

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)

第十届华为杯全国研究生数学建模竞赛

学 校 中国石油大学（北京）

---

参赛队号 11414009

---

	1.何国玺
队员姓名	2.张浩然
	3.冯浩

---

参赛密码 \_\_\_\_\_

(由组委会填写)



## 第十届华为杯全国研究生数学建模竞赛

题 目 空气中 PM2.5 问题的研究

### 摘 要：

针对问题一，通过利用西安地区测量的细颗粒物(PM2.5)、可吸入颗粒物(PM10)、二氧化硫(SO<sub>2</sub>)、二氧化氮(NO<sub>2</sub>)、臭氧(O<sub>3</sub>)、一氧化碳(CO)6项数据，从样本规模出发，采用 SPSS 软件分别进行因子分析、主成分分析和简单时间序列分析，再通过画散点图和理论分析，发现理论上具有相关性，但是定量分析相关性不强。SO<sub>2</sub>、NO<sub>2</sub>、CO 是形成 PM2.5 二次颗粒物前的主要气态物体，可能是由于这些物质转化的 PM2.5 二次颗粒物占比相对较低，但 PM2.5 与 PM10 两者数据有线性相关趋势。

问题二用三类图描述该地区 PM2.5 的时空分布：所有 13 个区 1 至 7 月每月平均值分布的三维图和二维投影图，发现一二月份 PM2.5 均值较高，三四五月份依次下降，六七月份降到最低谷；所有 13 个区在冬、春、夏季达到的最大值和最小值及其各自达到此值的时间；每一个季节中，全市平均达到最大时，其他各点处的 PM2.5 值。在引入 AQI 值对几个区域进行了污染评估。为刻画 PM2.5 发生、扩散和衰减规律，提出点源、线源和面源多源叠加模型描述区域内的多污染源对某一地区的影响，考虑风力风速、云量、太阳辐射强度和湿度等天气和季节因素，提出湿沉积等影响的衰减模型，用五月份数据对扩散系数和衰减系数进行了反演。将二月份 PM2.5 最高时对全地区 PM2.5 最高点处均提升其浓度至二倍，对提升前后污染源源强进行分析，得出市人民体育场附近区

域及其沿东南和西南走向均为重度污染区，草滩至阎良走向及其附近区域为可能安全区。将五月份由模型得到的重污染区域内的监测点的  $\text{PM}_{2.5}$  值与其他监测点对比，发现模型判定重污染区有效。运用受体模型法分析  $\text{PM}_{2.5}$  成因，并从  $\text{PM}_{2.5}$  的日、周、季节演变规律定性讨论了其他因素如沙尘天气、温度、相对湿度、风速、降水等的影响。

针对问题三分别从我国煤炭消费、乘用车消费等  $\text{PM}_{2.5}$  产生源头以及铁路地铁规划、污染排放征收的环境税费等预防  $\text{PM}_{2.5}$  措施分析了我国降低  $\text{PM}_{2.5}$  浓度的困难。考虑到治污达标的紧迫性和可行性，并结合国内外治理事例经验，得出若将武汉地区  $\text{PM}_{2.5}$  浓度从  $280\mu\text{g}/\text{m}^3$  降低到  $35\mu\text{g}/\text{m}^3$  需用 15 至 20 年的时间，并仿照《重点区域大气污染防治十二五规划》对城市制定降低  $\text{PM}_{2.5}$  治理计划的模式，采用规划年均浓度下降比例分别为 13%、12.5%、12%、11.5%、11%、10.5% 和 10% 对武汉地区制定了具体治理计划。通过建立数学模型，计算出在年均浓度下降比例在合理范围内时经济最优的治理计划，该计划用时 15 年，投入总经费 2564.708 百万元。

**关键词：** $\text{PM}_{2.5}$  因子分析 污染物扩散 衰减系数 专项治理

## 1 问题重述

问题一，依据附件中的数据或自行采集数据，利用或建立适当的数学模型，对 AQI 中 6 个基本监测指标的相关与独立性进行定量分析，尤其是对其中 PM2.5（含量）与其它 5 项分指标及其对应污染物（含量）之间的相关性及其关系进行分析。

问题二，描述西安地区 PM2.5 的时空分布及其规律，结合环境保护部新修订的《环境空气质量标准》分区进行污染评估；建立能够刻画该地区 PM2.5 的发生和演变（扩散与衰减等）规律的数学模型，合理考虑风力、湿度等天气和季节因素的影响，并利用该地区的数据进行定量与定性分析；假设该地区某监测点处的 PM2.5 的浓度突然增至数倍，且延续数小时，建立针对这种突发情形的污染扩散预测与评估方法，并以该地区 PM2.5 监测数据最高的一天为例，在全地区 PM2.5 浓度最高点处的浓度增至 2 倍，持续 2 小时，利用你们的模型进行预测评估，给出重度污染和可能安全区域；采用适当方法检验你们模型和方法的合理性，并根据已有研究成果探索 PM2.5 的成因、演变等一般性规律。

问题三，武汉地区目前 PM2.5 的年平均浓度估计为 280（单位为  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ），要求未来五年内逐年减少 PM2.5 的年平均浓度，最终达到年终平均浓度统计指标 35（单位为  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ），请给出合理的治理计划，即给出每年的全年年终平均治理指标。为武汉地区设计有效的专项治理计划，使得既达到预定 PM2.5 减排计划,同时使经费投入较为合理，要求你给出五年投入总经费和逐年轻费投入预算计划，并论述该方案的合理性。

## 2 问题分析

### 2.1 问题一分析

空气质量指数 AQI 分级计算参考的标准是《环境空气质量标准》(GB3095—2012), 参与评价的污染物为细颗粒物(PM<sub>2.5</sub>)、可吸入颗粒物(PM<sub>10</sub>)、二氧化硫(SO<sub>2</sub>)、二氧化氮(NO<sub>2</sub>)、臭氧(O<sub>3</sub>)、一氧化碳(CO)6 项, 由附件中数据和网络收集补充数据(西安市 13 个监测点 2013.4.27-2013.7.31), 分别对于大样本(所有数据)、小样本(草滩监测点春季数据), 运用 SPSS 软件分别采用因子分析、主成分分析模型对其六个指标的相关和独立性进行定量分析, 尤其是 PM<sub>2.5</sub> 与其他指标之间的相关性及其关系进行分析。再运用简单时间序列、散点图分析, 结合理论分析进行验证。

### 2.2 问题二分析

经过数据统计, 分析出西安地区不同季节、不同区域 PM<sub>2.5</sub> 分布的规律, 结合《环境空气质量标准》、《环境空气质量指数(AQI)技术规定(试行)》, 从两个角度对西安地区 PM<sub>2.5</sub> 分区进行污染评估; 建立点源、线源、面源模型, 考虑扩散衰减进行适当简化修正, 采用数据将污染源污染强度与监测点数据建立模型; 运用建立的发生演变模型, 由突增后的监测点数据反算各污染源强度, 并进行污染评估; 由采用数据的人工统计, 定性验证模型建立的合理性, 结合文献调研阐述 PM<sub>2.5</sub> 的成因和演变规律。

### 2.3 问题三分析

武汉目前 PM<sub>2.5</sub> 的年平均浓度估计为 280 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ , 题目要求未来五年减少 PM<sub>2.5</sub> 的年平均浓度, 最终达到年终平均浓度统计 35 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ 。但是在我国国务院在 2012 年颁布的《重点区域大气污染防治“十二五”规划》中, 武汉 PM<sub>2.5</sub> 规划年均浓度下降比例仅为 5%, 并且通过查阅大量资料, 目前国内外没有在 5 年内可以将 PM<sub>2.5</sub> 下降如此大的幅度的先例, 因为在治理 PM<sub>2.5</sub> 时还需要考虑到政策、地方经济发展、地方财政实力等等因素, 因此治理 PM<sub>2.5</sub> 是一个十分长期的过程。

对于我国来说有如下几点现状导致无法以很快的速度降低 PM<sub>2.5</sub> 浓度:

煤炭消费增速太快。燃煤排放是 PM<sub>2.5</sub> 的第一大来源。但目前对煤炭行业的政策“过于友善”(煤炭资源税、排污费非常低), 导致煤炭消费增长多年来一直超预期、超规划, 其占总能源消耗的比例从 35 年前的 70%到现在几乎没有下降。即使其年均增长率从过去五年的 8%下降到未来十年的 4%, 中国年煤炭消费量依然会从现在的 38 亿吨增长到 2022 年的 56 亿吨。现有政策难以阻挡煤炭消费的增长步伐。

乘用车消费增速太快。汽车尾气排放是 PM<sub>2.5</sub> 的第二大来源。过去五年, 中国乘用车保有量提高了 1.5 倍, 年均增长 20%。在污染严重的北京, 每千人乘用车保有量已达 190 辆, 远超新加坡的 110 辆。基于目前鼓励汽车发展的行业政策(如多数城市不采用汽车牌照拍卖制度, 汽油价格低于国际水平), 市场普遍预测中国乘用车数量将从目前

的 9000 万辆增加到 2030 年的 3.5 亿辆到 4 亿辆，年均增长 8% 左右。此外，政府在城镇化战略中强调发展中小城市，但中小城市通常少有密集的公共交通体系（如地铁），这种城镇化战略事实上继续鼓励汽车消费的高速增长。

铁路和地铁规划增速太慢。对同一单位运输量，铁路和地铁交通的 PM2.5 排放量为公路交通排放量的十分之一，发展此类交通本应是控制污染的重要措施。政府目前的规划是，铁路总里程从 2011 年的 9 万公里增加到 2015 年的 12 万公里，按此趋势到 2020 年约为 14 万公里；地铁总长度将从目前的 2000 公里增加到 2020 年的 7000 公里。这些目标虽然看似显著，但实质上对 PM2.5 减排将是“负贡献”。据估算，这些铁路和地铁的发展规划意味着未来八年内两者运输量的年均增长不足 4%，远低于全国交通运输总量 6.1% 的年均增长，如此一来，乘用车的数量必须保持高达 8% 的年均增长。

对污染排放征收的环境税费太低。目前，与安装减排设备相比，排污费要便宜很多，因此企业更愿意支付排污罚款，而不努力减排。例如，中国对二氧化硫征收的排污费远低于发达国家，甚至不到北欧国家的十分之一，这种政策事实上鼓励了更多的污染。

考虑到治污达标的紧迫性和可行性，并结合国内外治理事例经验，13% 是我国治理 PM2.5 年均浓度下降比例的上限，超出这个值将会给地方经济发展带来压力，然而考虑到武汉地区污染的严重性和治污的紧迫性，相应我国提出的需要在 2030 年将我国城市平均 PM2.5 年均浓度降低到  $35 \mu\text{g}/\text{m}^3$  的计划，确定 10% 是武汉地区治理 PM2.5 年均浓度下降比例的下限。综上所述，若需将武汉目前 PM2.5 的年平均浓度  $280 \mu\text{g}/\text{m}^3$  降低到  $35 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ，本文认为将治理年均浓度下降比例为 10%-13%，即需要 15 年至 20 年较为合理。

### 3 模型假设

第二大问建立西安地区  $\text{PM}_{2.5}$  的发生和演变规律的模型时采取以下假设：

- (1) 扩散过程中浓度在  $y$ 、 $z$  轴上的变化分布是高斯分布；
- (2) 污染物的扩散看作是空间某一连续点源向四周等强度地瞬时释放污染物，污染物在无穷空间扩散过程中不发生性质变化，且不计地形影响；
- (3) 污染物扩散服从扩散定律，即单位时间通过单位法向面积的流量与它的浓度梯度成正比；
- (4) 污染物在穿过降雨区域时，其强度由于雨水的吸收而减少，减少比率为常数；
- (5) 假设地面对污染物起全反射作用，地面和海面对污染物没有吸附，将海面视为平原地区；
- (6) 假设风向为水平风向，且风向风速不随时间变化；
- (7) 扩散过程中不考虑泄漏点内部温度的变化对气体扩散的影响；
- (8) 各区域污染物浓度仅与浓度扩散的转移概率有关；
- (9) 扩散到给出区域之外的污染物不会再回来；
- (10) 物质衰减系数相同。

第三大问建立武汉地区  $\text{PM}_{2.5}$  治理方案是用到如下假设：

- (1) 通过每年的综合治理，可以保证治理后  $\text{PM}_{2.5}$  浓度不会回升；
- (2) 综合治理费用假设为每减少一个  $\text{PM}_{2.5}$  浓度单位需投入一个费用单位（百万元），专项治理投入费用假设为当年所减少  $\text{PM}_{2.5}$  浓度平方的 0.005 倍（百万元）；
- (3) 不考虑治理  $\text{PM}_{2.5}$  后给该地区带来的后期利益。

## 4 问题一

空气质量指数 AQI 分级计算参考的标准是《环境空气质量标准》(GB3095—2012), 参与评价的污染物为细颗粒物(PM<sub>2.5</sub>)、可吸入颗粒物(PM<sub>10</sub>)、二氧化硫(SO<sub>2</sub>)、二氧化氮(NO<sub>2</sub>)、臭氧(O<sub>3</sub>)、一氧化碳(CO)6 项, 由附件中数据和网络收集补充数据(西安市 13 个监测点 2013.4.27-2013.7.31), 分别对于大样本(所有数据)、小样本(草滩监测点春季数据), 运用 SPSS 软件分别采用因子分析、主成分分析模型对其六个指标的相关和独立性进行定量分析, 尤其是 PM<sub>2.5</sub> 与其他指标之间的相关性及其关系进行分析。

### 4.1 大样本指标相关性分析

大样本包含西安市 13 个监测点 2013.1.1-2013.7.31 的监测数据。如果指标之间相关性较强, 样本数据越多, 越能刻画其相关程度。

#### 4.1.1 相关分析

多数情况下, 我们进行的相关分析都是在两两变量之间进行的, 这就要用到二元变量的相关分析即简单相关分析。不同类型的变量分析, 不同的分析方法可能会导致迥然不同的结论。本文主要采用 Person 相关、Spearman 相关、Kendall's tau-b 相关进行相关性检验, 结果如表 4.1 所示。

表 4.1 Correlations

		PM2_5	SO2	NO2	PM10	CO	O3_8
PM2_5	Pearson	1	.659**	.447**	.805**	.707**	-.369**
	Correlation						
	Sig. (2-tailed)		0	0	0	0	0
SO2	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
	Pearson	.659**	1	.468**	.508**	.616**	-.364**
	Correlation						
NO2	Sig. (2-tailed)	0		0	0	0	0
	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
	Pearson	.447**	.468**	1	.410**	.354**	-.216**
PM10	Correlation						
	Sig. (2-tailed)	0	0		0	0	0
	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
CO	Pearson	.805**	.508**	.410**	1	.493**	-.283**
	Correlation						
	Sig. (2-tailed)	0	0	0		0	0
	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
	Pearson	.707**	.616**	.354**	.493**	1	-.366**
	Correlation						
	Sig. (2-tailed)	0	0	0	0		0



O3_8	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
	Pearson	-.369**	-.364**	-.216**	-.283**	-.366**	1
	Correlation Sig. (2-tailed)	0	0	0	0	0	
N		1678	1678	1678	1678	1678	1678
PM2_5	Kendall's tau_b	1	.461**	.304**	.703**	.512**	-.265**
	Correlation Coefficient						
	Sig. (2-tailed)	.	0	0	0	0	0
SO2	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
	Kendall's tau_b	.461**	1	.299**	.445**	.414**	-.258**
	Correlation Coefficient						
NO2	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
	Kendall's tau_b	.304**	.299**	1	.355**	.226**	-.164**
	Correlation Coefficient						
PM10	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
	Kendall's tau_b	.703**	.445**	.355**	1	.434**	-.213**
	Correlation Coefficient						
CO	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
	Kendall's tau_b	.512**	.414**	.226**	.434**	1	-.266**
	Correlation Coefficient						
O3_8	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
	Kendall's tau_b	-.265**	-.258**	-.164**	-.213**	-.266**	1
	Correlation Coefficient						
N		1678	1678	1678	1678	1678	1678
PM2_5	Spearman's rho	1	.647**	.439**	.879**	.703**	-.391**
	Correlation Coefficient						
	Sig. (2-tailed)	.	0	0	0	0	0

SO2	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
	Spearman's rho	.647**	1	.430**	.636**	.593**	-.371**
	Correlation Coefficient						
	Sig. (2-tailed)	0	.	0	0	0	0
NO2	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
	Spearman's rho	.439**	.430**	1	.510**	.331**	-.240**
	Correlation Coefficient						
	Sig. (2-tailed)	0	0	.	0	0	0
PM10	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
	Spearman's rho	.879**	.636**	.510**	1	.616**	-.319**
	Correlation Coefficient						
	Sig. (2-tailed)	0	0	0	.	0	0
CO	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
	Spearman's rho	.703**	.593**	.331**	.616**	1	-.393**
	Correlation Coefficient						
	Sig. (2-tailed)	0	0	0	0	.	0
O3_8	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
	Spearman's rho	-.391**	-.371**	-.240**	-.319**	-.393**	1
	Correlation Coefficient						
	Sig. (2-tailed)	0	0	0	0	0	.
N		1678	1678	1678	1678	1678	1678

观察 PM2.5 指标与其他五个指标数据相关性系数，这些数据的右边都有两个星号，表示在 0.01 的显著性水平下，是显著相关的。

#### 4.1.2 因子分析

##### (1) 原理

因子分析的核心思想指通过建立一个从高维空间到低维空间的线性映射，使该映射保持样本点在高维空间中的某些结构，用降维的思想把多指标转化为少数几个综合指标。少数几个不可测的综合指标通常被称为公共因子，因子分析是根据相关性的大小将原始变量分组，使组内变量相关性较高，组间变量相关性较低。

其每组变量代表一个公共因子，它反映了问题的一个方面、一个维度。进而利用几个公共因子的方差贡献率作为权重来构造综合评价函数，简化众多原始变量、有效处理指标间的重复信息。但若求出的各公共因子的典型代表变量不很突出，则应通过适当方法进行因子旋转，以求能的解释公共因子，常用正交旋转来解释公共因子。

因子分析的一般模型：

$$\begin{cases} X_1 = \mu_1 + a_{11}F_1 + a_{12}F_2 + \cdots, a_{1m}F_m + \varepsilon_1 \\ X_2 = \mu_2 + a_{21}F_1 + a_{22}F_2 + \cdots, a_{2m}F_m + \varepsilon_2 \\ \vdots \\ X_p = \mu_p + a_{p1}F_1 + a_{p2}F_2 + \cdots, a_{pm}F_m + \varepsilon_p \end{cases}$$

其中  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p$  为均值,  $F_1, F_2, \dots, F_m$  为公共因子,  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p$  为特殊因子, 它们都是不可观测的随机变量。上式可用矩阵表示为：

$$\mathbf{X} = \boldsymbol{\mu} + \mathbf{A}\mathbf{F} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$\mathbf{X}$  的协方差矩  $\boldsymbol{\Sigma}$  可以进行如下分解：

$$\begin{aligned} \text{COV}(\mathbf{X}, \mathbf{X}) &= \text{COV}(\mathbf{A}\mathbf{F} + \boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{A}\mathbf{F} + \boldsymbol{\varepsilon}) = E(\mathbf{A}\mathbf{F} + \boldsymbol{\varepsilon})(\mathbf{A}\mathbf{F} + \boldsymbol{\varepsilon})^T \\ &= AE(\mathbf{F}\mathbf{F}^T)A^T + AE(\mathbf{F}\boldsymbol{\varepsilon}^T) + E(\boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{F}^T)A^T + E(\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^T) \\ &= \mathbf{A}\mathbf{A}^T + \mathbf{D} \end{aligned}$$

即可得

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T + \mathbf{D}$$

如果  $\mathbf{X}$  为各分量已标准化了的随机变量, 则  $\boldsymbol{\Sigma}$  就是相关矩阵  $\mathbf{R}$ , 即有：

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T + \mathbf{D}$$

因子模型具有两个重要的性质：

- 1、模型不受变量量纲的影响；
- 2、因子载荷不是惟一的。

(2) 结果分析

表 4.2 Communalities

	Initial	Extraction
SO2	1.000	.662
NO2	1.000	.386
PM10	1.000	.638
CO	1.000	.642
O3_8	1.000	.279
PM2_5	1.000	.829

表 4.2 最后一列给出了提取一个公因子后的变量共同度, 所有值都在 0.9 以下, 说明每个变量被提取的一个公因子说明的程度都较低, 损失的信息较多。

表 4.3 Total Variance Explained

Component	T	Initial Eigenvalues		Extraction Sums of Squared Loadings		
		% of	Cumulative	Total	% of	Cumulative

	otal	Variance	e %		Variance	e %
1	3.435	57.256	57.256	3.435	57.256	57.256
2	.17	13.620	70.876			
3	.94	11.565	82.441			
4	.49	9.150	91.591			
5	.67	6.117	97.709			
6	.37	2.291	100.000			

表 4.4 Component Matrixa

	Component
SO2	.814
NO2	.621
PM10	.799
CO	.801
O3_8	-.528
PM2_5	.911

Scree Plot

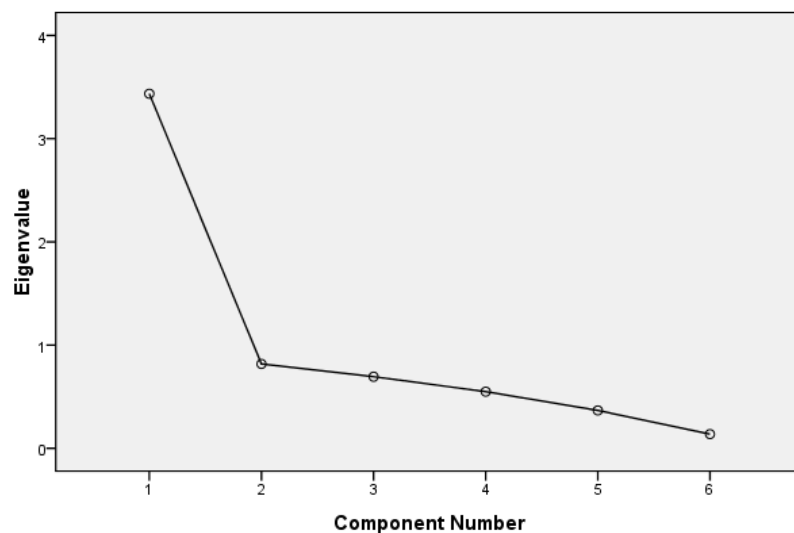


图 2.1 碎石图

由表 4.3 可知，SPSS 提取出了一个公因子（其特征值大于 1，系统默认选项），方差贡献率 57.256%。再结合碎石图，也可以看出，提取一个公因子比较合适，因为到第

二个公因子，特征值已趋于平稳。

表 4.4 为因子载荷矩阵，它是因子命名的主要依据。从此表可以看出，公因子在六个变量上的载荷都相差不大，所以无法解释公因子的含义，也就无法进行因子命名。

综上，通过对六个指标的因子分析，发现相互之间的相关性不是很大。

#### 4.1.3 主成分分析

##### (1) 原理

假定有  $n$  个样本，每个样本共有  $p$  个变量，构成一个  $n \times p$  阶的数据矩阵，

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}$$

记原变量指标为  $x_1, x_2, \dots, x_p$ ，设它们降维处理后的综合指标，即新变量为  $z_1, z_2, z_3, \dots, z_m (m \leq p)$ ，则

$$\begin{cases} z_1 = l_{11}x_1 + l_{12}x_2 + \cdots + l_{1p}x_p \\ z_2 = l_{21}x_1 + l_{22}x_2 + \cdots + l_{2p}x_p \\ \dots\dots\dots \\ z_m = l_{m1}x_1 + l_{m2}x_2 + \cdots + l_{mp}x_p \end{cases}$$

系数  $l_{ij}$  的确定原则：

①  $z_i$  与  $z_j$  ( $i \neq j; i, j=1, 2, \dots, m$ ) 相互无关；

②  $z_1$  是  $x_1, x_2, \dots, x_p$  的一切线性组合中方差最大者， $z_2$  是与  $z_1$  不相关的  $x_1, x_2, \dots, x_p$  的所有线性组合中方差最大者； $z_m$  是与  $z_1, z_2, \dots, z_{m-1}$  都不相关的  $x_1, x_2, \dots, x_p$  的所有线性组合中方差最大者。

新变量指标  $z_1, z_2, \dots, z_m$  分别称为原变量指标  $x_1, x_2, \dots, x_p$  的第 1, 第 2, ..., 第  $m$  主成分。

从以上的分析可以看出，主成分分析的实质就是确定原来变量  $x_j$  ( $j=1, 2, \dots, p$ ) 在诸主成分  $z_i$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) 上的荷载  $l_{ij}$  ( $i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, p$ )。

从数学上可以证明，它们分别是相关矩阵  $m$  个较大的特征值所对应的特征向量。

##### (2) 分析结果

表 4.5 Correlations

		PM2_5	SO2	NO2	PM10	CO	O3_8
PM2_5	Pearson Correlation	1	.659**	.447**	.805**	.707**	-.369**
	Sig. (2-tailed)		.000	.000	.000	.000	.000
	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
SO2	Pearson Correlation	.659**	1	.468**	.508**	.616**	-.364**
	Sig. (2-tailed)	.000		.000	.000	.000	.000

	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
NO2	Pearson Correlation	.447**	.468**	1	.410**	.354**	-.216**
	Sig. (2-tailed)	.000	.000		.000	.000	.000
	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
PM10	Pearson Correlation	.805**	.508**	.410**	1	.493**	-.283**
	Sig. (2-tailed)	.000	.000	.000		.000	.000
	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
CO	Pearson Correlation	.707**	.616**	.354**	.493**	1	-.366**
	Sig. (2-tailed)	.000	.000	.000	.000		.000
	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678
O3_8	Pearson Correlation	-.369**	-.364**	-.216**	-.283**	-.366**	1
	Sig. (2-tailed)	.000	.000	.000	.000	.000	
	N	1678	1678	1678	1678	1678	1678

表 4.5 中的相关性系数表明除了“O3”之外的变量之间存在相关性，可以进行主成分分析。

表 4.6 Communalities

	Initial	Extraction
SO2	1.000	.698
NO2	1.000	.440
PM10	1.000	.564
CO	1.000	.637
O3_8	1.000	.327

表 4.6 为变量共同度，表中数值都在 0.5 左右，说明提取的主成分对每个变量的解释程度都不高。

表 4.7 Total Variance Explained

Comp onent	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	2.665	53.302	53.302	2.665	53.302	53.302
2	.810	16.192	69.494			
3	.633	12.659	82.153			
4	.527	10.532	92.684			
5	.366	7.316	100.000			

表 4.7 为方差贡献表，可以看出，主成分的特征根为 2.665，方差贡献率为 53.302%，贡献率较低，解释总变异的程度不是很高。

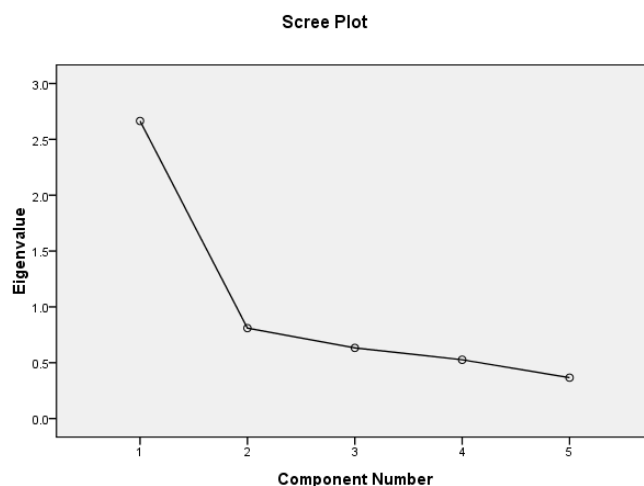


图 4.2 碎石图

图 4.2 为碎石图，到了第二主成分，特征值已趋于平稳，理论上只找出了一个合适的主成分。

表 4.8 Component Matrixa

	Component
SO2	.835
NO2	.663
PM10	.751
CO	.798
O3_8	-.571

表 4.8 为因子载荷矩阵，主成分与各变量的相关系数都低于 0.9，除了无法涵盖第五个变量“O<sub>3</sub>”，其他变量都能涵盖到。

综上，对于 PM2.5 指标与其他五个指标进行主成分分析时，可以找出一个主成分涵盖除“O<sub>3</sub>”的指标，但是相关程度较低。

## 4.2 小样本指标相关性分析

通过大样本数据的考察，未发现显著的相关性，考虑地域、季节的影响，选取草滩监测点 3、4、5 月份的数据进行单独研究。

### 4.2.1 相关分析

同样主要采用 Person 相关、Spearman 相关、Kendall's tau-b 相关进行相关性检验，结果如表 4.9 所示。

表 4.9 Correlations

		PM2_5	SO2	NO2	PM10	CO	O3_8
PM2_5	Pearson	1	.457**	.466**	.669**	.501**	-.376**
	Correlation						

SO2	Sig. (2-tailed)		0.001	0.001	0	0	0.007
	N	51	51	51	51	51	51
	Pearson Correlation	.457**	1	.619**	.350*	0.179	-0.183
NO2	Sig. (2-tailed)	0.001		0	0.012	0.209	0.199
	N	51	51	51	51	51	51
	Pearson Correlation	.466**	.619**	1	.380**	.286*	-0.067
PM10	Sig. (2-tailed)	0.001	0		0.006	0.042	0.642
	N	51	51	51	51	51	51
	Pearson Correlation	.669**	.350*	.380**	1	.373**	-.368**
CO	Sig. (2-tailed)	0	0.012	0.006		0.007	0.008
	N	51	51	51	51	51	51
	Pearson Correlation	.501**	0.179	.286*	.373**	1	-.422**
O3_8	Sig. (2-tailed)	0	0.209	0.042	0.007		0.002
	N	51	51	51	51	51	51
	Pearson Correlation	-.376**	-0.183	-0.067	-.368**	-.422**	1
	Sig. (2-tailed)	0.007	0.199	0.642	0.008	0.002	
	N	51	51	51	51	51	51
		PM2_5	SO2	NO2	PM10	CO	O3_8
PM2_5	Kendall's tau_b						
	Correlation Coefficient	1	.329**	.336**	.546**	.354**	-.252**
	Sig. (2-tailed)	.	0.001	0.001	0	0	0.01
SO2	N	51	51	51	51	51	51
	Kendall's tau_b						
	Correlation Coefficient	.329**	1	.446**	.388**	0.108	-0.125
	Sig. (2-tailed)	0.001	.	0	0	0.272	0.204
	N	51	51	51	51	51	51



NO2	Kendall's tau_b						
	Correlation	.336**	.446**	1	.512**	0.188	-0.051
	Coefficient						
	Sig. (2-tailed)	0.001	0	.	0	0.055	0.602
	N	51	51	51	51	51	51
PM10	Kendall's tau_b						
	Correlation	.546**	.388**	.512**	1	.382**	-.298**
	Coefficient						
	Sig. (2-tailed)	0	0	0	.	0	0.002
	N	51	51	51	51	51	51
CO	Correlation						
	Coefficient	.354**	0.108	0.188	.382**	1	-.210*
	Sig. (2-tailed)	0	0.272	0.055	0	.	0.032
	N	51	51	51	51	51	51
	Kendall's tau_b						
O3_8	Correlation	-.252**	-0.125	-0.051	-.298**	-.210*	1
	Coefficient						
	Sig. (2-tailed)	0.01	0.204	0.602	0.002	0.032	.
	N	51	51	51	51	51	51
		PM2_5	SO2	NO2	PM10	CO	O3_8
PM2_5	Spearman's rho						
	Correlation	1	.484**	.493**	.726**	.475**	-.333*
	Coefficient						
	Sig. (2-tailed)	.	0	0	0	0	0.017
	N	51	51	51	51	51	51
SO2	Spearman's rho						
	Correlation	.484**	1	.588**	.506**	0.156	-0.181
	Coefficient						
	Sig. (2-tailed)	0	.	0	0	0.275	0.204
	N	51	51	51	51	51	51
NO2	Correlation						
	Coefficient	.493**	.588**	1	.680**	0.263	-0.072
	Sig. (2-tailed)	0	0	.	0	0.062	0.615
	N	51	51	51	51	51	51

PM10	Spearman's rho						
	Correlation	.726**	.506**	.680**	1	.528**	-.406**
	Coefficient						
	Sig. (2-tailed)	0	0	0	.	0	0.003
	N	51	51	51	51	51	51
CO	Spearman's rho						
	Correlation	.475**	0.156	0.263	.528**	1	-.308*
	Coefficient						
	Sig. (2-tailed)	0	0.275	0.062	0	.	0.028
	N	51	51	51	51	51	51
O3_8	Spearman's rho						
	Correlation	-.333*	-0.181	-0.072	-.406**	-.308*	1
	Coefficient						
	Sig. (2-tailed)	0.017	0.204	0.615	0.003	0.028	.
	N	51	51	51	51	51	51

观察 PM2.5 指标与其他五个指标数据相关性系数，这些数据的右边都有星号，两个星号表示在 0.01 的显著性水平下，是显著相关的，一个星号表示在 0.05 的显著性水平下，相关系数是显著的。

#### 4.2.2 因子分析

对于小样本数据进行因子分析，结果如下：

表 4.10 Communalities

	Initial	Extraction
SO2	1.000	.732
NO2	1.000	.782
PM10	1.000	.611
CO	1.000	.596
O3_8	1.000	.664
PM2_5	1.000	.736

表 4.10 最后一列给出了提取两个公因子后的变量共同度，所有值都在 0.9 以下，说明每个变量被提取的两个公因子说明的程度都较低，损失的信息较多。

表 4.11 Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues				Extraction Sums of Squared Loadings			
	Total	% of Variance	Cumulative %		Total	% of Variance	Cumulative %	

1	2.945	49.089	49.089	2.945	49.089	49.089
2	1.175	19.584	68.673	1.175	19.584	68.673
3	.628	10.458	79.132			
4	.623	10.376	89.508			
5	.346	5.765	95.273			
6	.284	4.727	100.000			

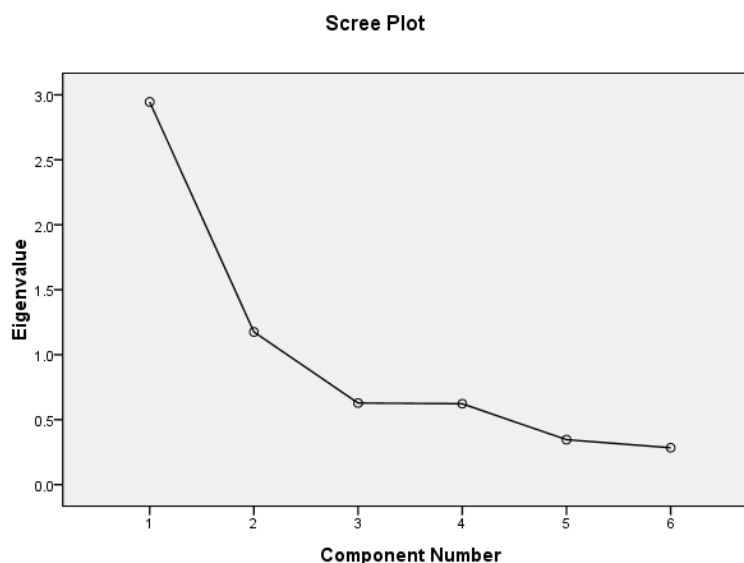


图 4.3 碎石图

表 4.11 可知，SPSS 提取出了两个公因子（其特征值大于 1，系统默认选项），方差贡献率达到 68.673%。再结合碎石图，也可以看出，提取两个公因子比较合适，因为到第三个公因子，特征值已较小并趋于平稳。

表 4.12 Component Matrixa

	Component	
	1	2
SO2	.667	.536
NO2	.681	.564
PM10	.773	-.115
CO	.646	-.422
O3_8	-.538	.612
PM2_5	.856	-.060

表 4.12 为因子载荷矩阵，它是因子命名的主要依据。从此表可以看出，第一公因子在除“O<sub>3</sub>”外五个变量上的载荷都相差不大，所以无法解释公因子的含义，也就无法进行因子命名。

综上，通过对六个指标的因子分析，发现相互之间的相关性不是很大。

4.2.3 主成分分析

针对 PM2.5 进行主成分分析，分析结果如下。

表 4.13 Communalities

	Initial	Extraction
SO2	1.000	.758
NO2	1.000	.808
PM10	1.000	.569
CO	1.000	.620
O3_8	1.000	.720

表 4.13 为变量共同度，表中数值 0.7 以上有三个指标，说明提取的主成分对这三个变量的解释程度都较高，其他两个指标都在 0.6 左右，总体上主成分对所有变量的解释程度较高。

表 4.14 Total Variance Explained

Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
2.304	46.084	46.084	2.304	46.084	46.084
1.171	23.425	69.509	1.171	23.425	69.509
.623	12.469	81.978			
.575	11.498	93.476			
.326	6.524	100.000			

表 4.14 为方差贡献表，可以看出，第一主成分的特征根为 2.304，方差贡献率为 46.084%，第二个主成分的特征根为 1.171，方差贡献率为 23.425%，两个主成分的累积方差贡献率达到 69.509%，即两个主成了解释了总变异的 69.509%。

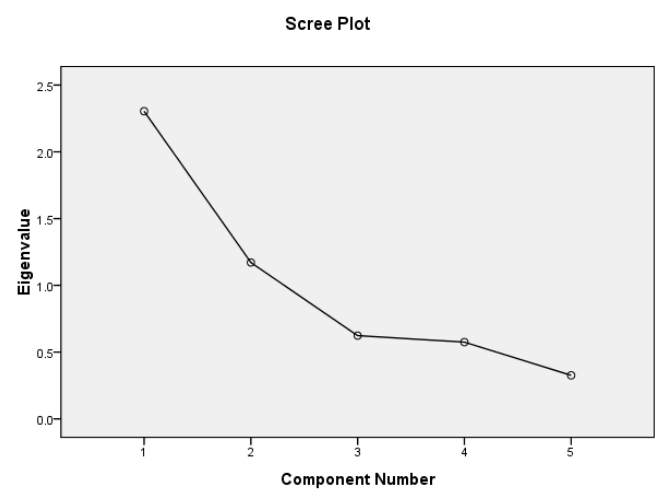


图 4.4 碎石图

图 4.4 为碎石图，到了第三主成分，特征值已较低并且趋于平稳，表明可以提取出两个主成分。

表 4.15 Component Matrixa

	Component	
	1	2
SO2	.709	.506
NO2	.723	.534
PM10	.743	-.133
CO	.648	-.448
O3_8	-.555	.641

表 4.15 为因子载荷矩阵，第一主成分与各变量的相关系数都低于 0.9，除了无法涵盖第五个变量“O<sub>3</sub>”，其他变量都能涵盖到，第二主成分涵盖了变量“O<sub>3</sub>”，但涵盖程度不是很高。

综上，对于 PM2.5 指标与其他五个指标进行主成分分析时，可以找出两个主成分涵盖其他五个指标，但是相关程度不高。

#### 4.2.4 简单时间序列分析

通过 SPSS 软件分析未发现明显的相关性，尝试采用简单时间序列分析，根据动态数据作相关图，相关图能显示出变化的趋势和周期。

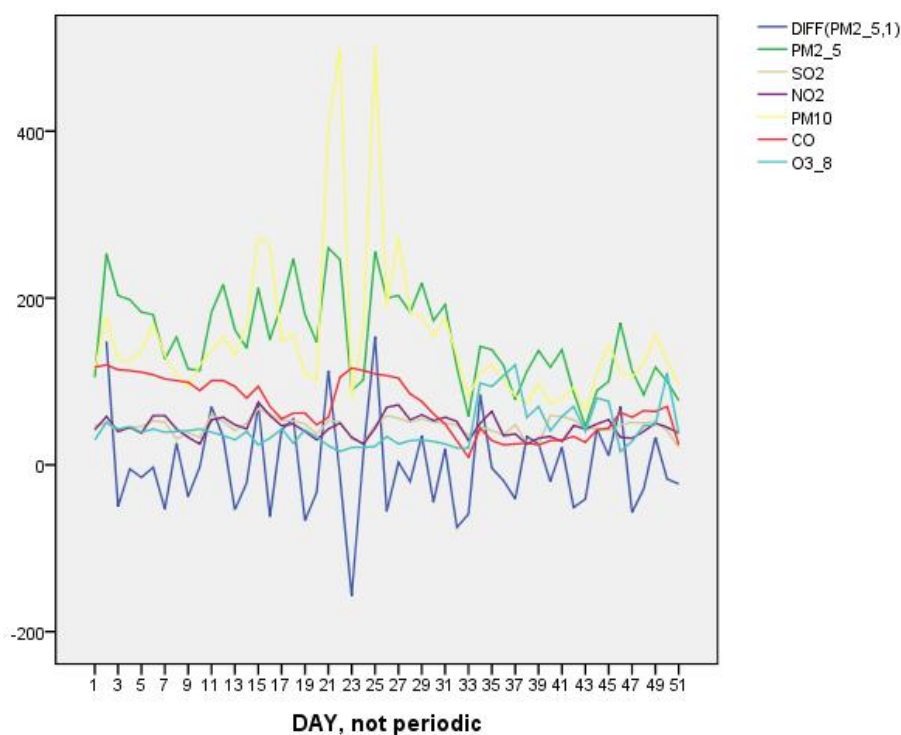


图 4.5 时间序列分析相关图

上图显示，PM10 和 PM2.5 指标值随时间变化规律相似，显示出两指标相关性较高。

#### 4.2.5 散点图分析

简单时间序列分析发现 PM10 和 PM2.5 相关性较高，通过散点图进行验证。散点图可以直观地表示出两个变量之间的相关关系，便于我们观测数据间的相关性。考虑 PM2.5 与其他指标之间的相关性，不同的散点图采用不同地点、不同时间的 PM2.5 值和其他各指标值。

##### (1) PM2.5 与 SO<sub>2</sub>

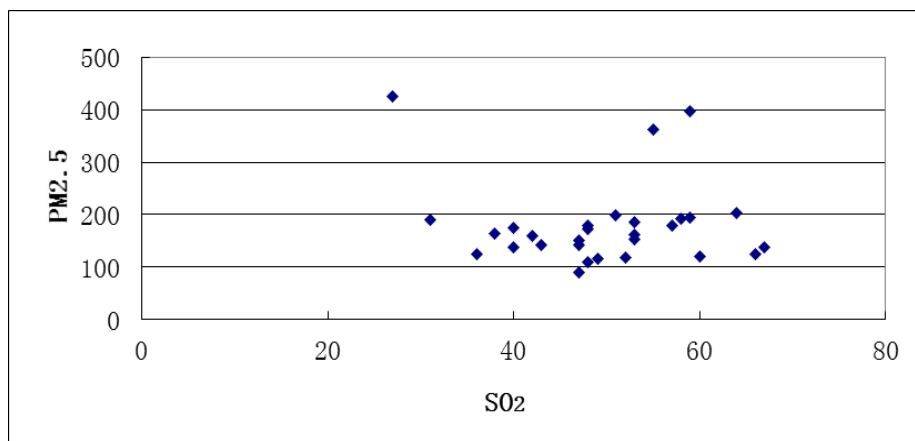


图 4.6 纺织厂观测点三月份 PM2.5 与 SO<sub>2</sub> 值

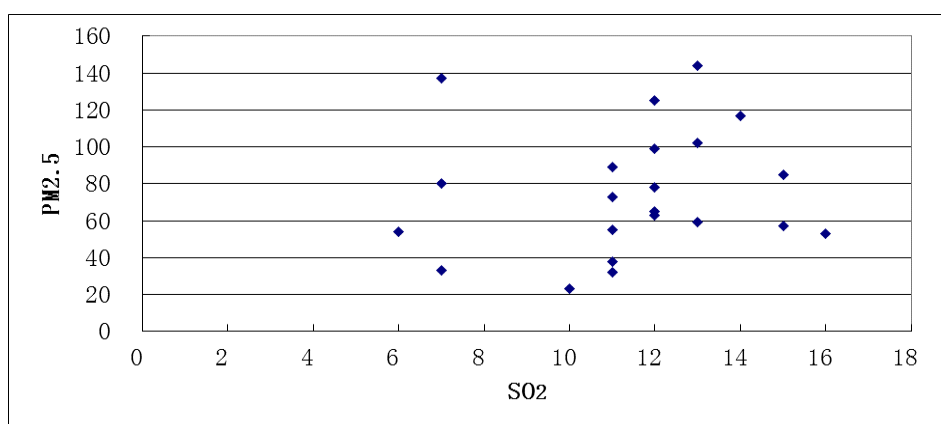


图 4.7 纺织厂观测点七月份 PM2.5 与 SO<sub>2</sub> 值

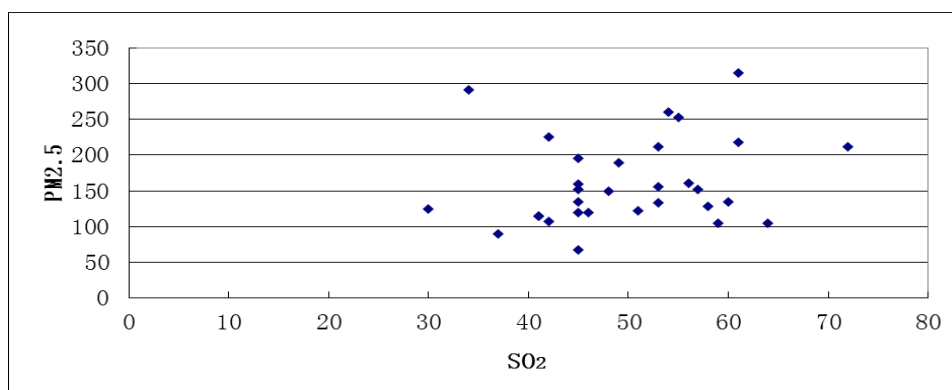


图 4.8 全市三月份 PM2.5 与 SO<sub>2</sub> 平均值

通过以上散点图发现不同时间、地点  $\text{PM}_{2.5}$  和  $\text{SO}_2$  的观测值之间未发现明显的相关性。

## (2) $\text{PM}_{2.5}$ 与 $\text{NO}_2$

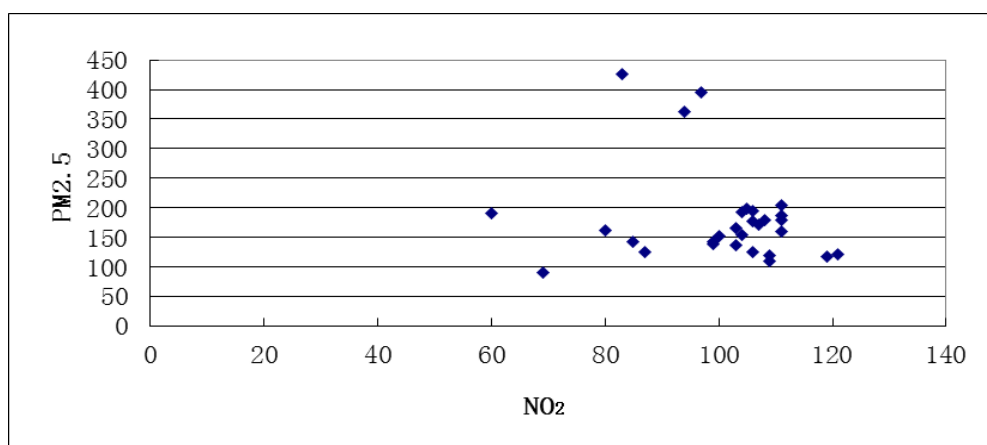


图 4.9 纺织厂观测点三月份  $\text{PM}_{2.5}$  与  $\text{NO}_2$  值

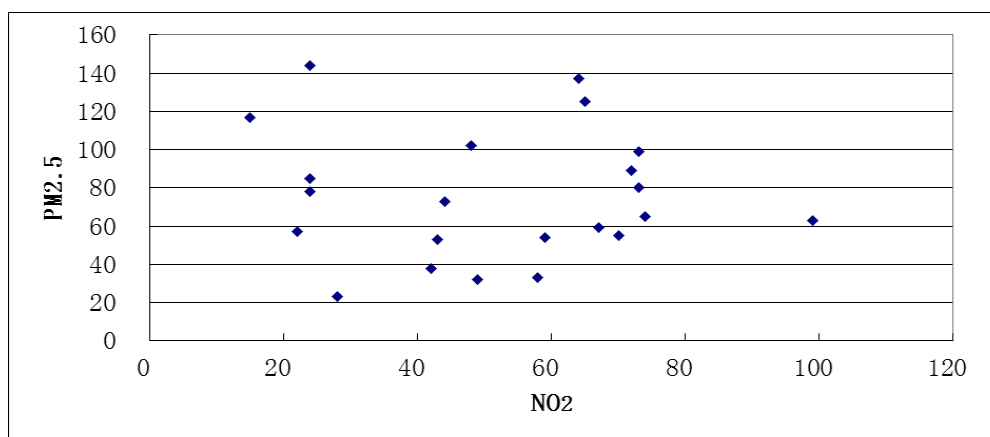


图 4.10 纺织厂观测点七月份  $\text{PM}_{2.5}$  与  $\text{NO}_2$  值

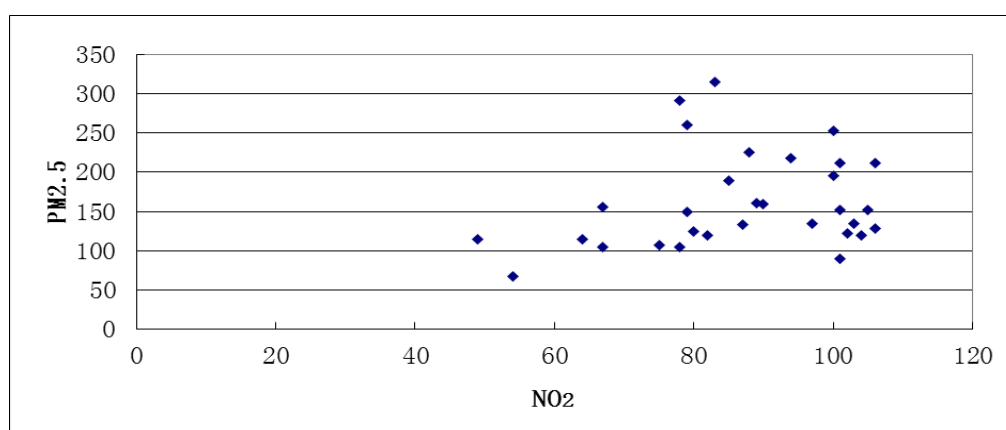


图 4.11 全市三月份  $\text{PM}_{2.5}$  与  $\text{NO}_2$  平均值

通过以上散点图发现不同时间、地点  $\text{PM}_{2.5}$  和  $\text{SO}_2$  的观测值之间未发现明显的相关性。

## (3) $\text{PM}_{2.5}$ 与 $\text{PM}_{10}$

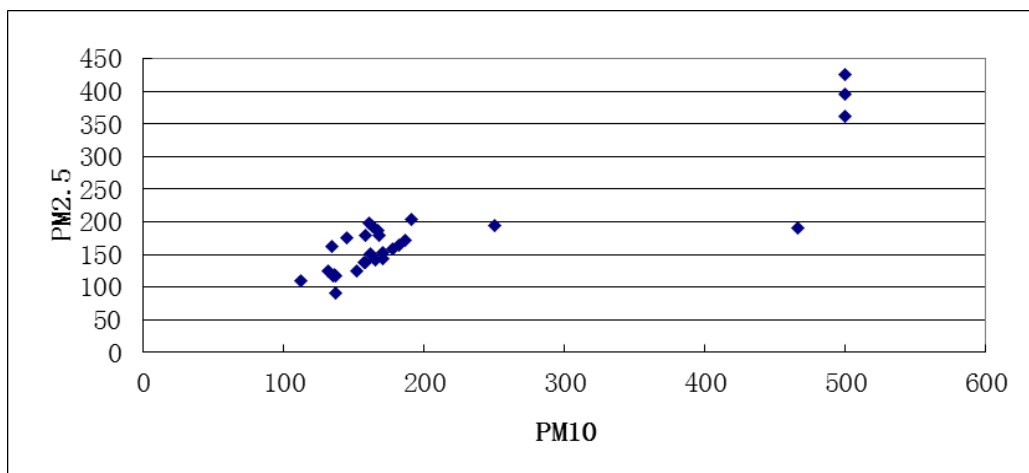


图 4.12 纺织厂观测点三月份 PM2.5 与 PM10 值

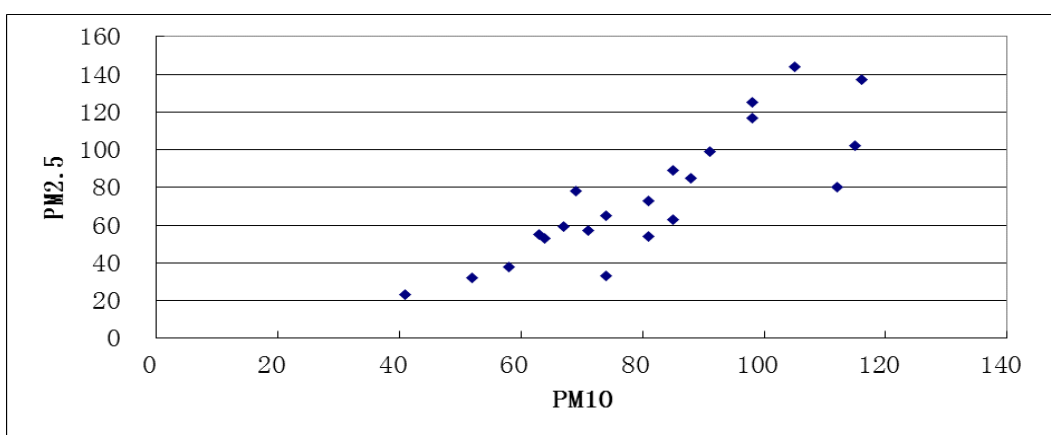


图 4.13 纺织厂观测点七月份 PM2.5 与 PM10 值

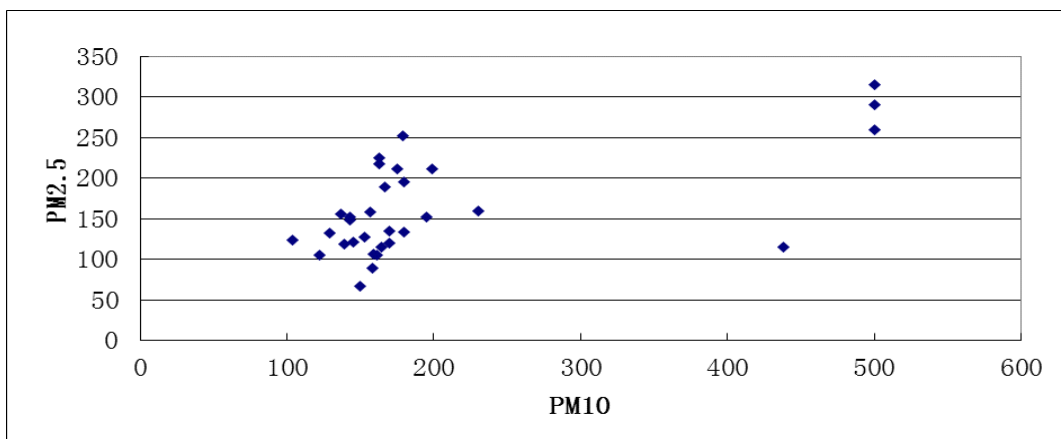


图 4.14 全市三月份 PM2.5 与 PM10 平均值

通过以上散点图发现不同时间、地点 PM2.5 和 PM10 的观测值存在相关性，尤其是图 4.13 中纺织厂观测点七月份 PM2.5 与 PM10 值大致线性相关。

继续考虑其他监测点，不同月份的情况。将各个监测点每月数据进行平均（数据见附件一），结果如下图。



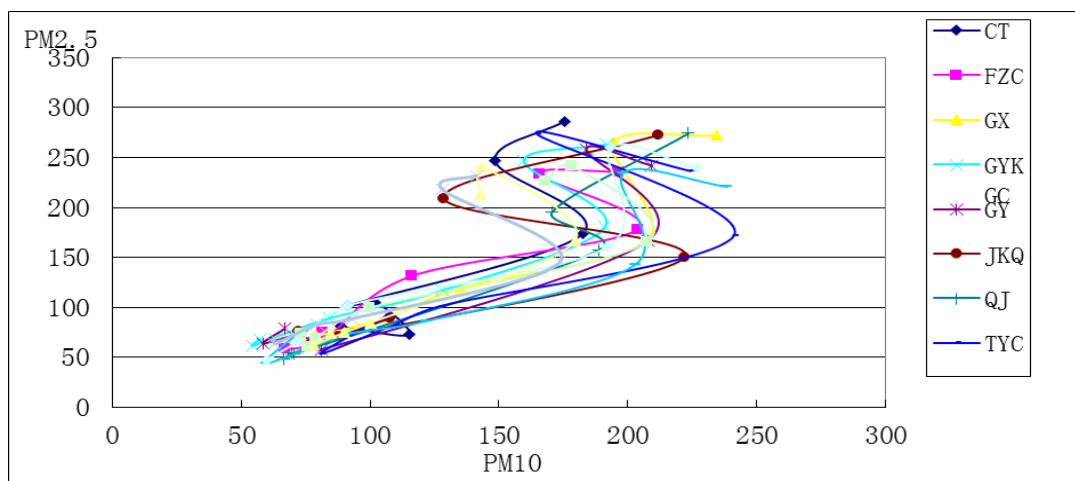


图 4.15 各个监测点 1-7 月份平均值

从图中可以看出不同监测点的 PM2.5 与 PM10 相关性是一致的，大致呈线性相关趋势，但是季节不同线性光管的比率不一样，夏季斜率更高一些，即 PM2.5 占 PM10 的比率有所上升。

#### (4) PM2.5 与 CO

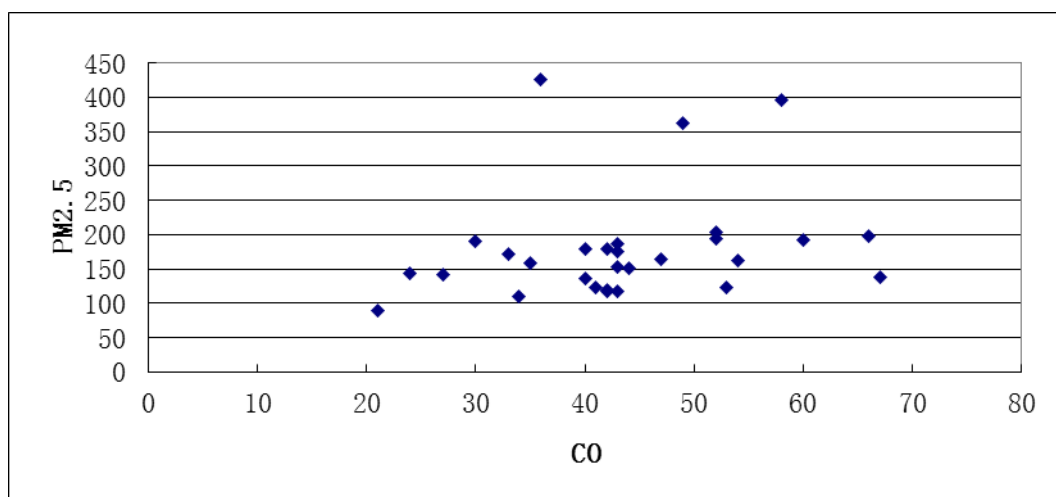


图 4.16 纺织厂观测点三月份 PM2.5 与 CO 值

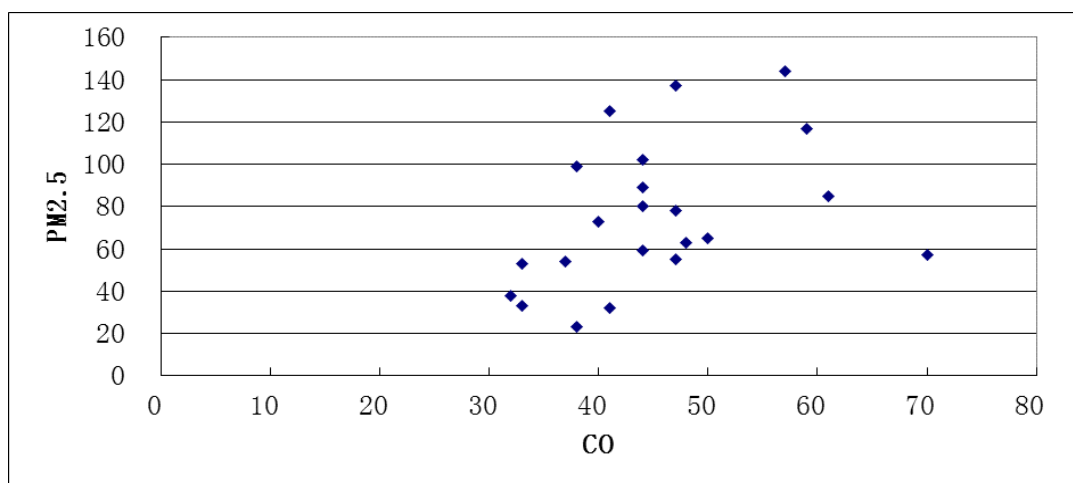


图 4.17 纺织厂观测点七月份 PM2.5 与 CO 值

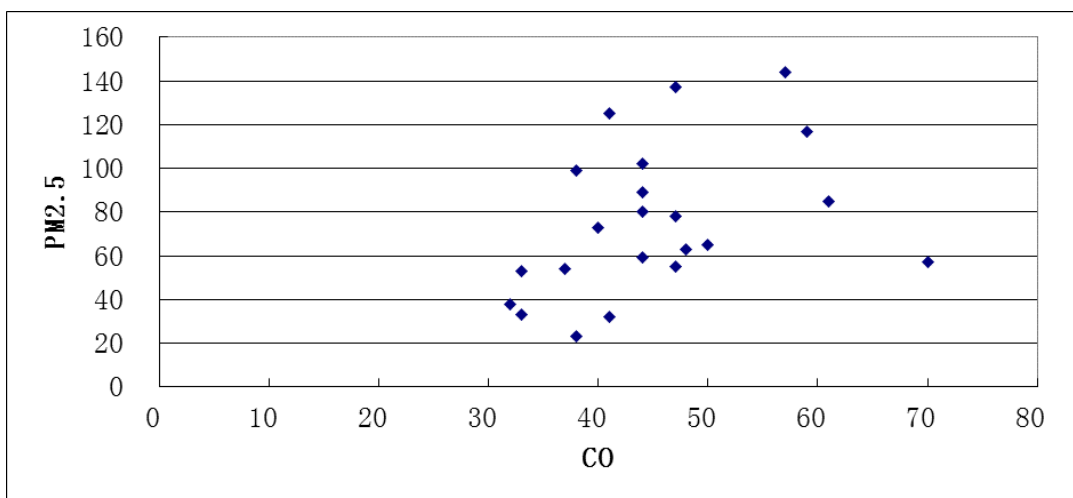


图 4.18 全市三月份 PM2.5 与 CO 平均值

通过以上散点图发现不同时间、地点，PM2.5 和 CO 的观测值之间未发现明显的相关性。

#### (5) PM2.5 与 O<sub>3</sub>

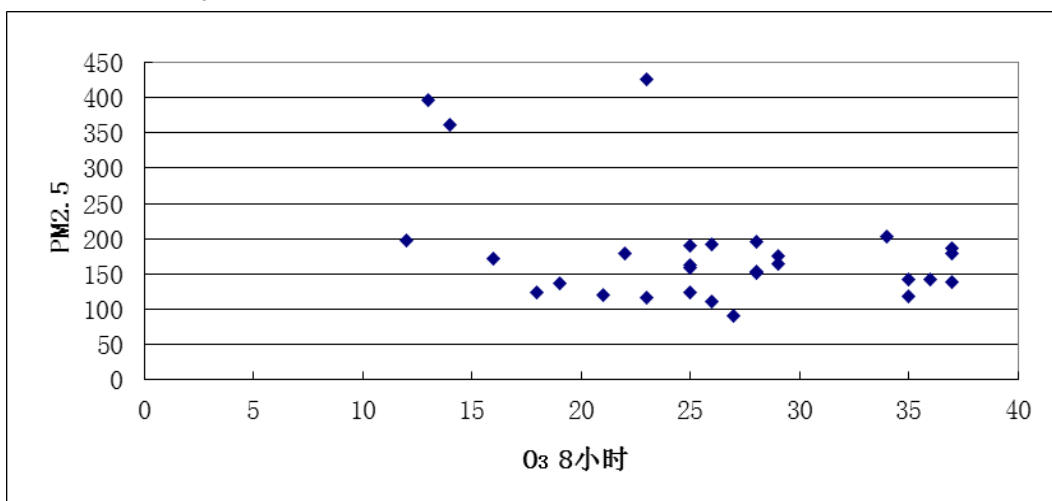


图 4.19 纺织厂观测点三月份 PM2.5 与 O<sub>3</sub> 值

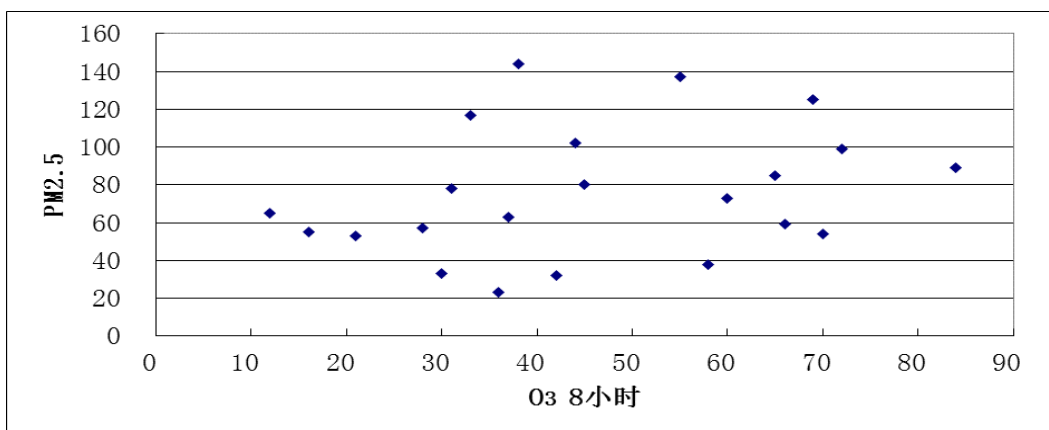


图 4.20 纺织厂观测点七月份 PM2.5 与 O<sub>3</sub> 值

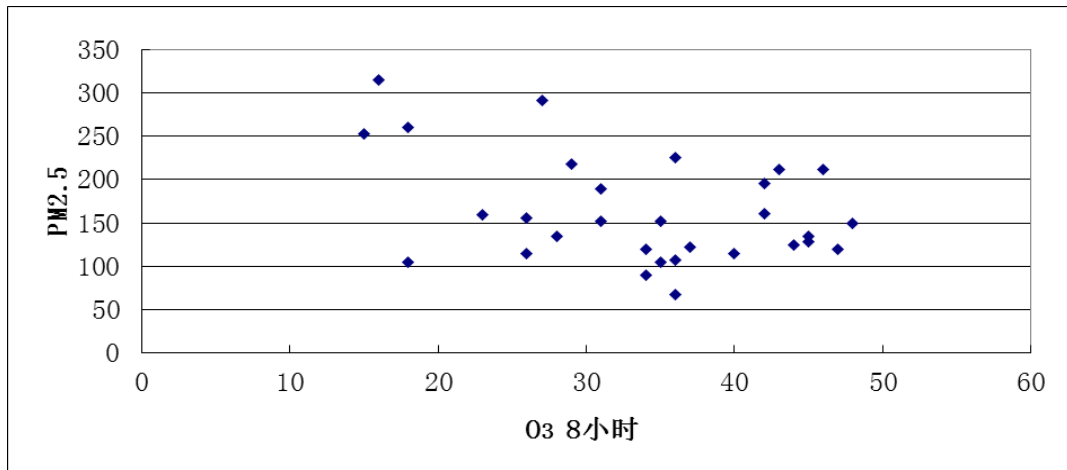


图 4.21 全市三月份 PM<sub>2.5</sub> 与 O<sub>3</sub> 平均值

通过以上散点图发现不同时间、地点，PM<sub>2.5</sub> 和 O<sub>3</sub> 的观测值之间未发现明显的相关性。

### 4.3 理论分析

PM<sub>2.5</sub> 形成机理复杂，除污染源直接排放的一次细颗粒物以外，相当一部分来自于二次转化过程，即各类人为源和自然源排放的气态污染物经复杂的化学反应生成，主要的前体物包括 SO<sub>2</sub>、NO<sub>x</sub>、VOCs、NH<sub>3</sub> 等。PM<sub>2.5</sub> 不是一种单一成分的污染物，其化学组分非常复杂，主要包括 SO<sub>4</sub><sup>2-</sup>、NO<sub>3</sub><sup>-</sup>、NH<sub>4</sub><sup>+</sup> 等水溶性离子，有机碳（OC）、元素碳（EC）等含碳组分，以及金属元素、矿物尘、生物气溶胶等<sup>[1]</sup>，每种成分都有多种来源，既有岩石土壤风化、海浪飞溅、森林植被释放等天然来源，也有燃煤、工业过程、机动车尾气、生物质燃烧等人为来源<sup>[2]</sup>。PM<sub>2.5</sub> 常常作为大气复合污染物的组成成分出现，与 O<sub>3</sub> 等气体污染物共同体现出区域符合污染特征<sup>[3]</sup>。

PM<sub>2.5</sub> 中大多数 SO<sub>4</sub><sup>2-</sup> 是通过 SO<sub>2</sub> 气体氧化而形成的，SO<sub>2</sub> 向 SO<sub>4</sub><sup>2-</sup> 的转化率夏季最大、冬季最小<sup>[4]</sup>。夏季光化学反应的增强，以及空气中相对湿度的增大使得上述转化增强，虽然冬季转化率最低，但采暖期间煤烟型污染源大量增加，提高了空气中 SO<sub>2</sub> 的浓度。采暖期和非采暖期因子分析结果不同之处在于，采暖期中因子 2 为 NO<sub>3</sub><sup>-</sup>，因子 3 为 NH<sub>4</sub><sup>+</sup>，而非采暖期的结果则反之。上述结果与余学春等<sup>[5]</sup>和杨东贞等<sup>[6]</sup>SO<sub>4</sub><sup>2-</sup>、NO<sub>3</sub><sup>-</sup> 和 NH<sub>4</sub><sup>+</sup> 为北京地区气溶胶细粒子中主要离子的结论一致。

PM<sub>10</sub> 指空气动力学当量直径不大于 10μm 的颗粒物。国内有学者指出<sup>[7]</sup>，PM<sub>10</sub> 和 PM<sub>2.5</sub> 之间具有同源性，并且在环境空气污染中的变化规律相似，可能遵循相同的迁移转化规律。PM<sub>10</sub> 和 PM<sub>2.5</sub> 之间还存在着一定的关系<sup>[8]</sup>，不同地区的可吸入颗粒物粒径分布是随不同地区的特征污染源而变化的。魏复盛，腾恩江等<sup>[9]</sup>调查了四个城市的 PM<sub>2.5</sub> 组成，调查结果表明在广州地区，PM<sub>10</sub> 中大约有 64.7%~66.1% 为 PM<sub>2.5</sub>，武汉地区则为 52.6%~60.5%，兰州地区为 51.6%~51.9%，重庆为 61.8%~65.1%。

#### 4.4 总结

针对大样本和小样本分别采用相关分析、因子分析、主成分分析，运用简单时间序列分析进行观察，散点图以及理论定性分析，总结如下：

（1）通过 SPSS 软件进行分析时，相关分析都显示六个指标有较高的相关性，进行因子分析和针对 PM2.5 指标主成分分析时，能够提取出公因子和主成分，但是涵盖范围有限，解释总变异的程度不高，相关性不强；

（2）大小样本进行对比发现，小样本数据进行因子分析和主成分分析时，提取出更多的公因子、主成分，涵盖范围有所提高，但是总体上解释总变异的程度还是不高；

（3）理论分析，二氧化硫（SO<sub>2</sub>），二氧化氮（NO<sub>2</sub>），一氧化碳（CO）是形成 PM2.5 二次颗粒物前的主要气态物体，理论上具有相关性，但是定量分析相关性不强，可能是由于这些物质转化的 PM2.5 二次颗粒物占比相对较低；

（4）通过简单的时间序列分析，发现 PM2.5 与 PM10 的变化趋势基本一致，再通过不同时间地点的监测数据进行散点图分析，验证了 PM2.5 与 PM10 的相关性，前人的研究也证明了这个关系。

5 问题二

5.1 符号说明

符号	定义
$C(x,y,z,t)$	空间任意一点的污染物浓度
$D_T$	扩散系数
$Q$	源强, $kg/s$
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	用浓度标准差表示的 $x, y, z$ 轴上的扩散参数
$\delta$	太阳倾角
$h_0$	太阳高度角

5.2 西安 PM2.5 时空分布规律及污染评估

5.2.1 研究区域

目前，西安市范围内有十三个空气监测站，即：高压开关厂（桃园西路微电机研究所）、兴庆小区（东二环长乐公园）、纺织城（西安市环保局灞桥分局）、小寨（东仪路烈士陵园）、草滩（草滩工业区渭水园）、高新西区（西安软件园）、市人民体育场（新城大院）、经开区（经开区管委会）、长安区（西安邮电大学长安校区）、阎良区（西安市环保局阎良分局）、临潼区（西安市环保局临潼分局）、曲江新区（曲江水厂）、广运潭。

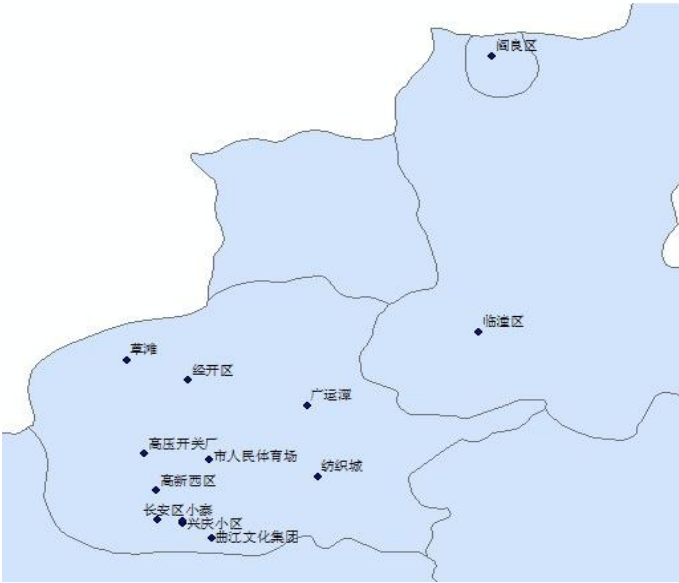


图 5.1 西安市空气监测站分布图

通过 Google 地图距离测量，建立以高压开关厂为坐标原点，正东方向为 X 轴的坐标体系，将所有点的坐标如下表所示。

表 5.1 监测点坐标

地点	坐标 x	坐标 y
高压开关厂	0	0
兴庆小区	-6.784	-0.3369
纺织城	15.22	0.9546
小寨	3.184	-0.6528
市人民体育场	6.107	0.2815
高新西区	-1.785	-4.594
经开区	3.778	8.925
长安区	-0.281	-12.1
阎良区	30.41	43.91
临潼区	29.49	11.62
曲江文化集团	6.4958	-8.2573
广运潭	13.99	6.154
草滩	8.204	19.96

## 5.2.2 评估标准

空气中 PM<sub>2.5</sub> 含量的评价标准，可参照《环境空气质量标准》(GB 3095—2012)<sup>[10]</sup>，具体参数如表 5.2 所示：

表 5.2 环境空气污染物基本项目浓度极值

序号	污染项目	平均时间	浓度极值	
			一级	二级
1	颗粒数（粒径小于等于 10 $\mu\text{m}$ ）	年平均	40	70
		24 小时平均	50	150
2	颗粒数（粒径小于等于 2.5 $\mu\text{m}$ ）	年平均	15	35
		24 小时平均	35	75

## 5.2.3 PM<sub>2.5</sub> 时空分布

### 1、PM<sub>2.5</sub> 随时间变化的趋势

#### (1) 总体分析

将各监测点 1-7 月份 PM<sub>2.5</sub> 数据进行统计，得出下图。

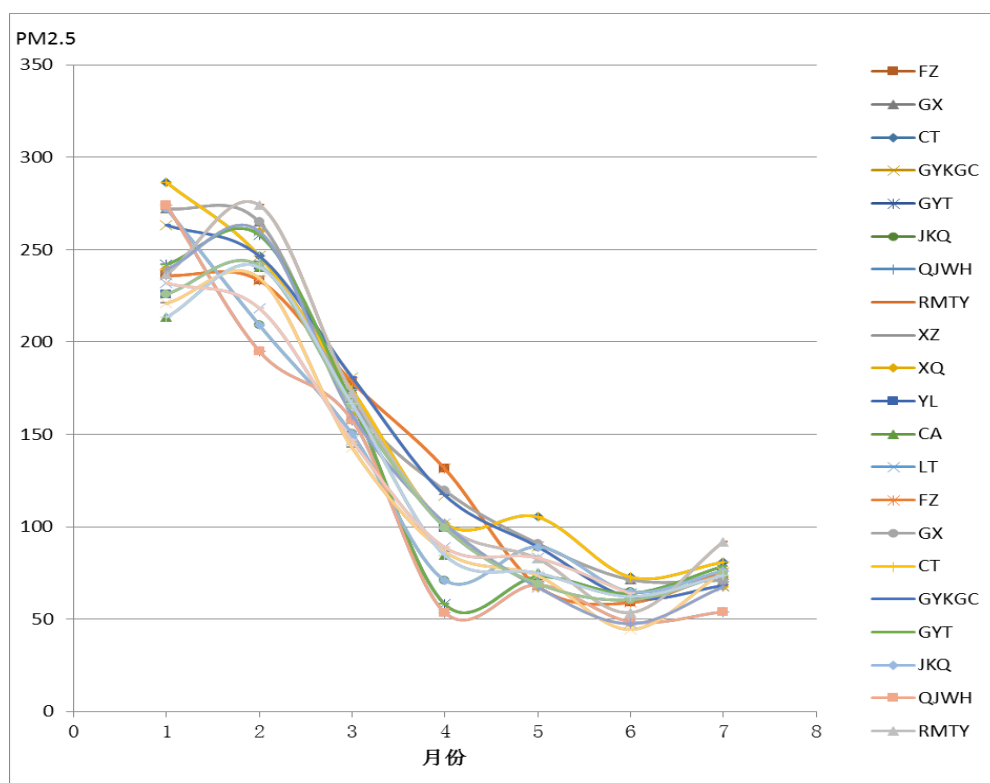


图 5.2 西安 2013 年 1-7 月份 PM2.5 月平均值平面图

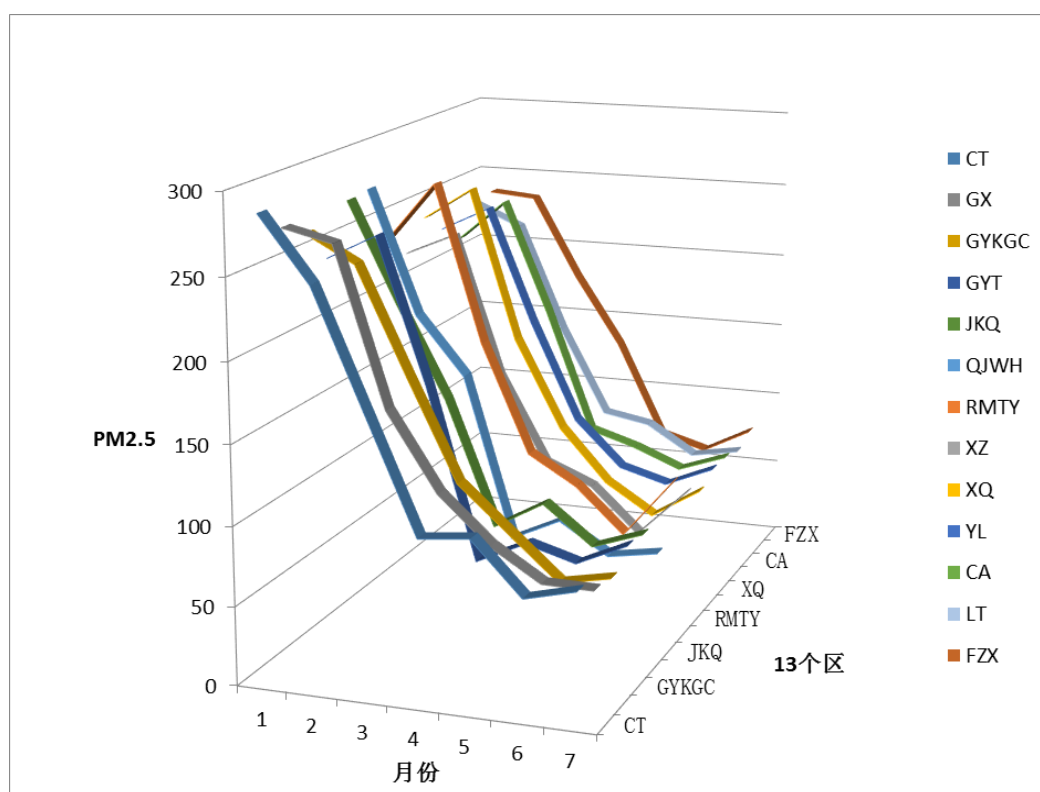


图 5.3 西安 2013 年 1-7 月份 PM2.5 月平均值立体图

从图中可以看出，从所有监测点 1 月份到 7 月份 PM2.5 值呈下降趋势，其原因可能是冬季的太阳辐射弱，气温、气压低，降雨量小，大气稳定度好，不易对流，颗粒物的

扩散困难，并且冬季采暖燃料的使用量大，其中最典型的的就是1月份，这段时间气温较低，用于居民采暖的燃煤量比较大，PM2.5的浓度水平最高，而到了春季气温相对略高，燃料的使用量也相对减少，PM2.5的浓度有所降低。在非采暖期，PM2.5的月平均浓度整体变小，这是因为太阳辐射逐渐增强，温度和气压升高，降雨逐渐增多，大气不稳定，容易发生对流，颗粒物较易扩散。<sup>[11]</sup>

(2) 季节统计

分别将冬季（1-2月份）、春季（3-5月份）、夏季（6-7月份）的最大最小值进行了统计，统计结果如下。

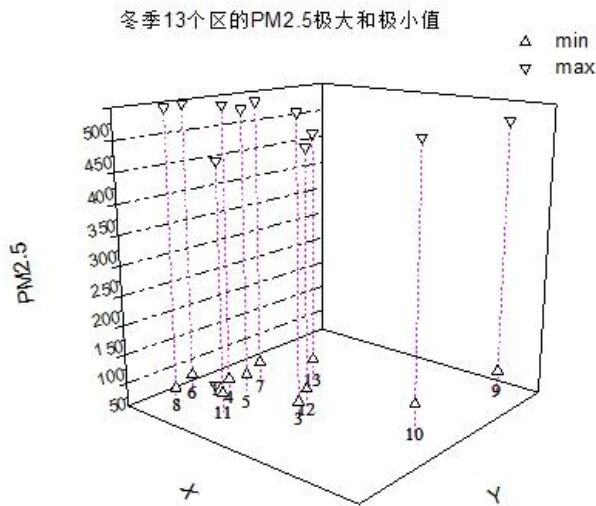


图 5.4 冬季各监测点最大最小值统计结果

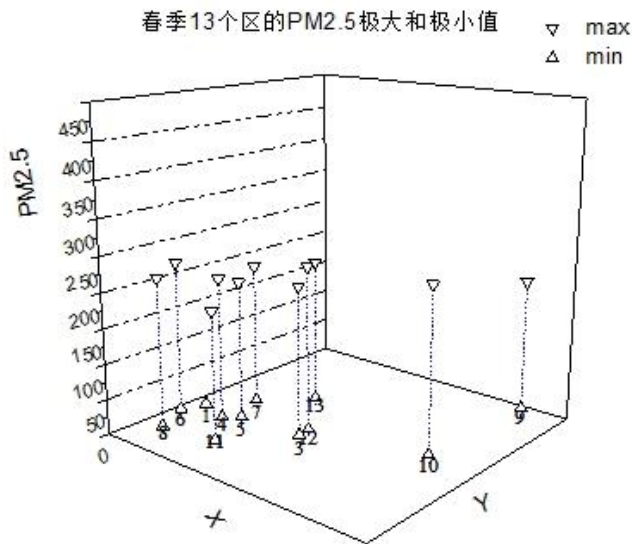


图 5.5 春季各监测点最大最小值统计结果



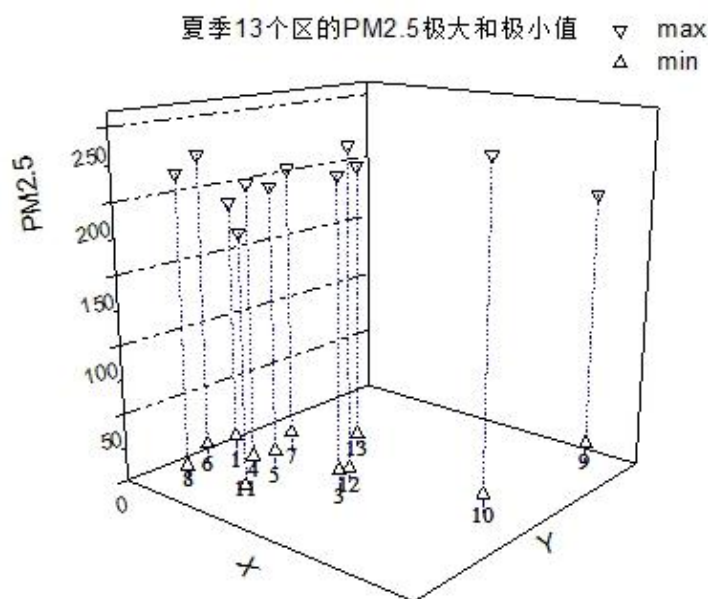


图 5.6 夏季各监测点最大最小值统计结果

从图中可以观察到，最低值区间各季节接近，由于最高值的差异，冬季的变化幅度明显高于春季、夏季。

## 2、PM2.5 随空间变化的趋势

统计各个监测点在市平均值达到季节最大最小值时的值，以观测 PM2.5 的空间差异，统计表格如下。

表 5.3 各季节市平均达到极值时各监测点 PM2.5 值

	冬季		春季		夏季	
	最大	最小	最大	最小	最大	最小
全市平均	500	50	291	25	214	15
高压开关厂	500	39	309	26	193	18
兴庆小区	500	42	291	23	216	13
纺织城	496	70	426	22	205	19
小寨	500	42	196	22	209	16
市人民体育场	500	69	306	30	214	18
高新西区	500	40	279	25	227	15
经开区	500	48	289	30	215	18
长安区	472	50	232	23	219	10
阎良区	407	57	287	23	200	15
临潼区	500	45	216	19	241	22
曲江文化集团	415	49	323	20	183	3
广运潭	499	43	326	23	239	18
草滩	464	50	256	33	215	12

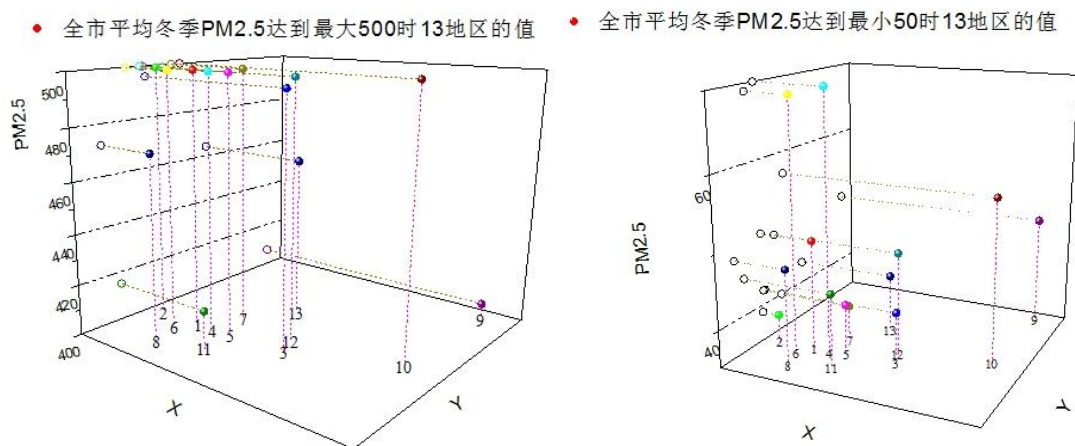


图 5.7 冬季市平均达到极值时各监测点 PM2.5 值

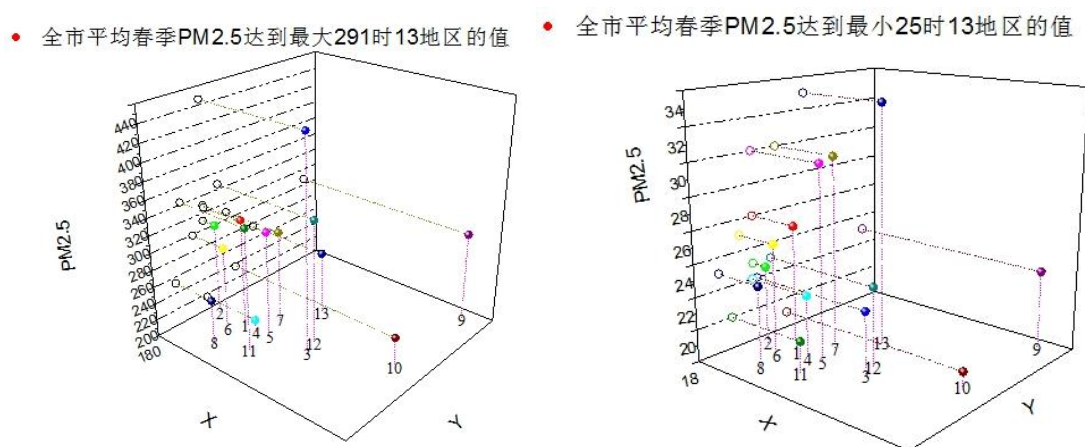


图 5.8 春季市平均达到极值时各监测点 PM2.5 值

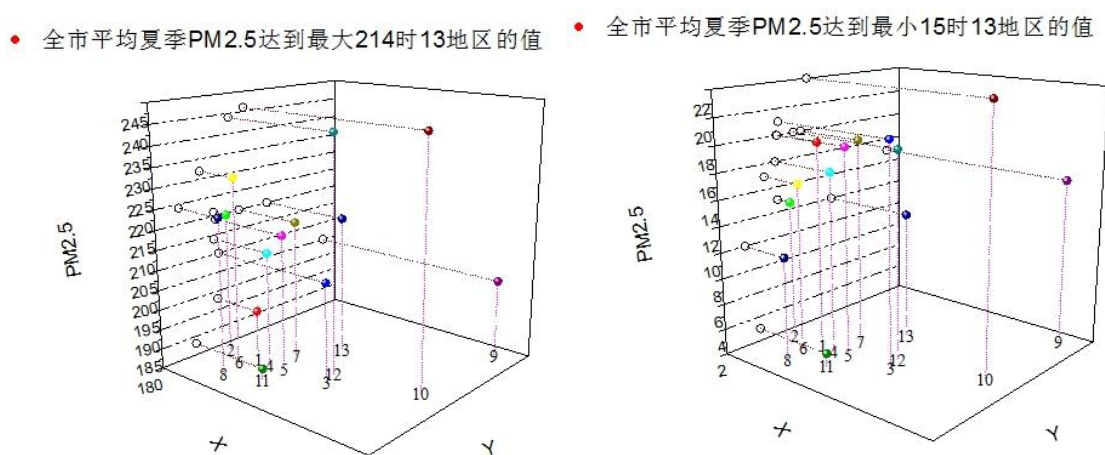


图 5.9 夏季市平均达到极值时各监测点 PM2.5 值

统计发现市人民体育场监测点 PM2.5 值一直在市平均水平以上，高压开关厂、高新西区、经开区、草滩监测点 PM2.5 值大部分在市平均水平以上，兴庆小区、小寨、阎良区、曲江监测点较全市平均 PM2.5 值低。随着季节变化，各监测区域按照 PM2.5 的值排名变化不大。

西安市区 PM2.5 值比下属区县 PM2.5 值高，主要原因可能在于：首先，郊区农业

种植区域内排烟类工厂少，机动车数量相对城区也较少，细颗粒物污染源较少；其次，郊区面积空旷，建筑物分布稀疏，因而风力较大时，空气流动性好，对污染物稀释能力强，颗粒物浓度就小。相反城区，高楼林立，人口集中，不利于颗粒物扩散，甚至容易造成局部堆积，造成污染。

#### 5.2.4 污染评估

1、根据《环境空气质量标准》依照 PM<sub>2.5</sub> 的 24 小时平均浓度按照二类地区进行评估，统计结果过如下表所示。

表 5.4 西安 PM<sub>2.5</sub> 值达标情况统计

监测点	1-7 月份达标天数占比	1-4 月份达标天数占比	5-7 月份达标天数占比
草滩	46/205	6/112	40/93
纺织城	66/201	7/111	59/90
高新西区	61/203	9/111	52/92
高压开关厂	56/210	5/114	51/96
广运潭	59/196	6/196	53/88
经开区	54/190	9/101	45/89
临潼区	64/190	13/99	51/91
曲江文化集团	86/203	14/110	72/93
市人民体育场	51/168	10/100	41/68
小寨	75/202	14/111	61/91
兴庆小区	69/202	8/106	61/89
阎良区	72/206	10/111	62/95
长安区	76/203	12/111	64/92

2、根据《环境空气质量指数（AQI）技术规定（试行）》，由六个指标进行计算 AQI 值时，CO 指标数据过大，导致评价结果掩盖了 PM<sub>2.5</sub> 的“贡献”，所以 AQI 值只按照 IAQI<sub>PM<sub>2.5</sub></sub> 进行计算，得出空气质量指数类别，对计算结果（见附件一）进行了统计，统计结果如下表所示。

表 5.5 西安 1-4 月份 PM<sub>2.5</sub> 污染情况统计

监测点	1-4 月份各评价结果天数/天					
	优	良	轻度污染	中度污染	重度污染	严重污染
草滩	0	6	20	12	41	33
纺织城	0	7	22	26	24	32
高新西区	0	9	17	16	31	38
高压开关厂	0	5	18	17	38	36
广运潭	0	6	17	20	34	31

经开区	0	9	19	19	27	27
临潼区	0	13	17	19	26	24
曲江文化集团	0	14	22	24	21	29
市人民体育场	0	10	15	15	30	30
小寨	0	14	24	23	23	27
兴庆小区	0	8	21	21	26	30
阎良区	0	10	21	13	36	31
长安区	0	12	24	22	24	29

表 5.6 西安 5-7 月份 PM2.5 污染情况统计

监测点	5-7 月份各评价结果天数/天					
	优	良	轻度污染	中度污染	重度污染	严重污染
草滩	4	36	33	17	3	0
纺织城	13	46	21	7	3	0
高新西区	10	42	27	9	4	0
高压开关厂	6	45	26	7	5	0
广运潭	10	43	23	10	2	0
经开区	7	38	32	10	2	0
临潼区	14	37	28	9	3	0
曲江文化集团	28	44	18	3	0	0
市人民体育场	7	34	20	5	2	0
小寨	20	41	21	6	3	0
兴庆小区	18	43	24	3	1	0
阎良区	8	54	27	6	0	0
长安区	18	46	19	9	0	0

分析上表可知，PM2.5 达标、空气质量评价结果与 PM2.5 的空间分布规律基本一致。

### 5.3 西安 PM2.5 的生成与演变模型

基于高斯模式及其修正模式的源衰减斜烟羽模式考虑了重力沉降、大气扩散、地表沉积、组分间的化学迁移、湿沉积等因素，将对源强预处理引入计算中，用化学分析测定污染物组分，然后用重量法与粒径分布仪测出污染物中所含颗粒物的粒径分布，并根据小颗粒大气污染物不易沉降的特点，将 10 $\mu\text{m}$  以下的颗粒按气体考虑，操作简单，大大提高了计算结果的相对精度，这对于更准确的进行气质评价提供了更好的科学依据。尽管源衰减斜烟羽模式也未能克服污染物在地面以下继续沉降的缺陷，但对于中短距离污染物的扩散稀释却可以避免缺陷的影响，因此，源衰减斜烟羽模式是一个适用的新模式。

### 5.3.1 源衰减斜烟羽模式

在高斯模式的基础上，以干沉积模式和湿沉积及化学迁移的修正模式为依据，并考虑大气污染物的成分、数量和排放特性，提出源衰减斜烟羽模式：

$$C(x, y, H_e) = Q_x (2\pi \bar{u} \sigma_y \sigma_z)^{-1} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \left\{ \exp\left[-\frac{(V_g \frac{x}{\bar{u}} - H_e)^2}{2\sigma_z^2}\right] + \alpha \exp\left[-\frac{(H_e - V_g \frac{x}{\bar{u}})^2}{2\sigma_z^2}\right] \right\}$$

(5-1)

$$\alpha = 1 - p + \sum q_i \alpha_i$$

(5-2)

$$Q_x = Q \beta f_c$$

(5-3)

$$\beta = \exp(-\Lambda x / \bar{u})$$

(5-4)

$$f_c = \exp[-x / (\bar{u} T_c)]$$

(5-5)

$$V_g = (D^2 g \rho) / 18 \mu$$

(5-6)

在计算大气污染物在空气中的浓度分布时，先对源强进行预处理，利用化学分析明确污染物的组分，然后再用重量法与粒径分布仪测出污染物中所含颗粒物的粒径分布，将 10 $\mu\text{m}$  以下的颗粒按气体考虑，同时，在现有数据的基础上对地面部分反射系数，采取新的算法（式 3-2）。但由于目前我国大气污染物中尤以  $\text{SO}_2$  为主要有害物质，故在资料中，能查取到  $\text{SO}_2$  的  $\beta$ 、 $f_c$  相关信息，而对其它的化学组分尚须作进一步的研究确定。

### 5.3.2 线源扩散模式[12]

设风向与线源 AB 夹角为  $\theta$ ，线源长为  $L(\text{m})$ ，线源源强为  $Q(\text{mg}/(\text{m} \cdot \text{s}))$ 。取线源中点 O 为原点，与风向一致的为 x 轴建立直角坐标系。适当选择 y 轴方向，使线源处在第 I、III 象限，则  $\theta$  被严格限制在  $0^\circ \sim 90^\circ$  之间。以 L 表示线源上任一点距线源中点的距离，并使 OB 上的 L 取正值，OA 上的 L 取负值，故线源任意角扩散模式为：

$$C = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Ql}{\bar{u} b} \frac{(x_0 - k \cos \theta)^{1-q}}{pd + (1-p)(x_0 - k \cos \theta) \sin \theta} [\Phi(t_2) - \Phi(t_1)]$$

(5-7)

$$\sigma_y = a_x p, \sigma_z = b_x q$$

(5-8)

式中：d——为 P 点距线源的距离；

$$\text{当 } d = x_0 \sin \theta - y_0 \sin \theta$$

(5-9)

$$k = x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta - |d| \tan[(1 - \theta/90) \tan^{-1}(|d|^{1-p}/a)^{1/p}]$$

(5-10)

当  $k > L/2$  时，取  $k = L/2$ ；当  $k < -L/2$  时，取  $k = -L/2$ 。

$$t_1 = \frac{y_0 - 0.5L \sin \theta}{a(x_0 - 0.5L \sin \theta)^p}$$

(5-11)

$$t_2 = \frac{y_0 + 0.5L \sin \theta}{a(x_0 + 0.5L \sin \theta)^p} \quad (5-12)$$

当线源有部分出现在计算点下风向时，有  $X_0 - 0.5L \cos \theta \leq 0$ ，此时取：

$$\Phi(t_1) = \begin{cases} 0 & \text{当 } y_0 < x_0 \tan \theta \\ 1 & \text{当 } y_0 > x_0 \tan \theta \end{cases}$$

在  $p=q=1$  的条件下，(5-7) 式可简化成：

$$C = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Q_1}{\bar{u} \sigma_z} |\Phi(t_2) - \Phi(t_1)| \quad (5-13)$$

当  $L \rightarrow \infty$  即线源可看作无限长时，(2-12) 可进一步简化成：

$$C = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Q_1}{\bar{u} \sigma_z} R \quad (5-14)$$

$$\text{式中： } R = \begin{cases} \Phi\left(\frac{1}{a} \tan \theta\right) & \text{当 } y_0 < x_0 \tan \theta \\ 1 - \Phi\left(\frac{1}{a} \tan \theta\right) & \text{当 } y_0 > x_0 \tan \theta \end{cases} \quad (5-15)$$

模式适用于平原地区城镇、农村的地面交通线源扩散的近地面浓度模拟。对计算距离小于 3 倍路宽的点，应将公路分成若干宽度小于计算距离 1/3 的线源，分别计算后叠加。当公路两侧由高大密集建筑物组成时，建筑物对公路近旁的扩散有一定影响，但对较远距离影响不大。

### 5.3.3 面源扩散模式

面源扩散模式计算的方法有几种不同的形式，但是真正能够准确模拟计算一个区域的大气污染物时空分布只有两种：一是由 Gifford 和 Hanna 提出的大气湍流与扩散实验室模式，简称 ATDL 模式或窄烟云模式。由于它形式简单可以手算，过去应用较为普遍。俎铁林等人在此基础上，保留了有效源高，推导出 T2 模式。另一种是虚点源后置法，目前广泛应用于面源扩散模式计算中。

#### 1、T2 模式<sup>[13]</sup>

$$C_s = (2\pi)^{-1/2} \sum_j Q_j [2^\eta / (u_j H_j^{2\eta} \gamma^{1/\alpha} \alpha)] [\Gamma_j(\eta, \tau_j) - \Gamma_{j-1}(\eta, \tau_{j-1})] \quad (5-16)$$

式中：Cs——为接受点来自面源贡献的浓度；

$Q_j$ ,  $H_j$ ,  $u_j$ ——分别是接受点上风方第 j 个网格的单位面积单位时间排放量，平均排放高度和  $H_j$  处的平均风速；

$\alpha$ 、 $\gamma$ ——是垂直扩散参数  $\sigma_z$  的回归指数和回归系数， $\sigma_z = \gamma x^\alpha$ ，x 轴指向上风方，坐标原点在接受点；

$$\eta = (\alpha - 1) / 2\alpha; \quad \tau_j = H_j^2 / (2\gamma^2 x_j^{2\alpha}); \quad \tau_{j-1} = H_{j-1}^2 / (2\gamma^2 x_{j-1}^{2\alpha}) \quad (5-17)$$

$\Gamma(\eta, \tau)$ ——不完全伽玛函数，可由下述公式确定：

$$\Gamma(\eta, \tau) = a\tau^{-1}(b+1/\tau)^{-c} \quad (5-18)$$

$$\begin{cases} a = 2.32\alpha + 0.28 \\ b = 10.00 - 5.00\eta \\ c = 0.88 + 0.82\eta \end{cases} \quad (5-19)$$

如果面源范围较大，且分布较均匀， $u_{10} < 1.5\text{m/s}$  时也可按式 (5-16) - (5-19) 各式计算，但当平均风速  $u < 1\text{m/s}$  时，一律取  $u = 1\text{m/s}$ 。

## 2、虚点源后置法<sup>[14]</sup>

虚点源后置法地面浓度公式为：

$$C = \frac{Q}{\pi u(\sigma_y + \sigma_{y'}) (\sigma_z + \sigma_{z'})} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{y^2}{(\sigma_y + \sigma_{y'})^2} + \frac{H_e^2}{(\sigma_z + \sigma_{z'})^2}\right]\right\} \quad (5-20)$$

### 5.3.4 多源扩散模式

如果需要评价的点源多于一个，计算浓度时，应将各个源对接受点浓度的贡献进行叠加。在评价区内选一原点，以平均风的上风方为正  $x$  轴，各个源（坐标为  $x_r, y_r, 0$ ）对评价区内任一地面点  $(x, y)$  的浓度总贡献  $C$ ，可按下式计算：

$$c_n(x, y, 0) = \sum c_r(x - x_r, y - y_r) \quad (5-21)$$

式中， $C_r$ ——是第  $r$  个点源对  $(x, y, 0)$  点的浓度贡献。

### 5.3.5 稳定度的划分[15][16][17][18][19]

#### 1、太阳倾角的计算

$$\delta = [0.006918 - 0.399912 \cos Q_0 + 0.0702578 \sin Q_0 + 0.000907 \sin 2Q_0 - 0.002697 \cos 3Q_0 + 0.001480 \sin 3Q_0] \times 180 / \pi \quad (5-22)$$

#### 2、太阳高度角 $h_0$ 的计算

$$h_0 = \arcsin[\sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos(15\xi + \lambda - 300)] \quad (5-23)$$

式中： $h_0$ ——太阳高度角，度；

$\phi$ ——当地纬度，度；

$t$ ——北京时间，时；

$\delta$ ——太阳倾角，度；

$\lambda$ ——当地经度，度。

#### 3、确定太阳辐射等级

由计算得到的太阳高度角  $h_0$  和云量，由表 4-2 查出太阳辐射等级。

表 5.7 太阳辐射等级

总云量/低云量	夜间	太阳高度 $h_0$			
		$h_0 \leq 150$	$150 < h_0 \leq 350$	$350 < h_0 \leq 650$	$h_0 > 650$
$\leq 4/\leq 4$	-2	-1	+1	+2	+3
$5 \sim 7/\leq 4$	-1	0	+1	+2	+3
$\geq 8/\leq 4$	-1	0	0	+1	+1
$\geq 5/5 \sim 7$	0	0	0	0	+1
$\geq 8/\geq 8$	0	0	0	0	0

\*云量是指将天空分为十分（十分制）所占的份数。

#### 4、确定大气稳定度等级

表 5.8 大气稳定度等级

地面风速 (m/s)	太阳辐射等级					
	+3	+2	+1	0	-1	-2
$\leq 1.9$	A	A-B	B	D	E	F
2-2.9	A-B	B	C			
3-4.9	B	B—C	C	D	D	E
$\geq 6$	D	D	D	D	D	D

\*地面风速系指离地面 10m 高处的 10 分钟平均风速。若在无组织排放现场测定 10m 高度的风速有困难，可以用现场开阔地带 2m 以上高度，或高于 10m 高度测定的平均风速代替，并以

$$\bar{U}_{10} = \bar{U}_a \left( \frac{10}{a} \right)^2 \quad (5-24)$$

计算得到  $U_{10}$ （10m 高度风速），式中  $a$  为测定风速的实际高度， $n$  见表 5.7 推荐值。

表 5.9 各种稳定度条件下的风廓线幂指数值

稳定度类别	A	B	C	D	E、F
城市	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
乡村	0.07	0.07	0.10	0.15	0.25

根据地面风速和太阳辐射等级，由表 4-3 查出大气稳定度等级。表中稳定度级别为：A 为极不稳定，B 为不稳定，C 为弱不稳定，D 为中性，E 为弱稳定，F 为稳定；稳定度级别 A-B 表示按 A、B 级的数据内插。

#### 5.3.6 扩散参数的计算

扩散参数  $\sigma_y$  和  $\sigma_z$  的确定是很困难的，往往需要进行特殊的气象观测和大量的计算工作。参数选取至少应满足以下条件：其一，满足计算公式本身所要求的条件；其二，参数的选取和计算结果要有典型性和代表性；其三，要符合实际情况。但在实际工作中，总是希望根据常规的气象观测资料就能估算出扩散参数。

##### 1、P-G 曲线近似式

帕斯奎尔（Pasquill）于 1961 年推荐了一种方法，仅需常规气象观测资料就可估算出  $\sigma_y$  和  $\sigma_z$ 。吉福德（Gifford）进一步将它作成应用更方便的图表，所以这种方法又简



称 P-G 曲线法。这种方法的计算结果在 D、C 级稳定度时误差较小，在 E、F 级稳定度时误差较大。H 越大，误差越小。改进办法是对 P-G 曲线进行修正。在粗糙下垫面时，按实测的稳定度等级向不稳定方向提高 1-2 级然后再查 P-G 曲线。我国的“制定原则和方法”采用了这一办法，并规定：在平原地区农村和城市远郊区，对 A、B、C 级稳定度，直接用表 4-7 中的 P-G 曲线幂函数式计算；D、E、F 级则需向不稳定方向提高半级后查算。对工业区或城区中的甲类排放标准的污染源，稳定度 A、B 级不提级，C 提到 B 级，D、E、F 级向不稳定方向提一级半后按表 4-5 及表 4-6 查算。非工业区的城区，A、B 级不提级，C 级提到 B-C 级，D、E、F 级向不稳定方向提一级后按表 5.8 及表 5.9 算。丘陵山区的农村或城市，按城市工业区处理。

表 5.10 P-G 曲线近似式 ( $\sigma_y=\gamma x^\alpha$ )

稳定度	$\alpha$	$\gamma$	x (m)
A	0.901074	0.425806	0—1000
	0.850934	0.602052	1000—∞
B	0.914370	0.281846	0—1000
	0.865014	0.396353	1000—∞
C	0.924279	0.177154	0—1000
	0.885157	0.232123	1000—∞
D	0.929418	0.110726	0—1000
	0.888723	0.146669	1000—∞
E	0.920818	0.0864001	0—1000
	0.896864	0.101947	1000—∞
F	0.929418	0.0553634	0—1000
	0.888723	0.0733348	1000—∞

2、布里吉斯扩散参数

总结在城市或粗糙下垫面条件下的试验资料对 P-G 曲线进行改进提出布里吉斯扩散参数公式，如表 4-7 和 4-8 所示。对于开阔平坦的下垫面，即平坦的农村用表 4-7 中的公式，城市下垫面用表 4-8 中的公式。这套公式适用于高烟囱排放下风向 20-30km 左右的范围。

5.5.7 大气点源扩散模式

采用传统的高斯及其法定推荐修正模式：

$$c(x,y,z)=Q(2\cdot\pi\cdot u\cdot\sigma_y\cdot\sigma_z)^{-1}\cdot\exp[-y^2/(2\cdot\sigma_y^2)]\times\{\exp[-(z-H_e)^2/(2\cdot\sigma_s^2)]+\exp[-(z+H_e)^2/(2\cdot\sigma_s^2)]\}$$

(5-25)

表 5.11 P-G 曲线近似式 ( $\sigma_y=\gamma x^\alpha$ )

稳定度	$\alpha$	$\gamma$	x (m)
A	1.12154	0.0799904	0-300
	1.51360	0.00854771	300-500
	2.10881	0.000211545	500-∞
B	0.964485	0.127190	0-500
	1.09365	0.0570251	500-∞

C	0.917595	0.106803	0—∞
C-D	0.838628	0.120152	0—2000
	0.756410	0.235667	2000—10000
	0.815575	0.136659	10000—∞
D	0.826212	0.104634	0—1000
	0.632023	0.400167	1000—10000
	0.555360	0.810763	10000—∞
D-E	0.776864	0.111771	0—2000
	0.572347	0.528992	2000—10000
	0.499149	1.03810	10000—∞
E	0.788370	0.0927529	0—1000
	0.565188	0.433384	1000—10000
	0.414743	1.73241	10000—∞
F	0.784400	0.0620765	0—1000
	0.525969	0.370015	1000—10000
	0.322659	2.40691	10000—∞

### 5.5.8 线源扩散模式

线源模式采用有限长线源模式，和无限长线源模式。

当风向与线源垂直时，连续排放的无限长线源下风方向浓度模式为：

$$c(x,0,H) = (\sqrt{\pi} \cdot \bar{u} \cdot \sigma_z)^{-1} \times \sqrt{2} \times q \times \exp\left(-\frac{H^2}{2 \cdot \sigma_z^2}\right) \quad (5-26)$$

表 5.12 布里吉斯扩散参数（开阔平原  $10^2 \leq x \leq 10^4 \text{m}$ ）

大气稳定度	$\sigma_y$	$\sigma_z$
A	$0.22x(1+0.0001x)^{1/2}$	$0.2x$
B	$0.16x(1+0.0001x)^{1/2}$	$0.12x$
C	$0.11x(1+0.0001x)^{1/2}$	$0.08x(1+0.0002x)^{1/2}$
D	$0.08x(1+0.0001x)^{1/2}$	$0.06x(1+0.0015x)^{1/2}$
E	$0.06x(1+0.0001x)^{1/2}$	$0.03x(1+0.0003x)$
F	$0.04x(1+0.0001x)^{1/2}$	$0.016x(1+0.0003x)$

表 5.13 布里吉斯扩散参数城市 ( $10^2 \leq x \leq 10^4 \text{m}$ )

大气稳定度	$\sigma_x$	$\sigma_y$
A-B	$0.32x(1+0.0004x)^{-1/2}$	$0.24x(1+0.0001x)^{-1/2}$
C	$0.22x(1+0.0004x)^{-1/2}$	$0.20x$
D	$0.16x(1+0.0004x)^{-1/2}$	$0.14x(1+0.0003x)^{-1/2}$
E-F	$0.11x(1+0.0004x)^{-1/2}$	$0.08x(1+0.0015x)^{-1/2}$

当风向与线源不垂直时，若风向与线源交角  $\phi > 45^\circ$ ，，线源下风向的浓度模式为：

$$c(x,0,H) = (\sqrt{\pi} \cdot \bar{u} \cdot \sigma_z \cdot \sin \phi)^{-1} \times \sqrt{2} \times q \times \exp\left(-\frac{H^2}{2 \cdot \sigma_z^2}\right) \quad (5-27)$$

线源的范围为从  $y_1$  延伸到  $y_2$ ，且  $y_1 < y_2$ ，则有限长线源扩散模式为：

$$c(x,0,H) = (\sqrt{\pi} \cdot \bar{u} \cdot \sigma_z)^{-1} \times \sqrt{2} \times q \times \exp\left(-\frac{H^2}{2 \cdot \sigma_z^2}\right) \times \int_{p_1}^{p_2} (\sqrt{2 \times \pi})^{-1} \times \exp\left(-\frac{p^2}{2}\right) dp \quad (5-28)$$

式中：

$$p_1 = y_1 / \sigma_y \quad (5-29)$$

$$p_2 = y_2 / \sigma_y \quad (5-30)$$

### 5.5.9 高架点源修正扩散模式

$$c(x,y,0) = Q \times (2 \cdot \pi \cdot \bar{u} \cdot \sigma_y \cdot \sigma_z)^{-1} \times \exp[-y^2 / (2 \cdot \sigma_y^2)] \times F \quad (5-31)$$

$$F = \sum_{n=-k}^k \{ \exp[-(2 \cdot n \cdot h - H_e)^2 / (2 \cdot \sigma_z^2)] + \exp[-(2 \cdot n \cdot h + H_e)^2 / (2 \cdot \sigma_z^2)] \} \quad (5-32)$$

k：反射次数，一、二级项目取  $k=4$  足够。

### 5.5.10 面源扩散模式

面源扩散模式推荐的虚点源后置模式。

由于城市面源的平面分布和高度都是不均匀的，所以一般是把城市划分为许多小正方形，每一正方形作为一个面源单元。正方形边长的选取，视面源的分布和城市大小而定，一般在 0.5-10km 之间选取。我国的“制订原则和方法”推荐边长取 1、2、4km。

虚拟点源的面源扩散模式假定：（1）每一面源单元的污染物排放量集中在该单元的形心上；（2）面源单元形心的上风向距离  $x_0$  处有一虚拟点源（见图 4-2），它在面源单元中心线处产生的烟流宽度（ $2y_0 = 4.3 \sigma_y$ ）等于面源单元宽度  $W$ ；（3）面源单元在下风向造成的浓度可用虚拟点源在下风向造成的同样的浓度所代替。

由假定（2）可得

$$\sigma_{y0}=w/4.3 \quad (5-33)$$

由求出的  $\sigma_{y0}$  和大气稳定度级别，应用 P-G 曲线图或表可反求出  $x_0$ 。

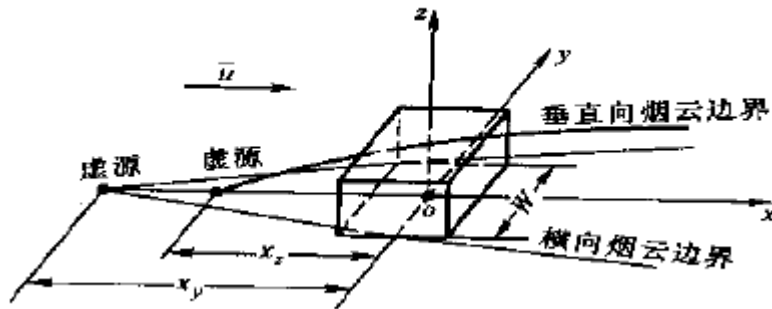


图 5.10 虚拟点源示意图

再由  $x+x_0$  查出  $\sigma_y$ ，由  $x$  查出  $\sigma_z$ ，代入点源扩散的高斯模式得出下风向各面源单元形心处的浓度：

$$C = \frac{Q}{\pi u (\sigma_y + \sigma_{y0})(\sigma_z + \sigma_{z0})} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[ \frac{y^2}{(\sigma_y + \sigma_{y0})^2} + \frac{H_e^2}{(\sigma_z + \sigma_{z0})^2} \right]\right\} \quad (5-34)$$

$H_e$ —面源的平均高度，m。

若排放源高度相差较大，相对较高，也可假定  $z$  方向上有一虚拟点源， $\sigma_{z0}$  由源的最初垂直分布的标准差给出，由  $\sigma_{z0}$  求出一个  $x_{z0}$ ，由  $x+x_{z0}$  求出  $\sigma_z$ ，由  $x+x_0$  求出  $\sigma_y$ ，再代入上述模式中估算面源浓度。

### 5.5.11 污染源确定

#### 1、点源

将可能对监测点产生影响的工厂作为点源，通过百度地图查出西安市区内及周边排放污染气体的大中型工厂位置，如下图所示。



图 5.11 西安及周边大中型工厂分布图

[illegible]

表 5.14 模型中点源坐标

序号	坐标 X	坐标 Y
1	30.41	43.91
2	18.43756	30.63488
3	7.901811	21.64865
4	31.84669	14.50051
5	18.43756	13.07088
6	6.944016	10.62009
7	-11.9724	2.246558
8	-28.4944	-3.88042
9	-44.0586	-15.7259
10	-26.8183	-21.036
11	-74.4686	-11.2328
12	0.478898	3.267721
13	0.239449	-2.45079
14	12.21189	-0.40847
15	39.7485	-10.6201

将可能对监测点产生影响的周边道路作为线源，为简化模型，模型中只选取车流量较大的国道进行研究，并等效成相对直线，通过百度地图查出西安市区周边所有国道，如下图所示。



26	112.7804	26.75447
27	75.66583	61.06553
28	22.26874	31.86028
29	53.63654	61.06553
30	5.98622	18.99363
31	-1.43669	60.65707
32	5.98622	61.06553

### 3、面源

将西安较为繁华的城区作为面源，如下图所示。



图 5.14 模型中线源分布图

#### 5.5.12 模型修正简化

在重力、湍流扩散、分子扩散、静电引力以及其他生物学、化学和物理学等因素的作用下，大气中的颗粒物或某些气体随时会被地表（土壤、植物、水体）或降水滞留或吸收，使这些物质连续不断的从大气向地表作质量转移，从而减少其在空气中的浓度。为此，中外学者经过不懈的努力，提出源衰减模式。如 Van de Hoven 针对地表沉积提出的源衰减模式的湿沉积修正，及化学迁移修正。

##### (1) 源衰减模式

$$Q_x = Q_0 \left\{ \exp \left[ \int_0^x \frac{dx}{\sigma_z \exp \left( \frac{H_e^2}{2\sigma_z^2} \right)} \right] \right\}^{-\left( \frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{V_d}{\bar{u}}} \quad (5-35)$$

源衰减模式考虑了大气污染物在扩散稀释过程中连续不断的从大气向地表作质量转移，从而减少其在空气中的浓度，但是其源强修正公式计算复杂，难以计算，并且也没有考虑重力沉降对污染物的影响。

##### (2) 湿沉积修正模式

$$Q_x = Q_0 \exp(-\Lambda x / \bar{u}) \quad (5-36)$$

湿沉积修正模式考虑了降水对大气污染物源强的影响，但也只是对高斯模式的稍加改进，并未涉及到其他因素对污染物扩散稀释的影响。

(3) 化学迁移修正模式

$$Q_x = Q_0 \exp[-x / (\bar{u} T_c)] \quad (5-37)$$

化学迁移修正模式是从化学迁移的角度对源强衰减提出修正，但是化学迁移修正因子  $f_c$  不易求取，且也只是对高斯模式的稍加改进。

(4) 简化修正模式

模型中只考虑湿沉积修正，及化学迁移修正，考虑到其表达形式一致，将其合并为一项进行考虑，即：

$$Q_x = Q_0 \exp(\lambda x / \bar{u}) \quad (5-38)$$

模型假设各个地区衰减系数相同，所以可以将衰减项进一步简化，即：

$$Q_x = Q_0 \frac{1}{k} \quad (5-39)$$

此时模型可表达为：

$$C_n = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{n_d} A_{di} Q_{di} + \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{n_l} A_{li} Q_{li} + \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{n_s} A_{si} Q_{si} + \frac{1}{k} C_0 \quad (5-39)$$

其中

$$A_d = \frac{1}{2\pi\bar{u}\sigma_y\sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \left(\exp\left(-\frac{H_e^2}{\sigma_z^2}\right)\right) \quad (5-40)$$

$$A_l = \frac{1}{\sqrt{\pi}\bar{u}\sigma_z \sin \varphi} \exp\left(-\frac{H_e^2}{2\sigma_z^2}\right) \int_{s_1}^{s_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{s^2}{2}\right) ds \quad (5-41)$$

$$A_s = \frac{1}{\pi u(\sigma_y + \sigma_{y'}) (\sigma_z + \sigma_{z'})} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[ \frac{y^2}{(\sigma_y + \sigma_{y'})^2} + \frac{H_e^2}{(\sigma_z + \sigma_{z'})^2} \right]\right\} \quad (5-42)$$

模型考虑某地区某日 PM2.5 浓度包含衰减后的点源、线源、面源和上一天浓度。该模型转化为未知量  $k$ ，与各个点源、线源、面源强度的线性方程：

$$\sum_{i=1}^{n_d} A_{di} Q_{di} + \sum_{i=1}^{n_l} A_{li} Q_{li} + \sum_{i=1}^{n_s} A_{si} Q_{si} + C_0 - k C_n = 0 \quad (5-43)$$

### 5.5.13 模型求解

运用 13 个监测点 5 月份数据，进行模型的求解，求解出各污染源到达各个监测点的扩散系数、源污染强度和衰减系数  $k$  结果如下。

表 5.15 各污染源对于监测点的影响



监测点	AD6	AD7	AD8	AD14	AL3-24	AL4-21	AL8-15-7	AS
高压开关厂	0	0.0051	0.0051	0.2642	0.0036	0.3983	0.083	0.0258
兴庆小区	0	0	0.0032	0.1418	0.0142	0.3226	0.0004	0.1422
纺织城	0	0.0562	0.0051	0	0	1.7327	0.2314	0.0012
小寨	0	0.0023	0.0131	0.4648	0.0011	0.3986	0.158	0.225
市人民体育场	0	0.034	0.006	0.2722	0.0001	0.5079	0.1807	0
高新西区	0	0	0.072	0	0.0103	0.2534	0.114	0
经开区	0	0	0	0	0.0003	1.2596	0.0749	0
长安区	0	0	0	0	0.0238	0.1855	0.0579	0
阎良区	0	0	0	0	0	0.1888	0.0634	0
临潼区	0.0814	0	0	0	0	0.1989	0.1178	0
曲江文化集团	0	0	0.0049	0	0.0003	0.2194	0.2635	0
广运潭	0	0.0036	0	0	0	0.3252	0.147	0
草滩	0	0	0	0	0	0.3051	0.0777	0
合计	0.0814	0.1012	0.1094	1.143	0.0537	6.296	1.5697	0.3942
污染强度	0.0066	0.4162	0.514	0.1689	0.0333	0.007	0.0292	0.2464
衰减系数 k	1.1692							

其中只选举出污染强度较大的污染源进行展示，分别为点源 6、点源 7、点源 8、点源 14、线源 3-24、线源 4-21、线源 8-15-7 和面源。污染强度大的源分布如下图。

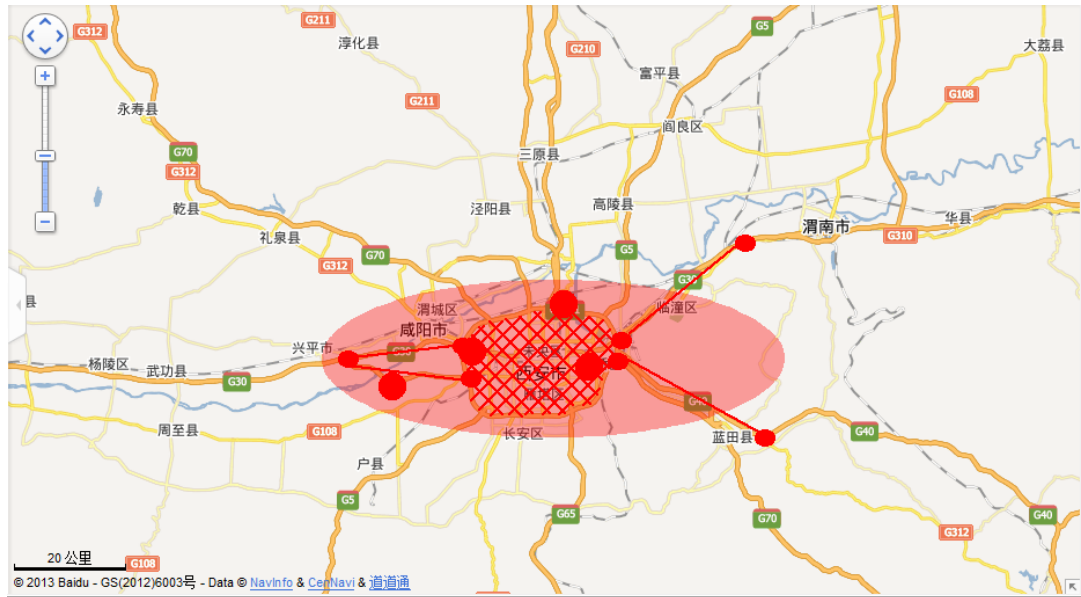


图 5.15 强污染源分布

由上图可强污染源以市区为中心呈带状东西分布，说明该区域污染严重。

## 5.4 突发情况预测评估模型

若某监测点处的 PM2.5 的浓度突然增至数倍，且延续数小时，利用 5.3 节中建立模型可以反算出各个污染源的强度，通过评估各个污染源的强度可以确定重度污染和可能安全区域。

根据数据已知该地区 PM2.5 监测数据发生在 2013 年 2 月 10 日，各监测点的 PM2.5 值如下表所示。

表 5.16 2 月 10 日各监测点的 PM2.5 值

序号	点位名称	PM2.5	发布时间
1	高压开关厂	500	2013/2/10
2	兴庆小区	500	2013/2/10
3	纺织城	496	2013/2/10
4	小寨	500	2013/2/10
5	市人民体育场	500	2013/2/10
6	高新西区	500	2013/2/10
7	经开区	500	2013/2/10
8	长安区	472	2013/2/10
9	阎良区	407	2013/2/10
10	临潼区	500	2013/2/10
11	曲江文化集团	415	2013/2/10
12	广运潭	499	2013/2/10
13	草滩	464	2013/2/10

由上表可知，将高压开关厂、兴庆小区、小寨、市人民体育场、高新西区、经开区监测点按照 2 两小时浓度增加一倍换算为 24 小时 PM2.5 监测值为 541.667。求得各个污染源强度值如下表所示。

表 5.17 2 月 10 日污染源强度变化

污染源	AD5	AD6	AD7	AD8	AD14	AD15	AL4-21	AS
原污染强度	1.5141	0.2524	4.0288		0.462	0.3607	0.0891	0.1102
变化后污染强度	2.4413	0.5119	6.245	2.0135	0.9038	2.904	0.1358	0.3065
增长倍数	0.612377	1.02813	0.550089		0.956277	7.051012	0.52413	1.781307

由上表可知，当浓度增加后，点源 5、点源 6、点源 7、点源 8、点源 14、点源 15、线源 4-21 以及面源都相应增加。而其他污染源污染强度仍然不大，所以对于其他污染源周边来说属于可能安全区域。其中点源 7 的强度增加至 6.245，其周围为可能会重度污染区。如图所示：

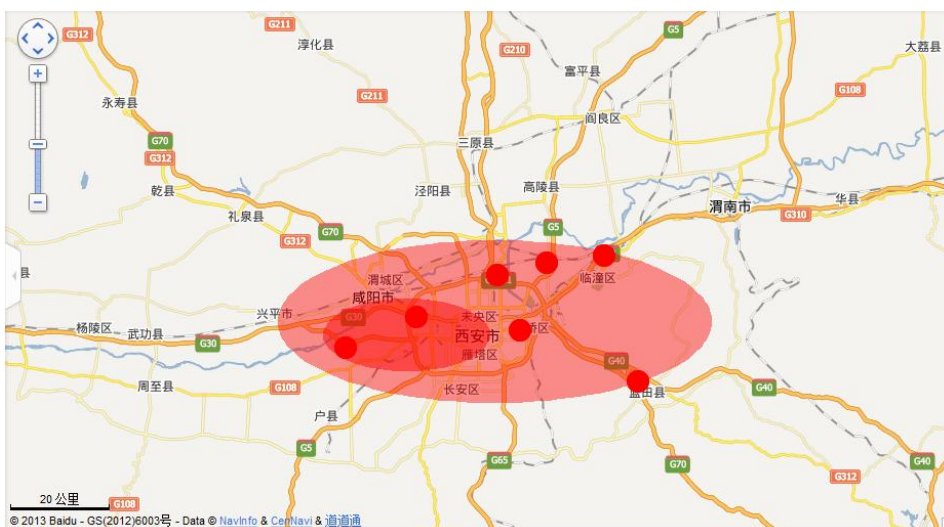


图 5.16 异常污染情况

## 5.5 结果验证

### 5.5.1 模型检验

运用 5.3 中的模型计算结果，统计出在强污染区域内的监测点为：高压开关厂、市人民体育场、兴庆小区、高新西区、临潼区、经开区。分别统计强污染区域内监测点与区域外五月份的  $PM_{2.5}$  的平均值，对比如下表。

表 5.18 五月份各监测点平均  $PM_{2.5}$

监测点	五月平均 $PM_{2.5}$
高压开关厂	89.19
市人民体育场	82.67
兴庆小区	67.27
高新西区	90.89
临潼区	83.05
经开区	89.10
草滩	86.29
纺织城	67.85
广运潭	72.89
曲江文化集团	68.61
小寨	73.47
阎良区	69.20
长安区	74.95

从表中数据可以看出，在模型计算出的强污染区监测点（除兴庆小区）较强污染区域外的监测点（除草滩） $PM_{2.5}$  的值都高，说明总体上，模型的计算结果是合理可靠的。

### 5.5.2 $PM_{2.5}$ 成因

$PM_{2.5}$  的形成机理和过程比较复杂，主要来源有自然源（植物花粉和孢子、土壤扬尘、海盐、森林火灾、火山爆发等）和人为源（燃烧燃料、工业生产过程排放、交通运输排放等），可以分为一次颗粒物（即由排放源直接排放到大气中的颗粒物）和二次颗

颗粒物（即通过与大气组成成分发生化学反应后生成的颗粒物）。目前探究 PM<sub>2.5</sub> 组成应用比较广的为受体模型法，即通过测量源和大气环境(受体)样品的物理、化学性质，定性识别对受体有贡献的污染源并定量计算各污染源的分担率。通常测的 PM<sub>2.5</sub> 中存在无机元素（如 Na、Mg、S、K 等），其主要来源为交通运输、建筑、煤炭、农药及金属冶炼厂、水泥、垃圾焚烧、燃油等；有机成分（如乙酸丁酯、二甲苯、苯乙烯、乙基苯等），其主要来源为燃油和化石燃料不完全燃烧、生物来源、汽车尾气、厨房油烟、电镀喷涂、土壤尘、扬尘等；水溶性离子（如 K<sup>+</sup>、Na<sup>+</sup>等），其主要来源为垃圾废物焚烧、工业生产、化石燃料燃烧、金属冶炼厂、农业活动、有机质腐化、生物质、土壤、建筑，碳成分（如 OC、EC）其主要来源为各类化石燃料燃烧和不完全燃烧过程。

### 5.5.3 PM<sub>2.5</sub> 演变一般规律

#### 1、PM<sub>2.5</sub> 日演变规律

PM<sub>2.5</sub> 浓度在白天变化要明显高于在夜间变化，PM<sub>2.5</sub> 的白天变化起伏特征和当日的排放源以及气象因素有密切关系。在白天，机动车流量和天气状况对于 PM<sub>2.5</sub> 的贡献和天气对 PM<sub>2.5</sub> 是起扩散还是积累作用有很大的影响，所以才导致 PM<sub>2.5</sub> 白天变化幅度较大的特征。

#### 2、PM<sub>2.5</sub> 周演变规律

在一周内成双峰分布模式，在周二和周六达到高峰。周一是一周开始、上下班车辆增加，成为城市气溶胶短时间最为集中的排放源，最初排放的污染物来不及扩散，又有新的污染排放进入大气，在大气中不断积累，导致随后一天的 PM<sub>2.5</sub> 质量浓度有所上升。同理，周五一周结束，车流量增大，排放物积累在大气中，导致第二天 PM<sub>2.5</sub> 质量浓度形成次高峰。

#### 3、PM<sub>2.5</sub> 季节演变规律

燃煤以及一定量燃薪取暖，导致 PM<sub>2.5</sub> 浓度在冬季最大。而春季和秋季有随机性的沙尘和秸秆燃烧对 PM<sub>2.5</sub> 有一定贡献，所以春秋质量浓度较高。夏季排放源相对单一使其浓度相对来说最低。从连续四年数据来看，PM<sub>2.5</sub> 质量浓度变化受其所在季节的主导排放源影响明显，具有循环变化规律。

#### 4、影响 PM<sub>2.5</sub> 演变其他因素

##### （1）沙尘天气

根据北京、石家庄等数据显示，PM<sub>2.5</sub> 质量浓度的高值出现在每年的 4 月和(或) 5 月，即沙尘天气出现的月份。

##### （2）温度

有研究表明在温度小于 15℃ 时，PM<sub>2.5</sub> 的质量浓度随着温度的增高而上升，温度大于 15℃ 时，质量浓度趋向于随温度升高而下降。原因是空气的对流运动随着温度的升高而明显加快，从而加速了细粒子的扩散，降低了污染浓度。

##### （3）相对湿度

有研究表明相对湿度与 **PM2.5** 浓度两者呈正相关,这主要是因为相对湿度增大,有利于大气中的气体物质转化成为二次粒子,且一些极细的颗粒由于吸湿使本身含液量增加,粒子涨大从爱根核模态转化为积聚核模态,造成空气中 **PM2.5** 的质量浓度增加。

#### (4) 风速

有研究表明在风速大于 2.25 m/s 对大气气溶胶具有扩散作用,而小于 2.25 m/s 起到一定的积累作用。

#### (5) 降水

因 **PM2.5** 质量和粒径都很小,**PM2.5** 在大气中停留的时间较长。细粒子的去除主要通过湿沉降,干沉降作用很小,而降水有利于细粒子的湿沉降作用。

## 6 问题三

武汉目前  $\text{PM}_{2.5}$  的年平均浓度估计为  $280\mu\text{g}/\text{m}^3$ ，题目要求未来五年减少  $\text{PM}_{2.5}$  的年平均浓度，最终达到年终平均浓度统计  $35\mu\text{g}/\text{m}^3$ 。但是在我国国务院在 2012 年颁布的《重点区域大气污染防治“十二五”规划》中，武汉  $\text{PM}_{2.5}$  规划年均浓度下降比例仅为 5%，并且通过查阅大量资料，目前国内外没有在 5 年内可以将  $\text{PM}_{2.5}$  下降如此大的幅度的先例，因为在治理  $\text{PM}_{2.5}$  时还需要考虑到政策、地方经济发展、地方财政实力等等因素，因此治理  $\text{PM}_{2.5}$  是一个十分长期的过程。

对于我国来说有如下几点现状导致无法以很快的速度降低  $\text{PM}_{2.5}$  浓度：

煤炭消费增速太快。燃煤排放是  $\text{PM}_{2.5}$  的第一大来源。但目前对煤炭行业的政策“过于友善”（煤炭资源税、排污费非常低），导致煤炭消费增长多年来一直超预期、超规划，其占总能源消耗的比例从 35 年前的 70% 到现在几乎没有下降。即使其年均增长率从过去五年的 8% 下降到未来十年的 4%，中国年煤炭消费量依然会从现在的 38 亿吨增长到 2022 年的 56 亿吨。现有政策难以阻挡煤炭消费的增长步伐。

乘用车消费增速太快。汽车尾气排放是  $\text{PM}_{2.5}$  的第二大来源。过去五年，中国乘用车保有量提高了 1.5 倍，年均增长 20%。在污染严重的北京，每千人乘用车保有量已达 190 辆，远超新加坡的 110 辆。基于目前鼓励汽车发展的行业政策（如多数城市不采用汽车牌照拍卖制度，汽油价格低于国际水平），市场普遍预测中国乘用车数量将从目前的 9000 万辆增加到 2030 年的 3.5 亿辆到 4 亿辆，年均增长 8% 左右。此外，政府在城镇化战略中强调发展中小城市，但中小城市通常少有密集的公共交通体系（如地铁），这种城镇化战略事实上继续鼓励汽车消费的高速增长。

铁路和地铁规划增速太慢。对同一单位运输量，铁路和地铁交通的  $\text{PM}_{2.5}$  排放量为公路交通排放量的十分之一，发展此类交通本应是控制污染的重要措施。政府目前的规划是，铁路总里程从 2011 年的 9 万公里增加到 2015 年的 12 万公里，按此趋势到 2020 年约为 14 万公里；地铁总长度将从目前的 2000 公里增加到 2020 年的 7000 公里。这些目标虽然看似显著，但实质上对  $\text{PM}_{2.5}$  减排将是“负贡献”。据估算，这些铁路和地铁的发展规划意味着未来八年内两者运输量的年均增长不足 4%，远低于全国交通运输总量 6.1% 的年均增长，如此一来，乘用车的数量必须保持高达 8% 的年均增长。

对污染排放征收的环境税费太低。目前，与安装减排设备相比，排污费要便宜很多，因此企业更愿意支付排污罚款，而不努力减排。例如，中国对二氧化硫征收的排污费远低于发达国家，甚至不到北欧国家的十分之一，这种政策事实上鼓励了更多的污染。

考虑到治污达标的紧迫性和可行性，并结合国内外治理事例经验，13% 是我国治理  $\text{PM}_{2.5}$  年均浓度下降比例的上限，超出这个值将会给地方经济发展带来压力，然而考虑到武汉地区污染的严重性和治污的紧迫性，相应我国提出的需要在 2030 年将我国城市平均  $\text{PM}_{2.5}$  年均浓度降低到  $35\mu\text{g}/\text{m}^3$  的计划，确定 10% 是武汉地区治理  $\text{PM}_{2.5}$  年均浓度下降比例的下限。综上所述，若需将武汉目前  $\text{PM}_{2.5}$  的年平均浓度  $280\mu\text{g}/\text{m}^3$  降低到

35 μg/m<sup>3</sup>, 本文认为将治理年均浓度下降比例为 10%-13%, 即需要 15 年至 20 年较为合理。

### 6.1 符号说明

符号	定义
$D_i$	第 <i>i</i> 年 PM2.5 年平均浓度
$\phi_i$	第 <i>i</i> 年 PM2.5 年均浓度下降比例
n	从治理年限第一年到倒数第一年的年份数
N	从治理年限第一年到倒数第一年的年份的集合

### 6.2 降低 PM2.5 治理计划

仿照《重点区域大气污染防治“十二五”规划》对城市制定降低 PM2.5 治理计划的模式，可以用规划年均浓度下降比例来制定具体计划，即：

$$D_0 \times (1 - \phi_i)^i = D_i \tag{6-1}$$

当武汉地区规划年均浓度下降比例为 13%，每年的治理指标见下表。

表 6.1 年均下降 13% 每年治理指标

年份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
治理 指标 $\mu\text{g}/\text{m}^3$	244	212	185	161	140	122	106	92	80	70	61	53	46	40	35

当武汉地区规划年均浓度下降比例为 12.5%，每年的治理指标见下表。

表 6.2 年均下降 12.5% 每年治理指标

年份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
治理 指标 $\mu\text{g}/\text{m}^3$	245	214	188	164	144	126	110	96	84	74	64	56	49	43	38	35

当武汉地区规划年均浓度下降比例为 12%，每年的治理指标见下表。

表 6.3 年均下降 12% 每年治理指标

年份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
治 理 指 标 $\mu\text{g}/\text{m}^3$	246	217	191	168	148	130	114	101	89	78	69	60	53	47	41	36	35

当武汉地区规划年均浓度下降比例为 11.5%，每年的治理指标见下表。

表 6.4 年均下降 11.5% 每年治理指标

年份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
治理指标 $\mu\text{g}/\text{m}^3$	248	219	194	172	152	135	119	105	93	83	73	65	57	51	45	40	35

当武汉地区规划年均浓度下降比例为 11%，每年的治理指标见下表。

表 6.5 年均下降 11% 每年治理指标

年份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
治理指标 $\mu\text{g}/\text{m}^3$	249	222	197	176	156	139	124	110	98	87	78	69	62	55	49	43	39	35

当武汉地区规划年均浓度下降比例为 10.5%，每年的治理指标见下表。

表 6.6 年均下降 10.5% 每年治理指标

年份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
治理指标 $\mu\text{g}/\text{m}^3$	251	224	201	178	158	141	126	112	99	88	79	70	63	56	50	44	39	35	31

当武汉地区规划年均浓度下降比例为 10%，每年的治理指标见下表。

表 6.7 年均下降 10% 每年治理指标

年份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
治理指标 $\mu\text{g}/\text{m}^3$	252	225	202	180	160	143	128	114	100	89	80	71	64	57	51	45	40	35	31	27

当治理指标小于 35 时默认取为 35。上述所以表格表示的治理指标都认为是合理的治理计划。



6.3 治理计划预算方案

6.3.1 目标函数

建立数学模型令目标函数为总费用最小，其中综合治理费用为每减少一个 PM2.5 浓度单位需投入一个费用单位（百万元），专项治理投入费用为当年所减少 PM2.5 浓度平方的 0.005 倍（百万元）。即：

$$\min Z = \sum_{i=1}^n (280 - D_i) + 245 + \sum_{i=2}^n [(D_{i-1} - D_i)^2 \times 0.005] + (280 - D_1)^2 \times 0.005 + (D_n - 35)^2 \times 0.005 \tag{6-2}$$

6.3.2 约束条件

1、年平均浓度约束

其中模型最终要将年平均浓度从  $280 \mu\text{g}/\text{m}^3$  降低至  $35 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ，所以每年的年平均浓度一定不小于  $35 \mu\text{g}/\text{m}^3$  并不大于  $280 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ，即：

$$280 \geq D_i \geq 35, \quad i \in N \tag{6-3}$$

治理年均浓度下降比例应在 10%-13%之间，即：

$$0.13 \geq \frac{D_{i-1} - D_i}{D_{i-1}} \geq 0.1, \quad i \in N \tag{6-4}$$

最后一年治理年均浓度下降比例不能超过 13%，即：

$$0.13 \geq \frac{D_n - 35}{D_n} \tag{6-5}$$

年平均浓度应为逐渐递减，即：

$$D_{i-1} \geq D_i, \quad i \in N \tag{6-6}$$

2、年份数约束

模型中治理年份数一定不大于年均浓度下降比例为 10%治理的年份数，并一定不小于年均浓度下降比例为 13%治理的年份数，即：

$$15 \leq n+1 \leq 20 \tag{6-7}$$

6.3.3 模型求解

经计算，当年份为 15 年，每年的治理指标如下表时，经济最优，为 2564.708 百万。

表 6.8 最优治理方案

年份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
治理 指标 $\mu\text{g}/\text{m}^3$	246	214	186	162	141	123	107	93	81	70	61	53	46	40	35

每年 减少 量 $\mu\text{g}/\text{m}^3$	34	32	28	24	21	18	16	14	12	11	9	8	7	6	5
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	---	---	---	---

每年专项治理费用与综合治理费用见下表。

表 6.9 最优治理方案费用

年份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
专项 治理 费用 (百 万)	5.78	5.12	3.92	2.88	2.20 5	1.62	1.28	0.98	0.72	0.60 5	0.40 5	0.32	0.24 5	0.18	0.12 5
综合 治理 费用 (百 万)	34	66	94	118	139	157	173	187	199	210	219	227	234	240	245

#### 6.4 模型的评价与改进

该模型在求解  $\text{PM}_{2.5}$  治理计划时还存在一些不足，总结如下：

(1) 在治理  $\text{PM}_{2.5}$  的过程中地方政府也可能会增加经济效益。如提高煤炭资源税、提高污染收费标准和实行汽车牌照拍卖政策都将增加财政收入。据数据显示，如果在三年内将煤炭资源税税率提高到 5%，将二氧化硫等污染收费标准提高 1 倍，在五大城市实行汽车牌照拍卖制度，这些收入占全部财政收入的比重会从 2012 年的 0.3% 上升到 2015 年的 0.9%，收入增幅明显大于同期财政对清洁能源的补贴增幅。然而由于此类具体数据无法统计与预测，所以在建模时候忽略了此增加的经济效益；

(2) 模型中没有考虑每年  $\text{PM}_{2.5}$  浓度的回升值，假设通过综合治理，保持了其原来的指标。但是实际情况肯定是会每年的指标上下浮动的，但由于此项影响关系较为复杂，且由于综合治理的作用，其浮动值应较小，所以忽略了此影响；

(3) 在计算治理费用时，没有考虑  $\text{PM}_{2.5}$  各种治理办法的费用是不同的，只是将综合治理费用假设为每减少一个  $\text{PM}_{2.5}$  浓度单位需投入一个费用单位（百万元），专项治理投入费用假设为当年所减少  $\text{PM}_{2.5}$  浓度平方的 0.005 倍（百万元）。但是实际治理过程中用不同的治理办法其所需的费用肯定是不同的，但是如此考虑模型将过于复杂，所以在此简化处理；

(4) 依据  $\text{PM}_{2.5}$  的成因不同，其治理难度与影响效果也不相同。如对一些治理难度低，影响效果明显的成因进行治理，其当年年均浓度下降比例可能有能力超过 13%。如对一些治理难度高，影响效果差的成因进行治理，其当年年均浓度下降比例可能不能达到 10%。但若考虑治理途径，模型将过于复杂，并且此类支撑数据无法统计得出。所以仿照《重点区域大气污染防治“十二五”规划》对城市制定降低  $\text{PM}_{2.5}$  治理计划的模

式假设年均浓度下降比例的范围在 10%至 13%。

## 7 结论

问题一，通过对不同大小样本采用不同分析方法定量分析，并且定性进行分析发现，理论分析，二氧化硫（ $\text{SO}_2$ ），二氧化氮（ $\text{NO}_2$ ），一氧化碳（ $\text{CO}$ ）是形成  $\text{PM}_{2.5}$  二次颗粒物前的主要气态物体，理论上具有相关性，但是定量分析相关性不强，可能是由于这些物质转化的  $\text{PM}_{2.5}$  二次颗粒物占比相对较低； $\text{PM}_{2.5}$  与  $\text{PM}_{10}$  两者数据有线性相关趋势。

问题二，第二个问题用三类图描述该地区  $\text{PM}_{2.5}$  的时空分布：所有 13 个区 1 至 7 月每月平均值分布的三维图和二维投影图，发现一二月份  $\text{PM}_{2.5}$  均值较高，三四五月份依次下降，六七月份降到最低谷；所有 13 个区在冬、春、夏季达到的最大值和最小值及其各自达到此值的时间；每一个季节中，全市平均达到最大时，其他各点处的  $\text{PM}_{2.5}$  值。在引入 AQI 值对几个区域进行了污染评估。为刻画  $\text{PM}_{2.5}$  发生、扩散和衰减规律，提出点源、线源和面源多源叠加模型描述区域内的多污染源对某一地区的影响，考虑风力风速、云量、太阳辐射强度和湿度等天气和季节因素，提出湿沉积等影响的衰减模型，用五月份数据对扩散系数和衰减系数进行了反演。将二月份  $\text{PM}_{2.5}$  最高时对全地区  $\text{PM}_{2.5}$  最高点处均提升其浓度至二倍，对提升前后污染源源强进行分析，得出市人民体育场附近区域及其沿东南和西南走向均为重度污染区，草滩至阎良走向及其附近区域为可能安全区。将五月份由模型得到的重污染区域内的监测点的  $\text{PM}_{2.5}$  值与其他监测点对比，发现模型判定重污染区有效。运用受体模型法分析  $\text{PM}_{2.5}$  成因，并从  $\text{PM}_{2.5}$  的日、周、季节演变规律定性讨论了其他因素如沙尘天气、温度、相对湿度、风速、降水等的影响。

问题三，将武汉地区  $\text{PM}_{2.5}$  浓度从  $280 \mu\text{g}/\text{m}^3$  降低到  $35 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ，用时 15 至 20 年较为合理，规划年均浓度下降比例应保持在 13%-10% 之间。其中经济最优方案用时 15 年，投入总经费 2564.708 百万元。

## 参考文献

- [1] 唐孝炎, 张远航, 邵敏. 大气环境化学[M]. 2 版, 北京: 高等教育出版社, 2006: 268-69.
- [2] 胡敏, 何凌燕, 黄晓锋, 等. 北京大气细粒子和超细粒子理化特性、来源及形成机制[M]. 北京: 科学出版社, 2009: 30 -33.
- [3] CHAN C K, YAO X H. Air pollution in mega cities in China [J]. Atmospheric Environment, 2008,42(1): 1 - 42.
- [4] 杨复沫, 贺克斌, 马永亮, 等. 北京大气细粒子 PM<sub>2.5</sub> 的化学组成[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2002, 42 (12): 1605-1608.
- [5] 余学春, 贺克斌, 马永亮, 等. 北京市 PM<sub>2.5</sub> 水溶性有机物污染特征[J]. 中国环境科学, 2004, 24 (1): 53-57.
- [6] 杨东贞, 于海青, 丁国安等. 北京北郊冬季低空大气气溶胶分析[J]. 应用气象学报, 2002, 13 (特刊): 110-125.
- [7] 王菊, 李娜, 房春生. 以长春为例研究环境空气中 TSP、PM<sub>10</sub> 和 PM<sub>2.5</sub> 的相关性[J]. 中国环境监测, 2009, 25(2): 19-21.
- [8] 于建华, 虞统, 魏强. 北京地区 PM<sub>10</sub> 和 PM<sub>2.5</sub> 质量浓度的变化特征[J]. 环境科学研究, 2004, 17(1): 45-47.
- [9] 魏复盛, 腾恩江, 吴国平等. 我国 4 个大城市空气 PM<sub>2.5</sub> 可吸入颗粒物污染及其化学组成[J]. 中国环境监测, 2001, 17(特刊): 1-6.
- [10] 环境空气质量标准, 中华人民共和国国家标准, GB3095-2012
- [11] 李凯, 张承中, 周变红. 西安市采暖期 PM<sub>2.5</sub> 污染状况及其与气象因子的相关分析[J]. 安徽农业科学, Journal of Anhui Agr. i Sci. 2009, 37( 20): 9603- 9605.
- [12] 朱发庆、吕斌、贺彬、赵碧云. 线源扩散的快速模拟[J]. 中国环境科学, 1996, 16 (5): 354~358
- [13] 国家环境保护总局监督管理司编. 中国环境影响评价. 第一版[M] 北京: 化学工业出版社, 2000: 73~139
- [14] 谷清、汤大钢. 面源模式反扩散参数研究[J]. 环境科学研究, 2001, 14 (5): 54~56
- [15] 宋文彪. 空气污染控制工程[M]. 第一版. 北京: 冶金工业出版社, 1985: 1~63
- [16] 郝吉明, 马广大, 俞珂, 张承中, 徐康富. 大气污染控制工程[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999: 83~145
- [17] 马广大编著. 大气污染控制工程[M]. 北京: 中国环境科学出版社, 1985: 442~475
- [18] 韦鹤平编著. 环境系统工程[M]. 上海: 同济大学出版社, 1993: 125~263
- [19] 蒲恩奇主编. 大气污染治理工程[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999: 1~90

---

## 附件

附件 1 数据处理过程

附件 2 问题二模型计算程序

附件 3 问题三模型计算程序