

参赛密码 _____
(由组委会填写)

全国第八届研究生数学建模竞赛

学 校	西南交通大学
参赛队号	10613002
队员姓名	1.魏星
	2.张杨
	3.曾嘉俊

参赛密码 _____

(由组委会填写)

全国第八届研究生数学建模竞赛



题 目 基于光的波粒二象性一种猜想的数学仿真

摘 要：

本文将光微子结构模型与电磁场能量模型相结合，建立了光子的数学物理模型，解释了光的单缝衍射、双缝干涉、N 缝干涉及偏振等常见光学现象。

根据碰撞原理，本文建立了光子通过狭缝后的散射角角度服从正态概率分布的散射模型，并得出了关于波缝比(λ/a)的标准差函数，能够很好地解释光子通过狭缝的散射现象。

基于本文的光子模型，对单缝衍射现象进行了推导和模拟。在通过透镜后，若干个光子在接收屏上的电场与磁场强度进行叠加，计算得到单缝衍射的光强空间分布与狭缝宽度、光子波长相关的具体函数表达形式。在散射角较小的情况下，其与由波动理论得出的光强分布公式具有相同的数学表达形式。通过计算机仿真，分析了波长和缝宽对单缝衍射光强空间分布的影响，进而结合碰撞原理，得到了与经典波动理论相吻合的仿真结果。

在单缝衍射的基础上，建立了双缝干涉及 N 缝干涉的数学模型。通过光子场强叠加计算，推导了双缝干涉和 N 缝干涉的光强空间分布函数表达式，合理的解释了光子波长、双缝间距、缝宽、光栅常数等参数对光强空间分布的影响。此后，将双缝干涉的计算机仿真结果与经典波动理论所得的结果进行了比较，证实了散射角较小的范围内两者具有相同的形式，N 缝干涉光的仿真结果与经典波动理论的结论也具有一致性。

为了进一步验证模型的正确性，本文还对光的偏振进行了建模分析，阐释了光子的偏振机理模型。充分考虑了粒子的随机性和偏振现象的统计特性，通过蒙特卡罗模拟获得 100 组实验结果，得出了偏振过程中大约有 50% 的光子对可以通过偏振片的结论，与经典波动理论获得的结论一致。

综上所述，光子的数学物理模型在单缝衍射、双缝干涉、N 缝干涉以及偏振的解释上得到了与经典波动理论极为符合的数学表达和模拟结果，充分证明了该模型的正确性和有效性，证实了诸多猜想的合理性。

关键词：光微子 电磁场 光子数学物理模型 散射 光学现象 仿真模拟

目 录

一 问题重述.....	3
二 模型假设.....	4
三 符号说明.....	4
四 模型的建立与求解.....	5
1 光子的模型.....	5
1.1 问题分析.....	5
1.2 光子的物理结构——光微子的猜想.....	5
1.3 光子的电磁场能量模型——合理的数学诠释.....	6
2. 基于碰撞原理的光子散射模型.....	7
2.1 问题分析.....	7
2.2 模型建立.....	7
2.3 模型的检验.....	8
3 单缝衍射模型.....	8
3.1 问题分析与模型建立.....	8
3.2 仿真结果与结果分析.....	10
4 双缝干涉模型.....	12
4.1 问题分析与模型建立.....	12
4.2 仿真结果与结果分析.....	14
5 N缝干涉模型.....	16
5.1 问题分析与模型建立.....	16
5.2 仿真实验与结果分析.....	18
6.光子的偏振模型.....	21
6.1 问题分析与模型建立.....	21
6.2 仿真实验设计与结果分析.....	22
五 模型的优点与缺点.....	23
六 模型的猜想.....	24
参考文献.....	25

一 问题重述

自从爱因斯坦提出光子概念以来，光的波粒二象性始终困扰着人们。光与物质相互作用时，像粒子一样服从力学规律，但光又有波的内在性质，如：衍射、双缝干涉、偏振以及光子湮灭。光既可以是粒子，又同时是波，然而在同一个物理实验中，我们却只能看到它的一个方面。

继爱因斯坦之后，人们继续探索着光子的奥秘，虽然发展较为缓慢，却能为合理的诠释光子问题提供更多的参考。我国龚祖同院士猜想认为光子是与氢原子类似的由一个负电荷与等量正电荷组成的，负电荷在一个球形轨道上围绕正电荷旋转。当光子通过一个小孔或一个细缝时，其中的电荷就有可能与狭缝边沿碰撞或与被边缘吸引，光子的方向就有可能发生改变，产生衍射，如果缝比较宽，碰撞的概率就会大大减少，而看不见衍射现象。北京大学又有学者认为光子是一个按直线传播的电磁场，光子的速度都相等。这个电磁场按照由光的波长所决定的角速度围绕上述前进直线旋转，单个光子只有左旋光子和右旋光子，一个左旋光子与一个右旋光子组成了一个线性偏振光子对。当运动方向相同相位相反的一个左旋光子和右旋光子相遇时，就会发生湮灭现象，如果相同，则会增强，而且能量相当于有四个光子存在一样。正常光线包含处于各种相位的光子对，当通过偏振镜时，光子对会重新组合，产生平行和垂直于偏振光轴的光子对，由此大约只有 50% 的光子对能够通过偏振镜。这种现象同样也符合能量、动量、角动量守恒。

题目要求建立能够仿真这些猜想的数学模型，例如：获得单缝衍射中衍射缝的尺寸以及光子模型中的尺度、频率等参数对衍射屏上光强的空间分布形式的影响；双缝干涉试验中两条缝之间的距离、缝的宽度与干涉光图样的光强空间分布形式的关系等，并将你们模型得到的结果与诺贝尔物理奖获得者玻恩的光学经典名著《光学原理》中的光的衍射、双缝干涉、多缝干涉的强度近似公式进行比较。

利用光子的粒子模型，建立验证猜想的数学模型，并利用计算机仿真验证猜想的正确性，归纳具体问题如下：

- 1) 建立光子的数学模型，利用光子模型求得单缝衍射的亮条纹与暗条空间位置分布与衍射中衍射缝的尺寸以及光子模型中的尺度、频率等参数对衍射屏上光强的空间分布形式的函数；
- 2) 利用所建光子模型求得双缝衍射的亮条纹与暗条空间位置分布与衍射中衍射缝的尺寸以及光子模型中的尺度、频率等参数对衍射屏上光强的空间分布形式的函数；
- 3) 建立光子的碰撞模型，解释光子的散射与光强的空间分布的关系；
- 4) 仿真模拟所建数学模型，并将获得的结果与光学经典名著《光学光里》中的各种强度近似公式进行比较。

二 模型假设

- 1) 光子是由 ε^+ 与 ε^- 组成的基本粒子，且 ε^- 围绕 ε^+ 运行；
- 2) 正常光线均由左旋光子与右旋光子组成的光子对组成；
- 3) 相干光子出射狭缝后，仍然具有相同的相位；
- 4) 光子与光子之间、光子与缝边沿发生的碰撞均为弹性碰撞，即不损失能量，只改变运动方向；
- 5) 光子是最小的电磁场单元和能量单元；
- 6) 光子的接收屏不会吸收光子。

三 符号说明

m ：质量	ft ：调制因子
c ：光速	I ：光强
E ：能量	μ ：期望
ν ：光子的频率	a ：狭缝宽度
H_p ：磁场向量	θ ：相位差
e_x ： x 方向的单位矢量	n ：粒子数量
e_y ： y 方向的单位矢量	Δ ：光程差
t ：时间	D ：双缝到屏的距离
φ ：出射角	d ：双缝间距；
k :单位长度旋转周期的数量	
d_{ppi} ：光子照射点 P 点与光子的距离	

四 模型的建立与求解

1 光子的模型

1.1 问题分析

一直以来，光子被认为是以量子力学所描述的物质波，对其本质结构和具体描述一直都处在探索之中。本文根据光微子^[1]结构猜想和电磁场能量模型^[2]，建立光子的数学物理模型。通过光微子结构阐释了光子的基本构成和产生机理，根据其自带旋转场及运动特性，引入了电磁场的能量描述。

在此基础上，本文解释解释了光子的单缝衍射现象和、双缝干涉、光栅衍射、光的偏振现象，并进一步给出了光强分布的表达式。现代物理学已经证明，光子呈电中性，且满足动量守恒，角动量守恒与能量守恒定律，故所建模型综合考虑了这些因素。

1.2 光子的物理结构——光微子的猜想

1.2.1 光微子的结构

根据文献[1]所述，光子是由 ε^+ 与 ε^- 组成的基本粒子，且 ε^- 围绕 ε^+ 运行，可以建立类似于氢原子光子的类光微子模型。 ε^+ 以光速 c 向前运行， ε^- 以速度 u 围绕 ε^+ 运行，则 ε^- 以螺旋线向前运行，如图1所示。

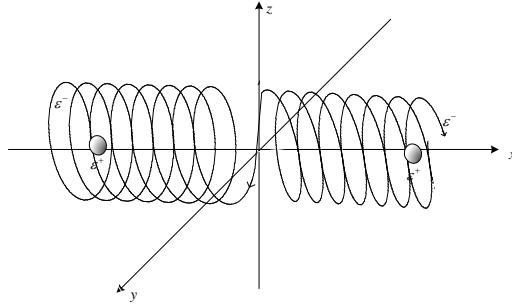


图1 光子的类氢原子示意图

光子由 ε^+ 和 ε^- 组成，它们有相同的质量，即：

$$m_{\varepsilon^+} = m_{\varepsilon^-} \quad (1-1)$$

根据狭义相对论，可以得出光子具有的能量(包括内禀能、位能、动能)为：

$$E = (m_{\varepsilon^+} + m_{\varepsilon^-})c^2 \quad (1-2)$$

光子的频率与光子的波长有如下关系：

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad (1-3)$$

式(1-3)中 ν 为光子的频率， λ 为光子的波长。

由式(1-1)、(1-2)、(1-3)可得出：

$$\lambda = \frac{h}{(m_{\varepsilon^+} + m_{\varepsilon^-})c} \quad (1-4)$$

由于 ε^- 围绕 ε^+ 运行，且 ε^- 围绕 ε^+ 的轨道速度为 u ，且 $\varepsilon_e^+ = \varepsilon_e^-$ ，则根据经典力学规律，可以得到：

$$m_{\varepsilon^-} \frac{u^2}{r} = k \frac{(\varepsilon^+)^2}{r^2} \quad (1-5)$$

式(1-5)中, ε_e^+ 、 ε_e^- 分别为 ε^+ 与 ε^- 的带电量。

由式(1-5)可以得到轨道速度公式为:

$$u = \sqrt{k \frac{(\varepsilon^+)^2}{m_{\varepsilon^-} r}} \quad (1-6)$$

定义 ε^- 绕 ε^+ 一周为一个波长, 一周内位相从 0 变到 2π , 且 ε^- 在轨道上的角动量须为 $\hbar = h/2\pi$ 的整数倍, 则可以得到:

$$m_{\varepsilon^-} u r = n \hbar \quad (1-7)$$

根据式(1-6)、(1-7)推出(1-8):

$$r = \frac{n^2 \hbar^2}{k m_{\varepsilon^-} (\varepsilon^+)^2} \lambda \quad (1-8)$$

1.2.2 光微子的模型的优势和不足

光微子模型的优势有以下几个方面:

- 1) 光微子本身带有电磁场, 且有相位概念;
- 2) 光微子在前进方向平行平面上的投影是一个正弦曲线, 即自带波形性;
- 3) 根据式(1-8)可以实现长波光的波动和短波光的微粒性的统一。

光微子模型模型的不足在于, 即便有了比较完美的物理模型和解释, 却缺乏具体的数学描述, 无法通过数学证明来验证其有效性。那么其数学模型从何而来呢? 文献[2]中的电磁场能量模型给了我们答案。

1.3 光子的电磁场能量模型——合理的数学诠释

光子是最小的电磁场能量单元, 它由电场向量 \vec{E}_p 和磁场向量 \vec{H}_p 组成, 并且 $\vec{E}_p \perp \vec{H}_p$, 如图 2 所示, 电场与磁场在同一空间传播。根据坡印亭定理, 一个光子的能量流为:

$$\vec{S}_p = \vec{E}_p \times \vec{H}_p \quad (1-9)$$

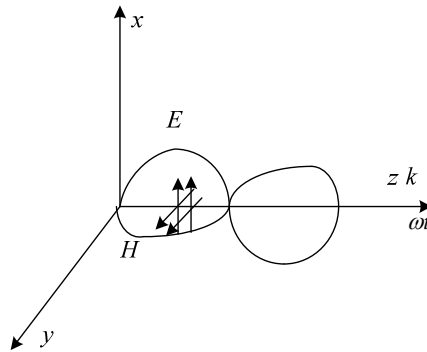


图 3 同一空间电场与磁场传播示意图

能量流 \vec{S}_p 的方向为电磁场的传播方向, 可以根据右手定理确定。

根据上面的光子粒子运动模型, 光子运动会激发电磁场。电场与磁场可以表示为时间与空间的函数, 则电场与磁场的波动函数:

$$\begin{cases} \vec{E}_p = f(x, y, z, t) \\ \vec{H}_p = f(x, y, z, t) \end{cases} \quad (1-10)$$

由文献[2]可知, 线性偏振光由一个左旋光子和一个右旋光子互相同步干涉

组成，则线性偏振光始终具有相同的相位差，可以将一对左旋光子与右旋光子表示成时间与空间的函数，且电场与磁场为正弦场，则一对光子的电场与磁场为：

$$\begin{aligned} \text{左旋光子} & \begin{cases} \vec{E}(0,0,z,t) = E_p(\vec{e}_x + i\vec{e}_y)\exp[i(kz - \omega t)] \\ \vec{H}(0,0,z,t) = H_p(\vec{e}_x + i\vec{e}_y)\exp[i(kz - \omega t)] \end{cases} \\ \text{右旋光子} & \begin{cases} \vec{E}'(0,0,z,t) = E_p(\vec{e}_x - i\vec{e}_y)\exp[i(kz - \omega t)] \\ \vec{H}'(0,0,z,t) = H_p(\vec{e}_x - i\vec{e}_y)\exp[i(kz - \omega t)] \end{cases} \end{aligned} \quad (1-11)$$

式(11)中， k 为单位长度旋转周期的数量， t 为时间。

综上所述，光子的数学物理模型为：

$$\begin{cases} r = \frac{n^2 \hbar^2}{km_{\varepsilon^-}(\varepsilon_e^+)^2} \lambda \\ v = \frac{c}{\lambda} \\ \lambda = \frac{h}{(m_{\varepsilon^+} + m_{\varepsilon^-})c} \\ u = \sqrt{k \frac{(\varepsilon_e^+)^2}{m_{\varepsilon^-} r}} \end{cases} \quad (1-12)$$

$$\begin{aligned} \text{左旋光子} & \begin{cases} \vec{E}(0,0,z,t) = E_p(\vec{e}_x + i\vec{e}_y)\exp[i(kz - \omega t)] \\ \vec{H}(0,0,z,t) = H_p(\vec{e}_x + i\vec{e}_y)\exp[i(kz - \omega t)] \end{cases} \\ \text{右旋光子} & \begin{cases} \vec{E}'(0,0,z,t) = E_p(\vec{e}_x - i\vec{e}_y)\exp[i(kz - \omega t)] \\ \vec{H}'(0,0,z,t) = H_p(\vec{e}_x - i\vec{e}_y)\exp[i(kz - \omega t)] \end{cases} \end{aligned}$$

2. 基于碰撞原理的光子散射模型

2.1 问题分析

当光子射入狭缝时，由于光子与狭缝边缘及狭缝内部光子之间的碰撞，引起光子局部无序但整体有序的散射现象，这是一种粒子物理的概念。碰撞与狭缝的宽度、光子尺寸有着密切关系，经过一定的试验和推测，我们给出了一种相对合理的碰撞后粒子散射分布模型。

2.2 模型建立

当光子进入狭缝后，光子整体向前的方向不会改变，而且在随机碰撞过程中，虽然碰撞会引起光子向各个方向相撞，但光子整体有保持原来运行方向的趋势，因而在统计意义下，光子的方向应该整体保持原来的运行。设光子的出射角 φ 变化范围为 $[-\pi/2, \pi/2]$ ，由于光子有保持原来运行方向的趋势，且定义原来方向的出射角为 $\varphi=0$ ，则经过狭缝后，光子的出射方向的期望为：

$$\mu_\varphi = 0 \quad (2-1)$$

在实验一般情况下，光散开的程度与光子和波长与缝的宽度成一定的函数关系，即是光子散开方向的标准方差是光子波长(对应光子尺寸，见(1-8)式)与缝宽的函数：

$$\sigma^2 = f(\lambda, a) \quad (2-2)$$

而粒子大部分会有沿原来方向或很小的开角出射，整体上呈现出射粒子数目随开角增大而逐渐减小的趋势，故可以近似认为出射角 φ 满足正态分布函数：

$$P(\varphi) \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (2-3)$$

2.3 模型的检验

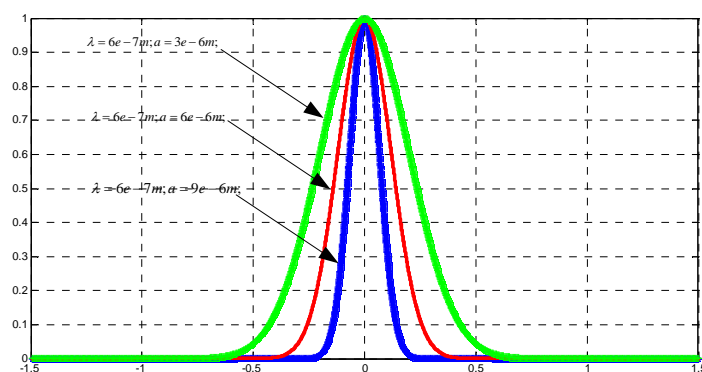


图 2.1 λ/a 不同时的正态分布函数图

为了验证正态分布模型能够说明光子的出射方向，且各出射方向均服从正态分布，故作出以 λ/a 为标准差的正态分布函数。当 λ/a 的比值较小，即对于现实中单缝实验，缝宽很宽的情况，光子在缝中的碰撞相对较弱，则光子会沿原来的方向前行。当 λ/a 较大后，光子在缝中的碰撞相对较强，则光子的散射分布更均匀，会在屏幕上均匀分布，如图 2.1 所示为 λ/a 不同时的正态分布函数图。

3 单缝衍射模型

3.1 问题分析与模型建立

光子通过狭缝时，基于上述粒子碰撞模型的分析，光子会向各个方向散射。且光子通过狭缝后，光子的相位几乎没有改变，由此可以认为从狭缝出射的光的相位仍然相同。当光经过透镜后，平行光汇聚到一点，产生干涉条纹，如图 3.1 所示。

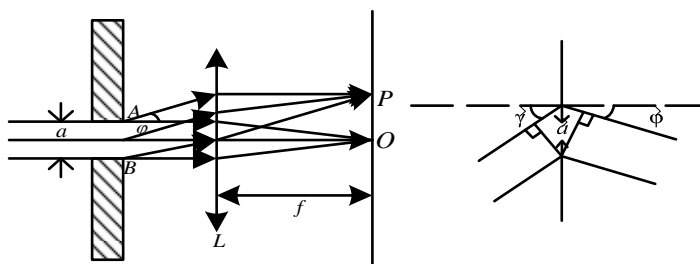


图 3.1 单缝衍射的示意图

设缝的宽度为 a ，出射角为 φ ，从缝口出射 n 个光子，如图 3.2 所示：

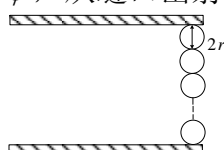


图 3.2 光子的出射示意图

结合图 3.1、3.2 可以得到出射角为 φ 的相邻两个光子运动到 P 点的光程差为：

$$\Delta = \begin{cases} 2r \sin \varphi - 2r \sin \gamma (P \text{ 点在 } O \text{ 点以上}) \\ 2r \sin \varphi + 2r \sin \gamma (P \text{ 点在 } O \text{ 点以下}) \end{cases} \quad (3-1)$$

据此可以得到一次出射的光子数与光子模型尺寸的关系为：

$$n = [a / 2r] \quad (3-2)$$

另外可以得到相邻两个光子的电场强度与磁场强度的相位差为：

$$\theta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \quad (3-3)$$

特别地当 $\lambda=0^\circ$ 时， $\theta = 2r \sin \varphi$

由于到达 P 点的光子对为 n 个电场和磁场幅度相等，依次相差一个恒量光程的光子对进行能量叠加，则可以分别得到 P 点的合成电场强度和磁场强度的合成场强的振幅为：

$$\begin{cases} \vec{E}_\Sigma(0,0,z,t) = \frac{\sin(n\theta/2)}{\sin(\theta/2)} E_p(\vec{e}_x + i\vec{e}_y) \exp[i(kz - \omega t + (n-1)/2 \cdot \theta)] \\ \vec{H}_\Sigma(0,0,z,t) = \frac{\sin(n\theta/2)}{\sin(\theta/2)} H_p(\vec{e}_x + i\vec{e}_y) \exp[i(kz - \omega t + (n-1)/2 \cdot \theta)] \end{cases} \quad (3-4)$$

考虑到右旋光子与左旋光子有固定的相位差，则有：

$$\begin{cases} \vec{E}_\Sigma(0,0,z,t) = \frac{\sin(n\theta/2)}{\sin(\theta/2)} E_p(\vec{e}_x - i\vec{e}_y) \exp[i(kz - \omega t + (n-1)/2 \cdot \theta)] \\ \vec{H}_\Sigma(0,0,z,t) = \frac{\sin(n\theta/2)}{\sin(\theta/2)} H_p(\vec{e}_x - i\vec{e}_y) \exp[i(kz - \omega t + (n-1)/2 \cdot \theta)] \end{cases} \quad (3-5)$$

由坡印亭定理则可以求出相应的能量流分布：

$$\vec{S} = (\vec{E}_\Sigma + \vec{E}'_\Sigma) \times (\vec{H}_\Sigma + \vec{H}'_\Sigma) \quad (3-6)$$

亮度的空间分布只与电场与磁场的振幅有关，则可以求得光强的空间分布关系式：

$$I = I_0 \left(\frac{\sin(n\theta/2)}{\sin(\theta/2)} P(\varphi) \right)^2 \quad (3-7)$$

式中

$$I_0 = \left| \begin{aligned} &\{E_p(\vec{e}_x + i\vec{e}_y) \exp[i(kz - \omega t + (n-1)/2 \cdot \theta)] + E_p(\vec{e}_x - i\vec{e}_y) \exp[i(kz - \omega t + (n-1)/2 \cdot \theta)]\} \times \\ &\{H_p(\vec{e}_x + i\vec{e}_y) \exp[i(kz - \omega t + (n-1)/2 \cdot \theta)] + H_p(\vec{e}_x - i\vec{e}_y) \exp[i(kz - \omega t + (n-1)/2 \cdot \theta)]\} \end{aligned} \right|$$

为一常数。

当只关心 φ 角很小时的光强分布情况，则可以不考虑分布的影响，此时光强分布为：

$$I = I_0 \left(\frac{\sin(n\theta/2)}{\sin(\theta/2)} \right)^2 \quad (3-8)$$

由于调制因子 $f_m = \left(\frac{\sin(n\theta/2)}{\sin(\theta/2)} \right)^2$ 中的 θ 一般会很小，故 $\sin(\theta/2) \approx \theta/2$ ，则求得

$$f_m = n^2 \left(\frac{\sin(n\theta/2)}{n\theta/2} \right)^2 \quad (3-9)$$

用求极值的方法则可求得单缝衍射的空间分布与衍射缝尺寸以及光子模型尺度、频率等参数的关系为：

$$\sin \varphi = 0, \pm 1.43 \frac{\lambda}{a}, \pm 2.46 \frac{\lambda}{a}, \pm 3.47 \frac{\lambda}{a}, \dots \quad (3-10)$$

其中，式(19)中光子尺度半径 $r = \lambda/2\pi$ 。

综上所述，单缝衍射的光强分布模型为：

$$\left\{ \begin{array}{l} I = I_0 \left(\frac{\sin(n\theta/2)}{\sin(\theta/2)} P(\varphi) \right)^2 \\ \text{当 } \varphi \text{ 角比较小时, } P(\varphi) = C(\text{常值}) \text{ 可以表示为} \\ I = n^2 I_0 C^2 \left(\frac{\sin(n\theta/2)}{n\theta/2} \right)^2 \\ \Delta = \begin{cases} 2r \sin \varphi - 2r \sin \gamma (P \text{ 点在 } O \text{ 点以上}) \\ 2r \sin \varphi - 2r \sin \gamma (P \text{ 点在 } O \text{ 点以下}) \end{cases} \\ \theta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \end{array} \right. \quad (3-11)$$

3.2 仿真结果与结果分析

3.2.1 仿真实验设计

在进行光子的粒子模型仿真时，光子会向各个方向均匀发散。通过狭缝后，向各个方向发散的平行的光子会被透镜聚焦到接收屏上，光子的电场与磁场在接收屏上叠加，具体实验步骤如下：

- 1) 设计一个宽度为 a 的狭缝，由式(13)计算一次向各方向出射的光子数；
- 2) 产生 n 个初始相位相同的光子对，由出射角 φ 计算相邻光子的相位差；
- 3) 计算 n 个光子对通过透镜后，在接收屏上的电场强度与磁场强度；
- 4) 根据接收屏上电场强度与磁场强度，计算该点的能量强度(即亮度)，并计及粒子的散射正态分布函数；
- 5) 改变出射角，重复第三和第四步，直至算出所有的出射角。

3.2.2 实验结果分析

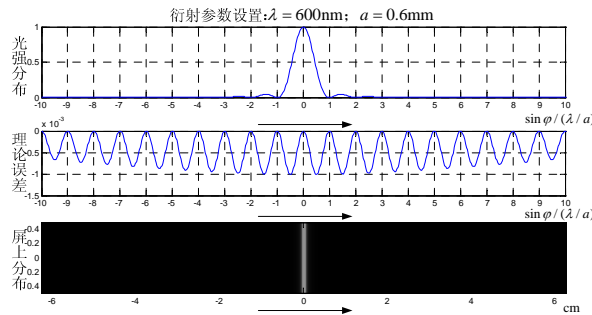
对于仿真与理论计算的结果需要进行误差分析，定义误差公式为：

$$error = value(s) - value(t) \quad (3-11)$$

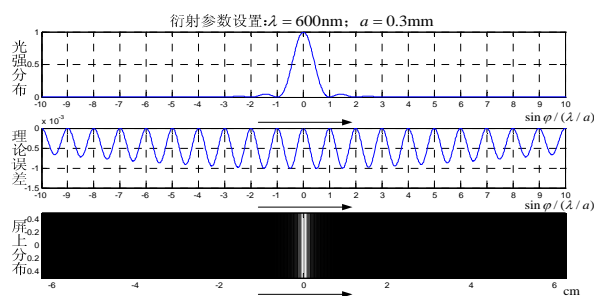
式(xx)中， $value(s)$ 表示仿真结果， $value(t)$ 表示则玻恩光学原理书中的计算公式获得的理论计算值。

1) 衍射缝尺寸对光强空间分布的影响

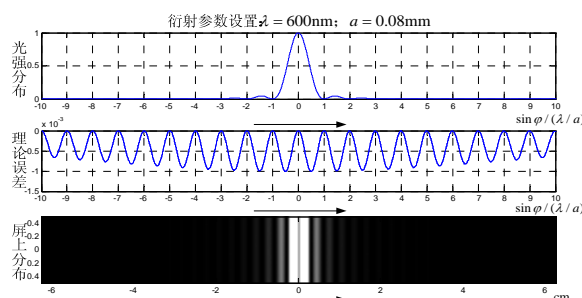
在各个实验中，光子的波长为 $\lambda = 600\text{nm}$ ，当改变单缝的宽度时，则得到入射角为 0° 时衍射的光强分布。



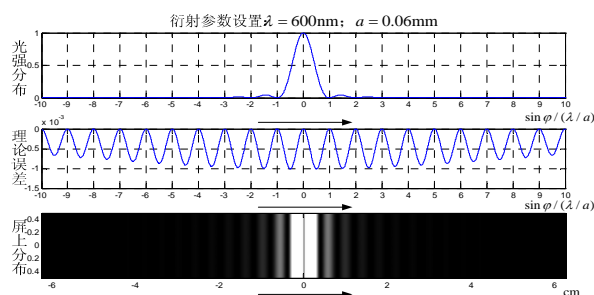
实验一



实验二



实验三

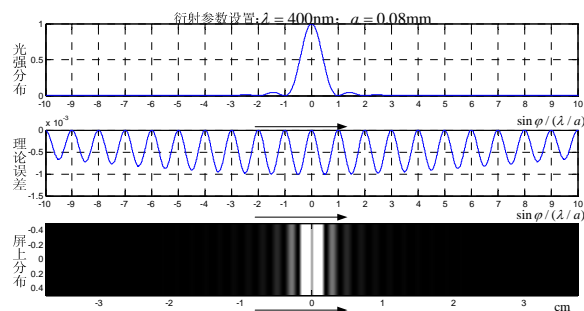


实验四

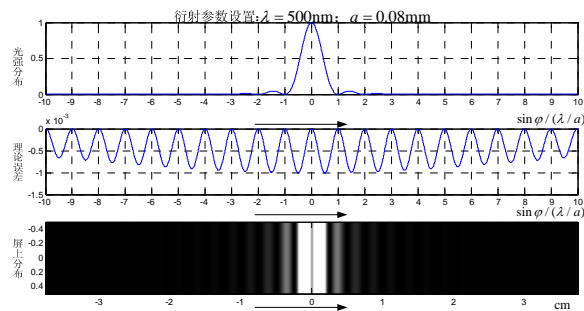
图 3.1 固定波长改变缝宽的单缝实验图

实验中分别给出了波长分别为 $a = 0.6\text{mm}$, 0.3mm , 0.08mm , 0.06mm 时的单缝衍射图样。当改变衍射缝的尺寸时, 缝宽与中央明纹的宽度成反比。缝宽变大, 则中央明纹的宽度变窄。反之亦然。从误差分析曲线可以看出, 随着缝宽的改变, 由粒子模型建立的单缝衍射的模型仿真的能量分布与由波动光学得到的能量分布误差基本维持在 10^{-3} 数量级。这验证了实验中建立的光子碰撞模型与光子粒子单缝衍射模型的正确性。

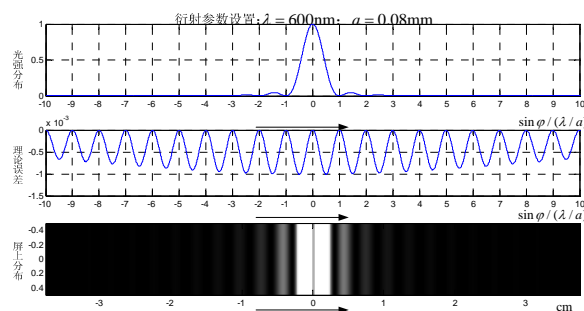
2) 光子波长对光强空间分布的影响



试验五



实验六



实验七

图 3.1 固定缝宽改变波长的单缝实验图

在各个实验中，单缝的宽度 $a = 0.08\text{mm}$ ，当改变入射波的波长时，则得到入射角为 0° 时衍射的光强分布。

在实验 x、x 与 x 中，波长分别为 $\lambda = 400\text{nm}, 500\text{nm}, 600\text{nm}$ 时单缝衍射的图样。从图中可以看出，波长与中间衍射条纹的宽度成正比。当波长变大时，中间衍射条纹的宽度变宽。反之亦然。从误差分析曲线可以看出，随着波长的改变，由粒子模型建立的单缝衍射模型仿真的能量分布与由波动光学得到的能量分布的误差基本维持在 10^{-3} 数量级，这验证了实验中建立的光子碰撞模型与光子粒子单缝衍射模型的正确性。

3) 粒子模型与传统波动模型中各级主明暗纹位置比

表 3.1 主明暗纹出现位置

	主明纹	一级暗纹	一级明纹	二级暗纹	二级明纹
实验一	0	1.0053	1.4137	2.0106	2.4504
实验三	0	0.999	1.4294	2.0011	2.4565
实验五	0	0.999	1.4326	1.998	2.4567

注：表中数值为 $\sin \varphi$ 与 λ/a 的倍数

波动模型计算的各级主明纹的位置 $\sin \varphi = 0, \pm 1.43 \lambda/a, \pm 2.46 \lambda/a, \pm 3.47 \lambda/a, \dots$ ，各级主暗纹位置为 $\sin \varphi = \pm \lambda/a, \pm 2 \lambda/a, \pm 3 \lambda/a, \dots$ 。通过表中数据可以看出，由粒子模型获得的主明暗纹位置与由波动模型获得的主明暗纹位置几乎一样，各级主明纹均在 $\sin \varphi = 0$ 的位置，一级明纹均在 $\sin \varphi = 1.43 \lambda/a$ 附近，各级暗纹位置均在 λ/a 的整数倍的位置。结果显示，本文模型与经典波动理论较为吻合。

4 双缝干涉模型

4.1 问题分析与模型建立

由同一个光源发出的相干光，经过两个狭缝后，出射仍为相干特性的光源，

当相干特性的光源经过两个狭缝后，会在接收屏上发生干涉并产生干涉图样，如图 4.1 所示：

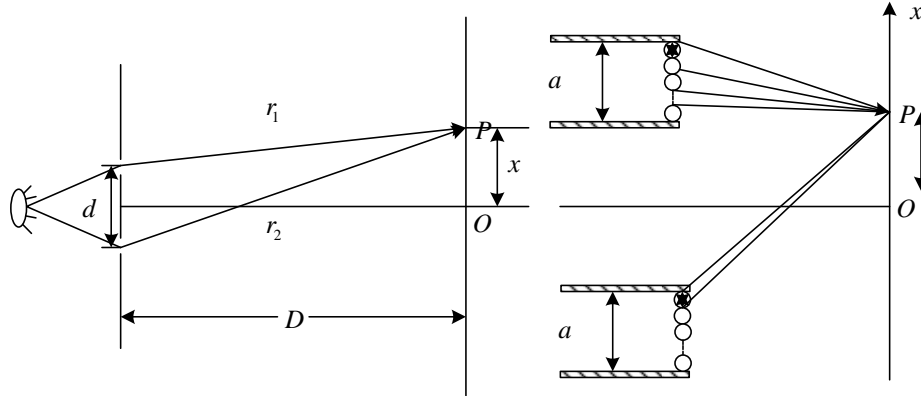


图 4.1 杨氏双缝干涉实验的原理图

据此可以推出双缝干涉时一次出射的光子数与光子模型尺寸的关系为：

$$n = [a / 2r] \quad (4-1)$$

由式(4-1)可知，同一时刻每个缝有 n 个光子出射。

建立杨氏双缝干涉的模型，因为双缝干涉的散射角比较小，考虑光子在这个小的散射角内均匀。建立如图 4.1 所示的坐标系，由于对称性，只需建立 $x > 0$ 区域的模型，则可以推出 $x < 0$ 区域的模型。

光子照射点 P 点与光子的距离可以表示为：

1) 与上边缝的光子的距离

$$d_{ppi} = \sqrt{D^2 + (x - d/2 + a/2 - (2i-1)r)^2} \quad (i = 1 \dots n) \quad (4-2)$$

2) 与下边缝的光子的距离

$$d'_{ppi} = \sqrt{D^2 + (x + d/2 - a/2 + (2i-1)r)^2} \quad (i = 1 \dots n) \quad (4-3)$$

3) 通过叠加，左旋光子电场与磁场为

$$\begin{cases} \vec{E}_\Sigma(0,0,z,t) = E_p(\vec{e}_x + i\vec{e}_y) \sum_{j=1}^n \{ \exp[i(kz - \omega t + d_{ppj})] + \exp[i(kz - \omega t + d'_{ppj})] \} \\ \vec{H}_\Sigma(0,0,z,t) = H_p(\vec{e}_x + i\vec{e}_y) \sum_{j=1}^n \{ \exp[i(kz - \omega t + d_{ppj})] + \exp[i(kz - \omega t + d'_{ppj})] \} \end{cases} \quad (4-4)$$

同理，右旋光子电场与磁场的叠加为：

$$\begin{cases} \vec{E}_\Sigma(0,0,z,t) = E_p(\vec{e}_x - i\vec{e}_y) \sum_{j=1}^n \{ \exp[i(kz - \omega t + d_{ppj})] + \exp[i(kz - \omega t + d'_{ppj})] \} \\ \vec{H}_\Sigma(0,0,z,t) = H_p(\vec{e}_x - i\vec{e}_y) \sum_{j=1}^n \{ \exp[i(kz - \omega t + d_{ppj})] + \exp[i(kz - \omega t + d'_{ppj})] \} \end{cases} \quad (4-5)$$

则能量的密度为：

$$\bar{S}(x) = (\vec{E}_\Sigma + \vec{E}'_\Sigma) \times (\vec{H}_\Sigma + \vec{H}'_\Sigma) \quad (4-6)$$

则明暗条纹位置为：

$$x = \begin{cases} \max(|S(x)|) & \text{(明纹位置)} \\ \min(|S(x)|) & \text{(暗纹位置)} \end{cases} \quad (4-7)$$

综上所述，双缝干涉的光强空间分布模型为：

$$\begin{cases} x = \begin{cases} \max(|S(x)|) & (\text{明纹位置}) \\ \min(|S(x)|) & (\text{暗纹位置}) \end{cases} \\ \vec{S}(x) = (\vec{E}_\Sigma + \vec{E}'_\Sigma) \times (\vec{H}_\Sigma + \vec{H}'_\Sigma) \end{cases} \quad (4-8)$$

4.2 仿真结果与结果分析

4.2.1 仿真实验设计

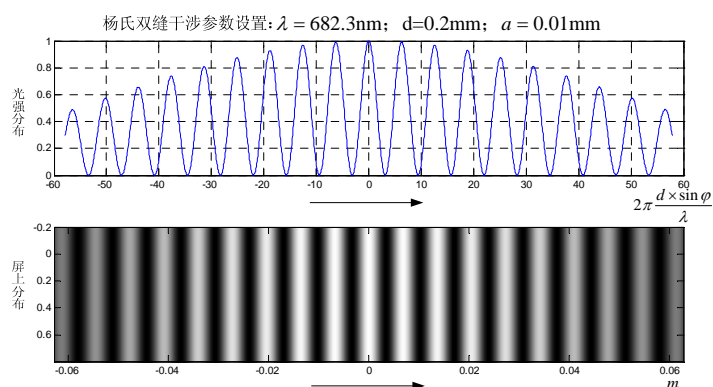
在进行双缝干涉实验时，设计两个具有相同光子数的狭缝，找出固定在屏上的某个位置点与所有光子的距离，算出该点的叠加能量。具体实验步骤如下：

- 1) 设计两个宽度为 a 的狭缝，由式(20)计算一次向各方向出射的光子数；
- 2) 选定屏上的一个点，计算这个点与上下两个狭缝每个光子的距离；
- 3) 计算该点的叠加电场强度与磁场强度；
- 4) 由接收屏上电场强度与磁场强度，计算该点的能量强度(即亮度)；
- 5) 改变点的位置，重复第二至第四步，直至算出算完要求的屏上的点。

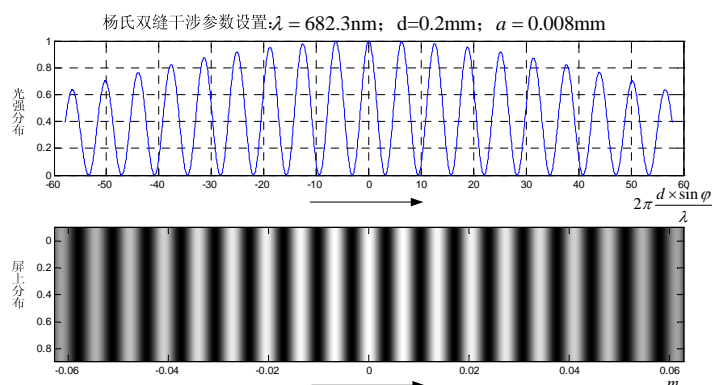
4.2.2 实验结果分析

1) 缝宽改变对于双缝干涉实验的影响

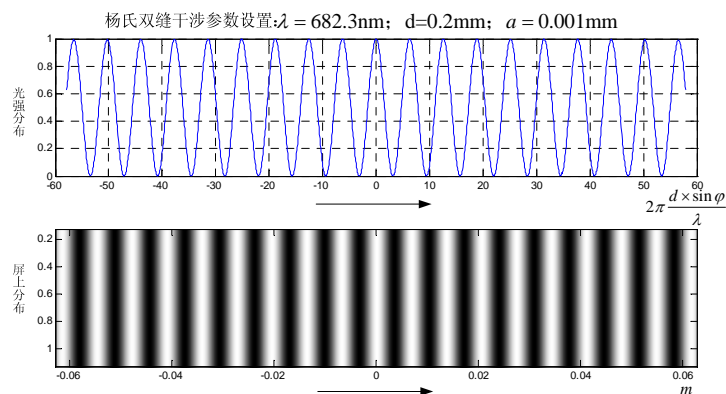
在各个实验中，光子波长 $\lambda = 682.3\text{nm}$ ，缝间距离 $d = 0.2\text{mm}$ 。当改变缝的宽度时，则得到入射角为 0° 时衍射的光强分布。



实验一



实验二



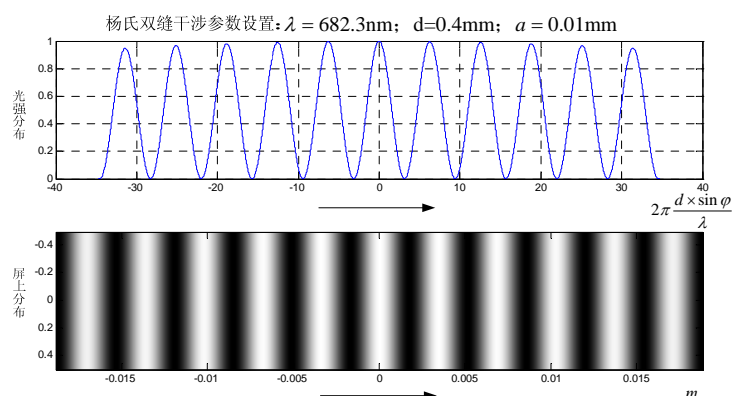
实验二

图 4.2 缝宽改变对于双缝干涉实验的影响

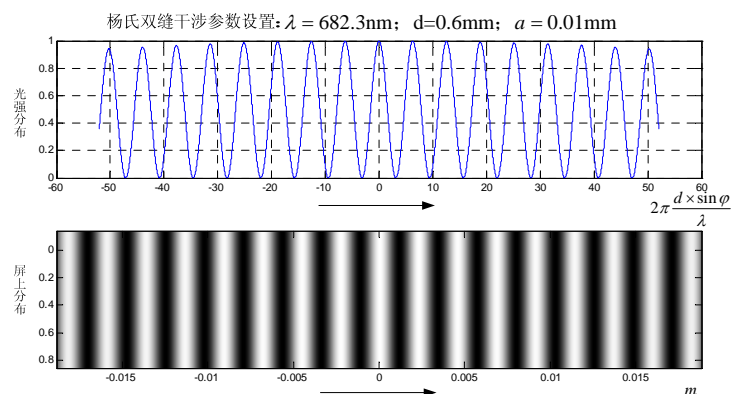
从图 4.2 中可以看出，在杨氏双缝实验中，缝宽的改变不会导致亮纹宽度的改变。而且从图中可以看出，随着缝宽的减少，各级亮纹亮度趋于相同。由波动学的杨氏双缝实验得不到很好的解释，但从光子的粒子模型则可得出：当缝的宽度减小时，各个缝出射的光子数量减少。由下面模型推出的 N 光栅公式可以得知，由于缝越小，单缝衍射因子的调制作用越不明显。

2) 缝距改变对于双缝干涉实验的影响

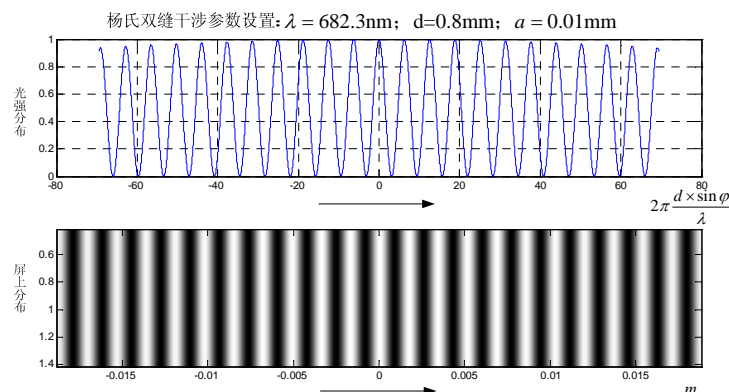
在各个实验中，光子的波长 $\lambda = 682.3\text{nm}$ ，缝宽为 $a = 0.01\text{mm}$ ，当改变缝间的距离时，则得到入射角为 0° 时衍射的光强分布。



实验四



实验五



实验六

图 4.2 缝距改变对于双缝干涉实验的影响

实验中缝间距离分别为 $d = 0.4\text{mm}, 0.6\text{mm}, 0.8\text{mm}$ 。通过双缝干涉图样可以看出，缝宽与各明纹的宽度成反比，与波动模型得出的明纹的宽度与缝的宽度成反比的结论相符合。这也验证了光子的粒子模型得出的结果与经典波动理论得到的结果相吻合。

3) 粒子模型与传统波动模型的各级明暗纹位置比较

表 4.1 主明暗纹出现位置

	明纹	暗纹	明纹	暗纹	明纹
实验一	0	0.9982	2.0002	2.9984	4.0003
实验三	0	1.0001	2.0002	3.0002	4.0003
实验五	0	1.0019	1.9965	2.9984	4.0003

注：表中数值为 $\Delta\varphi = 2\pi \cdot |d'_{ppi} - d_{ppi}| / \lambda$ 与 π 的倍数

波动模型计算的各级明暗纹的位置 $\Delta\varphi = \pm k\pi$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)，对应的为半波长的整数倍出现明暗纹的条件。实验从光子的粒子性出发，根据光子的粒子性设计实验内容。从表中可以看出，所得结果与经典波动理论所得结果保持了一致性，这说明了光子的粒子模型的正确性。

5 N 缝干涉模型

5.1 问题分析与模型建立

通过光栅后，相干光束会形成 N 缝干涉图样。由于各个狭缝的宽度相等，以及各个狭缝的间距相等，则平行光束通过透镜后会形成干涉图样，如图 5.1 所示。

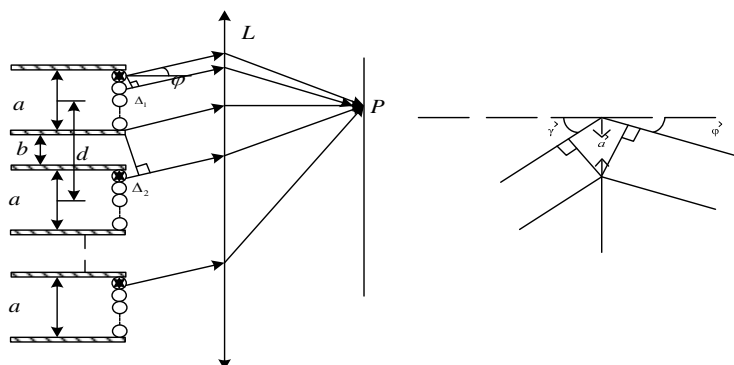


图 5.1 N 缝干涉实验的原理图

同一狭缝出射角为 φ 的相邻两个光子运动到 P 点的光程差为：

$$\Delta_1 = \begin{cases} 2r \sin \varphi - 2r \sin \gamma & (P \text{ 点在 } O \text{ 点以上}) \\ 2r \sin \varphi + 2r \sin \gamma & (P \text{ 点在 } O \text{ 点以下}) \end{cases} \quad (5-1)$$

相邻两条狭缝之间出射角为 φ 的最后一个光子与下一个缝第一个光子的光程差为：

$$\Delta_2 = d \sin \varphi \quad (5-2)$$

一个狭缝一次出射的光子数与光子模型尺寸的关系为：

$$n = [a / 2r] \quad (5-3)$$

相邻两个光子的电场强度与磁场强度的相位差为：

$$\theta_1 = 2\pi\Delta_1 / \lambda \quad (5-4)$$

相邻两条狭缝之间出射角为 φ 的第一个光子与下一个缝第一个光子的电场强度与磁场强度的相位差为：

$$\theta_2 = 2\pi\Delta_2 / \lambda \quad (5-5)$$

通过叠加，接收屏上 P 点左旋光子与右旋光子的电场强度为：

$$\begin{cases} \vec{E}_\Sigma(0,0,z,t) = \frac{\sin(n\theta_1/2)}{\sin(\theta_1/2)} \frac{\sin(N\theta_2/2)}{\sin(\theta_2/2)} E_p(\vec{e}_x + i\vec{e}_y) \exp[i(kz - \omega t + (n-1)/2 \cdot \theta_1 + (N-1)/2 \cdot \theta_2)] \\ \vec{H}_\Sigma(0,0,z,t) = \frac{\sin(n\theta_1/2)}{\sin(\theta_1/2)} \frac{\sin(N\theta_2/2)}{\sin(\theta_2/2)} H_p(\vec{e}_x + i\vec{e}_y) \exp[i(kz - \omega t + (n-1)/2 \cdot \theta_1 + (N-1)/2 \cdot \theta_2)] \end{cases} \quad (5-6)$$

由于右旋光子与左旋光子有固定的相位差，则有：

$$\begin{cases} \vec{E}_\Sigma(0,0,z,t) = \frac{\sin(\frac{n\theta_1}{2})}{\sin(\frac{\theta_1}{2})} \frac{\sin(\frac{N\theta_2}{2})}{\sin(\frac{\theta_2}{2})} E_p(\vec{e}_x - i\vec{e}_y) \exp[i(kz - \omega t + \frac{n-1}{2} \theta_1 + \frac{N-1}{2} \theta_2)] \\ \vec{H}_\Sigma(0,0,z,t) = \frac{\sin(\frac{n\theta_1}{2})}{\sin(\frac{\theta_1}{2})} \frac{\sin(\frac{N\theta_2}{2})}{\sin(\frac{\theta_2}{2})} H_p(\vec{e}_x - i\vec{e}_y) \exp[i(kz - \omega t + \frac{n-1}{2} \theta_1 + \frac{N-1}{2} \theta_2)] \end{cases} \quad (5-7)$$

由坡印亭定理可以求出相应的能量流分布：

$$\vec{S} = (\vec{E}_\Sigma + \vec{E}'_\Sigma) \times (\vec{H}_\Sigma + \vec{H}'_\Sigma) \quad (5-8)$$

亮度的空间分布与电场与磁场的振幅和单位时间到达的光子数有关，而光子数到各方向的概率分布则为正态分布，则可以写出光强的分布为：

$$I = I_0 \left(\frac{\sin(n\theta_1/2)}{\sin(\theta_1/2)} \frac{\sin(N\theta_2/2)}{\sin(\theta_2/2)} P(\varphi) \right)^2 \quad (5-9)$$

式(33)中：

$$I_0 = \left| \begin{aligned} & \{E_p(\vec{e}_x + i\vec{e}_y) \exp[i(kz - \omega t + (n-1)/2 \cdot \theta_1 + (N-1)/2 \cdot \theta_2)] + E'_p(\vec{e}_x + i\vec{e}_y) \exp[i(kz - \omega t + (n-1)/2 \cdot \theta_1 + (N-1)/2 \cdot \theta_2)]\} \times \\ & \{H_p(\vec{e}_x + i\vec{e}_y) \exp[i(kz - \omega t + (n-1)/2 \cdot \theta_1 + (N-1)/2 \cdot \theta_2)] + H'_p(\vec{e}_x + i\vec{e}_y) \exp[i(kz - \omega t + (n-1)/2 \cdot \theta_1 + (N-1)/2 \cdot \theta_2)]\} \end{aligned} \right|$$

为一常数。

当出射角 φ 比较小时，一般可以看成均匀分布，则可以得到光强为：

$$I = I_0 \left(\frac{\sin(n\theta_1/2)}{\sin(\theta_1/2)} \frac{\sin(N\theta_2/2)}{\sin(\theta_2/2)} \right)^2 \quad (5-10)$$

其中调制因子 $f_1 = \left(\frac{\sin(n\theta_1/2)}{\sin(\theta_1/2)} \right)^2$ ， $f_2 = \left(\frac{\sin(N\theta_2/2)}{\sin(\theta_2/2)} \right)^2$ 称为 N 缝干涉因子。

$f_1 = \left(\frac{\sin(n\theta_1/2)}{\sin(\theta_1/2)} \right)^2$ 称为单缝衍射因子。

(1) 对 N 缝干涉因子的讨论

取 N 缝干涉因子极值，可以得到干涉明、暗纹的条件。

1) 当 $\theta_2/2 = \pm k\pi (k=0,1,2,\dots)$ 时，由洛比塔法则可得

$$\lim_{\theta_2/2 \rightarrow k\pi} \frac{\sin(N\theta_2/2)}{\sin(\theta_2/2)} = N \quad (5-11)$$

因此在这些位置上的光强 I 是每条缝在该方向上的强度 I_1 的 N^2 倍，这些位置称为主极大。结合式(29)、(34)得到主极大的条件为：

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda (k=0,1,2,\dots) \quad (5-12)$$

由于 $|\sin \varphi| < 1$ ，则 N 缝干涉的最高级次为：

$$k_{\max} < \frac{d}{\lambda} \quad (5-13)$$

当 $N\theta_2/2$ 是 π 的整数倍，而 $\theta_2/2$ 不是 π 的整数倍时， $\sin(n\theta_2/2)=0$ ，而 $\sin \theta_2/2 \neq 0$ ，则暗条纹的空间位置分布为：

$$\theta_2/2 = \pi d \sin \varphi / \lambda = \pm k' \pi / N \Rightarrow d \sin \varphi = \pm k' / N \lambda (k' \text{ 不等于 } Nk \text{ 的整数倍}) \quad (5-16)$$

当 $k=0,1,2,\dots$ 时， $k'=0,1,2,\dots,N-1,N+1,N+2,\dots,2N-1,2N+1,2N+2,\dots$ ，即每两个主极大之间有 $N-1$ 条暗纹。

2) 对式(37)两边求增量可得主明纹的角宽度为：

$$\Delta \varphi = \pm \Delta k' / N \cdot \lambda \Rightarrow \Delta \varphi = \Delta k' d \sin \varphi / N \cdot \lambda \quad (5-17)$$

(2) 单缝调制因子对衍射条纹空间分布的影响

根据 $f_{t1} = (\frac{\sin(n\theta_1/2)}{\sin(\theta_1/2)})^2$ ，则可以得出当单缝调制因子的暗纹位置与主极大位置重合时，会出现缺级，即这个主极大消失，此时满足下列条件：

$$\left. \begin{aligned} d \sin \varphi &= (a+b) \sin \varphi = \pm k\lambda (k=0,1,2,\dots) \\ a \sin \varphi &= \pm k'\lambda \quad (k'=1,2,3,\dots) \end{aligned} \right\} \quad (5-18)$$

即在满足如下条件时，会出现缺级：

$$k = \pm \frac{a+b}{a} k' \quad (5-19)$$

综上所述，N 缝干涉的光强空间分布的数学模型为：

$$\left\{ \begin{aligned} I &= I_0 \left(\frac{\sin(n\theta_1/2)}{\sin(\theta_1/2)} \frac{\sin(N\theta_2/2)}{\sin(\theta_2/2)} P(\varphi) \right)^2 \\ \text{当 } \varphi \text{ 角比较小时, } P(\varphi) &= C(\text{常值}) \text{ 可以表示为} \\ I &= I_0 C^2 \left(\frac{\sin(n\theta_1/2)}{\sin(\theta_1/2)} \frac{\sin(N\theta_2/2)}{\sin(\theta_2/2)} \right)^2 \\ \theta_1 &= 2\pi\Delta_1/\lambda \\ \theta_2 &= 2\pi\Delta_2/\lambda \\ \Delta_1 &= \begin{cases} 2r \sin \varphi - 2r \sin \gamma (P \text{ 点在 } O \text{ 点以上}) \\ 2r \sin \varphi + 2r \sin \gamma (P \text{ 点在 } O \text{ 点以下}) \end{cases} \\ \Delta_2 &= d \sin \varphi \end{aligned} \right. \quad (5-20)$$

5.2 仿真实验与结果分析

5.2.1 仿真实验设计

在进行光子的粒子模型仿真时，当出射角较小时，光子会向各个方向均匀发

散。光子通过 N 个光栅后，向各个方向发散的平行光子通过透镜聚焦到接收屏上，光子的电场与磁场在接收屏上叠加，具体实验步骤如下：

- 1) 设计 N 个宽度为 a 的狭缝，由式(5-3)计算一次向各方向射出的光子数；
- 2) 产生 n 个初始相位相同的光子对，由出射角 φ 计算相邻光子的相位差；并计算由于光栅之间距离引起的相位差；
- 3) 计算 N 个光栅的 $n * N$ 个光子对通过透镜后接收屏上电场强度与磁场强度；
- 4) 计算该点的能量强度(即亮度)，并计算出乘以正态密度分布的能量；
- 5) 改变出射角，重复第三和第四步，直至算出所有的出射角。

5.2.2 仿真结果分析

- 1) 当不考虑单缝干涉因子时进行仿真实验。

假设实验中将一个光栅射出的光子个数设为 1，则此时将出现如下图所示的缝间干涉因子曲线。从图 5.2 中可以看出，当 N 增大时， N 光栅由于光栅间的相互影响，出现主极大之间还有次极大的情况。而且从图中可以看出，在主极大之间还有 $N-1$ 条暗纹，次极大位于两条暗纹之间，且两个暗纹之间有 $N-2$ 条次极大。这与用波动模型计算所得的次极大的个数及暗纹个数相符。

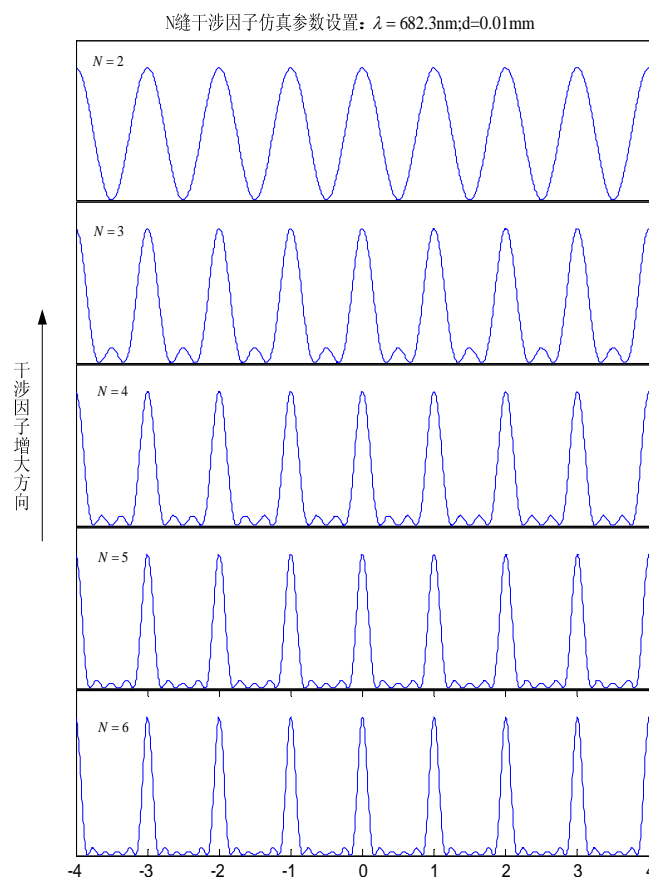


图 5.2 缝间干涉因子曲线

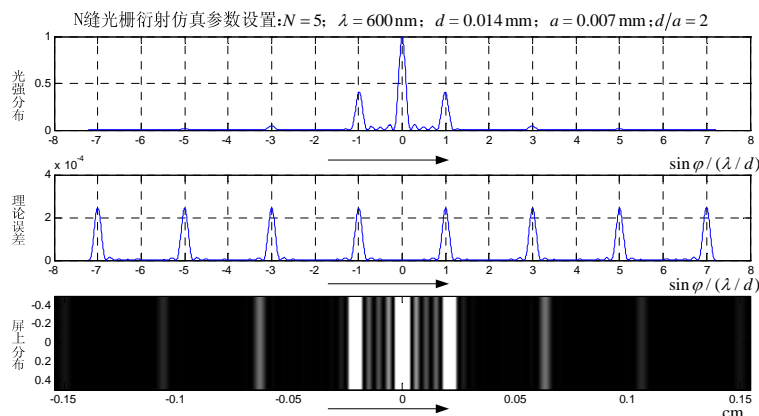
- 2) 光栅常数 d 对 N 缝干涉的影响

对于仿真与理论计算的结果需要进行误差分析，定义误差公式为：

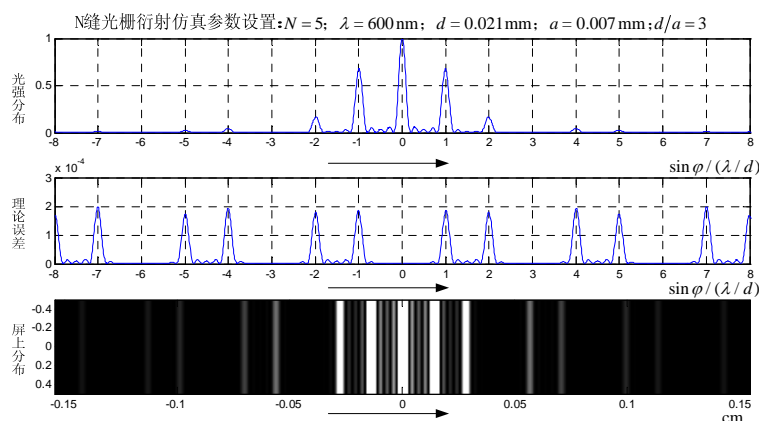
$$\text{error} = \text{value}(s) - \text{value}(t) \quad (5-20)$$

在式(5-20)中， $\text{value}(s)$ 表示仿真结果， $\text{value}(t)$ 表示则玻恩《光学原理》书中的计算公式获得的理论计算值。

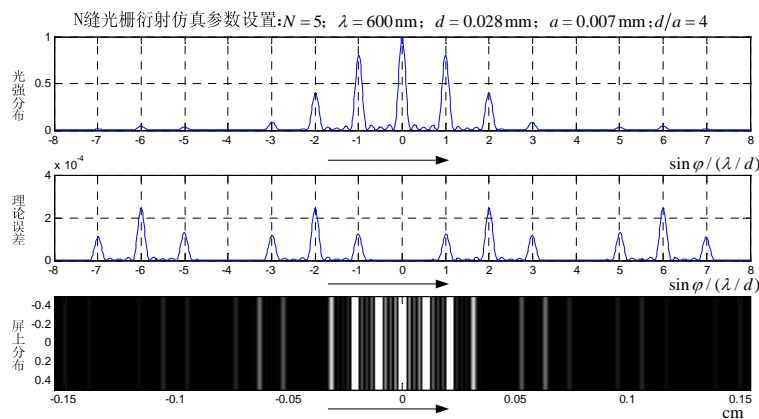
仿真中光栅数 $N=5$ ，波长 $\lambda=600\text{nm}$ ，缝宽 $a=0.007\text{mm}$ 。当 $d=0.014\text{mm}, 0.021\text{mm}, 0.028\text{mm}$ 时， N 缝干涉图样如图 5.3 所示。



实验一



实验二



实验三

图 5.3 光栅常数 d 对光栅衍射的影响

从图 5.3 和表 5.1 中可以看出，图 5.3 中的光栅常数与缝宽的比值分别为 2、3、4。从上面三个图中可以看出，实验一 $d/a=2$ ，可以清楚的看到第二级主明纹消失。同理，实验二第三级主明纹消失，实验三第四级主明纹消失。

这与理论分析结果及波经典动理论分析结果一致。从上面三个图中也可以看到，主明纹的光强还受到单缝衍射因子的调制，使主明纹的高度呈现振荡衰减。从各图的误差曲线看到，基于本文的光子模型的光栅衍射模型的仿真结果与玻恩

《光学原理》书中给出的理论分析结果误差非常小，这也证明了模型的正确

表 5.1 主极大明纹出现位置

	主极大	一级主极大	二级主极大	三级主极大	四级主极大
实验一	0	0.9893	——	2.9972	——
实验二	0	0.9895	1.9891	——	4.0046
实验三	0	0.9969	1.9933	2.9887	——

注：表中数值为 $\sin \varphi$ 与 λ/d 的倍数

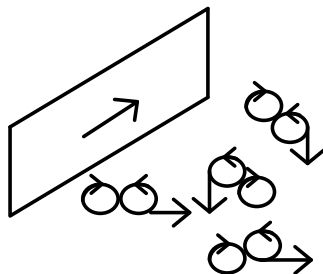
6.光子的偏振模型

6.1 问题分析与模型建立

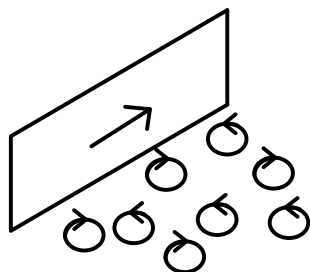
6.1.1 问题分析

所谓光的偏振，从波动性而言，是指光的振动方向只包含一种振动，其振动方向始终保持在同一平面内，光的传播方向失去对称性的现象。这一部分的内容则是从光的粒子性角度去解释光的偏振现象。

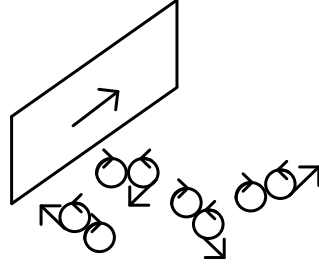
根据文献[2]所述，由于正常光线中包含处于各种相位的光子对，在与偏振镜片发生碰撞时，各种相位的光子会重新组合，组合成平行或垂直于偏振镜片光轴的新光子对。平均位相平行于偏振镜片光轴的光子对能够通过偏振镜，而垂直于偏振镜片光轴的光子则被偏振镜阻挡，因此，大约有 50% 的光线可以通过。上述过程如下图 6.1 中 a)、b)、c) 所示，四边形部分为偏振镜片，四边形内的箭头为偏振镜片光轴方向，顺时针的圈代表左旋光子，逆时针的圈代表右旋光子，光子对旁的箭头为光子对的相位：



a) 与偏振镜片碰撞前光子对状态示意图



b) 与偏振镜片碰撞时光子对被打散的状态示意图



c) 与偏振镜片碰撞后组合成新光子对的状态示意图

图 6.1 光子的偏振模型示意图

6.1.2 模型建立

基于光子的偏振模型，就是源于上述的理论分析。

首先需要做如下假设：

- 1) 正常光线中光子是光子对形式出现，每个光子对均由位相相同的一个左旋光子和右旋光子组成；
- 2) 光子对与偏振镜进行的是弹性碰撞，并不改变光子能量和相位，只打散原本的光子对组合。

正常光线中含有 n 个线性偏振光子对，一个光子对 c 分别由一对相位相同的左旋光子 P_l 和右旋光子 P_r 组成，则正常光线可以表示为：

$$L = \{P_i | P_i = P_l(\xi_i) \otimes P_r(\xi_i), i = 1 \dots n\} \quad (6-1)$$

式中 L 表示正常光线， ξ_i 表示第 i 个光子对的相位， \otimes 表示组合算子。

由文献[2]可知，偏振镜片仅让相位均值方向与偏振镜片光轴平行的线性偏振光子对通过，而垂直于偏振镜光轴的光子对则被偏振镜阻挡。现设偏正镜片的偏振角为 $\varphi_{\text{偏}}$ ($0 \leq \varphi_{\text{偏}} \leq \pi$)。当 $\xi = \varphi_{\text{偏}}$ 或 $\xi = \varphi_{\text{偏}} + \pi$ 时，则平行于偏振镜光轴的光子对能够通过偏振镜，否则不能通过偏振镜，即是：

$$\text{pass} = \begin{cases} 1 & , \quad \dot{\varphi} = \varphi_{\text{偏}} \text{ or } \dot{\varphi} = \varphi_{\text{偏}} + \pi \\ 0 & , \quad \dot{\varphi} \neq \varphi_{\text{偏}} \text{ or } \dot{\varphi} \neq \varphi_{\text{偏}} + \pi \end{cases} \quad (6-2)$$

式中 1 表示能够通过，0 表示不能通过。

当光子碰到偏振片后，光子对将会进行随机组合，两个相位分别为 ξ_i 与 ξ_j 的光子进行随机组合，其组合相位为：

$$\xi_b = (\xi_i + \xi_j) / 2 \quad (6-3)$$

当偏振片作用于正常光线时，则得到透过偏振片的光强为：

$$I = \sum_{i=1}^{\infty} \text{pass}(R_{\otimes i}(L)) \quad (6-4)$$

上式中， $R_{\otimes i}$ 表示对光线中的所在光子进行第 i 重新组合

6.2 仿真实验设计与结果分析

6.2.1 仿真实验设计

根据文献[6][7]，蒙特卡罗模拟是一种利用随机数以概率统计理论为指导来解决计算问题的方法。由于光子的偏振模型具有随机性，而且光子数量极多，故利用蒙特卡罗模拟进行仿真实验。本文先初始设置偏振镜片光轴的相位，再利用计算机随机生成左、右旋光子，相位在 $0 \sim 2\pi$ 之间的连续分布，通过根据垂直或者平行的规则，进行逐个配对，得到新光子对，最后得出与偏振镜片光轴方向

平行和垂直的新光子对的对数。具体实验步骤如下：

1)本实验设置偏振镜片光轴的相位为 $\pi/2$ 。光子对 1000 个，因而左右旋转光子分别有 1000 个，并初始化其相位从 $0 \sim 2\pi$ 之间的连续分布。本实验在 *matlab* 7.0 下运行，精度为 $\pm 10^{-3}$ ，运行 100 次；

2)计算各个左右旋转光子之间的平均相位，根据垂直或者平行的规则逐个配对，得到新光子对。计算过程中，各个左右旋转光子之间的平均相位与偏振镜片光轴的方向相差 $\pm 10^{-4}$ 或 $\pi/2 \pm 10^{-4}$ ，则认为符合平行或垂直特性；

3)输出垂直于、平行于偏振镜片光轴方向的新光子对对数。

6.2.2 仿真结果分析

图 6.2 为本次试验的得出的垂直和平行于偏振镜片光轴方向的新光子对个数的示意图，从图中可以看出，运行 100 次的实验结果，得到的偏振镜片光轴方向平行和垂直的新光子对的对数比均十分接近 50%，因而验证了大约有 50% 的光线可以通过偏振镜片的结论。

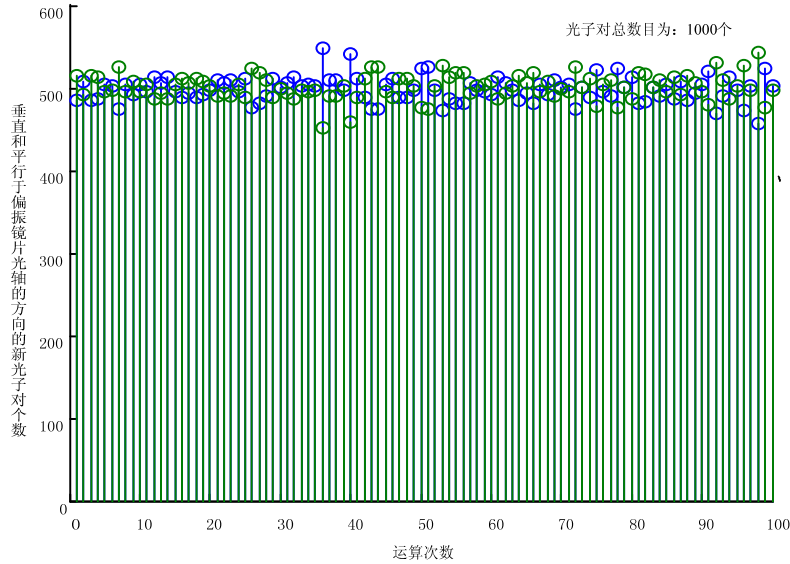


图 6.2 垂直和平行于偏振镜片光轴方向的新光子对个数示意图

五 模型的优点与缺点

本文将猜想中的光微子模型与能量模型相结合，建立了光子的数学物理模型。根据光子的粒子性，建立了光子从狭缝出射后散射角角度概率服从正态分布的模型以及单缝衍射、双缝干涉、N 缝干涉的光强空间分布模型。本文的模型有着以下的优点：

1) 利用碰撞理论和统计力学方法解释了光子狭缝碰撞。

在建立光子出射角分布模型中，建立了光子出射角与光波波长及狭缝宽度相关的正态分布模型，该模型能够很好的解释光子的出射角分布，因为其标准差与光子波长与缝宽成函数关系，该模型也能很好的解释狭缝很宽时，光子的前进是近似直线运行的，当缝很窄时，光子在开角不大的方向近似成均匀分布，整体成正态分布，也能很好的解释当出射角很大时，能量几乎为 0。该模型能够很好的解释一些物理想象，具有合理性。

2) 从物理结构到能量分布综合考虑了光子模型，适用于在诸多光学现象

通过光子的光微子模型与能量模型相结合，给出了单缝衍射中，光强的空间分布与狭缝尺寸，光子尺度，频率，波长的函数，给出了其能量分布模型。该模型能够只从光子的粒子性解释了单缝衍射的光强空间分布，得出了与波动模型描述的光学现象几乎一样的结果。

同理，建立了光子的双缝干涉， N 缝干涉的光强分布与狭缝尺寸，光子尺度，频率，波长光强空间分布模型，所建立的模型与玻因《光学原理》教材给出的理论分析结果几乎一致，有很好的吻合。能够解释光强分布与这些因素的关系，从仿真结果也可以看出，从光子的数学物理模型出发得出的结果与传统由光的波动性得出的结果也能够完全吻合，理论分析与仿真结果分析都证明根据光子的数学物理模型建立的双缝干涉与 N 缝干涉的光强空间分布模型与由传统波动观点得出的空间分布模型结果相差很小，证明了本文建立的双缝， N 缝干涉模型的正确性。

最后根据的光子对在通过偏振片时会进行重新组合，建立了光子的通过偏振片的数学模型。通过蒙特卡罗模拟，仿真验证了正常光线中只有大约 50% 的光线能够通过偏振片，该模型也证明了光子的能量模型的正确性。

同样本文模型的也存在这一些缺点：

- 1) 模型的是一个数学物理方程，具体求解很难，获得具体的光子的结构参数和物理特性的精确描述比较困难，本文仅仅考虑了旋转方向、相位、电磁场等较容易处理的模型信息；
- 2) 模型的适用性有待以不研究，尤其是光子的碰撞问题，虽然本文的假设可以获得很好的结果，但是都是在一定的假设条件下，或者散射角很小的情况下，通用性不强。

六 模型的猜想

- 1) 光子在出射时，因为要保持动量守恒，能量守恒与角动量守恒，且光子以光子对出现，则在电子受到激发时，应该出射 4 个光子。
- 2) 将本文建立的模型进行推广，可以得到光的圆孔衍射等物理现象、全反射现象的数学表达和机理解释。
- 3) 光子作为一种粒子，在经过小缝后，它会受到引力场，引力场的作用引起了光子的散射。

参考文献

- [1] Zutong Gong. A Theory of The Photon Structure [J]. ACTA Photonica Sinica, 1999, 28(1): 2-11.
- [2] D. Zu. The Classical Structure Model of Single Photon and Classical Point of View With Regard to Wave-Particle Duality of Photon[C]. Progress In Electromagnetics Research Letters, 2008, (1): 109-118.
- [3] 龚祖同. 光子结构论[J]. 高速摄影与光子学, 1980, 1: 2-10.
- [4] 张启仁. 统计力学[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [5] 杜扬. 流体力学[M]. 北京: 中国石化出版社, 2008.
- [6] 朱平. 拟蒙特卡罗方法的若干研究与应用[D]. 杭州: 浙江大学, 2010.
- [7] 尹增谦, 管景峰, 张晓宏, 曹春梅. 蒙特卡罗方法与应用[J]. 物理与工程, 2002, 3: 45-49.
- [8] 张成义, 陶纯堪, 高万荣, 郭胜利. 采用粒子性对衍射现象进行研究的实例[J]. 激光杂志, 2006, 27(5): 61-62.
- [9] 张一方. 粒子碰撞中的某些现象和散射截面方程[J]. 湖南城市学院学报(自然科学版), 2007, 16(1): 36-39.
- [10] 李霞, 姚保利, 侯洵. 以衍射理论为基础考虑双光子吸收的 Z-扫描理论[J]. 光子学报, 2005, 34(7): 1010-1014.