

邮政运输网络中的邮路规划和邮车调度

摘要

本文针对问题一带有时间窗的邮政运输问题 (VRPTW)，建立起了双目标的模型，首先要求车辆最少，其次要求因为空车率而造成的收益损失要尽可能小。对于问题一的求解文中使用了两种方法，首先是基于 2-opt 方法进行线路内优化的节约算法，通过忽略时间窗约束求出了一组解，经时间约束检验为可行解。然后使用模拟退火算法将已求出的可行解作为初试可行解带入进行优化处理，得到了不错的结果：最少用三辆车即可满足该县的运输需求，得到的因为空车率而造成的损失为：47.6 元，三条邮路分别为：

X1→(Z10)→Z8→Z7→Z5→Z6→Z15→Z11→X1; X1→Z4→Z13→Z1→Z2→Z10→X1; X1→Z12→(Z14)→(Z15)→Z16→Z9→(Z10)→(Z4)→Z3→(Z4)→Z14→X1, 括号内支局表示经过但不收发邮件。

对于问题二这种 6 个 VRPTW 的耦合计算问题，考虑到这是 NP-hard 问题，所以重点放在寻找较优解上。首先考虑对区级 VRPTW 通过模拟退火算法进行优化求解，推求出各县级的时间约束，再对县级进行优化求解，求得一个可行解，因为这是分两层利用模拟退火算法进行寻优的，有理由认为这是一个较优的解：总计使用 15 辆车，其中地市级邮车 4 辆，除了县 X₅ 是三辆外其他四个县均为 2 辆，一天运行总里程为 3164km，运行总成本为 9411 元，并给出了具体邮路。

对于问题三，本文着重考察县界附近的支局，运用聚类的思想将各支局归入距离最短的市局或县局内，至此，问题三就被转化成了另一个问题二，通过相同的计算我们得到了比问题二好的结果，可见打破县界是有效的。

对于问题四，我们认为较好的县局应该处于该县所有支局所构成的重心附近，并且还要与地市级邮政局有较好的联系。本着这种思想，本文采取固定其它条件，只迁移某一个县局的策略分别进行处理。认为 X₅ 局应该迁至支局 52 处，X₃ 局应该迁至支局 31 处，X₂ 应迁至支局 21 处。

关键词： VRPTW 模拟退火算法 破界 选址

一、 问题重述

我国的邮政运输网络采用邮区中心局体制，即以邮区中心局作为基本封发单元和网路组织的基本节点，承担着进、出、转口邮件的处理、封发和运输任务，在此基础上组织分层次的邮政网。邮路是邮政运输网络的基本组成单元，它是指利用各种运输工具按固定班期、规定路线运输邮件，并与沿线有交接频次的邮政局、所交换邮件总包所行驶的路线。邮路的结构形式有三种：辐射形、环形和混合形。

某地区的邮政局、所分布如图 1-1 所示，分为地市中心局（简称地市局）、县级中心局（简称县局）和支局三级机构，该地区的邮政运输网络由区级邮政运输网和县级邮政运输网构成。区级邮政运输网由从地市局出发并最终返回地市局的区级邮车所行驶的全部邮路构成，县级邮政运输网由从县局出发并最终返回县局的县级邮车所行驶的全部邮路构成。为使邮政企业实现低成本运营和较高的服务质量，我们需要对该地区的邮政运输网络进行重构，确定合适的邮路规划方案并进行邮车的合理调度。

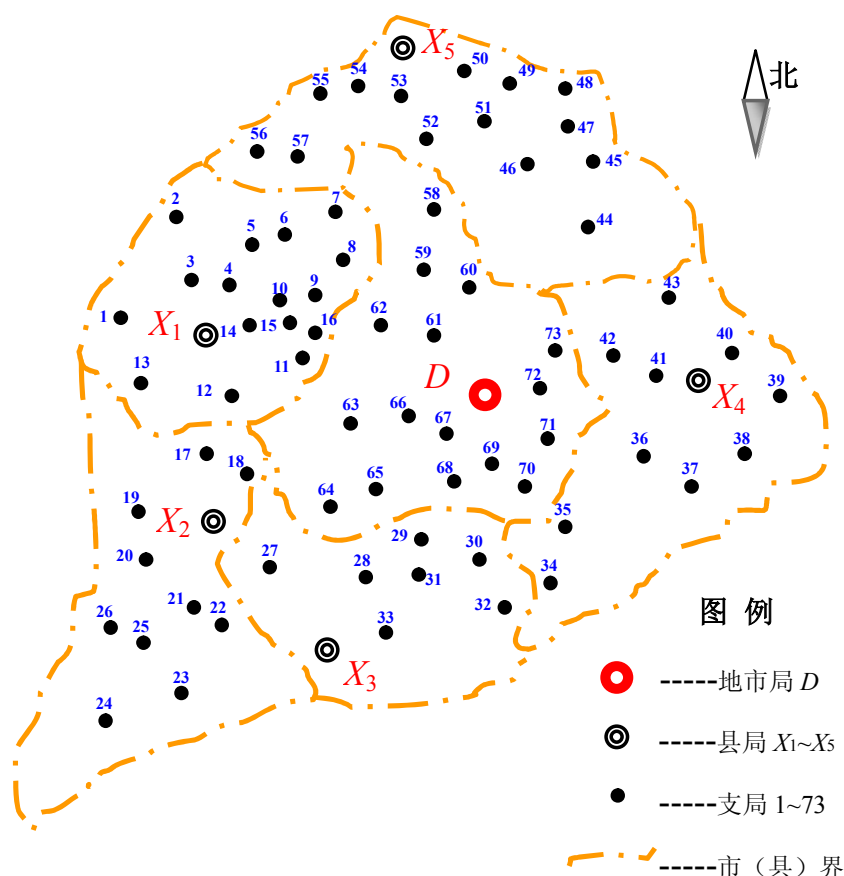


图 1— 1 某地区邮政局、所分布图

为了满足邮政的时限要求，必须尽可能地保证各县局、支局在营业时间内收寄的多数邮件能当天运送回地市局进行分拣封发等处理，以及每天到达地市局的多数邮件能当天运送到目的地县局、支局。该地区从地市局到县局每天两班车，从县局到支局每天仅有一班车。该地区的邮政运输流程及时限规定如下：

Step1:区级第一班次邮车从地市局 D 出发将邮件运送到各县局 Xi 和沿途支局,并将各县局 Xi 和沿途支局收寄的邮件运送回地市局 D; 区级第一班次邮车出发时间必须在 06:00 之后,返回地市局 D 时间必须在 11:00 之前。

Step2:县局 Xi 将当天区级第一班次邮车及前一天的区级第二班次邮车所送达的本县邮件进行集中处理,按寄达支局装上相应的县级邮车;县局 Xi 对邮件的集中处理时间为 1 小时(包括邮件的卸装、分拣封发等处理时间)。

Step3:各县级邮车将邮件运送到其负责的支局并将这些支局收寄的邮件运送回县局 Xi;

Step4: 区级第二班次邮车从地市局 D 出发将邮件运送到各县局 Xi 和沿途支局,并将各县局 Xi 收寄的邮件(包括当日各县级邮车运回县局 Xi 的邮件)和沿途支局收寄的邮件运送回地市局 D; 请注意区级第二班次邮车在县局 Xi 卸装完邮件后的出发时间必须在县局 Xi 的全部县级邮车返回县局并集中处理 1 小时以后,最终返回地市局 D 的时间必须在 18:00 之前。

假设区级两个班次邮车的行驶路线相同,要求区级邮政运输网必须至少覆盖该地市附近的 16 个支局 Z58, Z59, …… , Z73 和 5 个县局 X1, …… , X5。各县级邮政运输网必须覆盖本县内区级邮车不到达的支局。该地区邮局间公路网分布见表 1, 并且县级邮车平均时速为 30km/h, 区级邮车的平均时速为 65km/h, 邮车在各支局卸装邮件耗时 5 分钟, 在各县局卸装邮件耗时 10 分钟。

问题一:

以县局 X1 及其所辖的 16 个支局 Z1, Z2, …… , Z16 为研究对象,假设区级第一班次邮车 08:00 到达县局 X1, 区级第二班次邮车 16:00 从县局 X1 再出发返回地市局 D, 若每辆县级邮车最多容纳 65 袋邮件, 试问最少需要多少辆邮车才能满足该县的邮件运输需求? 同时, 为提高邮政运输效益, 应如何规划邮路和如何安排邮车的运行? (邮件量见表 2, $\text{空车率} = (\text{邮车最大承运的邮件量(袋)} - \text{邮车运载的邮件量(袋)}) / \text{邮车最大承运的邮件量(袋)}$, 单车由于空车率而减少的收入为 (空车率*2 元/公里))

问题二:

采用尽可能少、尽可能短的邮路可以减少邮政部门车辆和人员等的投入,从而显著降低全区邮政运输网的总运行成本。考虑投入车况较好的邮车, 通常每条邮路只需要一辆邮车即能满足运载能力要求, 试问应如何构建该地区的邮政运输网络(县的划分不能变更), 请你给出邮路规划和邮车调度方案。请注意邮车的调度必须满足上文中有关该地区的邮政运输流程及时限规定。(每条邮路的运行成本为 3 元/公里)

问题三:

考虑到部分县与县交界地带的支局, 其邮件由邻县县局负责运送可能会降低全区的运行成本, 带来可观的经济效益。若允许在一定程度上打破行政区域的限制, 你能否给出更好的邮路规划和邮车调度方案? (在此同样不必考虑邮车的运载能力的限制, 每条邮路的运行成本为 3 元/公里)

问题四：

县局选址的合理与否对构建经济、快速的邮政运输网络起到决定性的作用。假设图 2 中县局 X1, ……，X5 均允许迁址到本县内任一支局处，同时原来的县局弱化为普通支局。设想你是该地区网运部门负责人，请你重新为各个县局选址，陈述你的迁址理由并以书面材料形式提交省局网运处。

二、 问题分析

问题一是属于有时间窗的装卸问题（Pickup and Delivery Problem With Time Windows, PDPTW），题中的时间窗口主要是县局的车辆要在 9:00 之后发出，15:00 之前返回。研究目标是对县局 X_1 及其所辖的 16 个支局设计适当的路线，使车辆有序地通过它们，在满足一定的约束条件（在这里是各支局邮件的寄达量、邮件的收寄量、车辆出发和返回时间、车辆容量限制）下，达到所用车辆数量最少、车辆总计运行的路程尽量少、把因空车率而造成的损失尽可能降低到最小的目标。

PDPTW 被定义为一个整数规划问题，是有时间窗的车辆路径问题（Vehicle Routing Problem with Time Windows, VRPTW）的一般性推广，VRTW 是具有时间窗的 VRP，VRP 又是 TSP 的推广，而 TSP 已被证明是一个 NP-hard 问题，因此，PDPTW 也具有相同的复杂性。这类问题的规模较大，复杂度很高，有许多实际的约束条件，解决难度大。经过分析发现对于本问题而言装邮包点和卸邮包点都在同一处，因此 PDPTW 问题就退化为加强了一定装载要求的 VRPTW 问题，同时发现县局的时间约束是比较容易满足的，因此我们采取了将该约束去掉进行求解，将结果带入时间窗检验的方法，从结果可以看出该做法是可行的。这样该 VRPTW 问题就转化为了有容量约束的车辆路径即 CVRP 问题。

问题中定义的空车率为邮车最大承运的邮件量(袋)与邮车运载的邮件量(袋)的差除以邮车最大承运的邮件量(袋)，笔者认为用这种提法来描述邮政的运输效益是不甚合理的。一个明显的例子就是在环形邮路的情况下正向与逆向行驶完成的工作量是一样的，但通常会出现随着抵达支局的先后次序不同而发生空车率不同的现象，这与实际情况是不相符的。但考虑到由空车率算出收益的减少能从大体上反映出收益的情况，而且是否使用这个概念只牵扯到目标函数的选取，对于问题的类型没有影响，所以本着尊重题目本意的态度，对该收益的评估方法予以保留。

问题二是一个两层次（地区级层、县级层）有时间窗的车辆路径综合规划问题，本身 PDPTW 就属于 NP-hard 问题，具有很高的复杂度，因此对于本问题求得最优解是不现实的。各县级邮政运输网必须覆盖本县内区级邮车不到达的支局，也就是说县内被区级邮政运输网覆盖的支局县级的邮政运输网就不需覆盖，即区级邮政运输网影响着县级邮政运输网的覆盖范围；县级运输网的构建的是否合理通过影响时间窗，对地市级的网路又有着发作用。问题的目标是采用尽可能少、尽可能短的邮路来减少邮政部门车辆和人员等的投入，从而降低全区邮政运

输网的总运行成本。

综上，可见这两级站网的布设是相互影响、相互制约的，本文采用了先优化地区网，再优化各县级网的思想，先把两层网络分别寻优，然后根据寻优中遇到的问题进行逐步改进。

问题三与问题二的实质是相同的，因此我们也采取相同的思想来进行求解。

问题四再选定了县局以后又变成了问题二。我们考虑到同时对五个县局进行重新选址的复杂度，本文采取类似与灵敏度分析的方法，即先保持其中四个县局不变，将一个县局调整到到该县的地理位置较优的支局处，对整个地区的经济效益进行考察，并与原来的情况相比较，从而决定该县局的选址。同理对其它县进行相同操作，直至选出经济效益较好的情况。

三、 模型假设

为了解决问题的需要，做出如下假设：

1. 假设市局的车辆和县局的车辆的花费基本相当。
2. 假设在车辆不在任何邮政局等待。
3. 假设同一邮政局的所有车辆在同一时间发车。
4. 区级第二班次邮车发车时间应该在第一班次邮车全部返回之后。
5. 假设区级两个班次邮车的行驶路线相同，认为上下午反向行驶也是违反这一假设的。

四、 模型建立与求解

4.1 问题一

对问题一做如下表述：

县局 X_1 有 m 量车，需要对 16 个支局进行邮政运输服务，每个支局的邮件寄达和收寄量已知，分别用 $g_i, p_i (i=1,2,\dots,16)$ 表示，每辆车的最大载重量为 65 袋， d_{ij} (km) 表示从支局 i 到支局 j 的路程， α_{ijk} 为车辆 k 从支局 i 到支局 j 的空车率（空车率=(邮车最大承运的邮件量(袋)-邮车运载的邮件量(袋))/邮车最大

承运的邮件量(袋)), 取县局的编号为 0, 各节点编号为 $i(i=1,2,\dots,16)$, 定义如下决策变量:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{车辆 } k \text{ 从支局 } i \text{ 驶向支局 } j \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{支局 } i \text{ 的邮件由车辆 } k \text{ 负责运输} \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

建立此问题的数学模型如下:

$$\min \begin{cases} \sum_{j=1}^{16} \sum_{k=1}^m x_{ojk} \\ A = 2 \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^m x_{ijk} \alpha_{ijk} d_{ij} \end{cases} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{16} g_i y_{ik} \leq 65 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{16} p_i y_{ik} \leq 65 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{16} g_i y_{ik} - y_{jk} (g_j - p_j) \leq Q \quad k = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, 16 \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^m y_{ik} = \begin{cases} 1, & i = 1, 2, \dots, 16 \\ m, & i = 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{16} x_{ijk} = y_{jk}, \quad j = 1, 2, \dots, 16 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^{16} x_{ijk} = y_{ik}, \quad i = 1, 2, \dots, 16 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (7)$$

$$5 \sum_{i=1}^{16} y_{ik} + 2 \sum_{i=1}^{16} \sum_{j=1}^{16} d_{ij} x_{ijk} \leq 360 \quad (8)$$

上述模型中 (1) 式为目标函数, 由于出动一辆车的固定成本远远大于车辆的行驶成本, 因此以派出车辆最少 (运输路线条数最少) 为首要目标, 行车总距离最短, 空车率造成的损失最小为次要目标。式 (2)、(3) 为车辆的静态容量约束; 式 (4) 为车辆的动态容量约束; 式 (5) 保证了每个支局的邮包仅由一辆车完成运输, 而县局的邮包由所有车辆共同完成运输; 式 (6)、(7) 保证访某一支局的一辆车 k 也离开这个支局; 式 (8) 表示县局的时间窗约束, 所有运输任务只能在早晨 9:00 至下午 15:00 之间, 即 360 分钟内完成。

下面分别用节约算法和改进遗传算法两种方法对该问题进行求解：

4.1.1 基于 2-opt 方法进行线路内优化的节约算法

节约算法是由 Clarke 和 Wright 于 1964 年提出的，用以解决车辆数不固定的 VRP 问题。本算法的基本思路是：先假定从县局到每个支局都有一辆车运送邮件，这样其初始的路径就有 16 条，表示为 $\{x_1 z_1 x_1, x_1 z_2 x_1, \dots, x_1 z_{16} x_1\}$ 。定义路由历程节余，设从县局 x_1 到支局 z_i 和 z_j 各有一条邮路 $x_1 z_i x_1$ 和 $x_1 z_j x_1$ ，我们考虑如果一辆车既访问 z_i 又访问 z_j 而不破坏时限和负载约束条件的话则可将上述两条邮路合并为一条，此时，其所节约的里程为： $S_{ij} = d_{0i} + d_{0j} - d_{ij}$ ，（式中 d_{ij} 为用 Floyd 算法求出的支局 i 到支局 j 的最短路程）。以路由里程节余为判据，让路由里程节余最多的两个站进行路由的合并，此时就有可能出现一个线路内的访问各个支局的路径不是最优的情况，此时考虑运用 2-opt 方法对线路内进行优化。在合并后再计算各种结合情况的路由节余情况，再合并，直到没有路径再能合并为止，形成最终的几条路径。

线路内 2-opt 法优化：

在进行 VRP 线路内各节点排序优化时，通常采用 2-opt 法，假设 $(i, i+1)$ 和 $(j, j+1)$ 是当前可行解的两条边，此时 2-opt 法考察 $(d_{i,j} + d_{i+1,j+1})$ 与 $(d_{i,i+1} + d_{j,j+1})$ 的大小，若前者小于后者，则运算后将得到两条新边 (i, j) 和 $(i+1, j+1)$ ，并对原来 j 和 $i+1$ 之间的路径进行翻转，就得到了新解，如图 4-1 所示。

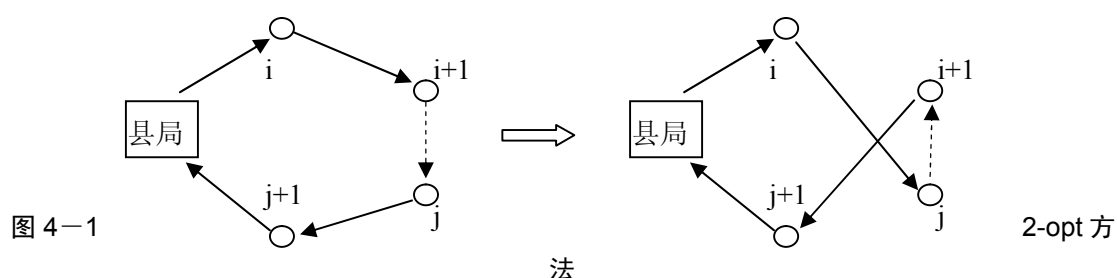


表 4-1 为个局的最短路程，4-2 为第一次合并计算的节余表。同时因为寄达 16 个支局的邮包总数为 176，而总共需要收寄的邮包数为 170，每辆车的装载能力为 65 包，理论上最少需要 3 辆车才能满足运输要求，而本文找到了一种 3 条邮路的运输方案，因此有理由认为 3 辆车是满足运输要求的最少的车辆数目。运行总里程数为 366km，因为空车率而减少的收入即空车损耗为 98.12 元，路径及详细计算结果如表 4-3 所示。因为时间有 6 个小时可用，可见时间试满足要求的。

表 4— 1 县局及各支局最短路程表

单位/km

	X1	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9	Z10	Z11	Z12	Z13	Z14	Z15	Z16
X1	0																
Z1	27	0															
Z2	36	31	0														
Z3	17	27	19	0													
Z4	11	38	33	14	0												
Z5	24	51	27	27	13	0											
Z6	31	58	32	34	20	9	0										
Z7	44	71	45	47	33	21	13	0									
Z8	40	67	64	49	35	37	32	19	0								
Z9	30	57	53	39	25	26	32	30	11	0							
Z10	20	47	47	29	15	26	35	39	20	10	0						
Z11	25	52	61	42	33	43	47	50	31	20	18	0					
Z12	21	48	57	38	32	45	52	65	54	43	36	23	0				
Z13	21	21	52	38	32	45	52	65	61	51	41	46	27	0			
Z14	18	41	48	29	15	28	35	48	34	24	14	25	22	39	0		
Z15	27	52	56	38	24	29	33	44	25	14	9	14	33	48	11	0	
Z16	36	61	63	44	30	38	42	40	21	13	18	23	42	57	20	9	0

表 4— 2 第一次合并计算的节余表

单位/km

	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9	Z10	Z11	Z12	Z13	Z14	Z15	Z16
Z1	0															
Z2	32	0														
Z3	17	34	0													
Z4	0	14	14	0												
Z5	0	33	14	22	0											
Z6	0	35	14	22	46	0										
Z7	0	35	14	22	47	62	0									
Z8	0	12	8	16	27	39	65	0								
Z9	0	13	8	16	28	29	44	59	0							
Z10	0	9	8	16	18	16	25	40	40	0						
Z11	0	0	0	3	6	9	19	34	35	27	0					
Z12	0	0	0	0	0	0	0	7	8	5	23	0				
Z13	27	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	0			
Z14	4	6	6	14	14	14	14	24	24	24	18	17	0	0		
Z15	2	7	6	14	22	25	27	42	43	38	38	15	0	34	0	
Z16	2	9	9	17	22	25	40	55	53	38	38	15	0	34	54	0

表 4— 3 节约算法计算结果

车号	路线	路程 (km)	时间 (min)	空车损失 (元)
1	X1→(Z4)→Z5→Z4→Z3→Z2→Z1→Z13→X1	143	316	20.86
2	X1→(Z4)→Z6→Z7→Z8→Z9→Z16→(Z15)→X1	123	271	34.68
3	X1→Z14→Z15→Z10→Z11→Z12→X1	100	225	44.37
总计:	(括号中的支局表示经过但不投递)	366		98.12

4.1.2 模拟退火算法

现考虑用模拟退火算法来求解带时间窗的的装卸问题，即 VRPTW。模拟退火算法最早的思想由 Metropolis 在 1953 年提出。KIRKPATRICK 等在 1983 年成功地应用在组合优化问题中，其出发点是基于物理中固体物质的退火过程与一般组合优化问题之间的相似性。在对固体物质进行退火处理时，常先将它加温使其粒子可以自由运动，然后使粒子系统的温度以足够慢的速度下降。若温度下降的速率足够慢，系统近似处于热力学平衡点。随着温度逐渐下降，最后系统将达到本身的最低能量状态，即基态，这相当于能量函数的全局最小点。组合优化问题的目标函数与能量等价，解与微观状态等价，最优解与能量最低状态等价。它是在一个给定温度下，搜索从一个状态随机变化到另一个状态，并用一个随机接受准则（Metropolis 准则）进行判断。温度缓慢下降，当温度很低时，它以概率 1 停留在最优解上。

模拟退火算法可以分解为解空间、目标函数和初始解三部分。模拟退火算法需要一个初试可行解，不妨使用节约算法的结果，记为 f_0 。邻域解的构造是通过两种方法：路径间调整和路径内优化。路径间调整采用两种方法：插入法和交换法。插入法是随机选取两条不同的路径，从一条路径中随机选取一个支局，插入到另外一条路径中，插入的过程要保证另外一条路径上各支局的总寄达量、总收寄量在插入后没有超过其车辆载货量。交换法是随机选取两条不同的路径，然后从两条路径中分别随机选取两个支局进行交换，交换要满足两条路径上车辆的载货量限制。本文中路径内优化采用 2-opt 法。

模拟退火算法的温度下降规则为按比例下降，即 $T_{i+1} = \alpha T_i$ ， T_i 为第 i 次迭代温度， α 为衰减系数。退火策略是：

(1) 若在温度 T_i 时，随机进行 U 次循环，就认为在该温度下，每个分子都已经有足够的机会达到最佳位置，因而可以将温度下降到 αT_i ；

(2) 若在温度 T_i 时，成功对解改进 L 次。这相当于退火过程中，已有足够的分子达到了最佳位置。在这时，也将温度下降到 αT_i 。

算法停止规则是当温度降至终止温度 t_f 时，算法停止，表示已经达到最低温度。模拟退火算法的流程如图 4-2 所示。

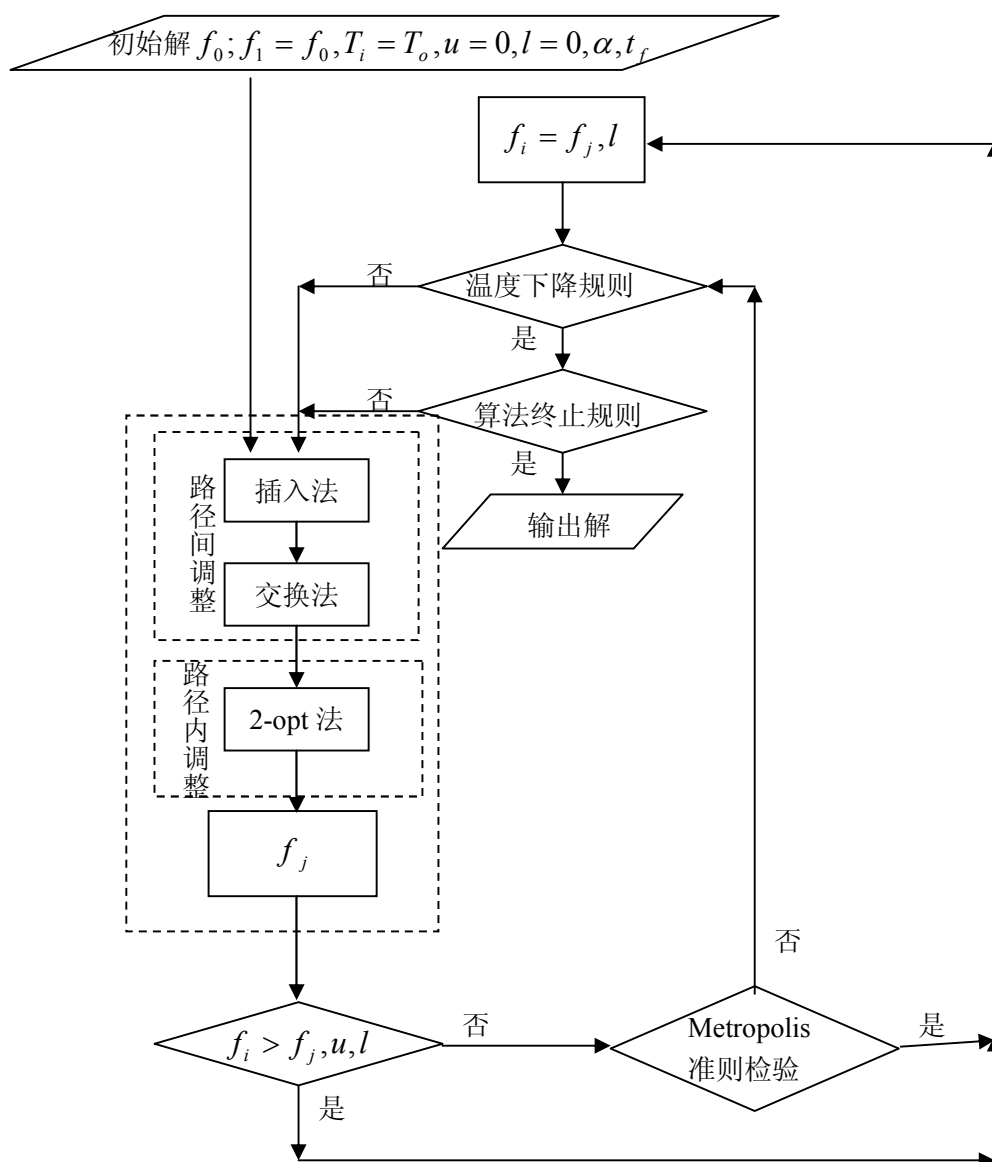


图 4-2 模拟退火算法的流程图

具体步骤如下：

Step 1: 设置控制参数，包括初始温度 T_0 ，温度衰减系数 α ，终止温度 t_f ，当前温度迭代次数 u ，当前成功迭代次数 l 。

Step 2: 引入可行解 f_0 ，令 $f_i = f_0$ 。

Step 3: 构造邻域解，按照上述方法得到一个邻域解 f_j ，且令 $u=u+1$ 。

Step 4: 比较，如果 $f_j \geq f_i$ ，则转步骤 5；否则 $f_i = f_j$ ，记录当前解为最优解, $l = l + 1$ ，转 Step 6。

Step 5: Metropolis 准则检验。计算 $\Delta f_{ij} = f_j - f_i$ ，若 $e^{-\Delta f_{ij}/T_i} > \varepsilon$ ， ε 为(0,1)上的随机数，则 $f_i = f_j, l = l + 1$ ；否则，转 Step 6。

Step 6: 温度下降规则。若 $u \geq U$ 或 $l \geq L$ ，则 $T_{i+1} = \alpha T_i, u = 0, l = 0$ ，转 Step 7；否则返回 Step 3。

Step 7: 算法终止规则。若当前温度 $T_{i+1} \leq t_f$ ，算法终止;否则返回 Step 3。

求解问题一涉及到车辆分配问题，该问题目前多采用试算法，但该法求解速度慢，并且对车辆需求往往估计过高。本文结合模拟退火算法的特点（通过概率筛选求得全局最优解），提出了标识基因标识法。该法具体做法是在解中设置特殊标识符，该标识符将解分成一个个小片段，从而实现解的分解分片。在程序运行中标识符与其他普通因子一样参与计算与重构，但比保证标识符不能相邻保护标识作用。通过上述及其他控制试验分片的演进。

我们编程进行求解，首先得出了如表 4—4 所示的结果，此时空车损失降低到了 47.6 元，但路程却加大到了 484km，可见空车率这一提法是不甚科学的，为此我们把目标函数变成路程最短，得出如表 4—5 所示的结果，此时所需跑的路程仅为 343km。

表 4—4 以空车损失最小为目标函数的模拟退火算法计算成果表

车号	路线	路程 (km)	时间 (min)	空车损失 (元)
1	X1→(Z10)→Z8→Z7→Z5→Z6→Z15→Z11→X1	161	352	18.3
2	X1→Z4→Z13→Z1→Z2→Z10→X1	162	349	13.0
3	X1→Z12→(Z14)→(Z15)→Z16→Z9→(Z10)→(Z4)→Z3→(Z4)→Z14→X1	162	349	16.6
总计:	(括号中的支局表示经过但不投递)	484		47.9

表 4—5 以路程最短为目标函数的模拟退火算法计算成果表

车号	路线	路程 (km)	运行时间 (min)
1	X1→Z14→Z15→Z16→(Z15)→Z11→Z12→X1	105	235
2	X1→Z13→Z1→Z2→Z3→Z4→X1	127	259
3	X1→Z10→Z9→Z8→Z7→Z5→Z6→(Z4)→X1	121	272
总计:	(括号中的支局表示经过但不投递)	343	

至此问题一已得到完整的解决，即最少需要 3 辆车才能满足该县的邮件运输要求，同时如果以题中所给空车率的计算方法为考察目标则应使用表 4—4 所示的三条邮路来安排邮车，如果以路程最短为目标则应以表 4—5 所示的三条邮路来安排邮车。；；

4.2 问题二

现将市局编码为 0，县局分级编码为 1,2,⋯,5。i 局发出 m_i 辆车 1,2,⋯, k_i , ⋯, m_i ，总计跑的路程为 S_i 。将各支局用 j 编码，则 $j=1,2,\dots,73$ ，第 i 局所辖支局编码的区间为 (L_i, U_i) 。市局第一班车、第二班车发车时刻分别为 a_{01}, a_{02} ，到达第 i ($i=1,2,\dots,5$) 县局的时刻分别为 t_{1i}, t_{2i} ， m_0 辆车中回到区级局的最晚的一辆车返回的时刻分别为 b_{01}, b_{02} 。县局班车发出时刻为 lt_i ，回到县局时刻 ut_i 。定义：

$$X_{jk_i} = \begin{cases} 1, & \text{支局 } j \text{ 的运输任务由 } i \text{ 局的车 } k_i \text{ 负责} \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

则建立如下数学模型：

$$\min \begin{cases} M = \sum_{i=0}^5 m_i \\ Y = 3 \sum_{i=0}^5 S_i \end{cases} \quad (9)$$

$$\sum_{k_0=1}^{m_0} \sum_{j=58}^{73} X_{jk_0} = 16 \quad (10)$$

$$\sum_{k_0=1}^{m_0} \sum_{j=L_i}^{U_i} X_{jk_0} + \sum_{k_i=1}^{m_i} \sum_{j=L_i}^{U_i} X_{jki} = U_i - L_i + 1 \quad i = 1, 2, \dots, 5 \quad (11)$$

$$6 \leq a_{01} < b_{01} \leq 11, b_{01} < a_{02} < b_{02} \leq 18 \quad (12)$$

$$t_{1i} + 1 \leq lt_i < ut_i \leq t_{2i} - 5/6 \quad i = 1, 2, \dots, 5 \quad (13)$$

(9) 式为目标函数，因为采用尽可能少、尽可能短的邮路可以减少邮政部门车辆和人员等的投入，从而显著降低全区邮政运输网的总运行成本，所以全区出车数量的最小化是第一目标，其次就是尽量做到总体邮路运行成本尽可能的低。(10) 式要求市辖支局 Z58, Z59, ⋯, Z73 全部由市局的车辆来提供运输服务。(11) 式要求对于各县而言，县局的车辆为没有被市局车辆提供服务的县辖支局提供服务，并且每个县的县辖支局不应由其他县局提供服务。(12) 式是区级邮车的发车和返回时间限制；(13) 式是县级邮车的发车和返回时间限制。

该问题也是 VRPTW 问题，只是不带有荷载约束，因此只要对问题一所采用的模拟退火算法进行适当的进行约束条件变换，即可对本问题进行逐层求解。由于

区级两班次邮车行驶路线相同，现设区级邮车 k_0 的邮路经过县局 x_i ，全程运行路程为 s_{k_0} ，则可以算出县局 x_i 的邮车最长运行时间 $T_{i,\max} = 10 - \frac{s_{k_0}}{65}$ （一条邮路上只有一个县局），即第一班车直达 x_i ，不对从 D 到 x_i 沿途的支局进行服务，在回程段对沿途支局进行服务；第二班车先对从区级站到 x_i 中的沿途各支局进行服务，而回程则直接返回。此时所有服务时对于 x_i 是没有影响的。当一条路径上有两哥县局时，则两个县局的时间窗相应减少 10min，除此之外，两个县局还要共同减少两个局中间的支局的装卸时间。先对区级 VRPTW 运用模拟退火算法进行优化得出如表 4-6 所示四条路径。

表 4-6 区级优化路径表

车号	路径	运行距离	运行时间	出发时刻
1	D→(Z62)→(Z9)→(Z10)→X1→Z12→X2→Z18→Z63→Z66→D	243	4.41	
	D→Z62→Z9→Z10→X1→(Z12)→X2→(Z18)→(Z63)→(Z66)→D		4.32	13:40
2	D→(Z67)→(Z65)→(Z64)→X3→Z31→Z68→Z70→Z69→D	250	4.35	
	D→Z67→Z65→Z64→X3→(Z31)→(Z68)→(Z70)→(Z69)→D		4.26	13:44
3	D→(Z72)→(Z73)→(Z41)→X4→Z41→Z71→D	150	2.64	
	D→Z72→Z73→(Z41)→X4→(Z41)→(Z71)→D		2.64	15:21
4	D→(Z60)→(Z59)→(Z52)→X5→Z52→Z58→Z61→D	263	4.46	
	D→Z60→Z59→(Z52)→X5→(Z52)→(Z58)→(Z61)→D		4.38	13:37

表中同一车号的两个路径表示 D 发出的两班车，括号中支局表示经过但不服务，出发时刻表示第二班车从 D 发车的时刻。区级运行距离为 1812km（=2×(243+250+150+263)），运行成本为 5436 元（=3×2×(243+250+150+263)）。可得五个县局的时间窗口为：

表 4-7 县级邮车的时间窗口

单位/小时

县局	X1	X2	X3	X4	X5
时间窗口	6.01	6.09	6.15	7.69	5.95

然后分别对各个县进行计算得到如下结果：

表 4-8 县级优化路径表

县别	车号	路径	路程	时间	运行成本
X1	1	X1→14→11→15→16→8→7→6→5→4→X1	152	5.65	456
	2	X1→3→2→1→13→X1	109	3.97	327
X2	1	X2→17→19→X2	76	2.70	228
	2	X2→20→26→25→24→23→22→21→X2	148	5.52	444
X3	1	X3→33→32→30→29→28→X3	134	4.88	402
	2	X3→27→X3	68	2.35	204
X4	1	X4→40→39→38→37→35→34→36→X4	187	6.82	561
	2	X4→42→43→X4	86	3.03	258
X5	1	X5→55→56→57→54→X5	132	4.73	396

	2	X5→50→49→X5	70	2.50	210
	3	X5→48→47→45→44→46→51→X5	163	5.93	489
总计:	11		1325		3975

从而可得该地区的邮路运行总距离为 3164km ($=1812+1325$)，运行总成本为 9411 元 ($=5436+3975$)。

4.3 问题三

问题三提到：考虑到部分县与县交界地带的支局，其邮件由邻县县局负责运送可能会降低全区的运行成本，带来可观的经济效益。因此我们把考察重点放在县与县交界地方的支局上。

首先我们用 Floyd 算法把所有邮政局构成的一个完全图，然后把支局归入距离它最近的地市局或各县局的势力范围内，从而完成县界的划分。重新划分县界后如图 4-3 所示。虽然这忽略了好多因素，但仍不失为一种简单有效的方法，因为经过县界的重新划分后，整个地区的运行成本降低了不少。

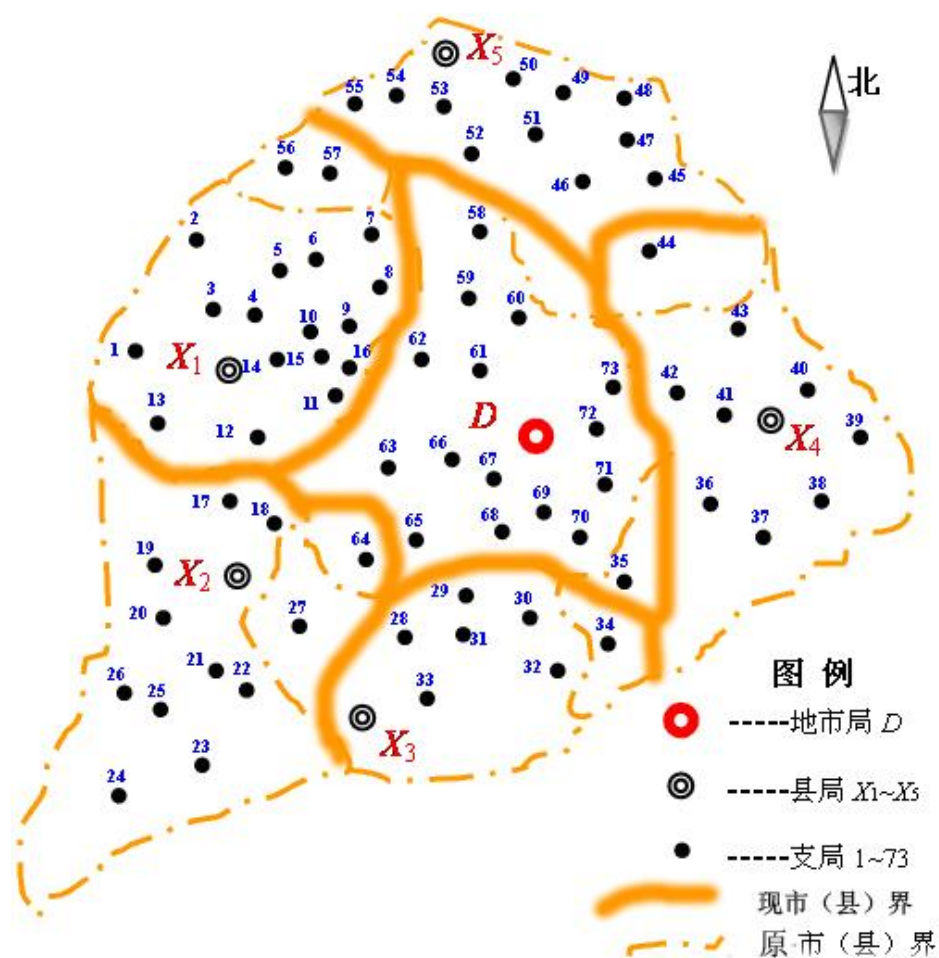


图 4-3 重新划分县界后的示意图

主要是把 Z27、Z64 划入 X_2 ，Z34 划入 X_3 ，Z35 划归市局，Z44 划归 X_4 ，Z56、Z57 划归 X_1 。在县界重新划分后，问题三就变为了问题二，应用问题二的处理方法，得出如下结果。

表 4—9 区级优化路径表

车号	路径	运行距离	运行时间	出发时刻
1	D→(Z62)→(Z9)→(Z10)→X1→Z12→X2→Z18→Z63→Z66→D	236	4.41	
	D→Z62→Z9→Z10→X1→(Z12)→X2→(Z18)→(Z63)→(Z66)→D		4.32	13:40
2	D→(Z67)→(Z65)→(Z64)→X3→Z31→Z68→Z70→Z69→D	242	4.35	
	D→Z67→Z65→Z64→X3→(Z31)→(Z68)→(Z70)→(Z69)→D		4.26	13:44
3	D→(Z72)→(Z73)→(Z41)→X4→Z41→Z71→D	113	2.64	
	D→Z72→Z73→(Z41)→X4→(Z41)→(Z71)→D		2.64	15:21
4	D→(Z60)→(Z59)→(Z52)→X5→Z52→Z58→Z61→D	243	4.46	
	D→Z60→Z59→(Z52)→X5→(Z52)→(Z58)→(Z61)→D		4.38	13:37

表中同一车号的两个路径表示 D 发出的两班车，括号中支局表示经过但不服务，出发时刻表示第二班车从 D 发车的时刻。区级运行距离为 1668km ($=2 \times (236+242+113+243)$)，运行成本为 5004 元 ($=3 \times 2 \times (236+242+113+243)$)。

表 4—10 区级优化路径表

县别	车号	路径	路程	时间	运行成本
X1	1	X1→14→11→15→16→8→7→6→5→4→X1	152	5.65	456
	2	X1→3→2→1→13→X1	109	3.97	327
X2	1	X2→17→19→X2	76	2.70	228
	2	X2→20→26→25→24→23→22→21→X2	148	5.52	444
X3	1	X3→33→32→30→29→28→X3	134	4.88	402
	2	X3→27→X3	68	2.35	204
X4	1	X4→40→39→38→37→35→34→36→X4	187	6.82	561
	2	X4→42→43→X4	86	3.03	258
X5	1	X5→55→56→57→54→X5	132	4.73	396
	2	X5→50→49→48→47→45→46→51→X5	70	2.50	210
总计:	10		1131		3393

从而可得该地区的邮路运行距离为 2799km ($=1668+1131$)，运行成本为 8397 元 ($=1668+1131$)。

4.4 问题四

D 市县级邮政局迁址报告

县级邮政局在邮政运输中扮演县级物流中心的角色，县局选址的合理与否对

构建经济、快速的邮政运输网络起到决定性的作用。为了降低运输成本，缩短运输时间，县局一般应该处于该县所有邮政支局的重心位置。而市局邮车往县局运输的途中也顺带完成了支局的运输任务，对于这种支局县局是不需再为此提供服务的，这也影响了县局的选址。D 市作为有一个地市局、5 个县局、73 个支局的庞大系统，在邮政运输中发现有些县局的选址实在是不理想，严重的影响了邮政运输网络的效益、降低了运输效率，为此考虑将这些位置不好的县局迁址到该县县内任一支局处，同时原来的县局弱化为普通支局。但对同时考虑更换 5 个县局是不明智的，而且不一定所有的县局的选址都是不合理的，因此我们在固定其他县局位置不变的基础上对 5 个县局逐一进行考察。

因为 X_5 局无论是距离地级局 D 还是距离其所辖的各支局均较远，特别是县局邮车的速度只有 30km/h，同时借鉴问题二中处理 X_5 所辖各支局所遇到的问题，我们有理由认为 X_5 的现在选址是失败的，为此考虑对此进行重新选址。在经过对该县各支局进行考察后我们可以发现如果把县局迁至支局 52 处，就能够有效地降低该县邮政运输的运行成本，提高邮政运输效率。

同理， X_3 局也是处于县的边界处，距离 D 局较远，且偏离支局地中心。通过假设其他支局为县局，带入问题二的模型，发现当把县局迁至原 31 支局时，无论是整个地区还是该县的邮政运营成本都有显著的降低。

而 X_2 局虽然距离 D 局较近，但同样是因为其比较偏离该县各支局的重心位置，把该县局迁至支局 21 处，这种情况就得到了明显的改善。

X_1 与 X_4 现在所处的位置对于邮政运输网来说还是可以接受的，为此，这两个县局不作改变，县局重新选址后的网络布局入图 4-4 所示。



图 4-4 县局重新选址后的示意图

五、 模型推广

目前针对 VRPTW 问题还没有非常令人满意的解法,目前最常用的是一类基于随机概率理论的模拟仿生方法,如遗传算法与模拟退火算法。而模拟退火算法以理论基础强,方法简单易懂而广受青睐。在 VRPTW 模型中常遇到“分配”问题,有些人采用动态“车辆数的观点”认为分配数量可以任意变化,该方法计算数度满并且常常过高估计分配辆。本文针对车辆分配问题提出了:基因标识法。改方法通过在染色体中加入基因标识码,来实现基因分组。改方法在计算机运行稳健,实现简单,结果可靠。该方法用于“分组”问题,尤其是确定性数量分组计算非常有效。

六、 参考文献

- [1] 康立三等, 非数值并行算法 一模拟退火算法, 北京: 科学出版社, 1994.
- [2] (美) M.P.加里等, 计算机和难解性问题, 北京: 科学出版社, 1990.
- [3] 刑文训等编著, 现在优化计算方法, 北京: 清华大学出版社, 1999.
- [4] 张丽萍、柴跃进、曹瑞, 有时间窗车辆路径问题的改进遗传算法.系统工程学报, 2002, 15: 290—294.
- [5] 谢秉磊等, 求解陪送\收集旅行商问题的模拟退火算法.系统工程理论方法应用, 2002, 11: 240-244.