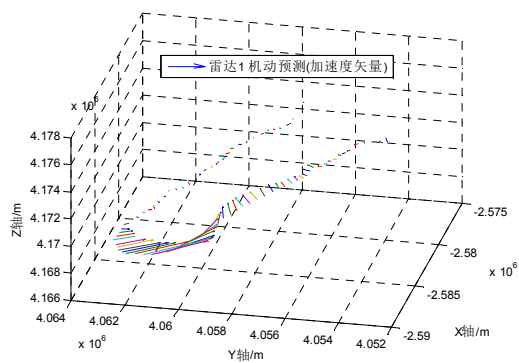
(a2) 修正的当前模型速度估计



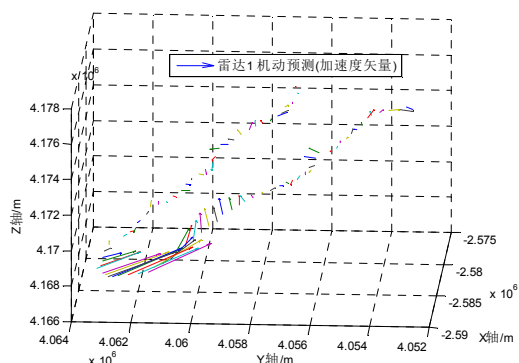
(b1) Singer 模型加速度估计



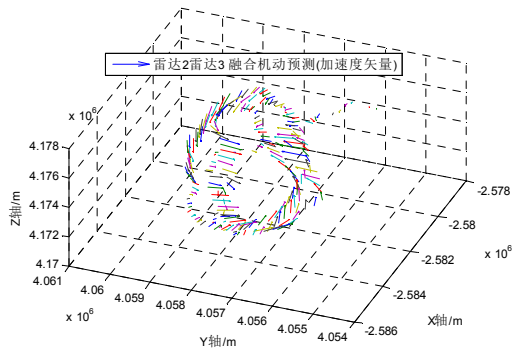
(b2) 修正的当前模型加速度估计



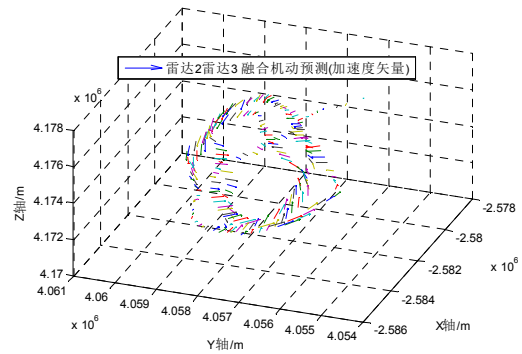
(c1) Singer 模型雷达 1 加速度矢量估计



(c2) 修正的当前模型雷达 1 加速度矢量估计



(d1) Singer 模型雷达 2、3 融合加速度估计



(d2) 修正的当前模型雷达 2、3 融合加速度矢量估计

图 12 多模型目标机动规律分析

通过对图 12 的数据分析得知，两种模型对 Data1 的机动分析趋势基本相同，部分数据存在差异。由于滤波器性能限制，最初进行处理的滤波点新性能较差，大致在 10 个处理点之后的处理误差逐渐收敛，性能达到最佳。在速度估计图中，可以观察到速度变化大小和趋势。在加速度估计图中，通过观察图中峰值的位置，估计目标进行机动的时间和大小。在加速度矢量图中，可以观察到加速度的方向信息，判断目标的机动类型，转弯机动或者直线加速机动。

速度估计图分析：

- 1) 速度均值大约为 125 m/s ，峰值大约为 180 m/s ，谷值大约为 80 m/s ；
- 2) 速度出现较大峰值的时间有： 36768.4 s ， 37008.4 s ， 37033.4 s ， 37033.4 s ， 37101.4 s ， 37168.4 s ， 37226.4 s ， 37359.4 s ；
- 3) 速度出现较小谷值的时间有： 36740.4 s ， 36977.4 s ， 37259.4 s ， 37436.4 s 。

加速度估计图分析：

- 1) 加速度出现较大波动的时段： $36728.4\text{ s} \sim 36817.4\text{ s}$ （雷达 1）内出现一个较大波峰，可以判定在这些段时间内，目标进行机动。 $36973.4\text{ s} \sim 37569.4\text{ s}$ （雷达 2 和雷达 3）内连续出现大约 7 个较大波峰，可以判定在这些段时间内，目标频繁进行机动；
- 2) 加速度波动范围：大约 5 m/s^2 。

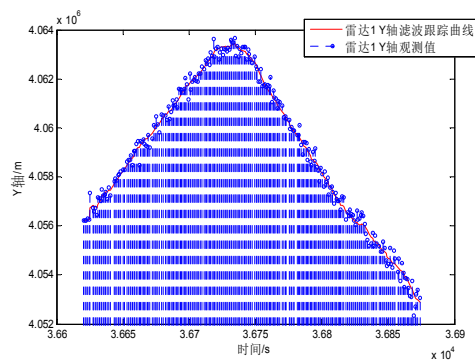
加速度方向估计图分析：

- 1) $36728.4\text{ s} \sim 36817.4\text{ s}$ （雷达 1）时段内，加速度方向既有行进方向分量，又有行进方向内侧法向分量，如图 12(c1)(c2)所示。可以断定，目标在该时间内进行了转弯机动和爬坡机动（直线加速机动）。
- 2) $36973.4\text{ s} \sim 37569.4\text{ s}$ （雷达 2 和雷达 3）时段内，加速度方向主要分量为行进方向内侧法向分量，如图 12(d1)(d2)所示。可以断定，标在该时间内主要进行了连续转弯机动。

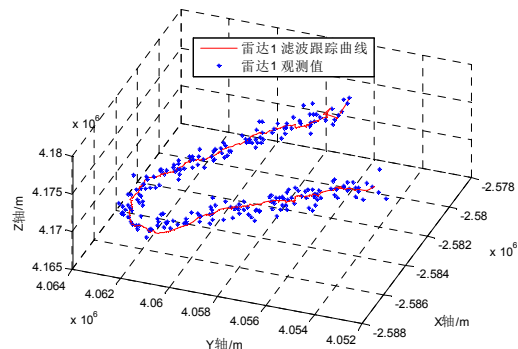
基于 Singer 模型和修正的当前模型的 Kalman 滤波器对 Data1 中目标机动进行估计。能够估计目标速度大小，变化规律及方向，加速度大小，变化规律及方向，通过对加速度的分析，估计目标机动时间和机动波动大小，判断机动类型。

4.1.7 目标机动规律分析（在线）

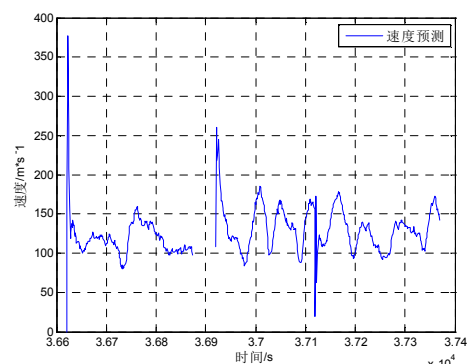
利用修正的当前模型下的 Kalman 滤波器对 Data1 中目标机动进行分析（在线）。



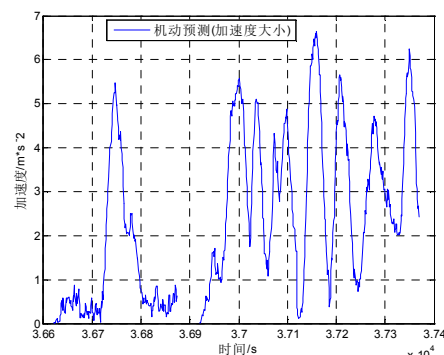
(a)雷达 1 Y 轴滤波效果



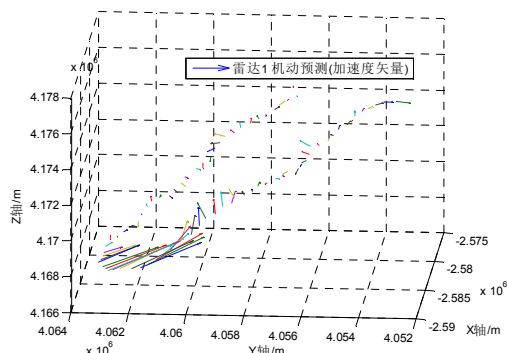
(b)雷达 1 目标跟踪



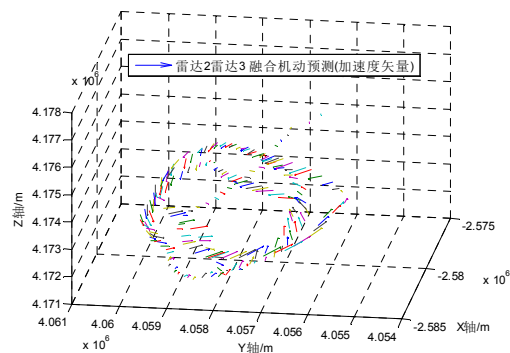
(c)速度估计



(d)加速度估计



(e)雷达 1 加速度矢量估计



(f)雷达 2、3 加速度矢量估计

图 13 在线跟踪模式目标状态估计

在线跟踪模式下，对 Data1 的目标估计和非在线跟踪模式下的基本一致。图 13(a)中可以看出，在滤波过程中出现了时间间隔不同的情况，但是滤波性能依旧良好。图 13(c)(d)中，由于未对数据进行插值处理，估计值出现抖动现象。

根据 Matlab 仿真结果可知，在线跟踪模式下对 728 点数据进行滤波估计，总仿真耗时为 0.752251s，平均对每个点的滤波耗时约为 0.001s，远小于 Data1 中的最小时间间隔 1s，可以实现实时在线跟踪。

4.2 对问题 2 的分析与建模

Data2 中数据中包含两个目标的信息，为单传感器多目标的跟踪。将两个目标数据进行关联，可有效地分离两者的航迹^[7]。考虑序贯实时的处理，关联算法满足实时性要求，最近邻域算法有较大的优势。但考虑到最近邻域算法在航迹交叉处的性能，以及 Kalman 滤波的预测估计功能，Kalman 滤波也可以航迹关联。

航迹的管理包含航迹起始、保持以及撤销等。整个处理流程如下：

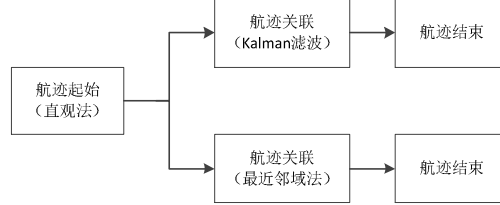


图 14 航迹关联流程

通过分析，Data2 的数据有如下特点：

- 1) 时间数据间隔非均匀，存在 6 种可能，分别是 0s, 0.1s, 0.2s, 0.4s, 0.5s, 0.6s;
- 2) 雷达观测总时长 808.8s;
- 3) 两个目标航迹为多交叉式;

4.2.1 航迹起始算法

航迹起始是目标跟踪的第一步，它是建立新的目标档案的决策方法。常用的航迹起始算法包括直观法、逻辑法、基于 Hough 变换的方法等。考虑到实时性和噪声的大小，直观法可以较好的确定航迹起始。

假设 $X_i, i=1,2,\dots,N$ ，为传感器连续扫描获得的位置观测值，如果这 N 次扫描中有某 M 个观测值满足一下条件，那么启发式规则法就认定为一条起始航迹。

(1) 测得的连续两次的距离差值在 $\Delta R_{\min}, \Delta R_{\max}$ 之间。这是距离约束形成的相关波门。

(2) 测得的连续两次方位角差值在 $\Delta \theta_{\min}, \Delta \theta_{\max}$ 之间。这是方位角约束形成的相关波门。

(3) 测得的连续两次方位角差值在 $\Delta \phi_{\min}, \Delta \phi_{\max}$ 之间。这是方位角约束形成的相关波门。

以上三个判决可以表达为

$$\Delta R_{\min} < |R_i - R_{i-1}| < \Delta R_{\max} \quad (4.2.1)$$

$$\Delta \theta_{\min} < |\theta_i - \theta_{i-1}| < \Delta \theta_{\max} \quad (4.2.2)$$

$$\Delta \phi_{\min} < |\phi_i - \phi_{i-1}| < \Delta \phi_{\max} \quad (4.2.3)$$

由于对两个目标的距离项测量差值较小，而方位角、俯仰角差值大，故以方位角和俯仰角约束形成相关波门。

下表为设定的相关阈值。

表 3 航迹起始阈值设定

相关波门	下限（度）	上限（度）
$ \theta_i - \theta_{i-1} $	0	2.49
$ \varphi_i - \varphi_{i-1} $	0	1.02

根据上述阈值选取雷达前 70 组观测数据，并且分别属于两条航迹的点数不小于 30 个，根据如上准则，得到的航迹起始图如下。

从图中可以很清晰的看出两条不同的航迹。在观测初始时刻，目标距离较近，出现了误判，等观测点增多时，起始航迹可以被较好的确定下来。

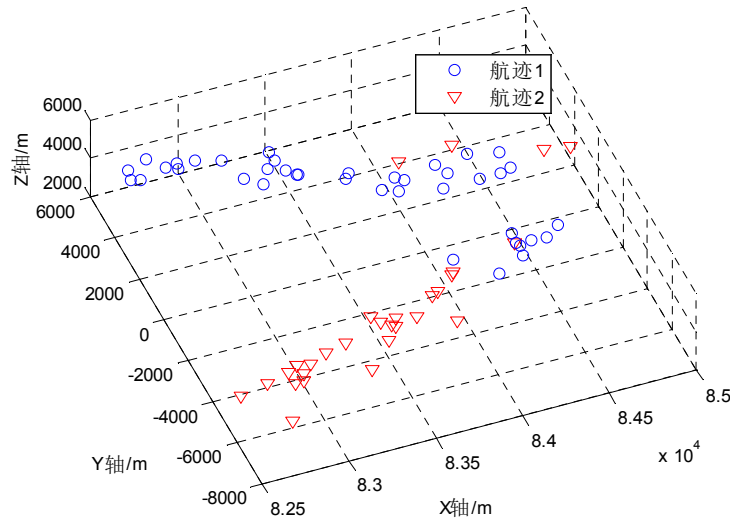


图 15 航迹初始

4.2.2 特征判决的最近邻域算法

最近邻域算法是把落在相关跟踪门之内且与被跟踪目标预测位置最近的观测点作为关联对象。该算法具有计算量小和鲁棒性特定，简单而高效特别适合实时性要求高的应用环境。

在应用最近邻域法时，关联的判断标准是关联核心。根据题目给定的目标距离 R ，目标方位角 θ 以及俯仰角 φ 信息，因而可以目标状态特征向量 $\mathbf{X} = (R, \theta, \varphi)$ 。由于目标的机动，若以 \mathbf{X} 的绝对量作为判决对象，会导致关联度不高。但是考虑目标的机动能力的限制，速度满足一定范围，加速度在 $10g$ 之内，因此将特征向量的相对值

$$\mathbf{E} = \text{abs}(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) \quad (4.2.4)$$

\mathbf{X}_0 为属于某一航迹的目标的最近的一个状态，作为相对特征向量，可以有效的提高关联正确率。

根据速度限制和加速度限制，设定特征阈值为 $\mathbf{E}_0 = (e_1, e_2, e_3)$ 。如果传感器的观测目标要与某一航迹关联，就必须满足

$$\mathbf{E} < \mathbf{E}_0 \quad (4.2.5)$$

对于题中所给的多目标跟踪，存在多个航迹，如果观测值对于两个航迹都满足上式，需要考虑观测值得偏向性，设 $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ 分别别观测值针对两个不同航迹的相对特征向量，如果

$$\mathbf{E}_1 < \mathbf{E}_2 \quad (4.2.6)$$

则该观测点属于航迹 1，否则属于航迹 2.

根据航迹起始算法，得到相关的阈值，在航迹关联与保持过程中，采用了相同的阈值。最终的航迹关联如下图所示：

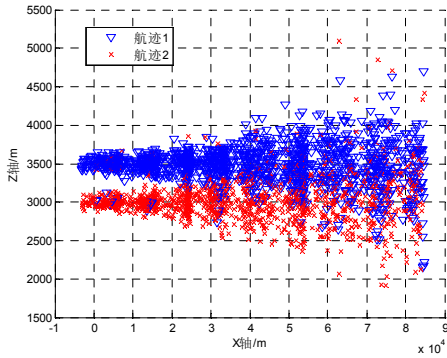


图 16 最近邻域法多目标 X-Z 切面图

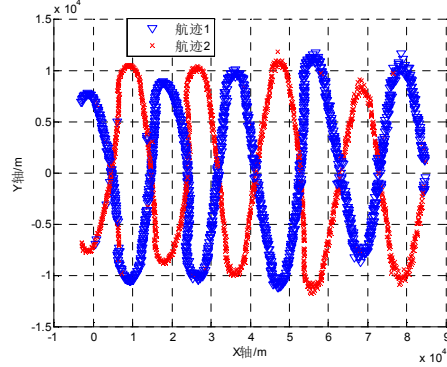


图 17 最近邻域法多目标 X-Y 切面图

从图 16 中可以看出两个目标在不同高度，从 图 17 可以看出两个目标在 XOY 平面在作类似于正弦的机动，并伴有在不同高度的机动动作。

4.2.3 基于 Kalman 滤波的航迹关联算法（序贯实时）

航迹关联策略可以分为两种，一是航迹未分离时利用修正当前模型下的 Kalman 滤波进行航迹关联，二是航迹分离时利用修正当前模型下的 Kalman 滤波和航迹平面法向距离阈值进行关联。

航迹是否分离的判别法是利用航迹平面法向距离算法进行分离。步骤如下

Step 1:

在已经划分的航迹 $Path_i$ ($i=1, \dots, N$) (N 为航迹数) 中，选取最新更新的 n 个 Kalman 滤波估计航迹点 $[pa_1, \dots, pa_n]_i$ ，计算这个 n 点最优拟合的平面 S_i 的法线 \bar{p}_i ，（一般可以直接选取 Z 轴）；

Step 2:

两两分析已划分的航迹 $Path_i$ 和 $Path_j$ ，计算法线 \bar{p}_i 到平面 S_j 的距离 d_{ij} 和法线 \bar{p}_j 到平面 S_i 的距离 d_{ji} ；

Step 3:

利用误差转移矩阵计算出航迹 $Path_i$ 法线方向的测量误差 σ_i^2 和航迹 $Path_j$ 法线方向的测量误差 σ_j^2 ；

Step 4:

如果 $d_{ij} > \eta_i \cdot \sigma_i$ 并且 $d_{ji} > \eta_j \cdot \sigma_j$ (η_i 和 η_j 为航迹系数，可根据经验取值)，则判定航迹 $Path_i$ 和 $Path_j$ 已经分离，否则判定航迹 $Path_i$ 和 $Path_j$ 未分离。

由于时间数据间隔是均匀的修正当前模型下的 Kalman 滤波沿用处理问题 1 中在线跟踪模式下所选用的滤波方式。

在航迹未分离时，关联算法步骤如下：

Step 1:

在新时刻 t 对已经划分的航迹 $Path_i$ ($i=1, \dots, N$) 进行 Kalman 滤波，估计出目标在下个时刻的位置 \hat{X}_i^t ($i=1, \dots, N$)；

Step 2:

利用误差转移矩阵求出 \hat{X}_i^t ($i=1, \dots, N$) 处的误差矩阵 R_i^t ($i=1, \dots, N$)；

Step 3:

计算新探测的航迹点 X_{new}^t 与各个航迹间的相关误差 $\sigma_{new(i)}^2$ ($i=1, \dots, N$)，其中

$$\sigma_{new(i)}^2 = \left(\hat{X}_i^t - X_{new}^t \right)' \cdot R_i^t \cdot \left(\hat{X}_i^t - X_{new}^t \right);$$

Step 4:

比较各个 $\sigma_{new(i)}^2$ ($i=1, \dots, N$)，找到最小值 $\sigma_{new(j)}^2$ ，若 $\sigma_{new(j)}^2 < \Delta_0$ (Δ_0 为选取的门限值) 则判定新探测的航迹点 X_{new}^t 属于航迹 $Path_j$ ，若 $\sigma_{new(j)}^2 \geq \Delta_0$ ，则判定新探测的航迹点 X_{new}^t 为一个新的航迹起始点，进入航迹起始算法。

在航迹分离时，关联算法步骤如下：

Step 1:

在新时刻 t 对已经划分的航迹 $Path_i$ ($i=1, \dots, N$) 进行 Kalman 滤波，估计出目标在下个时刻的位置 \hat{X}_i^t ($i=1, \dots, N$)；

Step 2:

根据判断航迹是否分离的步骤，计算 $Path_i$ ($i=1, \dots, N$) 航迹平面法线方向 \vec{p}_i (单位向量)；

Step 3:

计算新探测的航迹点到预测点残差， $\vec{v}_i = \hat{X}_i^t - X_{new}^t$ ($i=1, \dots, N$)；

Step 4:

计算残差 \vec{v}_i 在 \vec{p}_i 方向的分量 $\lambda_i = \vec{v}_i \cdot \vec{p}_i$ ；

Step 5:

比较各个 λ_i ($i=1, \dots, N$)，找到最小值 λ_j ，若 $\lambda_j < \Delta_1$ (Δ_1 为选取的门限值) 则判定新探测的航迹点 X_{new}^t 属于航迹 $Path_j$ ，若 $\lambda_j \geq \Delta_1$ ，则判定新探测的航迹点 X_{new}^t 为一个新的航迹起始点，进入航迹起始算法。

通过对 Data2 数据分析，发现两条航迹面法向均大致为 Z 轴方向，仿真过程中，直接选取 Z 轴方向为法向，在 613.3s 后航迹发生分离。利用上述算法，得到的航迹关联效果如图 18 和图 18 所示。

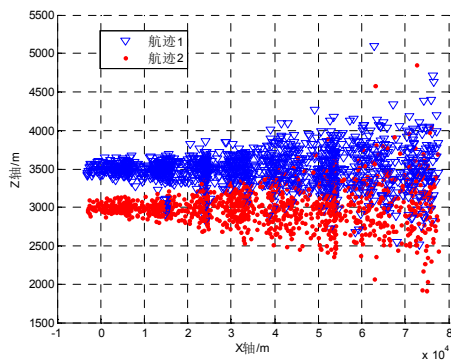


图 18 Kalman 滤波法多目标 X-Z 切面图

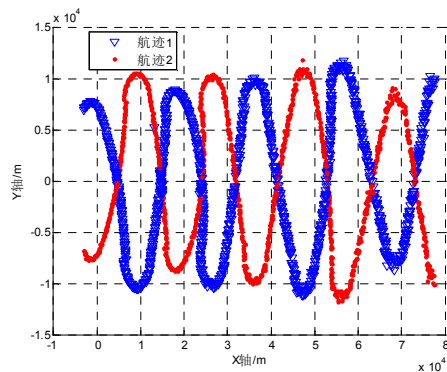


图 19 Kalman 滤波法多目标 X-Y 切面图

分析图 18 图 189，可以得到，航迹大部分关联正确，在部分交叉点附近出现少量的错误关联的现象。

4.2.4 回波点丢失情况分析

由 Singer 模型和修正当前模型可知，在 Kalman 滤波过程中目标的状态变量为 $\mathbf{X}=[x \ \dot{x} \ \ddot{x}]$ ，在没有回波点的情况下， $\tilde{\mathbf{X}}(k+1|k)=\Phi(k)\hat{\mathbf{X}}(k|k)$ 为目标的状态估计更新公式。

在会波点丢失的时间内，如果目标仍然按照原来的机动模式飞行，即加速度在丢失的这段时间里保持在一个很小的范围内变化，并且在在这段时间内，目标没有向雷达分辨率差的区域飞行。那么在短时间内，滤波器仍然能够较为准确的预测目标的方位，产生正确关联。

如果丢失时间过长，累计的误差会使滤波器预测效果变差从而失去了继续航迹关联的能力，产生错误关联。

如果目标飞向雷达分辨率差的区域，或者目标做出了较大的机动，即加速度变化很大，那么滤波器将会直接失去继续航迹关联的能力，产生错误关联。

4.3 对问题 3 的分析与建模

对目标的机动性分析可以归结为对目标的速度以及加速度分析。

通过分析，Data3 的数据有如下特点：

- 1) 时间数据间隔均匀为 1s，除去最后一个点(处理时舍去最后一点)；
- 2) 雷达观测总时长 528.32s；
- 3) 目标航迹为抛物线式；

4.3.1 采用题目 1 中的模型

如果采用题目 1 中的模型，目标航迹估计如图 20

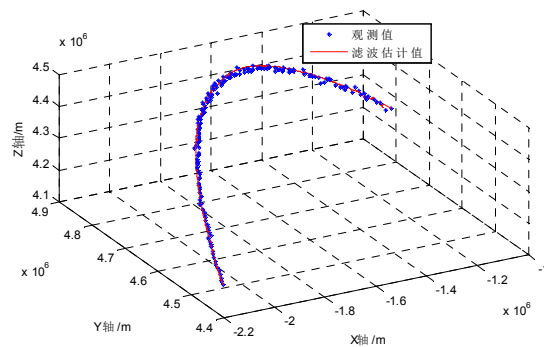
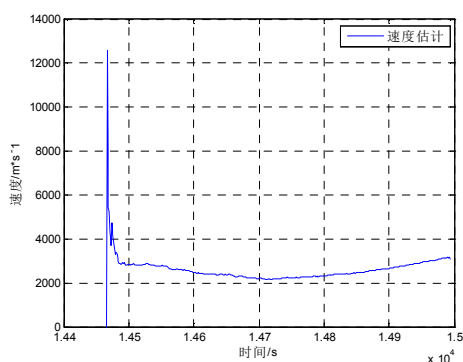
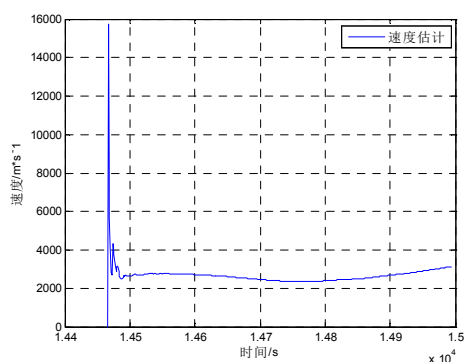


图 20 Data3 目标航迹估计

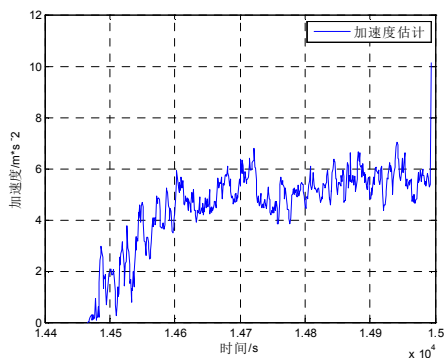
采用题目 1 模型进行处理的目标机动估计，处理结果如图 21 所示。



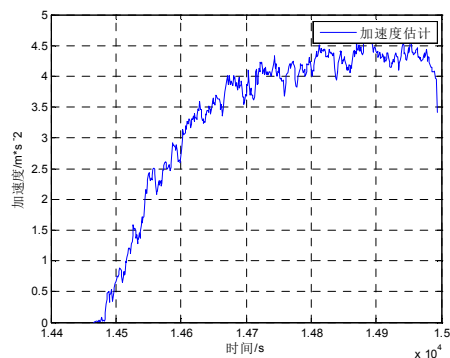
(a1) Singer 模型速度估计



(a2) 修正当前模型速度估计



(b1) Singer 模型加速度估计



(b2) 修正当前模型加速度估计

图 21 采用题目 1 模型处理机动分析

如图 21 由于 Singer 模型和修正当前模型最初几点的滤波性能较差，所以这两种模型对最初几点的速度和加速度估计较差，之后的处理过程中，滤波器逐渐收敛接近真实值。

4.3.2 采用基于初值的 Singer 模型

基于初值的 Singer 模型，舍弃原本 Singer 模型中的协方差 P_{00} 初始化过程，添加对状态初始化 X_{00} 的设计过程。

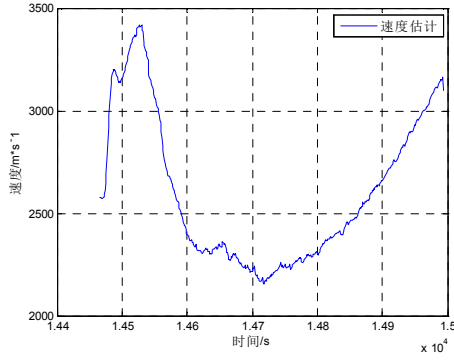
已知 $X_{00} = [x \dot{x} \ddot{x} y \dot{y} \ddot{y} z \dot{z} \ddot{z}]'$ ，初始化 $[x y z]' = [Z_{0x} Z_{0y} Z_{0z}]'$ ，其中 $[Z_{0x} Z_{0y} Z_{0z}]'$ 为观测值中的第一点。通过测试数据点，找到最合理的速度初值为 $[\dot{x} \dot{y} \dot{z}]' = [-2200 \ 900 \ 1000]'$ ，加速度初值实验过程如下。

初值 $[\ddot{x} \ddot{y} \ddot{z}]' = [30/\sqrt{3} \ 30/\sqrt{3} \ 30/\sqrt{3}]'$ 时的速度和加速的估计如图 22。

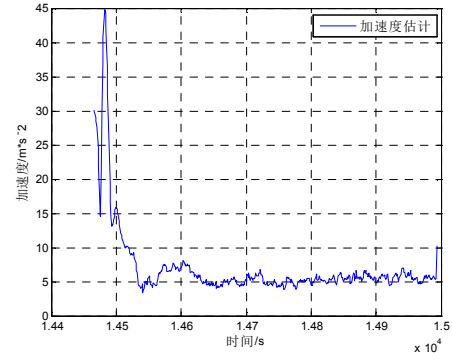
初值 $[\ddot{x} \ddot{y} \ddot{z}]' = [50/\sqrt{3} \ 50/\sqrt{3} \ 50/\sqrt{3}]'$ 时的速度和加速的估计如图 23。

初值 $[\ddot{x} \ddot{y} \ddot{z}]' = [60/\sqrt{3} \ 60/\sqrt{3} \ 60/\sqrt{3}]'$ 时的速度和加速的估计如图 24。

初值 $[\ddot{x} \ddot{y} \ddot{z}]' = [100/\sqrt{3} \ 100/\sqrt{3} \ 100/\sqrt{3}]'$ 时的速度和加速的估计如图 25。

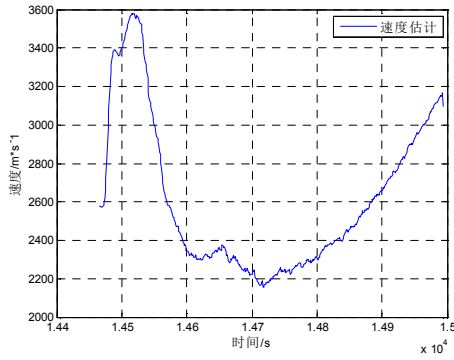


(a) 速度估计图

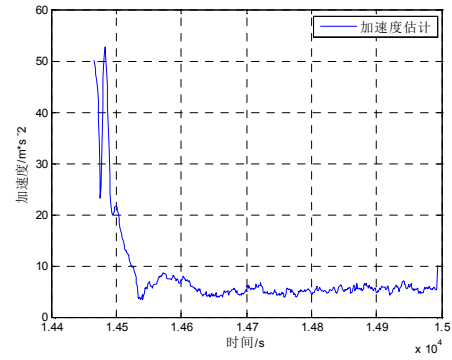


(b) 加速度估计图

图 22 初值 30 的机动规律估计

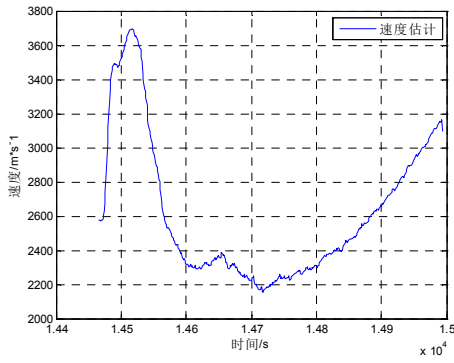


(a) 速度估计图

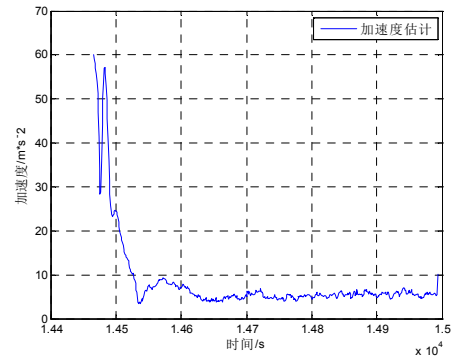


(b) 加速度估计图

图 23 初值 50 的机动规律估计

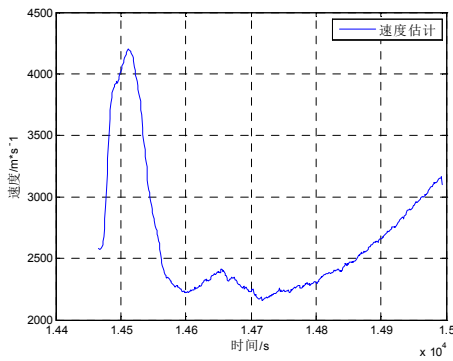


(a) 速度估计图

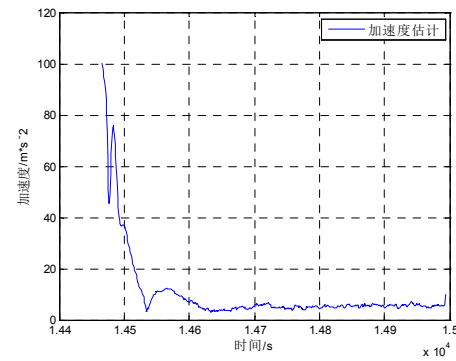


(b) 加速度估计图

图 24 初值 60 的机动规律估计



(a) 速度估计图



(b) 加速度估计图

图 25 初值 100 的机动规律估计

从图中我们可以看出当加速度初值设置在 $30 m/s^2$ 时，除初始点以外的预测峰值 $45 m/s^2$ ，大于初始值，当加速度初值设置在 $50 m/s^2$ 时，除初始点以外的预测峰值 $52 m/s^2$ ，略小于初始值，当加速度初值设置在 $60 m/s^2$ 时，除初始点以外的预测峰值 $57 m/s^2$ ，略大于初始值，当加速度初值设置在 $100 m/s^2$ 时，除初始点以外的预测峰值 $75 m/s^2$ ，小于初始值。

通过分析图中的数据，可以得知，预测加速度峰值与加速度初始值得设置成正比，根据峰值点和初始值差异关系，可以初步估计初始加速度达到 $55 m/s^2$ 。导弹在前 20s 内进行高加机动性运动，中间 70s 加速度有小幅波动，其后加速度逐渐平稳，并维持在 $5 m/s^2$ 左右的加速度。

速度曲线图较为稳定，在 14491s 时达到第一个极值点，速度为 $2940 m/s$ ，在 14532s 时达到最大值，速度为 $3266 m/s$ ，在 14728s 时达到最小值，速度为 $2155 m/s$ 。

分析结果为，导弹在前 20s 加速升空，在 14532s 时速度达到最大值，转为减速运动。在 14728s 时是导弹海拔达到最高，势能达到最大，动能达到最小，速度达到最小。其后，导弹进入自由落体状态，速度线性增大。

4.4 对问题 4 的分析与建模

通过对问题 3 的分析可知，目标在做近似的抛物线运动。用 Kalman 滤波对机动目标进行跟踪可以有效地追踪到目标的航迹。由于 Kalman 滤波可以给出目

标的运动速度加速度等特征，且从问题 3 中可知目标在最后的一段跟踪时间的运动状态趋于稳定，因此可以由此估计目标的落点坐标。

同时，由于目标的运动轨迹较为规则，可以对其进行三维空间曲线拟合。根据曲线与大地的交点估计出落地点的坐标。

考虑到目标观察值位于站心球坐标系中，因此需要进行相应的坐标转换。整个处理流程如下图。

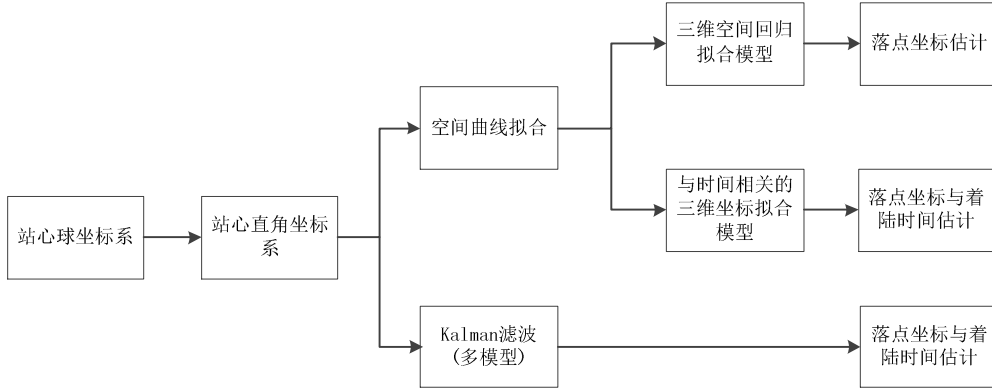


图 26 目标落点估计处理流程

4.4.1 空间曲线拟合

为了更好的描述机动目标运动轨迹模型，可以建立以下两种相关性回归模型：

- 1)直接建立 x, y, z 三个变量之间的相关性模型，进行多项式拟合；
- 2)为了进一步研究运动模型与时间关系，分别建立 x, y, z 三个变量与时间 t 的相关性模型，分别采用多项式拟合。

(1) 相关系数分析回归模型

根据相关性分析法理论基础可知：设有随机变量 X 与 Y ，对其进行了 n 次随机试验，得到的观测值分别为 $(X_i, Y_i)(i=1, 2, \dots, n)$ ， \bar{X} 、 \bar{Y} 分别为各自的期望值， \sqrt{DX} 与 \sqrt{DY} 分别为各自的方差， $Cov(X, Y)$ 为协方差， r 为相关系数， R 为随机变量 X 与 Y 对于样本 $(X_i, Y_i)(i=1, 2, \dots, n)$ 的相关性系数，称之为样本相关系数。在实际中，常常用样本相关系数 R 作为相关系数 r 估计值。相关系数模型如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} r = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{DX} \sqrt{DY}} \\ R = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}} \\ Cov(X, Y) = E[(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})] \\ \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \end{array} \right. \quad (4.3.1)$$

对有多个变量间的关系，其中随机变量 X 与 Y 可表示其中任意两个随机变量。

(2) 回归模型的建立于求解

模型 1：三维空间回归模型

为了描述 x, y, z 三个变量之间符合某种关系，这里分别对 x, y, z 三维空间数据和 x, y 二维平面数据进行数据回归分析。

Step1: 坐标系转换及散点图分析

利用站心球坐标 (ρ, θ, φ) 向站心直角坐标系 (x, y, z) 的转换，得到的 Data3 三维空间数据和二维平面数据的散点图如图 27，图 28 所示。

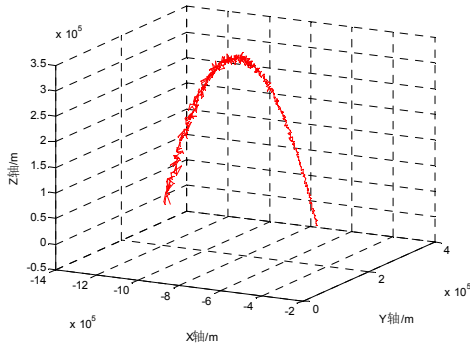


图 27 目标三维散点图

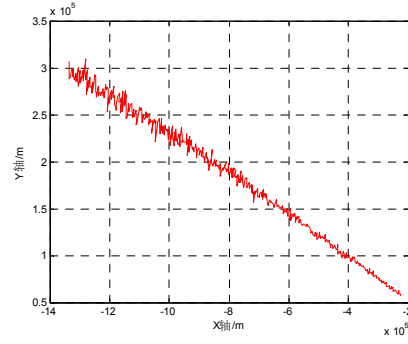


图 28 $X-Y$ 平面二位散点图

Step2: 三维坐标系下进行回归分析

由图 27 三维坐标系下的散点图可以看出，空间坐标系下轨迹呈现抛物线模型。采用 $z = a_1x^2 + a_2x + b_1x^2 + b_2x$ 的多项式拟合，可以拟合为常用的二次模型或者三次模型等。

三维坐标空间内常见的二次模型：

$$z = a_1x^2 + b_1y^2 + a_2x + b_2y + c \quad (4.3.2)$$

常见的三次模型：

$$z = a_1x^3 + b_1y^3 + a_2x^2 + b_2y^2 + a_3x + b_3y + c \quad (4.3.3)$$

首先使用多项式二次模型，根据最小二乘法拟合出对应的曲线如图 29 所示。

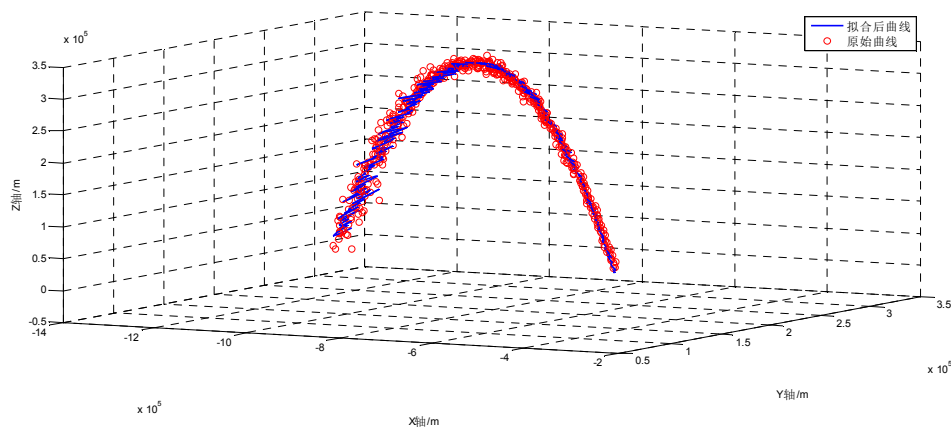


图 29 二次模型三维空间拟合

拟合方程系数估计结果如表所示：

表 4 拟合方程系数估计

拟合系数	参数估计值	参数置信区间(95%)
a_1	-1.14457e-06	[-1.2e-06 -1.1e-06]
b_1	3.76176e-06	[2.68e-06 4.84e-06]
a_2	-1.85429613	[-1.96716 -1.74143]
b_2	-1.86287774	[-2.38811 -1.33764]
c	-193590.1543	[-199719 -187461]
$R^2=0.994440484$		

由上表可知：拟合优度为 99.444%，拟合效果较好。拟合方程表示为：

$$z = -1.14457e-06x^2 + 3.76176e-06y^2 - 1.85429613x - 1.86287774y - 193590.1543$$

分析其残差，由于残差一般是针对某一固定自变量的，在本模型中，由于 (x, y) 是成对出现的，所以这里我们的残差是针对 (x, y) 联合的残差图，分别在 $X-Z$ 、 $Y-Z$ 平面投影的残差图如图

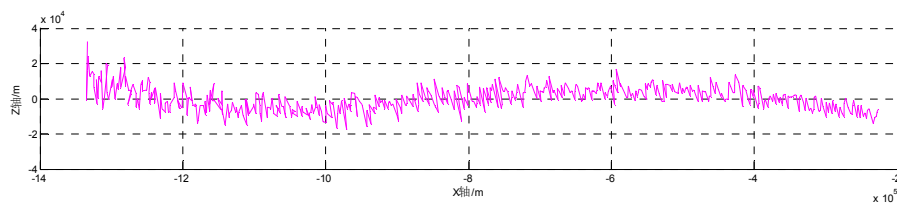


图 30 二次模型 $X-Z$ 残差曲线

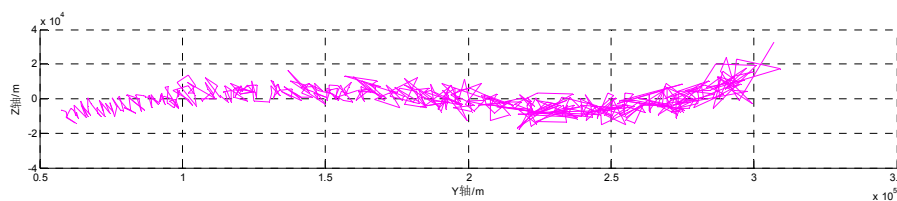


图 31 二次模型 $Y-Z$ 残差曲线

由残差图可知，残差在 0 值上下浮动，拟合效果较好。

接下来采用三次模型 $z = a_1x^3 + b_1y^3 + a_2x^2 + b_2y^2 + a_3x + b_3y + c$ 。拟合效果如图

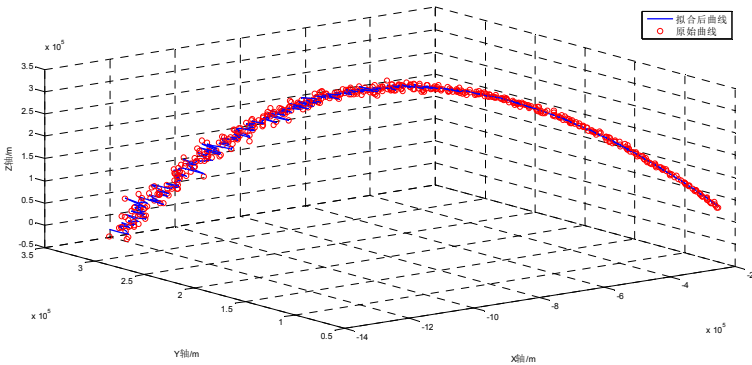


图 32 三次模型三维空间拟合

拟合方程系数估计结果如表所示。

表 5 三次模型拟合系数估计

拟合系数	参数估计值	参数置信区间(95%)
a_1	3.31276e-13	[2.508e-13 4.118e-13]
b_1	1.05265e-11	[3.180e-12 1.787e-11]
a_2	-1.03823e-07	[-3.3064e-07 1.23e-07]
b_2	-7.36734e-06	[-1.210e-05 -2.634e-06]
a_3	-0.796475622	[-1.00400 -0.588949]
b_3	1.495378461	[0.50030 2.490452]
c	-151578.1533	[-161456 -141700]
$R^2=0.997680076$		

由上表可知：拟合优度为 99.768%，拟合效果比二次模型更好。拟合方程为：

$$z = 3.31276e-13x^3 + 1.05265e-11y^3 - 1.03823e-07x^2 - 7.36734e-06y^2 - 0.796475622402065x + 1.495378461y - 151578.1533$$

三次模型在 $X-Z$ 、 $Y-Z$ 平面投影的残差图如下图所示。

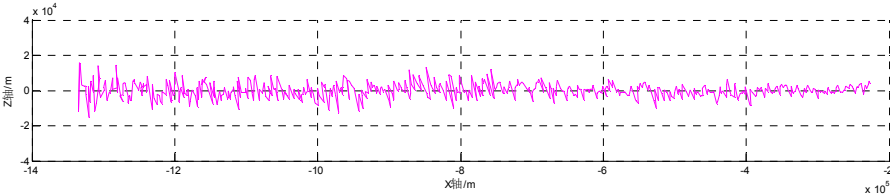


图 33 三次模型 $X-Z$ 残差曲线

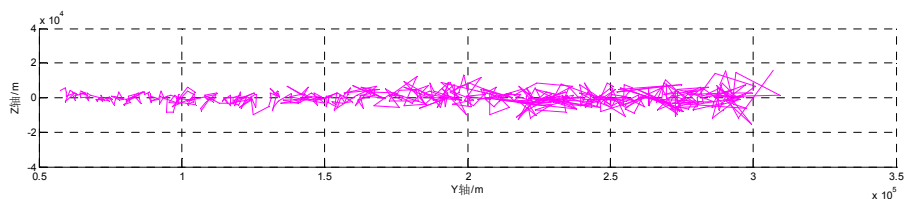


图 34 三次模型 $Y-Z$ 残差曲线

由残差图可知，三次模型的残差在 0 值附近浮动范围比二次模型的浮动更小，因此其拟合效果更好。因此选择三次模型进行后续分析。

Step3: 二维坐标系下进行回归分析

分析 $X-Y$ 平面坐标系下的散点图，其在 $X-Y$ 平面上呈一次模型或者二次模型等。这里我们直接选择二次模型，其基本模型为 $y = ax^2 + bx + c$ 。利用最小二乘法拟合出对应的曲线如图

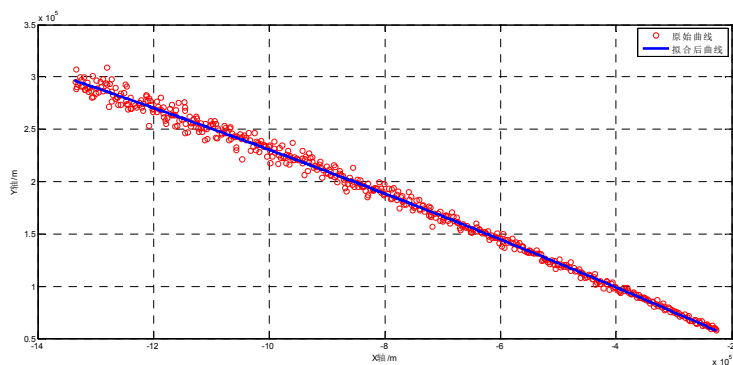


图 35 二次模型 $X-Y$ 平面拟合

拟合方程系数估计结果如下表所示

表 6 二次模型 $X-Y$ 平面拟合系数估计

拟合系数	参数估计值	参数置信区间(95%)
a	-2.43605e-08	[-2.891e-08 -1.981e-08]
b	-0.25336	[-0.2606660 -0.2460572]
c	1454.095	[-1165.6200 4073.8098]
$R^2=0.994988$		

由上表可知：拟合优度为 99.50%，拟合效果较好。拟合方程为：

$$y = -2.43605e-08x^2 - 0.25336x + 1454.095$$

残差图如图 36

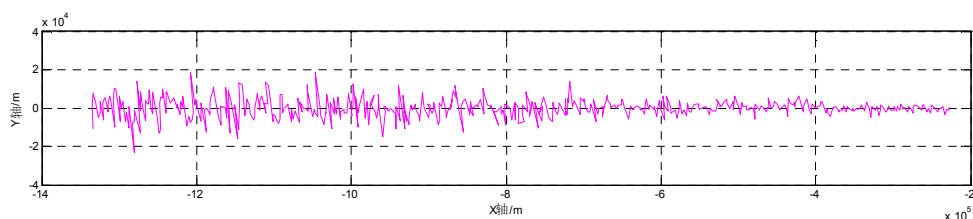


图 36 二次模型 $X-Y$ 平面拟合残差

由残差图可知，残差在 0 值附近上下浮动范围较小，拟合效果较好。

Step4:根据拟合结果进行着落点预测

根据 Step2 与 Step3 所得到的三维空间和 $X-Y$ 平面的数据回归特性，可以预测估计着落点的位置，主要是利用坐标系转换将雷达站心坐标系转到地心直角坐标系，并且通过地心与该点的距离和地球半径的比较来判断着落点。这里我们忽略地球是椭球因素的影响，将地球看成是球，其半径我们取其实长半轴与短半轴的均值，即 6367444.5m。整个实现算法流程如图 37。

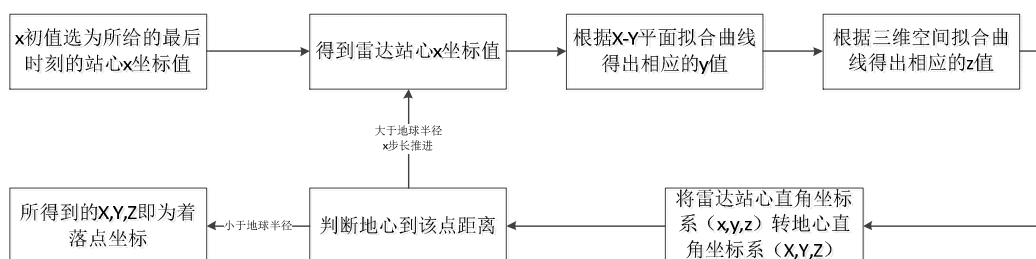


图 37 曲线拟合流程图

最后得出的着落点的球心直角坐标系中的坐标为：

表 7 三维空间模型拟合落点估计（球心直角坐标系）

X(m)	Y(m)	Z(m)
-2.175198e+06	4.381109e+06	4.076605e+06

根据坐标转换得到经度计算表达式：

$$L = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right)$$

纬度计算这里使用精度较高的迭代算法，得到的着落点经纬度结果为：

表 8 三维空间模型拟合落点估计（大地坐标系）

经度 (°)	纬度 (°)
116.4042	39.8090

所以求得的着落点的 $(L, B, H) = (116.4042^\circ, 39.8090^\circ, 0)$ 。

Step5:分析算法复杂度

本算法的复杂度主要体现在两次曲线拟合上，其中三维空间拟合的多项式表达式为

$$z = \sum_{k=0}^N (a_k x^k + b_k x^k) \quad (N \text{ 为多项式最高次幂}) \quad (4.3.4)$$

N 次模型共需要 $2 \times \frac{N(N+1)}{2} = N(N+1)$ 次乘法运算， $(2 \times N + 1)$ 次加法运算，该算法的复杂度为 $O(N^2)$ 。这里选取的是三次模型，所以每次拟合需要 12 次乘法运算和 7 次加法运算。

$X-Y$ 平面数据拟合的多项式表达式为

$$y = \sum_{k=0}^N a_k x^k \quad (N \text{ 为多项式最高次幂}) \quad (4.3.5)$$

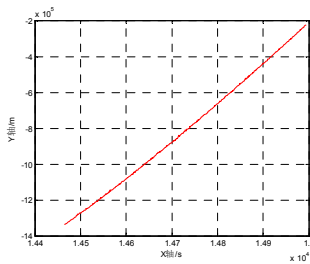
N 次模型共需要 $\frac{N(N+1)}{2}$ 次乘法运算， N 次加法运算，该算法的复杂度也为 $O(N^2)$ 。这里选取的是二次模型，所以每次拟合需要 3 次乘法运算和 2 次加法运算。

根据上述分析，该模型的算法复杂度为 $O(N^2)$ 。

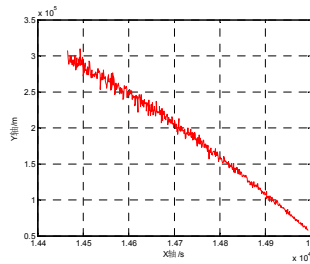
(2)模型 2: (x, y, z) 与时间回归模型

Step1: 坐标系转换及散点图分析

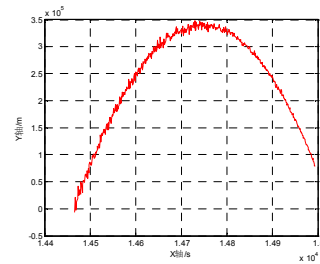
雷达站心球坐标数据 (ρ, θ, φ) 向站心直角坐标系 (x, y, z) 的转换，分别作出 $x-t, y-t, z-t$ 散点图，如图 38。



(a) $x-t$ 散点图



(b) $y-t$ 散点图



(c) $z-t$ 散点图

图 38 三维坐标与时间散点图

Step2:回归分析

根据散点图特征选择二次模型，其基本模型为 $x = a_1 t^2 + b_1 t + c_1$ ，
 $y = a_2 t^2 + b_2 t + c_2$ 和 $z = a_3 t^2 + b_3 t + c_3$ 。我们将坐标系中的 t 作为自变量， x, y, z 作为
 因变量，最小二乘拟合曲线如图

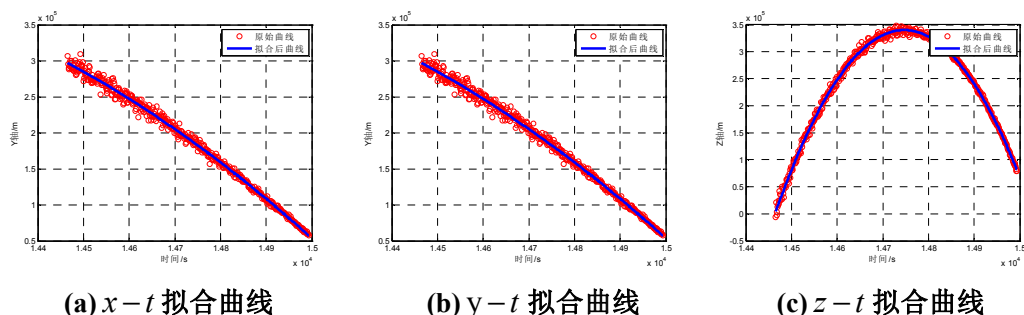


图 39 三维坐标与时间拟合曲线

拟合方程系数估计如下面表格所示。

表 9 $x-t$ 拟合曲线参数估计

拟合系数	参数估计值	参数置信区间(95%)
a_1	0.5008	[0.493205 0.508395]
b_1	-12638.9	[-12862.6 -12415.1]
c_1	76694953	[75047254 78342652]
$R^2=0.999967$		

拟合方程为 $x = 0.500800374t^2 + (-12638.86627)t + 76694953.34$

表 10 $y-t$ 拟合曲线参数估计

拟合系数	参数估计值	参数置信区间(95%)
a_2	-0.21507	[-0.23461 -0.19553]
b_2	5882.0059	[5306.4735 6457.5383]
c_2	-39785227.12	[-4.4E+07 -3.6E+07]
$R^2=0.995355504$		

拟合方程为 $y = -0.21507243t^2 + 5882.005914t - 39785227.12$

表 11 $z-t$ 拟合曲线参数估计

拟合系数	参数估计值	参数置信区间(95%)
a_3	-4.24796	[-4.26647 -4.22946]
b_3	125290.6	[124745.5 125835.7]
c_3	-9.2e+08	[-9.3e+08 -9.2e+08]
$R^2=0.997587$		

拟合方程为 $z = -4.247962306t^2 + 125290.5601t - 923498758.2$

残差图如下面图所示。

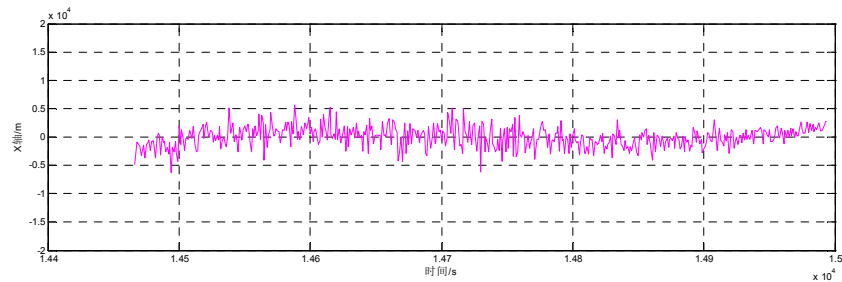


图 40 $x-t$ 残差曲线

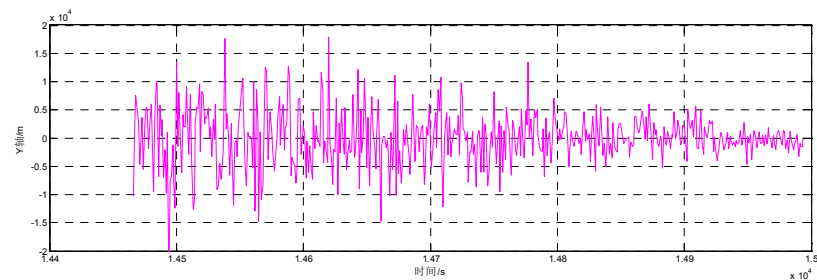


图 41 $y-t$ 残差曲线

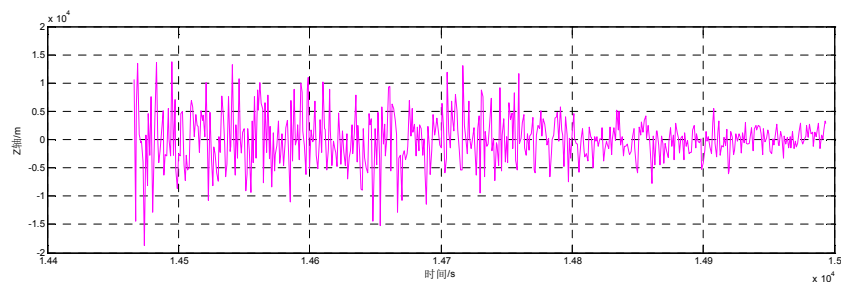


图 42 $z-t$ 残差曲线

由三幅残差图可知，残差在 0 值附近上下浮动范围都比较小，拟合效果较好。

Step3: 根据拟合结果进行着落点预测

跟模型 1 中类似，整个实现流程如图 43。

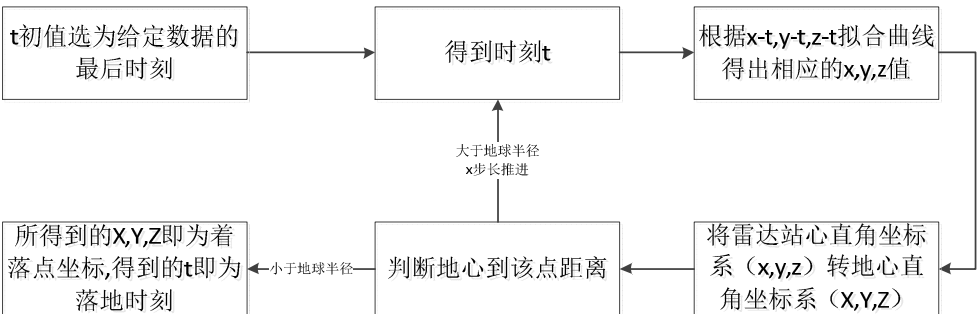


图 43 与时间相关的回归模型流程

最后得出的着落点的球心直角坐标系中的坐标为：

表 12 时间模型拟合落点估计（球心直角坐标系）

X(m)	Y(m)	Z (m)
-2.176543e+06	4.380124e+06	4.076950e+06

同模型 1，落点经纬度估计为：

表 13 时间模型拟合落点估计（大地坐标系）

经度 (°)	纬度 (°)
116.4234	39.8130

所以求得的着落点的 $(L, B, H) = (116.4234^\circ, 39.8130^\circ, 0)$ 。

同时可以得到着落点的时间估计为 $t=15030.572s$ ，因 t 的初始取 $14993s$ ，所以在该段轨迹后再经过 $37.572s$ 着落。

Step4: 分析算法复杂度

同上述模型 1 的复杂度计算方法类似，其三种拟合多项式表达式为：

$$\begin{cases} x = \sum_{k=0}^N a_k t^k \\ y = \sum_{k=0}^N b_k t^k \\ z = \sum_{k=0}^N c_k t^k \end{cases} \quad (N \text{ 为多项式最高次幂}) \quad (4.3.6)$$

在 N 相同的前提下，三种拟合表达式的形式完全相同，所以在多项式最高次幂 N 相同的前提下，算法复杂度相同。

由上述表达式可知，每种拟合表达式中需要 $\frac{N(N+1)}{2}$ 次乘法运算， N 次加法运算，算法的复杂度为 $O(N^2)$ 。这里选取的都是二次模型，所以每个表达式每次拟合需要 3 次乘法运算和 2 次加法运算，三个拟合表达式就需要 9 次乘法运算和 6 次加法运算。

这里我们对每种拟合所选取的最高次幂相同，所以该算法的复杂度为 $O(N^2)$ 。

4.4.2 Kalman 滤波估计

选用基于初值的 Singer 模型和修改当前模型这两种模型进行滤波和预测。滤波过程沿用 4.3 中提及到的方法，预测过程中只利用状态转移方程进行预测。

表 14 时间模型拟合落点估计（球心直角坐标系）

滤波模型	X(m)	Y(m)	Z (m)
基于初值的 Singer 模型	-2.164047e+06	4.382927e+06	4.077654e+06
修改当前模型	-2.184575e+06	4.375942e+06	4.075225e+06

表 15 时间模型拟合落点估计和时间（大地坐标系）

滤波模型	经度 (°)	纬度 (°)	时间 (s)
基于初值的 Singer 模型	116.2776	39.8350	38
修改当前模型	116.5295	39.8020	42

卡尔曼滤波的算法复杂度：

设滤波的状态维数为 n ，量测维数为 m ，则根据卡尔曼滤波的过程可知：

状态一步预测： $\hat{\mathbf{X}}(k+1|k)=E[\mathbf{X}(k+1)|\mathbf{Z}^k]=\Phi(k)\hat{\mathbf{X}}(k|k)$ 该表达式为 $n \times n$ 维矩阵与 $n \times 1$ 维矩阵的乘法运算，其算法运算复杂度为 n^2

状态估计： $\hat{\mathbf{X}}(k+1|k+1)=\hat{\mathbf{X}}(k+1|k)+\mathbf{K}[k+1](\mathbf{Z}(k+1)-\mathbf{H}(k+1)\hat{\mathbf{X}}(k+1|k))$ ，其算法运算复杂度为 $2mn+m+n$

一步预测协方差为： $\mathbf{P}(k+1|k)=\Phi(k)\mathbf{P}(k|k)\Phi'(k)+\mathbf{G}(k)\mathbf{Q}(k)\mathbf{G}'(k)$ ，其算法运算复杂度为 n^3+n^2+n

滤波增益计算： $\mathbf{K}(k+1)=\mathbf{P}(k+1|k)[\mathbf{H}(k+1)\mathbf{P}(k+1|k)\mathbf{H}'(k+1)+\mathbf{R}(k+1)]$ 该运算中包含一次矩阵求逆，在此以初等行变换的矩阵求逆方法为例对其进行分析，可得该算法的运算复杂度为 $2(m^3+m^2n+mm)+m$

估计均方差为： $\mathbf{P}(k+1|k+1)=[\mathbf{I}-\mathbf{K}(k+1)\mathbf{H}(k+1)]\mathbf{P}(k+1|k)$ 该算法的运算复杂度为 mn^2+2n^2

由以上分析可得，卡尔曼滤波的运算复杂度

$$n^3+2m^3+2m^2n+mn^2+4n^2+4mn+2m+2n$$

算法的总复杂度为 $O(n^3)$ 与 $O(m^3)$ 量级，即与状态维数和量测维数均呈三次方关系。

在 Singer 模型中用到一次 Kalman 滤波，修正当前模型中用到三次 Kalman 滤波。算法的总复杂度仍然为 $O(n^3)$ 与 $O(m^3)$ 量级。即与状态维数为 9 和量测维数为 3。一次滤波的算法复杂度在 $O(9^3)$ 量级。

4.5 对问题 5 的分析与建模

如果雷达已经锁定目标，根据 Kalman 滤波跟踪模型，雷达对目标当前时刻的运动状态（如位置信息，速度，加速度）有了较为准确的估计。在此基础上，考虑反跟踪与跟踪策略。

4.5.1 反跟踪策略

反跟踪策略的理想状态是，做相应的机动，使得雷达根据目标当前时刻的估计，无法在下一次的扫描中跟踪到目标，导致雷达对目标跟踪丢失。

下面考虑目标能否在雷达一次扫描间隔内脱离雷达的跟踪。根据题中所给条件，设定雷达的测量精度为雷达波束宽度 θ 为 3° ，即在以雷达为锥顶，雷达与目标连线为轴，半顶角为 1.5° 的圆锥内的目标均能被探测到；雷达前后两次扫描时间间隔最小为 0.5s，如图 44 所示。根据 Data2 中数据，设定雷达与目标间距离 ρ 为 8km。雷达初始速度在 100-400m/s 之间，假定为 $v_0=400\text{m/s}$ ，加速度假定为 a_0 。

若目标想脱离雷达下一时刻的跟踪，目标垂直穿过波束截面为最快逃脱策略。目标做相应机动且在较短时间内加速度变大为 a ，则

$$v_0 \Delta t + 0.5 a \Delta t^2 > 3 \rho \sin(0.5 \theta) / 2$$

根据设定条件得到， $a > 1000 \text{ m/s}^2$ ，而飞机一般不具备这么强的机动性，则证明飞机很难在雷达的一次扫描间隔内逃脱雷达的跟踪。

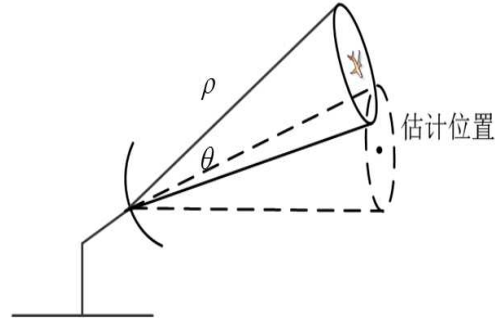


图 44 雷达与目标相对位置关系图

可以具体划分为三个基本模型进行分析：

(1) 模型一

默认当前跟踪时刻，飞机处在圆锥体的中心位置上。当飞机沿着与雷达连线的方向运动时，如图 44 所示。

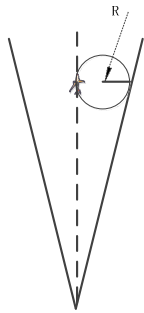


图 45 模型一飞行策略

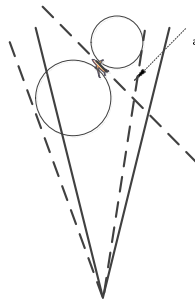


图 46 模型二飞行策略

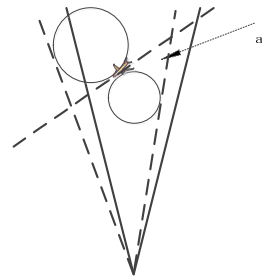


图 47 模型三飞行策略

飞机加速度一般都比较小，速度在短时间内变化很小，这里假设飞机飞行一直是匀速飞行，可建立如下模型

$$\begin{cases} \frac{v^2}{R} < 10g \\ \frac{\pi R}{v} < 0.5 \\ R > 1000 \end{cases} \quad (4.5.1)$$

分析结果如图 48 所示。

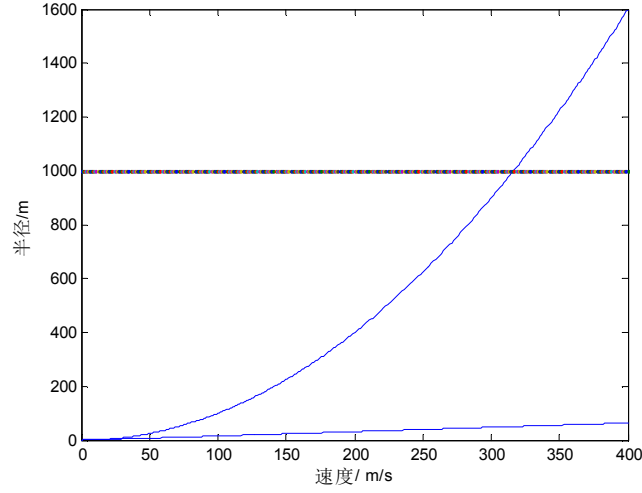


图 48 模型一飞行策略边界条件

由图 48 图 48 分析可知，没有满足条件的值，所以在飞机在两者连线轴上直线飞行时，不能满足要求。

(2) 模型二

当飞机沿着波束指向飞行，并与预测后的新锥面成一定角度时，如图 45 所示。可建立如下模型，若 $0 < a < \pi/2$

$$\begin{cases} \frac{v^2}{R} < 10g \\ \frac{2\pi R}{v} * \frac{2\pi - (\pi - a)}{2\pi} < 0.5 \\ R > 1000 \end{cases} \quad (4.5.2)$$

$$\begin{cases} \frac{v^2}{R} < 10g \\ \frac{2\pi R}{v} * \frac{\pi - (a - 3/180 \times \pi)}{2\pi} < 0.5 \\ R > 1000 \end{cases} \quad (4.5.3)$$

满足上述不等式，分析结果如下图所示。

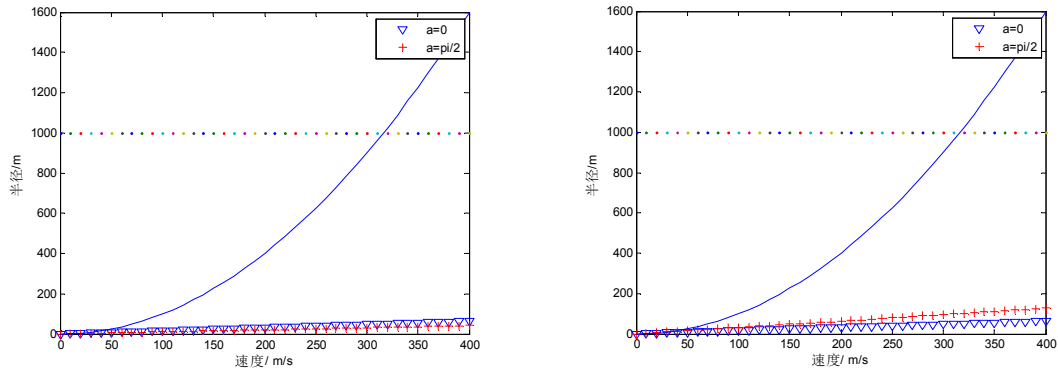


图 49 模型二飞行策略边界条件

由图 49，没有满足条件的值，所以在飞机在两者连线轴上直线飞行时，不能满足要求。

(3) 模型三

当飞机逆着波束指向飞行，并与预测后的新锥面成一定角度时，如图 45。

若 $0 < a < \pi/2$ ，可建立如下模型

$$\begin{cases} \frac{v^2}{R} < 10g \\ \frac{2\pi R}{v} * \frac{2\pi - (\pi - a)}{2\pi} < 0.5 \\ R > 1000 \end{cases} \quad (4.5.4)$$

$$\begin{cases} \frac{v^2}{R} < 10g \\ \frac{2\pi R}{v} * \frac{\pi - (a + 3/180 \times \pi)}{2\pi} < 0.5 \\ R > 1000 \end{cases} \quad (4.5.5)$$

根据上述不等式，分析可得目标飞行策略如下如图所示。

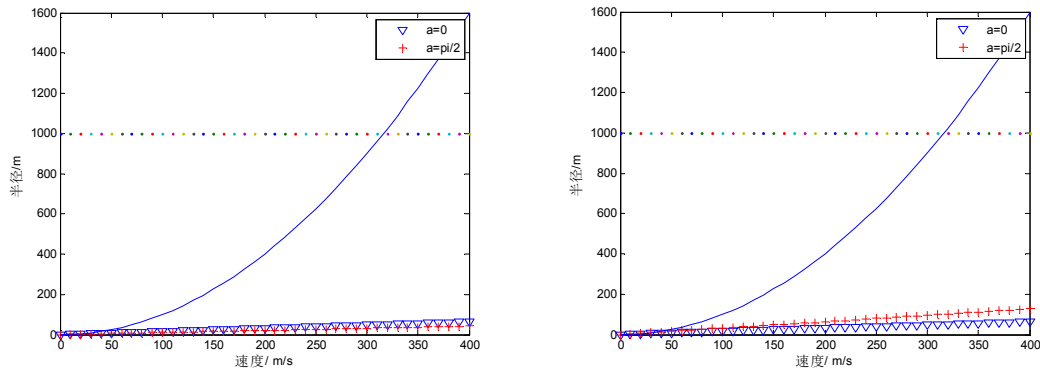


图 50 模型三飞行策略边界条件

由图 50，没有满足条件的值，所以在飞机在两者连线轴上直线飞行时，不能满足要求。

综上所述，以上近似于匀速飞行的模型，在被该雷达跟踪后，由于无法满足战斗机的飞行速度在 $100 \sim 400 \text{ m/s}$ 、机动半径在 1 km 以上、机动大小在 10 g 以内的条件，无法进行规避。

根据上述分析，如果目标欲采取机动的策略反跟踪，则可以通过多次的非规则的机动来躲避雷达的跟踪。如 Data2 中类似于 S 型的航迹可以 Kalman 滤波跟踪，则可以在某个转弯处，改变加速度大小，朝相反的方向机动，则超出了滤波模型的性能。

根据对 Data2 数据处理过程中，在航迹交叉处滤波效果较差这一特点，可以采用多机编队机动，或者发射杂波使得雷达接收到更多冗余信息，而丢失跟踪。

4.5.2 跟踪策略

考虑雷达的跟踪性能,当一部雷达的工作性能有限时,可以采用分布式雷达处理模式。从问题 1 中可以看出,采用分布式多雷达系统,不仅会增加跟踪到目标的可能性,而且通过信息融合,可以提高跟踪精度。

五、分析总结

数据分析表明,基于 Singer 模型的 Kalman 滤波器和基于修改当前模型的 Kalman 滤波器满足题目中对各部分数据的处理要求。这两种滤波器能够实时处理非均匀时间间隔的数据。对于各种机动(包括转弯机动和加速机动)下的目标均有很好的处理效果。同时滤波器也支持多雷达观测数据的数据融合,在航迹关联中也能提供很好的支持。

但是在处理问题 3 中,这两种滤波器对大波动加速度的情形预测效果较差。文中提出了基于初值的 Singer 模型 Kalman 滤波,这个方法的主要思路是通过尝试各种可能的初值条件,来加快滤波器的收敛,缩短收敛时间,通过这种方法成功解决了问题 3 中的导弹航迹的处理。

文中的滤波器采用了多模型的处理方式。数据融合理论中将数据的融合和相关误差结合。航迹关联中利用滤波器协助关联,并提出航迹分离算法,未分离航迹关联算法和分离航迹关联算法,这里方法在处理航迹关联问题中取得了良好的效果。针对导弹航迹的特点,对数据进行二项式拟合,为数据的处理提供的新的参考。

参考文献:

- [1] 何友,修建娟,张晶炜等. 雷达数据处理及应用[M]. 第 2 版. 北京:电子工业出版社, 2009
- [2] 何友,王国宏,关欣等. 信息融合理论及应用[M]. 电子工业出版社, 2010.
- [3] Li X R, Jilkov V P. Survey of maneuvering target tracking. Part I. Dynamic models[J]. Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on, 2003, 39(4):1333 - 1364.
- [4] Kasprzak P, Elecktronia B, Kowalczyk P, et al. Kalman-Singer filter: Theory and practice[C]//Signal Processing Symposium (SPS), 2013. IEEE, 2013: 1-5.
- [5] 王树亮,阮怀林. 修正的“当前”统计模型自适应跟踪算法[J]. 电子信息对抗技术, 2011, (1):34-38.
- [6] 权义宁,姜振,黄晓冬等. 一种新的数据融合航迹关联算法[J]. 西安电子科技大学学报, 2012, (1):67-74.
- [7] 黄晓冬,何友,赵峰. 几种典型情况下的航迹关联研究[J]. 系统仿真学报, 2005, (9):2085-2088.
- [8] Arasaratnam I, Haykin S, Hurd T R. Cubature Kalman filtering for continuous-discrete systems: theory and simulations[J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2010, 58(10): 4977-4993.

- [9] Zengin U, Dogan A. Real-time target tracking for autonomous UAVs in adversarial environments: a gradient search algorithm[J]. Robotics, IEEE Transactions on, 2007, 23(2): 294-307
- [10] Lei M, van Wyk B J, Qi Y. Online estimation of the approximate posterior cramer-rao lower bound for discrete-time nonlinear filtering[J]. Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on, 2011, 47(1): 37-57.

程序附件说明

文件夹 T1	题目 1 中的非在线模式分析
timu1.m	主程序，非在线模式分析
Rotation.m	函数，获取大地坐标转球心坐标的转移矩阵
Ploar2cartesian.m	函数，球坐标系坐标转直角坐标
Earthcoor.m	函数，直角坐标转大地坐标系
Interpolartion.m	函数，插值函数
KFsinger.m	函数，基于 singer 模型的 Kalman 滤波
KFcur.m	函数，基于当前模型的 Kalman 滤波
KFcurcor.m	函数，基于修正当前模型的 Kalman 滤波
文件夹 T1online	题目 1 中的在线模式分析
timu1online.m	主程序，在线模式分析
Rotation.m	函数，获取大地坐标转球心坐标的转移矩阵
Ploar2cartesian.m	函数，球坐标系坐标转直角坐标
Earthcoor.m	函数，直角坐标转大地坐标系
Interpolartion.m	函数，插值函数
KFcurcor.m	函数，雷达 1 滤波
KFcurcor2.m	函数，雷达 2 和雷达 3 滤波
文件夹 T2	题目 2 中的航迹关联问题
timu2.m	主程序，滤波航迹关联
Data2_2.m	主程序，最近邻域法航迹关联
KFcurcor.m	函数，对起始航迹进行滤波估计
KFcurcorPre.m	函数，利用滤波进行航迹分离
文件夹 T3	题目 3、4 中的问题解决方案
Data2.m	主程序，数据拟合
Timu3online.m	主程序，运行后可以显示文中的贴图
Rotation.m	函数，获取大地坐标转球心坐标的转移矩阵
Ploar2cartesian.m	函数，球坐标系坐标转直角坐标
Earthcoor.m	函数，直角坐标转大地坐标系
Interpolartion.m	函数，插值函数
KFsinger.m	函数，基于 singer 模型的 Kalman 滤波
KFcur.m	函数，基于当前模型的 Kalman 滤波
KFcurcor.m	函数，基于修正当前模型的 Kalman 滤波
JWG2XYZ.m	函数，经纬高转球心坐标系
KFsingerPre.m	函数，利用 singer 模型进行预测

KFcurcorPre.m	函数，利用修正当前模型进行预测
R3.xls	拟合数据参数