

所属类别	2020 年“华数杯”全国大学生数学建模竞赛	参赛编号

## 带相变材料的低温防护服御寒仿真模拟

### 摘要

在低温工作环境下，若不采取适当的保温措施，会造成人体冻痛冻伤。低温相变防护服通过材料相变放热及减慢热量传递，可以有效延缓人体温度过快降低。建立低温防护服内部传热模型可为其结构设计提供一定的理论依据。本文首先通过分析相变材料的特性，研究出在超低温情况下防护服的热传递过程，并分析低温环境—服装系统—皮肤表层之间的热交换条件，建立偏微分方程组，得出无风静止条件下的相变防护服热传递模型。运用有限差分法对模型进行数值离散，引入焓法模型对相变层进行离散处理，考虑差分算法的稳定性主要受时间步长影响，精度主要受相变材料层空间步长影响，由此合理分配步长以同时提高计算速度和精度，并求出模型的数值解。以人体表面温度  $15^{\circ}\text{C}$  为临界条件，求出在无风静止环境下实验者能够坚持 **266.94s**。

其次，考虑服装系统与外界低温环境、皮肤表面与内层材料间的对流换热系数的变化对低温防护服防护能力的影响。依据空气流速、流态与对流换热系数的经验公式，得出环境风速及实验者的运动状态与相变防护服有效防护时间的关系。结果表明，当环境风速为  $3\text{m/s}$ ，实验者做轻微运动时，防护服有效防护时间由无风静止情况下的 **266.94s** 减小为 **84.48s**。

再次，依据低温防护服热传递模型对防护服保温性能进行分析与优化。以人体表面温度为测评指标，通过改变防护服相应材料层厚度来调控指标的温度变化特征。问题三属于单目标单变量优化问题，以防护服有效防护时间最大化为优化目标，以实验者最大承受重量、追加资金为约束条件建立目标优化模型，通过 MATLAB 对单变量进行枚举搜索，得出使防护服有效防护时间最大的材料增厚量为 **0.9mm**，即最外层厚度变为  $1.2\text{mm}$  的防护时间为 **603.67s**。问题四属于单目标多变量优化问题，以相变材料潜热值最小化为优化目标，以防护服有效防护时间、相变层厚度为约束条件，采用变步长循环遍历算法进行求解，若中间层厚度仍为  $0.4\text{mm}$ ，则相变材料放热能力至少需要比原来提高 **3.7504** 倍；若中间层厚度增至  $0.45\text{mm}$ ，则放热能力至少需要比原来提高 **3.2585** 倍。同时得出防护服有效防护时间与相变材料潜热值之间存在强线性关系，这与相关研究学者的结论基本一致，模型及结果的合理性高。

最后，考虑到实际超低温环境中人体皮肤温度不会恒等于核心温度  $37^{\circ}\text{C}$ ，引入了从人体核心部位→肌肉→脂肪→皮肤的热量传递模型，联立防护服热传递模型构建出扩展模型。依据能流密度关系式建立起人体内部热传导和防护服热传导的连续条件，得到完整的从人体核心到防护服表面的偏微分方程组，相比于问题一构建的防护服热传递模型，考虑人体热传导的扩展模型更为合理。

**关键词：**热传递 低温防护服 相变材料 有限差分 焓法模型

# 1 问题重述

## 1.1 基本情况

在我国有许多在超低温环境下的作业者，做好低温防护是保证工作顺利进行的首要前提。有科研人员设计了一款耐低温服装，为检验防护效果，将派实验者前往南极洲长城站进行实验测试，但为慎重起见，希望在去南极洲实验前，先利用传热学原理对低温防护复合材料在低温环境下传热机理进行分析，为实验提供理论指导。

## 1.2 相关信息

某研究所研制的低温防护复合材料具有三层结构，分别为内层织物层、中间层功能层、外层隔热层；其中内层用于舒适性，中间层由相变材料构成，可以产生并释放热量，用以延缓人体温度过快降低，隔热层主要是延缓热量对外过快传递。相变材料的具体数据由附件 1 给出。

为检验该复合材料的耐低温效果，科研者为一名身高 1.70m，体重为 60kg 的中国实验者制作了一套耐低温服装。低温防护服的具体参数由附件 2 给出。

## 1.3 问题提出

(1) 若实验者站在南极洲长城站附近，当环境安静，晴天无风，温度为 $-40^{\circ}\text{C}$ 时，建立相应热量传递数学模型，预测实验者能够在室外坚持的时间；

(2) 当长城站外风速为  $3\text{m/s}$ ，且实验者做轻微运动时，确定实验者最多能在室外坚持的时间；

(3) 在 (1) 的室外环境下，实验者穿着较重的防护服且保持静止不动，实验者最大承受重量为  $100\text{kg}$ ，且每多承受  $10\text{s}$ ，最大承受重量将下降  $0.5\text{kg}$ 。实验室在低温防护服材料原有支出的基础上能够增加  $50\%$  以内的资金，计算使得实验者在外站立时间尽可能长所对应防护服增加的厚度；

(4) 在不追加资金的情况下，若要增加户外活动时间，确定出使得实验者在室外坚持的时间不比 (3) 中坚持的时间少时，所需要的中间功能层放热能力要比原先提高多少。

# 2 问题分析

为了建立低温相变防护服的热传递模型，并得出该防护服的防护特性，进而提出相应的优化防护服设计的方案，现对四个问题进行以下分析。

## 2.1 问题一分析

题中给定实验者所处环境情况，要求建立热量传递模型，并预测出实验者在该环境下能够停留的最长时间。对于该问题，基于低温环境下热量传递的两种主要方式——热传导和热对流，在不考虑接触热阻情况下，对三层防护复合材料逐层建立热传递方程并确定相邻两层接触面的温度和能流密度的连续条件，以及建立内层与人体皮肤、最外层与环境温度之间空气层的热交换边界条件，再加上人体新陈代谢带来的皮肤产热值，得到关于热传递的偏微分方程组。考虑到偏微分方程组的解析解难以直接求出，可以采用有限差分法对问题进行离散化处理，得到时空上的温度分布情况，进而求出人体表温度随时间的变化关系以及实验者能够在室外坚持的时间。

## 2.2 问题二分析

该问考虑环境风速以及实验者的运动状态对低温防护服的防护能力的影响，即探究服装系统与外界低温环境及皮肤表面与内层材料间的对流换热系数的变化对偏微分方程结果的影响。在问题一模型的基础上，依据流体力学理论及众多实验研究，可得到空气流速和流态与对流换热系数之间的经验公式。对于服装表面，运动状态及温度差的影响较风速而言可以忽略，对于内层材料，对流换热系数受风速及温度差的影响较运动状态而言可忽略，因此问题二中服装系统与外界低温环境的对流换热系数由经验公式计算，皮肤表面与内层材料的对流换热系数以及新陈代谢速率均取轻微运动时对应的值。因风速和运动状态不变，所以两个对流换热系数均为常量，带入问题一模型，即可解出最长坚持时间。

## 2.3 问题三分析

题目需要我们设计最外层防护服的厚度使坚持时间最长，在问题一热量传递模型基础上增加了实验者最大承受重量随时间的变化，以及资金约束。此问题中实验者穿着较重防护服，新陈代谢速率应取静止站立有负载时对应的值。因此问题三模型的决策变量为最外层增厚量 $\delta$ ，目标函数为使坚持时间 $t_{max}$ 最长，约束包括：实验最大承受重量不小于防护服质量，增厚 $\delta$ 为 0.3mm 的整数倍，最外层增厚所耗资金不超过追加资金，问题一模型所建立的 $t_{max}$ 与 $\delta$ 的函数关系等。因此问题三应建立单目标单变量整数优化模型，求出满足约束条件的最大 $t_{max}$ 以及对应的增厚 $\delta$ 。

## 2.4 问题四分析

由附件二表 1 里的防护服参数，我们发现最外层和内层的价格与该层的质量正相关，防护服表面积不变的情况下，价格与其厚度也成正相关。但对于中间层，价格只与表面积成正相关，而允许范围内的增加厚度对表面积几乎无影响，因此中间层价格与其厚度无关。我们认为，问题四在改变中间层放热能力情况下，改变中间层厚度是可实现的，因不追加资金，则可以分别考虑不增加中间层厚度时放热能力 $e$ 需要提高的最小倍数，以及将中间层厚度纳为变量时需要提高的最小倍数。热量传递模型直接反映的是相变材料潜热值 $Q$ 对 $t_{max}$ 的影响，此问题中 $Q$ 与 $e$ 成正比，因此模型的决策变量为中间层增厚 $\delta$ 与潜热值 $Q$ ，目标函数为使 $Q$ 最小，约束条件包括：问题四的 $t_{max}$ 不小于问题三的 $t_{max}$ ，中间层厚度不超过 0.45mm， $t_{max}$ 是潜热值 $Q$ 与增厚 $\delta$ 的函数。此时防护服厚度重量变化不大，新陈代谢速率应取静止站立休息时对应的值。因此问题四应建立单目标多变量优化模型，求出满足约束条件下需要提高的放热能力 $e$ 的最小倍数及其对应的厚度 $\delta$ 。

## 3 模型假设

由于低温防护服的热量传递问题较为复杂，构建人体—防护服与外界环境的热传递模型需要综合考虑多种影响因素，考虑题中所给数据及资料有限，同时为了简化模型，现提出以下基本假设：

- (1) 低温防护服的各层结构均为平行材料，保持各向同性，热传递沿垂直于皮肤方向进行，可将传热过程简化为一维传热问题；
- (2) 各层服装结构紧密贴合，只有内层织物与人体表面、外层隔热层与外部环境之间有空气层；
- (3) 低温防护服的防风性能好，内层与人体表面的对流系数主要与人体运动状态有关，

服装表面与外部环境间的对流系数主要与风速有关；

(4) 不考虑接触热阻，认为接触界面温度连续；

(5) 为了确保安全，受试者人体表面温度不得低于 15°C；此外，结合附件 2，可以得出以下模型基本假设：

(6) 超低温下的热量传递方式主要为热传导和热对流，不考虑热辐射；

(7) 测试时的人体温度为 37°C；

(8) 服装系统与外界低温环境的对流热量公式中不考虑服装面积因子和服装有效对流面积系数；

(9) 相变材料放热能力的提高是在各个温度下同比例增加的。

## 4 符号说明

考虑本文会出现大量的公式推导过程，为了叙述方便，现对本文常出现的部分符号进行统一说明，详见表 4.1。

表 4.1 符号说明表

符号	说明	单位
$T_i$	第 <i>i</i> 层结构的温度， $i=1,2,3$	$K$
$\rho_i$	第 <i>i</i> 层结构的密度， $i=1,2,3$	$Kg/m^3$
$c_i$	第 <i>i</i> 层结构的比热， $i=1,2,3$	$J/(Kg \cdot K)$
$\lambda_i$	第 <i>i</i> 层结构的导热系数， $i=1,2,3$	$W/(m \cdot K)$
$d_i$	第 <i>i</i> 层结构的厚度， $i=1,2,3$	$mm$
$x_i$	第 <i>i</i> 层结构的右边界坐标， $i=1,2,3$	$mm$
$w_i$	第 <i>i</i> 层结构的价格， $i=1,2,3$	元/ $Kg$ 或元/ $m^2$
$H$	相变材料比焓	$J/Kg$
$h_{c1}$	外层隔热层与外部环境的对流换热系数	$W/(m^2 \cdot K)$
$h_{c2}$	内层织物层与人体表面的对流换热系数	$W/(m^2 \cdot K)$
$Q$	相变材料的相变潜热	$J/Kg$
$e$	放热能力系数	$mW/mg$
$M$	新陈代谢速率	$W/m^2$

(注：未列出符号及重复的符号以出现处为准)

## 5 模型的建立与求解

### 5.1 问题一：低温防护服热传递模型

#### 5.1.1 模型的准备

为了研究防护服在低温环境下的热传递过程，我们需要在人体—防护服—环境三者之间建立热力学传递模型。在建立模型之前，首先对热传递的主要方式及传热定律进行基本的介绍：

(1) **热传导**：微观粒子间的相互碰撞而产生的热能传递，固体、静止的液体或气体中的传热均存在热传导，主要基于傅里叶定律计算；

(2) **热对流**：流体中质点发生相对位移而引起的热量交换，分为自然对流和强制对流，主要考虑流体与固体壁面之间的热传过程，基于牛顿冷却公式计算；

(3) **热辐射**：物体通过电磁波传递能量，可发生在任何物体中，其传热过程中的能量变化可表示为：热能→辐射能→热能；

(4) **傅里叶传热定律**：在传热过程中，单位时间内通过截面面积为  $S$  的截面所传递的热量  $Q$ ，正比于垂直于该截面方向上的温度变化率，其热量传递的方向与温度升高的方向相反，如图 5.1 所示。

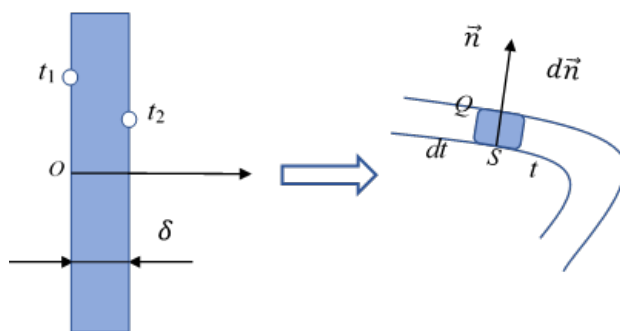


图 5.1 Fourier 定律示意图

傅里叶传热定律表达式为：

$$\frac{Q}{S} \sim \frac{\partial u}{\partial x} \Leftrightarrow Q = -\lambda S \frac{\partial u}{\partial x} \quad (5-1)$$

采用热流密度  $q$  表示为式 (5-2) 所示：

$$q = -\lambda \frac{\partial u}{\partial x} \quad (5-2)$$

其中， $\lambda$  为导热率（与介质材料及温度有关，在温度变化范围不大时通常忽略）；

$\frac{\partial u}{\partial x}$  表示温度沿着  $x$  轴方向的变化率，方向为通过曲面的外法向量方向。

(5) **牛顿冷却定律**：当介质表面与环境存在温差时，单位时间单位面积散失的热量与温度成正比，这个比例系数称之为热传递系数。牛顿冷却定律在强制对流情况下与实际符合较好，在自然对流时仅在温差不太大的情况下成立。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = k_0(T - T_0) \quad (5-3)$$

其中， $k_0$  为耗散系数，与介质表面温度、表面光洁度、表面积以及环境温度  $T_0$  有关，当  $T - T_0$  不大时， $k_0$  为常数。

### 5.1.2 模型的建立

依据模型假设以及模型准备中的结论，在忽略热量传递中各向异性的条件下，将低温防护服热传递模型简化为一维热传递过程，图 5.2 为简化的人体—防护服—外界环境系统示意图。

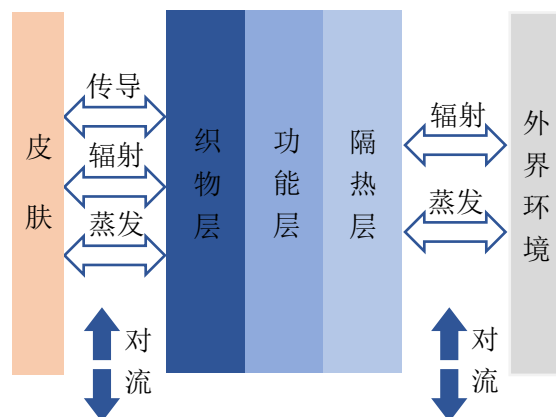


图 5.2 人体—防护服—环境系统示意图

可以看出，从皮肤表面到外界环境的热量交换途径包括：传导、辐射、蒸发以及对流。由于空气的导热性能差，在超低温环境下，对流和传导是主要的散热方式，此时人体体表温度与环境温度温差很大，若低温防护服的御寒能力不足，服装表面与外界环境的热损失量以及体表和服装间的传导热损失量就会超过人体的代谢产热量，并且低温环境下呼吸对流热损失增大，这些热损失量会打破机体热平衡，使体温调节机制发生障碍。

针对上述“人体—防护服—环境”系统，提出低温情况下织物以及空气层的热传递数学模型。依据上述模型假设和问题分析，其中皮肤表层→防护服以及防护服→外界环境仅考虑热对流的传热方式，防护服各层材料之间仅考虑热传导的传热方式。

#### 传热控制方程

依据上述模型假设，构建低温防护服的一维传热模型，仅研究热量由皮肤表面到外界环境的传热过程，并建立坐标系如图 5.3 所示。

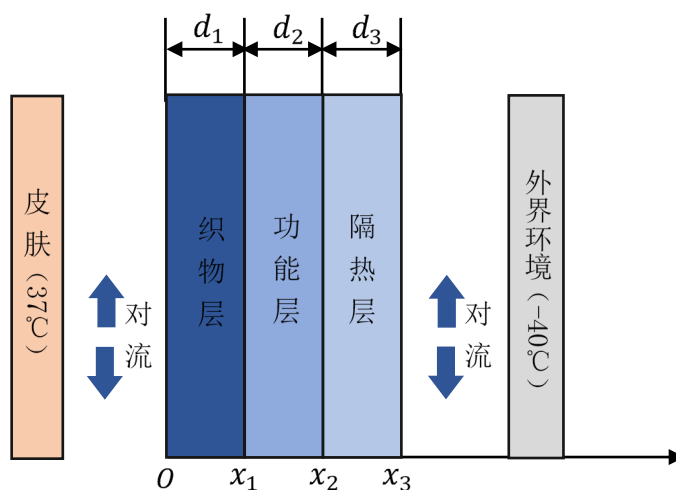


图 5.3 低温防护服一维传热模型图

对于非稳态传热问题，构建其非稳态偏微分控制方程，即对于任意微元体，其温度变化等于流入流出该微元体的热流量差值，满足：

$$\rho_i c_i \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_i \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (5-4)$$

其中左项表示微元体温度变化，右项表示微元体流入流出热流量差值。

### 边界条件及初值条件

对于低温防护服热传递模型，其两端均满足第三类边界条件，即传递的热量由热对流带走，满足牛顿冷却定律。

$$\begin{cases} -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} |_{x=x_0} = h_{c2}(T_P - T_1|_{x=x_0}) \\ -\lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} |_{x=x_3} = h_{c1}(T_3|_{x=x_3} - T_e) \\ T(x, 0) = T_p \end{cases} \quad (5-5)$$

式中， $h_{c1}$ 表示外层隔热层与外部环境之间的对流换热系数， $h_{c2}$ 表示内层织物层与人体表皮之间的对流换热系数， $T_P$ 表示人体表面温度（单位：K）， $T_e$ 表示环境温度（单位：K）。

### 材料接触面连续条件

对于不均匀材料导热问题，在材料间接触良好，忽略接触热阻的情况下，满足界面连续条件，即满足界面上温度与热流密度连续的条件：

$$\begin{cases} T(x_i^-, t) = T(x_i^+, t) \\ \lambda_i \frac{\partial T}{\partial x}(x_i^-, t) = \lambda_{i+1} \frac{\partial T}{\partial x}(x_i^+, t) \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (5-6)$$

### 模型综合

综合上述控制方程及初值与边界条件，建立低温防护服热传递方程组如下：

$$\begin{cases} \text{控制方程: } \rho_i c_i \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_i \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (i = 1, 2, 3) \\ \text{边界条件: } \begin{cases} -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} |_{x=x_0} = h_{c2}(T_P - T_1|_{x=x_0}) + M \\ -\lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} |_{x=x_3} = h_{c1}(T_3|_{x=x_3} - T_e) \end{cases} \\ \text{连续条件: } \begin{cases} T(x_i^-, t) = T(x_i^+, t) \\ \lambda_i \frac{\partial T}{\partial x}(x_i^-, t) = \lambda_{i+1} \frac{\partial T}{\partial x}(x_i^+, t) \end{cases} \\ \text{初始条件: } T(x, 0) = T_p \end{cases} \quad (5-7)$$

### 模型离散

对于偏微分方程组的联立，其定解条件较为复杂，且往往无法直接得出解析解，因此我们采用数值离散的方式对上述偏微分方程组进行离散化处理。通常情况下求解偏微分方程包括有限元法和有限差分法等。

有限差分法的基本思想是将连续定解区域用有限个数离散点构成的网格代替，将连续定解区域内连续变量的函数用在网格上定义的离散变量函数近似，原方程和定解条件中的微商和积分分别用差商和积分和近似，于是将原微分方程与定解条件近似地代之以代数方程组，即为有限差分方程组；通过求解方程组便能得到原问题在离散点上的近似解，再利用插值法从离散解中得到定解问题在整个区域上的近似解。

差分格式包括显式和隐式两种。对于显式格式，其求解计算量更小，但精度及稳定性不如隐式格式；隐式差分必须求解联立方程组，稳定性和精度较高但计算量较大。由于本问题数据量较大，故采用显式差分格式。

通过显式差分格式对上述传热模型进行离散处理，可得离散方程组如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{控制方程: } \Delta x_i \rho_i c_i \frac{T_k^{n+1} - T_k^n}{\Delta t} = \lambda_i \frac{T_{k+1}^n - 2T_k^n + T_{k-1}^n}{\Delta x_i} \quad (i = 1, 2, 3) \\ \text{边界条件: } \begin{cases} \frac{1}{2} \Delta x_1 \rho_1 c_1 \frac{T_1^{n+1} - T_1^n}{\Delta t} = h_{c2}(T_p - T_1^n) - \lambda_1 \frac{T_1^n - T_2^n}{\Delta x_1} \\ \frac{1}{2} \Delta x_3 \rho_3 c_3 \frac{T_{end}^{n+1} - T_{end}^n}{\Delta t} = h_{c1}(T_e - T_{end}^n) + \lambda_3 \frac{T_{end-1}^n - T_{end}^n}{\Delta x_3} \end{cases} \\ \text{接触点: } \frac{1}{2} (\Delta x_i \rho_i c_i + \Delta x_{i+1} \rho_{i+1} c_{i+1}) \frac{T_k^{n+1} - T_k^n}{\Delta t} = \lambda_i \frac{T_{k-1}^n - T_k^n}{\Delta x_i} + \lambda_{i+1} \frac{T_{k+1}^n - T_k^n}{\Delta x_{i+1}} \end{array} \right. \quad (5-8)$$

对于显式差分格式，非稳态传热过程的离散求解需要考虑求解的稳定性条件。上述显式差分式表明，空间节点  $k$  上时间节点  $n+1$  时刻的温度受到左右两侧邻点的影响，需要满足稳定性限制条件(傅里叶网格数限制)，否则会出现不合理的振荡的解。

### 相变材料的焓法离散<sup>[1]</sup>

在上述非稳态传热模型的构建中，我们主要构建了三层服装材料的传热控制方程，但对于含相变材料的低温防护服而言，当相变层温度低于其相变熔融点时，材料在相变过程中会释放热能。因此，该低温防护服在工作状态下会同时存在相变及温度变化过程。本问题采用焓法模型对相变材料进行离散处理。焓法模型如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial H}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \\ T|_{y=0} = T_0 \\ -k \frac{\partial T}{\partial y} |_{y=y_1} = h[T(y_0 - T_f)] \end{array} \right. \quad (5-9)$$

其中温度  $T$  与比焓  $H$  之间的关系满足：

$$\left\{ \begin{array}{l} T = \frac{H}{C_{ps}}, \quad H < H_s \\ T = \frac{H + \frac{(T_f - \varepsilon)Q}{2\varepsilon}}{C_{ms} + \frac{Q}{2\varepsilon}}, \quad H_s < H < H_l \\ T = T_f + \varepsilon + \frac{H_m - H_l}{C_{ml}}, \quad H > H_l \\ H_s = C_{ms}(T_f - \varepsilon), \quad H_l = C_{ml}(T_f + \varepsilon) + Q \end{array} \right. \quad (5-10)$$

式中， $T_f$  表示相变温度(熔点)；

$\varepsilon$  为相变半径(相变温度范围  $\Delta T(K)$  的一半)；

$C_{ps}$  和  $C_{pl}$  分别是定型相变材料在固态和液态时的平均比容；

$H_s$  为固相焓值， $H_l$  为液相焓值。

### 5.1.3 模型的求解

#### 潜热的计算

在相变材料的焓法离散过程中，需要确定该相变材料的相变潜热、相变温度、相变半径等参数。相变材料的潜热值是指单位质量的相变材料在发生相变时吸收或者释放的能量值。潜热值的确定通常是通过差式扫描量热法(DSC)<sup>[2]</sup>实现的，其原理为在程序



温度控制下，测定输入到试样和标准样的热流速率的差值对温度和时间关系。通常情况下为相变材料在 $10^{\circ}\text{C}/\text{min}$ 情况下，一个完整升降温过程测量出的 DSC 曲线图。其单过程的最大峰值面积即为相变潜热的大小。如图 5.4 所示为典型结晶过程和熔融过程的 DSC 曲线示意图。

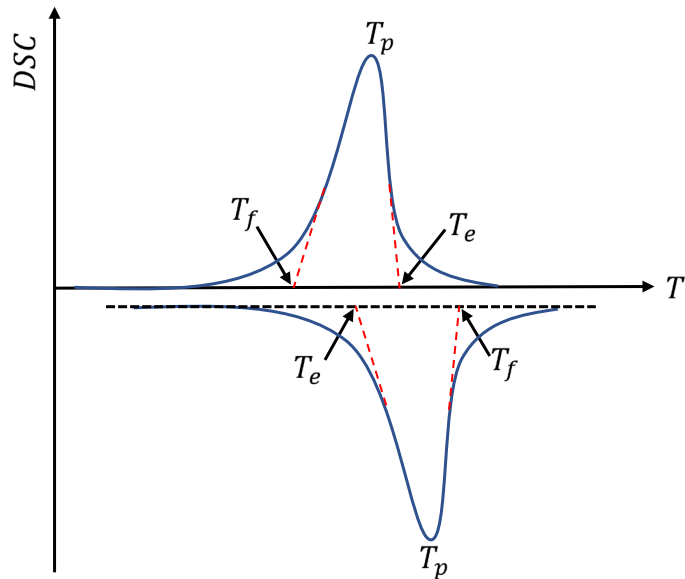


图 5.4 结晶和熔融过程 DSC 曲线示意图

其中， $T_e$  为外推起始结晶（熔融）温度， $T_f$  为外推终止结晶（熔融）温度， $T_p$  为结晶（熔融）峰温度。

从上述 DSC 曲线上可以得出起始熔融温度、终止熔融温度、起始结晶温度、终止结晶温度，并通过对熔融曲线和结晶曲线在所对应的起始终止温度的热量积分，得到被测试样的相变潜热值。

依据附件一所给的相变材料的放热能力与温度的对应关系，结合上述 DSC 方法计算该相变材料的起始结晶温度和终止结晶温度，如图 5.5 所示，并通过 MATLAB 对热量进行数值积分，所得结果见表 5.1。

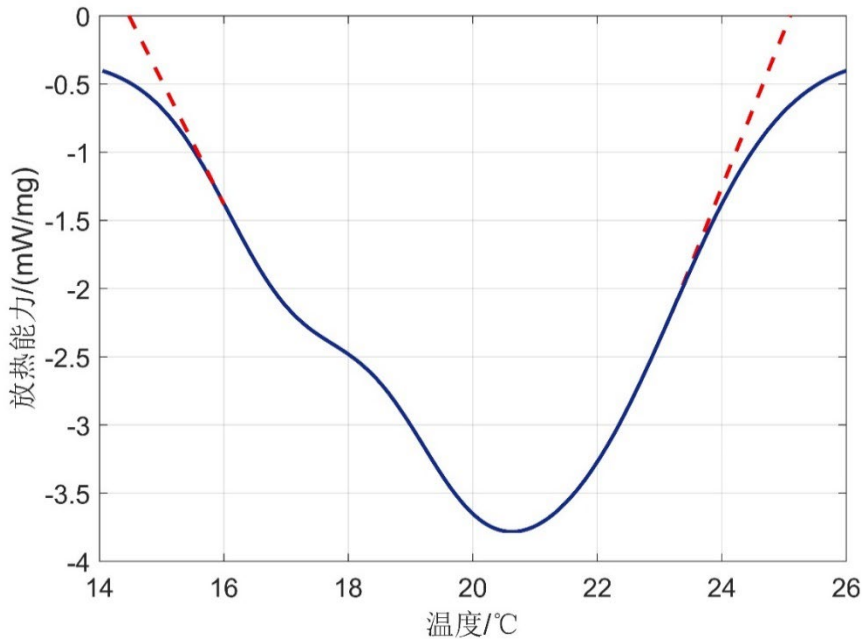


图 5.5 相变材料 DSC 曲线图

表 5.1 相变材料相关参数

起始结晶温度 (°C)	终止结晶温度 (°C)	相变潜热值 (J/kg)
25.0992	14.4756	148193 . 3

### 参数求解及拟合结果

依据上述求解步骤及参数设定，我们通过非稳态传热模型计算出低温防护服温度分布情况。通过 MATLAB 绘制出人体表面温度变化情况（见图 5.6）以及时间—空间的三维温度分布图（见图 5.7）。

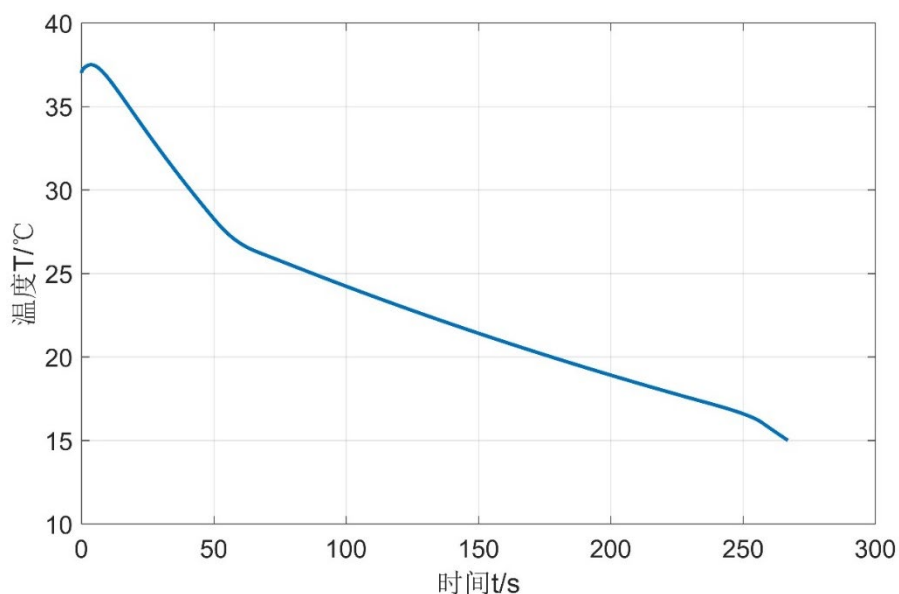


图 5.6 人体表面温度变化曲线图

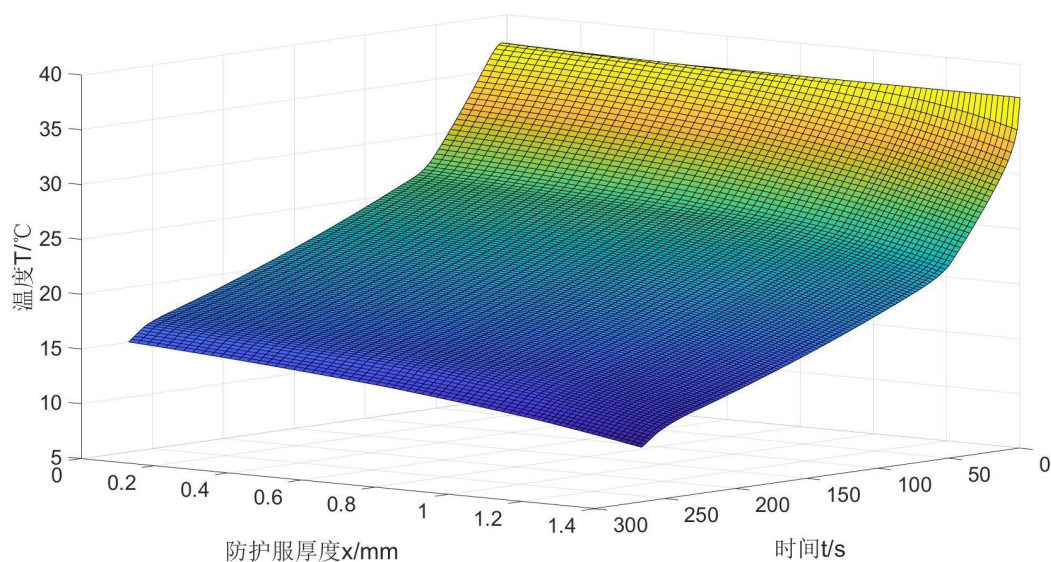


图 5.7 低温相变防护服时间—空间温度分布

同时取  $x=0.3\text{mm}$ 、 $x=0.9\text{mm}$ 、 $x=1.3\text{mm}$  位置上低温防护服的温度场平面二维图如图 5.8 所示。

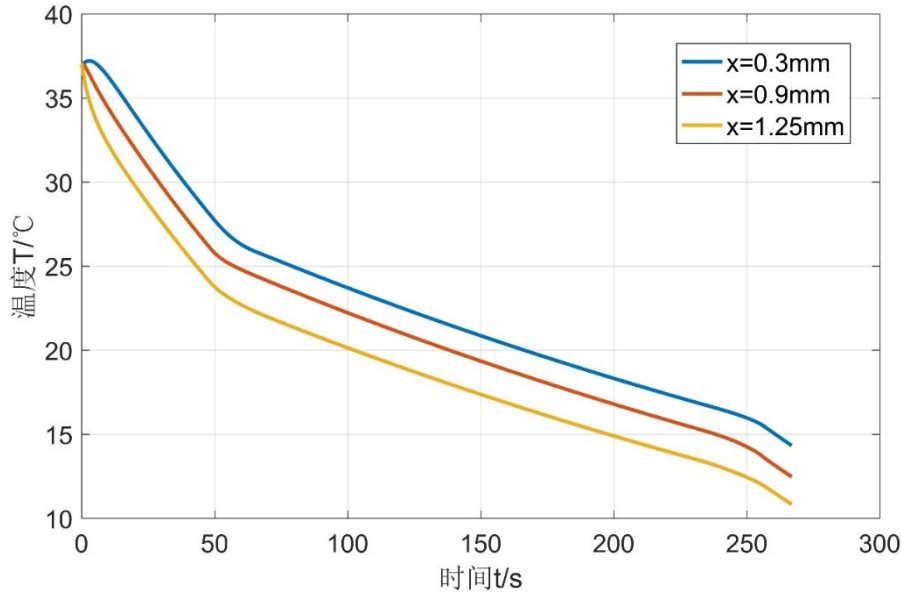


图 5.8 不同厚度下低温防护服温度分布图

由图 5.6~图 5.8 可以得出以下结论：

当时间  $t=266.93s$  时，人体表面温度达到  $15^{\circ}C$ ，此时实验者将难以进行工作。此外，从时间分布来看，时间较短时，温度整体分布表现为较为急剧的减少，这是因为此时人体热源与外界环境之间的温度梯度较大，当相变层外侧 ( $x=0.9mm$ ) 温度接近  $25^{\circ}C$  时，由于相变层开始发生相变而释放热量，从这一时刻直至相变层温度达到相变终止温度，防护服的温度降低趋势较缓慢，相变层放热结束后，温度整体降低趋势再次增大，但相比于第一阶段更缓和。

#### 5.1.4 模型的评价

本模型为基于热力学基础建立的热传递模型，能较好的描述温度在时间与空间上的分布关系。借助有限差分法直接将偏微分方程组转化为差分方程组较为直观，且转化过程无需构建新的函数，避免了单元分析与整体分析，求解较为简便。

不过，在采用有限差分法求解偏微分方程组的过程中，由于采用显式差分，为了避免出现不合理的振荡解，受傅里叶网格数的限制<sup>[3]</sup>，即

$$\begin{cases} \text{内节点限制条件: } F_{0\Delta} = \frac{k \cdot \Delta t}{\rho c \cdot (\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2} \\ \text{边界限制条件: } F_{0\Delta} \leq \frac{1}{2(1 + Bi_{\Delta})} \end{cases} \quad (5-11)$$

其中， $Bi_{\Delta} = h \cdot \Delta x / k$ ;

满足上述条件的前提下，差分的时间步长与空间步长越小，则模型的程序求解得数值解越精确，在本题中时间跨度显著大于空间跨度，所以程序运行时长受时间步长影响较多，即时间步长减小，程序运算量显著增大，而经过调试发现，数值解求解精度显著受空间步长影响，并且由于采用焓计算法建立温度离散差分方程，中间相变层的空间步长越小，数值解的精度显著提高。所以本文根据预计运算时间确认较小的时间步长，再取满足稳定性限制和精度要求的最小空间步长，以达到计算能力有限情况下的模型求解最高精度。

## 5.2 问题二：考虑空气流态的热传递改进模型

在模型一的构建过程中，皮肤表层→防护服、防护服→外界环境仅考虑热对流的作用，该热传递方式主要与牛顿冷却定律相关，依据该定律可以确定出热传递模型的边界条件（见式 5-5），其中 $h_c$ 表示服装系统与外界环境（主要是空气）间的对流换热系数。由于模型一是在实验者处于无风静止的条件下构建的，因此没有考虑外界环境（主要表现为风速）的变化以及实验者的运动状态对模型边界条件参数的影响。本节将考虑空气流态对热传递模型的影响，提出改进的低温防护服热传递模型。

### 5.2.1 模型的建立

服装系统周围被空气包围。只要服装表面温度与环境温度不一样，就会发生对流换热。这一换热过程主要受到紧贴体表的空气边界层内空气的流态与流速的影响。根据流体力学原理，当气流速度 $v \leq 0.15\text{m/s}$ 时，边界层内为自然层流对流，相当于人处在基本静止的空气环境中，当气流速度 $v \geq 3\text{m/s}$ 时，边界层内主要呈受迫紊流对流。当气流速度 $0.15\text{m/s} \leq v \leq 3\text{m/s}$ 时，边界层内主要为受迫层流对流。根据许多学者对人体与环境的对流换热系数进行实验测定后，认为可归结为如下形式的经验公式<sup>[4]</sup>：

$$h_{c1} = BV_{\infty}^n \quad (5-12)$$

其中，较为精确的参数取值为： $n = 0.5$ ， $B = 11.87$ ，即此处使用的公式为：

$$h_{c1} = 11.87 \sqrt{V_{\infty}} \quad (5-13)$$

对于皮肤表层与织物层之间的对流换热系数 $h_{c2}$ ，考虑低温防护服的密封性较好，因此相比于外界风速，实验者的运动状态对该系数影响更大，该系数大小可参照表 5.2 进行选取。

表 5.2 对流换热系数取值

人体状态	对流换热系数 $h_{c2}$
静止站立	3.0
轻微运动	4.0

结合上述分析，可将式 5-7 修正为式 5-14：

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{控制方程: } \rho_i c_i \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_i \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (i = 1, 2, 3) \\ \text{边界条件: } \begin{cases} -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \big|_{x=x_0} = h_{c2}(T_p - T_1 \big|_{x=x_0}) \\ -\lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} \big|_{x=x_3} = 11.87 \sqrt{V_{\infty}}(T_3 \big|_{x=x_3} - T_e) \end{cases} \\ \text{连续条件} \begin{cases} T(x_i^-, t) = T(x_i^+, t) \\ \lambda_i \frac{\partial T}{\partial x}(x_i^-, t) = \lambda_{i+1} \frac{\partial T}{\partial x}(x_i^+, t) \end{cases} \\ \text{初始条件: } T(x, 0) = T_p \end{array} \right. \quad (5-14)$$

其中，人体静止站立时 $h_{c2} = 3.0$ ，人体轻微运动时 $h_{c2} = 4.0$ 。

### 5.2.2 模型的求解

问题二中风速 $v = 3\text{m/s}$ ，代入经验公式 5-13 得此时服装系统与外界低温环境间的对流换热系数 $h_{c1} = 20.559$ 。通过 MATLAB 绘制出人体表面温度变化情况（见图 5.9）以及时间—空间的三维温度分布图（见图 5.10）。

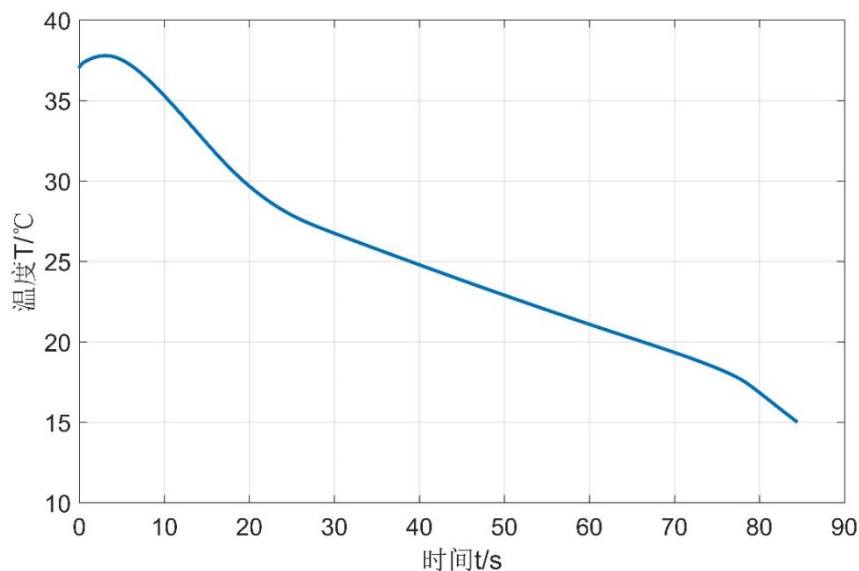


图 5.9 人体表面温度变化曲线图（轻微运动、风速 3m/s）

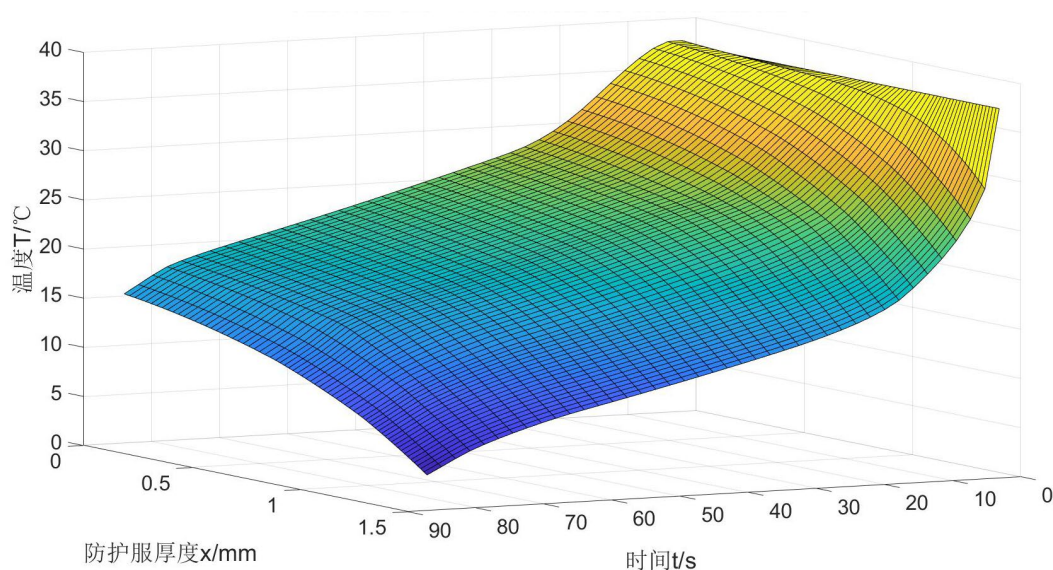


图 5.10 防护服时间—空间温度分布（轻微运动、风速 3m/s）

由上述结果可以看出，当环境风速为 3m/s，实验者做轻微运动时，防护服有效防护时间由无风静止下的 266.94s 减小为 84.48 s。

### 5.3 问题三：单目标单变量优化的防护服设计模型

低温相变防护服的防护原理是降低热转移速度，使人体的热量缓慢而少量的转移至外界环境中，且相变材料也可以在一定温度范围内发生相变释放热量，进而增加低温防护服的有效防护时间。因此，一方面，适当的增加防护服的各层材料的厚度，尤其是相变层的厚度可以使得有效防护时间增长，另一方面，防护服材料的增厚会使得人体穿戴

的舒适性降低，且制造成本也会相应提高。本模型将构建防护服有效防护时间随其各层材料厚度、舒适性、制造成本之间的关系，进而设计出满足既定需求的低温相变防护服。

### 5.3.1 模型的建立

在环境安静、晴天无风、外界温度 $T_e = -40^\circ\text{C}$ 的条件下，实验者静止不动，此时 $h_{c2} = 3$ ，由于实验者穿着较重防护服，新陈代谢速率 $M$ 取文献表格<sup>[5]</sup>里实验者有负载时对应的值—— $120\text{ W/m}^2$ 。实验开始时实验者能承受的最大防护服质量为  $100\text{ Kg}$ ，此后每多承受  $10\text{ s}$ 的时间，其最大承受能力下降  $0.5\text{ Kg}$ 。我们需要在资金允许范围内增加防护服厚度，使得实验者在室外站立时间尽可能的长。

具体约束条件表述如下：

(1) 防护服本身质量一定，随着时间延长，实验者所能承受的最大质量将不断减小，因此在整个实验过程中，需始终保证人体的最大承受能力不得低于防护服的质量。

(2) 根据附件二防护服相关参数可计算出初始防护服设计所用资金，问题三的防护服设计可获得原支出基础上增加  $50\%$ 以内的资金，但后期增厚只能调整最外层厚度，且最外层涂层每层厚度规定固定  $0.3\text{mm}$ ，因此增加的资金只能用于增加最外层厚度。

(3) 根据低温防护服热传递模型可得，随着材料厚度的增加，人体表面温度降到阈值的最长承受时间也会相应增加，但不应该超过防护服重量对最长停留时间的限制。

#### 目标函数

由上述分析可得模型目标函数为单目标——使实验者的坚持时间最长，即：

$$\max t_{\max}$$

#### 约束条件

(1) 整个实验过程中的实验者最大承受重量随着承受时间的增大而减小，且不得低于防护服质量：

$$\begin{cases} P_{\max} \geq m \\ P_{\max} = 100 - 0.05t \end{cases} \quad (5-15)$$

其中， $P_{\max}$  为实验者最大承受重量。

(2) 补偿的资金只能用于增加最外层厚度，且防护服最多获得原支出基础上增加  $50\%$ 以内的资金：

$$A\delta\rho_3w_3 \leq 0.5w \quad (5-16)$$

其中， $\delta$  为最外层结构的增厚量 (mm)； $A$  为服装表面积 ( $\text{m}^2$ )；

$w$  为初始设计的服装总价格 (元)；

(3) 依据模型一的热量传递模型计算出的增厚 $\delta$ 对人体表面温度降到阈值的时间限制，即 $\delta$ 与 $t_{\max}$ 的关系约束：

$$t = g(\delta) \quad (5-17)$$

(4) 最外层涂层每层厚度规定固定  $0.3\text{mm}$ ，每次增厚为等量增厚：

$$\delta = 0.3k \quad k \in Z^* \quad (5-18)$$

(5) 其他等式约束：

$$\begin{cases} \text{原支出资金: } w = \sum_{i=1}^3 Ad_i\rho_iw_i \\ \text{增厚后防护服总质量: } m = Ad_1\rho_1 + Ad_2\rho_2 + A(d_3 + \delta)\rho_3 \end{cases} \quad (5-19)$$



## 模型综合

综合考虑以上因素，我们建立了单目标单变量整数优化模型综合如下：

$$\begin{aligned} & \max t_{max} \\ s.t. & \begin{cases} P_{max} = 100 - 0.05t \\ P_{max} \geq m \\ \delta = 0.3k, k \in Z^* \\ A\delta\rho_3w_3 \leq 0.5w \\ m = Ad_1\rho_1 + Ad_2\rho_2 + A(d_3 + \delta)\rho_3 \\ w = \sum_{i=1}^3 Ad_i\rho_iw_i \\ t = g(\delta) \end{cases} \end{aligned} \quad (5-20)$$

### 5.3.2 模型的求解

由于  $\delta$  只能取离散的等间隔值，通过简单计算后可得资金允许范围内的  $k$  最大为 3，即  $\delta$  最多为三倍涂层厚度，所以问题三采用枚举算法进行编程，循环 3 次即可得出满足约束条件的、且坚持时间最长的  $k$  值，进而得出  $\delta$ 、 $t_{max}$ 。三次循环得出的  $\delta$  与最长时间如表 5.3 所示，可得，当  $\delta = 0.9mm$  时，此时对应所能坚持的最长时间  $t_{max} = 603.67s$ 。

表 5.3 厚度改变对坚持时间的影响

$k$	$\delta$ (mm)	$t_{max}(s)$
1	0.3	414.28
2	0.6	503.90
3	0.9	603.67

## 5.4 问题四：单目标多变量优化的防护服设计模型

### 5.4.1 模型的建立

在环境安静、晴天无风、外界温度  $T_e = -40^\circ C$  的条件下，实验者静止不动，此时  $h_{c2} = 3$ ，由于实验者穿着防护服较轻，新陈代谢速率  $M$  取文献表格<sup>[5]</sup>里站立休息时对应的值—— $70 W/m^2$ 。在不追加资金的条件下，我们需要提高复合材料中间层的放热能力，使得实验者在室外站立时间尽可能的长。

具体约束条件表述如下：

(1) 若防护服不变厚度，问题四要求实验者在室外坚持的时间不比第三问中坚持的时间少，此时热量传递模型中的变量为相变潜热值  $Q$ ，潜热值越大，相变材料放热能力越高，防护服的低温防护能力也就越好，因此我们需要找到满足时间约束的最小值  $Q$ 。

(2) 依据附件二可得，中间层材料价格只与表面积有关，增厚对面积几乎无影响，而最内层和最外层材料价格与增厚引起的增重有关。因此，在不追加资金情况下，仍然可以考虑增加中间层厚度，求出满足时间约束的最小  $Q$  值和增厚值  $\delta$ 。

(3)  $Q$  为相变潜热值，当相变材料放热温度范围不变时， $Q$  与放热能力  $e$  为正比例关系，而放热能力的提高是各个温度下同比例增加的，所以潜热值  $Q$  增加的倍数等于放热能力  $e$  增加的倍数。

#### 目标函数

问题三中求出的最长坚持时间为  $t_{max3}$ ，设问题四中间层增厚  $\delta$ ，厚度为  $d_2$ ，此时能坚持的最长时间  $t_{max}$  是  $Q$  和  $d_2$  函数。由问题分析得，目标函数为使放热能力  $e$  最小：

$$\min e$$

#### 约束条件

(1) 问题四的坚持时间 $t_{max}$ 不小于问题三的坚持时间 $t_{max3}$ :

$$t_{max} \geq t_{max3} \quad (5-21)$$

(2) 考虑中间层厚度太大时, 衣物硬度较大, 人无法正常工作, 因此中间层厚度不得超过 0.45mm:

$$d_2 \leq 0.45mm \quad (5-22)$$

(3) 由模型一可知, 最长坚持时间 $t_{max}$ 与相变潜热值 $Q$ 和中间层厚度 $d_2$ 均有关:

$$t = g(Q, d_2) \quad (5-23)$$

(4) 其他等式约束:

$$\begin{cases} \text{厚度与增厚的关系: } d_2 = 0.4 + \delta \\ \text{相变潜热值与放热能力关系: } Q = \beta e \end{cases} \quad (5-24)$$

#### 模型综合

综合考虑以上因素, 我们建立如下单目标, 多变量优化模型如下:

$$\begin{aligned} &\min e \\ &s. t. \begin{cases} t \geq t_{max3} \\ d_2 = 0.4 + \delta \\ d_2 \leq 0.45 \\ t = g(Q, d_2) \\ Q = \beta e \end{cases} \end{aligned} \quad (5-25)$$

#### 5.4.2 模型的求解

原始低温防护服相变材料的 $Q_0$ 为 148.1933 J/g, 为了提高最小需求相变潜热值 $Q$ 的精度, 同时减少程序运行时间, 采用 $Q$ 变步长递增算法, 当前 $Q$ 值下计算得出的坚持时间在不同区域内的 $\Delta Q$ 不同, 越接近目标时间 $t_{max3}$ , 则 $\Delta Q$ 越小。用 MATLAB 编程算出了坚持时间不比第三问少的前提下, 中间层厚度不变, 即 $d_2 = 0.4mm$ 时所需的最小 $Q$ 值, 以及厚度作为变量时所需的最小 $Q$ 值和对应的增厚量 $d_2$ , 如表 5.4:

表 5.4 中间层厚度与放热能力提高倍数的关系

$d_2$ (mm)	$Q$ (J/Kg)	$Q/Q_0$	$e$ 提高倍数
0.4	555793.3	3.7505	3.7505
0.45	482893.3	3.2585	3.2585

由上述结果可得, 不追加资金且要求坚持时间不少于问题三时间情况下, 若不改变中间层厚度, 则放热能力至少需要比原来提高 **3.7505** 倍, 若增加中间层厚度至 0.45mm, 则放热能力至少需要比原来提高 **3.2585** 倍。

#### 5.4.3 结果验证

在循环遍历 $Q$ 求解对应 $t_{max}$ 过程中, 做出了  $t_{max}$ 关于 $Q$ 的变化图像如下, 并发现两者间具有明显的线性关系, 如图 5.11 所示:



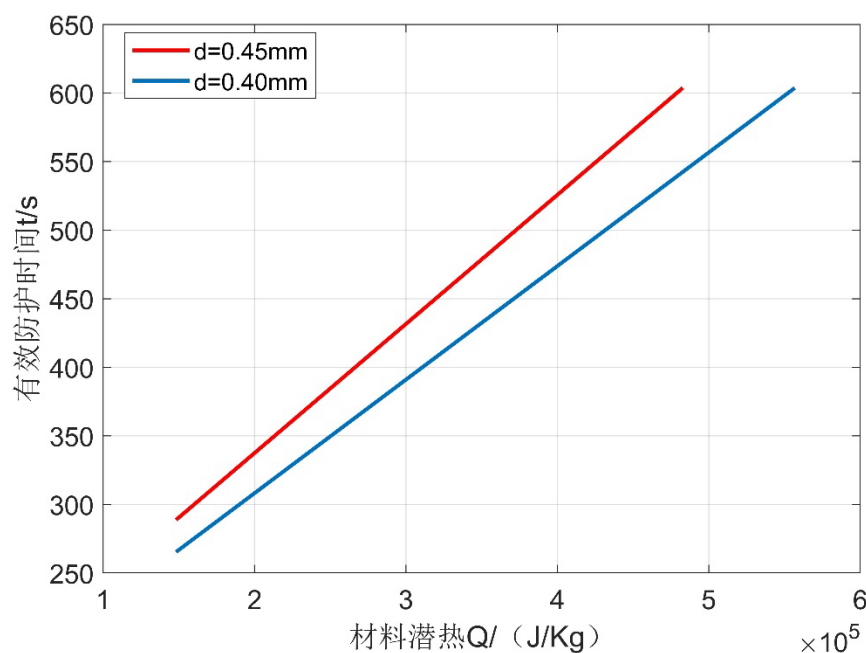


图 5.11 不同材料层下潜热与防护时间关系图

查阅文献<sup>[6]</sup>知，在热平衡方程及参数计算方法的基础上，推导出防护时间与相变材料（即下式中的 $m_{pcm}$ ）之间的计算模型如下：

$$[M - (C + R + C_m)] \cdot t \cdot A \cdot N - W \cdot t + Q = 0 \quad (5-26)$$

通过简化模型及参数选取，最后得出防护服有效防护时间满足：

$$t = \frac{qm_{pcm}}{W + [f_{cl}(0.942h_c + h_r)(T_{cl} - T_a) + M(0.00112T_a - 0.9594)] \cdot A \cdot N}$$

其中，公式中符号含义见表 5.5。

表 5.5 公式符号说明

符号	说明	单位
$t$	防护时间	s
$T_a$	人体周围环境温度	℃
$m_{pcm}$	相变材料总质量	Kg
$W$	人体对外所做机械功	W
$f_{cl}$	服装面积系数	无量纲
$h_c$	对流换热系数	$W/(m^2 \cdot ^\circ C)$
$h_r$	辐射换热系数	$W/(m^2 \cdot ^\circ C)$
$T_{cl}$	着装人体外表面平均温度	℃
$q$	单位质量相变材料潜热值	J/g

问题四模型中的相变潜热值 $Q$ 即为公式中的 $qm_{pcm}$ ，其他参数确定的情况下，防护时间与 $qm_{pcm}$ 成正比，即与 $Q$ 成正比，模型得以验证。

## 6 模型的推广与应用

### 6.1 模型的推广

在问题一的热量传递模型中,将人的皮肤温度视为与人体内部核心温度相等——恒为 37℃,并以此作为偏微分方程的边界条件,使用离散差分法求出了温度随时空的变化情况。但结合实际情况来看,在超低温外界环境下,人体皮肤温度也将随时间推移而逐渐降低,但这个过程中的人体核心温度仍然维持 37℃,所以我们更进一步,在问题一防护服热量传递模型基础上引入人体内部从皮肤层到核心层的热量传递模型<sup>[1]</sup>,人体热量传导与防护服热量传导间的间隙视为仅有空气对流传热,以此建立皮肤与最内层织物间的连续条件,见式 6-1,即通过两层边界的温度关系将人体内热量传导与防护服热量传导联系在了一起,构成更完整更符合实际的热量传递模型,求解思路同样是离散差分,相变材料用焓法进行离散,最后可求得更符合实际的结果。

#### 人体热量传递模型

研究人体温度分布的基础是能量平衡关系,人体热系统数学模型可以采取多种形式,而最简单的模型就是能量平衡方程:

$$\phi_{st} = \phi_m \pm \phi_r \pm \phi_{conv} \pm \phi_{cond} - \phi_{e,s} - \phi_{res} - \phi_{wk} \quad (6-1)$$

式中:  $\phi_{st}$ ——储存能量(热流量)的变化,  $W$

$\phi_m$ ——代谢产热热流量,  $W$

$\phi_r$ ——辐射换热热流量,  $W$

$\phi_{conv}$ ——对流换热热流量,  $W$

$\phi_{cond}$ ——传导导热热流量,  $W$

$\phi_{e,s}$ ——增发散热热流量,  $W$

$\phi_{res}$ ——呼吸散热热流量,  $W$

$\phi_{wk}$ ——人体对外做功,  $W$

参考文献<sup>[1]</sup>研究人体躯干在穿着相变防护服时的热状态变化情况,将人体躯干取为一个圆柱体,并假设其为无限长,这样就不用考虑长度方向的导热。

Penne 提出的著名生物热方程,第一次将生物组织与一般工程材料的传热从根本上区别约束,其形式为式 6-2 (符号于后面统一说明):

$$\begin{cases} \rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \nabla(\lambda \nabla T) + q_{v,m} + q_{v,b} \\ q_{v,b} = m_{v,b} c_b (t_{ar} - t) \end{cases} \quad (6-2)$$

该生物热方程计算起来非常简单,并没有考虑人体的热调节活动(血管运动、出汗、寒颤)对人体温度分布的影响。

本模型将人体分为 4 个同心层,即核心层、肌肉层、脂肪层、皮肤层,分别用 c(core)、re(muscle)、f(fat)、s(skin)表示。不考虑人体的寒颤产热,不考虑人体的控制系统对温度分布的影响,采用 Penne 最早提出的生物热方程描述人体热状态变化,皮肤与空气之间的只考虑对流一种方式。

#### 方程及定解条件如下:

如图 6.1 所示低温防护服与人体内部结构之间的一维传热模型图,定义其坐标系后,依据模型一构建人体内部的热量传递模型,见式 6-3。

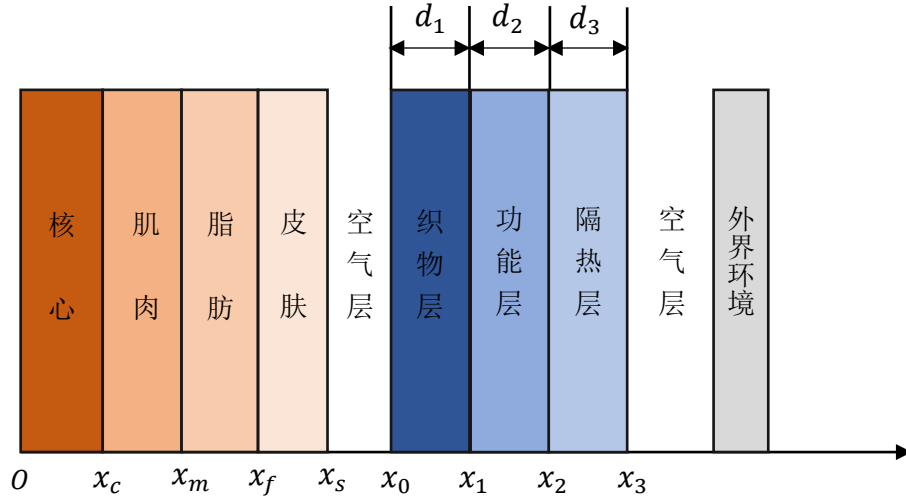


图 6.1 人体热量模型一维传热示意图

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{人体核心层: 即 } 0 \leq x \leq x_c \text{ 时} \\ \begin{cases} T = 37^\circ\text{C} \\ T|_{x=x_c^-} = T|_{x=x_c^+} = 37^\circ\text{C} \end{cases} \\ \text{人体肌肉层, 即 } x_c \leq x \leq x_m \text{ 时} \\ \begin{cases} \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left( k_m x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + m_{mb} c_b (T_b - T) + q_{mm} = \rho_m c_m \frac{\partial T}{\partial x} \\ T|_{x=x_m^-} = T|_{x=x_m^+} \end{cases} \\ \text{人体脂肪层, 即 } x_m \leq x \leq x_f \text{ 时} \\ \begin{cases} \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left( k_f x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + q_{fm} = \rho_f c_f \frac{\partial T}{\partial t} \\ T|_{x=x_f^-} = T|_{x=x_f^+} \end{cases} \\ \text{人体皮肤层: 即 } x_f \leq x \leq x_s \text{ 时} \\ \begin{cases} \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left( k_s x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + m_{sb} c_b (T_b - T) + q_{sm} = \rho_s c_s \frac{\partial T}{\partial t} \\ -k_s \frac{\partial T}{\partial x} |_{x=x_s} = h_{c2} (T_p - T_1|_{x=x_0}) = -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} |_{x=x_0} \end{cases} \end{array} \right. \quad (6-3)$$

人体热传导符号说明:

$x_c$ 、 $x_m$ 、 $x_f$ 、 $x_s$ 分别为核心层、肌肉层、脂肪层、皮肤层外层的位置坐标。

$k_m$ 、 $k_f$ 、 $k_s$ 分别为肌肉层、脂肪层、皮肤层的导热系数。

$c_m$ 、 $c_f$ 、 $c_s$ 、 $c_b$ 分别为肌肉层、脂肪层、皮肤层、血液的比热容。

$\rho_m$ 、 $\rho_f$ 、 $\rho_s$ 分别为肌肉层、脂肪层、皮肤层的密度。

$m_{mb}$ 、 $m_{sb}$ 分别为肌肉层、皮肤层的血流量。

$T_b$ 为血液温度  $37^\circ\text{C}$ ， $q_m$ 为基础代谢产热量。

人体热传导参数取值说明:

$x_c = 75\text{mm}$ ， $x_m = 116\text{mm}$ ， $x_f = 130\text{mm}$ ， $x_s = 133\text{mm}$ 。

躯干各单元基础代谢产热 $q_m$ 取均值  $1000 \text{ W/m}^3$ 。

$m_{mb} = 2.647$ ， $m_{sb} = 1.673$ 。

各组织部分的相关参数见表 6.1。

表 6.1 各组织部分的相关参数

组织名称	密度 ( $Kg/m^3$ )	比热容 ( $J/(Kg \cdot K)$ )	导热系数 $W/(m \cdot ^\circ C)$
皮肤	1085	3680	0.44
脂肪	920	2300	0.21
肌肉	1085	3800	0.51
血液	1059	3850	0.47

### 模型综合

将式 6-3 与式 5-7 联立可得：

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{array}{l} \text{综合模型} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{人体热传导} \left\{ \begin{array}{l} \text{人体核心层：即 } 0 \leq x \leq x_c \text{ 时} \\ \left\{ \begin{array}{l} T = 37^\circ C \\ T|_{x=x_c^-} = T|_{x=x_c^+} = 37^\circ C \end{array} \right. \\ \text{人体肌肉层，即 } x_c \leq x \leq x_m \text{ 时} \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left( k_m x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + m_{mb} c_b (T_b - T) + q_{mm} = \rho_m c_m \frac{\partial T}{\partial t} \\ T|_{x=x_m^-} = T|_{x=x_m^+} \end{array} \right. \\ \text{人体脂肪层，即 } x_m \leq x \leq x_f \text{ 时} \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left( k_f x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + q_{fm} = \rho_f c_f \frac{\partial T}{\partial t} \\ T|_{x=x_f^-} = T|_{x=x_f^+} \end{array} \right. \\ \text{人体皮肤层：即 } x_f \leq x \leq x_s \text{ 时} \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left( k_s x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + m_{sb} c_b (T_b - T) + q_{sm} = \rho_s c_s \frac{\partial T}{\partial t} \\ -k_s \frac{\partial T}{\partial x} |_{x=x_s} = h_{c2} (T_p - T_1|_{x=x_0}) = -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} |_{x=x_0} \end{array} \right. \end{array} \right. \\
 & \left. \begin{array}{l} \text{防护服热传导} \left\{ \begin{array}{l} \text{控制方程： } \rho_i c_i \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_i \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (i = 1, 2, 3) \\ \text{边界条件： } \left\{ \begin{array}{l} -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} |_{x=x_0} = h_{c2} (T_p - T_1|_{x=x_0}) \\ -\lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} |_{x=x_3} = h_{c1} (T_3|_{x=x_3} - T_e) \end{array} \right. \\ \text{连续条件： } \left\{ \begin{array}{l} T(x_i^-, t) = T(x_i^+, t) \\ \lambda_i \frac{\partial T}{\partial x} (x_i^-, t) = \lambda_{i+1} \frac{\partial T}{\partial x} (x_i^+, t) \end{array} \right. \\ \text{初始条件： } T(x, 0) = T_p \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (6-4)
 \end{aligned}$$

上述模型的求解同样可以采用数值离散的方式对整个偏微分方程组进行离散化处理，通常包括有限元法和有限差分法等。对于相变材料，也采用焓法模型进行离散处理，编程思想基本和前面一致。引入人体从核心部位到肌肉到脂肪再到皮肤的热量传递模型，构建人体—防护服热量传递模型，比单纯考虑防护服的热传递更完善也更符合实际情况。

## 6.2 模型的应用

本文在极端低温条件下构建了低温相变防护服热传递模型，可保证人体表面温度在人体正常承受范围内，有效延缓人体温度过快降低。同时此模型的建立为低温防护服的设计，隔热系统的功能性设计提供理论参考，对研究低温作业环境中热防护性能提升有重要价值。

## 参考文献

- [1] 张云鹏. 人体热调节系统模型在相变防护服研究中的应用[D].中国科学技术大学, 2007.
- [2] 张玉辉, 刘海波, 赵丰东. 探讨用差示扫描量热法(DSC)测量相变材料相变温度和相变焓[J]. 中国建材科技, 2006, 15(004):35-37.
- [3] 李新春, 王中伟. 一维热电模块的瞬态传热过程研究[J]. 太阳能学报, 2016, 037(007):1826-1831.
- [4] 徐文华, 钱锋. 第五部分 人-环关系的研究 人体与环境对流换热系数的理论计算 [C]// 第一届全国人—机—环境系统工程学术会议论文集. 1993.
- [5] 李晓霞. 基于需求计算的相变低温防护服热需求分析[D]. 苏州大学, 2014.
- [6] 张芑. 冷环境不同代谢水平下相变调温服防护需求分析[D]. 苏州大学, 2016.
- [7] 康云星. 不同活动水平多层着装热阻变化及其对热感觉影响研究[D]. 青岛理工大学, 2018.

## 附录

### 附录 1

```
function [t_total] = skT(x,h1,h2,Q,q)
Tf = 19.78+273.15; %相变温度
d = 5.3; %相变半径
T0 = 37+273.15; %初始温度
rou=[208,552.3,300]; %各层密度
c=[4803.8,2400,5463.2]; %各层比热
lam=[0.068,0.06,0.0527]; %各层导热系数
dx=[0.000025,0.00002,0.000015]; %各层空间步长
dt=0.003; %时间步长
Tout=-40+273.15;Tin=37+273.15; %初始温度
l1=int8(x(1)/dx(1))+1; %记录每段接触点的位置
l2=l1+x(2)/dx(2);
l3=l2+x(3)/dx(3);
Hs = c(2)*(Tf-d); %相变层固体焓
Hl = c(2)*(Tf+d)+Q; %相变层液体焓
T = zeros(1,l3);%初始化温度 T 的二维矩阵
H = zeros(1,l2);%初始化焓的二维矩阵
T(1,:)=T0; %第 0 秒设置所有点的温度是 37
mark = 0;
if (h1 == 0)
    mark = 1;
end
for i = l1:l2
    if (T(1,i) <= Tf - d)
        H(1,i) = c(2)*T(1,i);
    elseif (T(1,i) >= Tf - d&&T(1,i) <= Tf + d)
        H(1,i) = c(2)*T(1,i)+(T(1,i)-(Tf-d))*Q/(2*d);
    else
        H(1,i) = Hl +c(2)*(T(1,i)-(Tf+d));
    end
end
end
%% 差分计算
n = 1;
while (T(n,1)>288.15)
    if (h1 == 0|mark == 1)
        h1 = 2.38*(T(n,l3)-Tout)^0.25; %每个时间段外界与衣服最外层的对流传热系数
    end
    %    h1 = 11.87*(3)^0.5;
    for i=l3:-1:l2+1
        if (i == l3)
```

```

        T(n+1,i)=(h1*(Tout-T(n,i))-lam(3)*(T(n,i)-T(n,i-1))/dx(3))*dt/(0.5*dx(3)*rou(3)*c(3))+T(n,i);
    else
        T(n+1,i)=lam(3)*(T(n,i+1)-2*T(n,i)+T(n,i-1))/dx(3)*dt/(dx(3)*rou(3)*c(3))+T(n,i);
    end
end
for i=l2:-1:l1
    if (i == l2)
        T(n+1,i) = (lam(3)*(T(n,i+1)-T(n,i))/dx(3)+lam(2)*(T(n,i-1)-T(n,i))/dx(2))*dt/(0.5*(dx(3)*rou(3)*c(3)+dx(2)*rou(2)*c(2)))+T(n,i);
    elseif (i == l1)
        T(n+1,i) = (lam(2)*(T(n,i+1)-T(n,i))/dx(2)+lam(1)*(T(n,i-1)-T(n,i))/dx(1))*dt/(0.5*(dx(2)*rou(2)*c(2)+dx(1)*rou(1)*c(1)))+T(n,i);
    else
        H(n+1,i) = (lam(2)*dt*(T(n,i+1)-2*T(n,i)+T(n,i-1)))/(dx(2)*dx(2)*rou(2))+H(n,i);
        if (H(n+1,i) < Hs)
            T(n+1,i) = H(n+1,i)/c(2);
        elseif (H(n+1,i) <= Hl && H(n+1,i) >= Hs)
            T(n+1,i) = (H(n+1,i) + (Tf-d)*Q/(2*d))/(c(2)+Q/(2*d));
        else
            T(n+1,i) = Tf + d + (H(n+1,i) - Hl)/c(2);
        end
    end
end
for i=l1-1:-1:1
    if (i == 1)
        T(n+1,i) = (h2*(Tin-T(n,i))+lam(1)*(T(n,i+1)-T(n,i))/dx(1)+q)*dt/(0.5*dx(1)*rou(1)*c(1))+T(n,i);
    else
        T(n+1,i)=lam(1)*(T(n,i+1)-2*T(n,i)+T(n,i-1))/dx(1)*dt/(dx(1)*rou(1)*c(1))+T(n,i);
    end
end
n = n + 1;
end
t_total = (n-1)*dt; %计算得防寒时间

```

## 附录 2

```

%% 初始化参数
clear;
Q = 148193.3; %相变潜热值

```

```

S = 0.0061*170+0.0128*60-0.1529; %人体表面积
Ar = 1.25;
A = S*Ar; %服装面积
m = A*0.0007*208/0.5*500+A*0.0003*300/0.5*150+A*10; %原有投入资金
dr_max = 0.5*m/150*0.5/300/A; %最大可增加的最外层厚度
n = fix(dr_max/0.0003); %最大可增加的最外层层数
i = 0;
h1 = 0; %外界与衣服最外层的对流传热系数，函数内处理
h2 = 3; %人体表面与内层见空气对流传热系数
q = 120; %人体单位面积产热速率
%% 计算
while (i <= n)
    dr = i*0.0003;
    w = A*(0.0007*208+0.0004*552.3+(0.0003+dr)*300); %总质量
    t1 = ceil((100 - w)/0.5)*10; %最大承重时间
    x = [0.0007,0.0004,0.0003+dr]; %增厚
    t2 = skT3(x,h1,h2,Q,q); %计算最大防寒时间，skT3 为由于计算时间限制，调整参数步长
    后的函数
    if (t1 <= t2)
        t3_list(i+1) = t1; %取最大防寒时间与最大承重时间的最小值为问题三坚持时间
    else
        t3_list(i+1) = t2;
    end
    i = i + 1;
end

```

## 附录 3

```

%% 初始化参数
clear;
load t3_list.mat;
t_max = max(t3_list); %取问题三中最大坚持时间为目标时间
h1 = 0; %外界与衣服最外层的对流传热系数，函数内处理
h2 = 3; %人体表面与内层见空气对流传热系数
x = [0.0007,0.00045,0.0003]; %各层厚度
n = 1;
dQ = 100000; %初始相变潜热值变化步长
Q = 148193.3; %初始相变潜热值
Q_list(n) = Q;
q = 70; %人体单位面积产热速率
t_qlist(n) = skT3(x,h1,h2,Q,q); %计算最大防寒时间，skT3 为由于计算时间限制，调整参数步长后的函数
%% 变步长计算满足目标时间的最大相变潜热值
while (t_qlist(n)<t_max)

```



```

n = n + 1;
if (1 - t_qlist(n-1)/t_max < 0.1 && 1- t_qlist(n-1)/t_max >= 0.05)
    dQ = 10000;
elseif (1 - t_qlist(n-1)/t_max < 0.05 && 1- t_qlist(n-1)/t_max >= 0.01)
    dQ = 5000;
elseif (1 - t_qlist(n-1)/t_max < 0.01 && 1- t_qlist(n-1)/t_max >= 0.003)
    dQ = 3000;
elseif (1 - t_qlist(n-1)/t_max < 0.003 && 1- t_qlist(n-1)/t_max >=
0.0012)
    dQ = 1000;
elseif (1 - t_qlist(n-1)/t_max < 0.0012 && 1- t_qlist(n-1)/t_max >=
0.0005)
    dQ = 500;
elseif (1 - t_qlist(n-1)/t_max < 0.0005 && 1- t_qlist(n-1)/t_max >=
0.0002)
    dQ = 250;
elseif (1 - t_qlist(n-1)/t_max < 0.0002)
    dQ = 100;
end
Q_list(n) = Q_list(n-1)+dQ;
t_qlist(n) = skT3(x,h1,h2,Q_list(n),q);
end

```