

参赛密码 _____
(由组委会填写)

第十二届“中关村青联杯”全国研究生 数学建模竞赛

学 校	安徽大学
参赛队号	10357003
队员姓名	1. 马 闯
	2. 程兵兵
	3. 何玉清

参赛密码 _____
(由组委会填写)



第十二届“中关村青联杯”全国研究生 数学建模竞赛

题 目 基于粒化思想的多层次目标规划模型的研究
——旅游路线规划问题求解

摘 要：

随着科技的进步和社会的发展，旅游已经成为人们的一种生活方式，是提高人们生活质量的重要活动。旅游路线最优化问题一直是旅游者们所关注的一个焦点。所以，如何对旅游路线进行合理的优化使得费用最低、使得如何花费最短时间游玩最多的景区、使得每次游玩体会最好，这都是我们需要量化、解决的问题。

针对问题一，首先利用人工智能领域粒化的思想对数据进行处理，把景区按照所属市粒化成市区粒，粒化后从 201 个景区得到 132 个市区，计算每个市区的游玩总时间。接着，为了求解从西安出发自驾游遍所有景区花费年数最少的游玩线路，可以分两步进行求解。第一步建立游玩次数最小的最优化模型，应用粒子群优化遗传（PSO-GA）算法求出每次游玩路线，和所花费时间。第二步建立游玩年数最小模型，给出每条游玩路线在哪一年进行游玩并计算出最少游玩时间为：12.5 年。

针对问题二，在本问中旅游策略为先从西安乘坐交通工具到景区最近的省会城市，然后租车游玩。所以在第一问把景区粒化成市区的基础上，继续按照最近原则把市区粒化成省会粒。由高层次粒度建模，不考虑低层次粒度的思想，分别对旅游体验度最优、旅途费用最优和住宿费用最优分别在省会粒、市区粒、景区粒（景区本身）三个层次建立最优化模型。（1）在省会粒：根据体会最佳建立最优化模型求解每个省会的最佳游玩次数。（2）在市区粒：根据旅途车费（租车费、过路费、油费）和旅途住宿费最少建立最优化模型求得市区粒层次

上的最优游玩路线。(3) 在景区粒上：根据住宿费最少建立最优化模型求得每个市区内部景点的游玩次序。综合三个层次求得了详细的旅行路线，并计算总共花费为 230505 元。

针对问题三，本问中考虑是自驾游，从北京出发。在这里依然在三个粒度层次上分别建立最优化模型，模型只需要对问题二省会粒度和市区粒度上进行微小改变，求得详细路线。最后分析给出了当地政府应该有目的性的提高本地一些景区的综合评价指标，以带动周围景区的参观人数等建议。

针对问题四，首先计算各个景区的评价指标，然后综合考虑旅游体验度、门票费、路费和游玩景区数目等各种指标分别建立自驾游、和非自驾游两种最优化模型以满足不同偏好的游客。

最后，发现本文建立的基于粒化多层次优化模型在求解各种不同种类问题时，只需要在某个粒度层次上进行微调，而不涉及到整体模型改变。模型可移植性强，求解过程层次分明，结果合理可行。

关键词：旅游路线；粒化；最优化；遗传算法；层次

一、问题重述

旅游路线最优化问题一直是旅游者们所关注的一个社会焦点，因为近几年来随着城市的发展，人们生活物质水平的提高，外出旅游已经成为节假日必不可少的部分。因此，如何对旅游路线进行合理的优化越来越被人所重视，提供给顾客最优化旅游路线对国内外游客有莫大的帮助，这样越来越多的人会在节日期间在我国旅游，这无疑对我国旅游业的发展起着至关重要的作用。下面我们从四个问题对本文进行分析。

(1) 旅行者在行车线路的设计上采用高速优先的策略，即先通过高速公路到达与景区邻近的城市，再自驾到景区。请设计合适的方法，建立数学模型，以该旅游爱好者的常住地在西安市为例，规划设计旅游线路，试确定游遍 201 个 5A 级景区至少需要几年？给出每一次旅游的具体行程，具体包括每一天的出发地、行车时间、行车里程和游览景区。

(2) 出行方式不仅可以采用高速优先策略，还可以考虑乘坐高铁或飞机到达与景区相邻的省会城市，而后采用租车的方式自驾到景区游览。该旅游爱好者一家 3 人同行，综合考虑第一问的全程自驾、先乘坐高铁或飞机到达省会城市后再租车自驾到景区等出行方式，建立数学模型设计一个十年游遍所有 201 个 5A 级景区、费用最优、旅游体验最好的旅游线路，给出每一次旅游的具体线路，具体包括每次出行方式、每一天的出发地、费用、路途时间、游览景区和每个景区的游览时间。

(3) 在第二问所建立的模型基础上加以推广，为全国的自驾游爱好者规划设计类似的旅游线路，进而给出常住地在北京市的自驾游爱好者的十年旅游计划，并根据上述三问的结果给旅游爱好者和旅游有关部门提出建议。

(4) 根据 201 家景区为国家 5A 级旅游景区及附件 6 上关于国家 5A 级旅游景区评定的相关信息和附件 7 中国国家旅游局官网上收集的国家 4A 级景区名单，请更为合理地规划该旅游爱好者的十年旅游计划。

二、问题分析

针对问题一：本问中，我们采用自驾游，高速优先策略，每次从西安出发。要求如何设计旅途路线，使得在最少的年数游完 201 个景区。在这里我们首先建立最优化模型使得游玩次数最优，然后针对每一次游玩天数建立花费年数最少模型。

针对问题二：本问中，我们首先考虑乘坐飞机或高铁到达景区最近的省会城市，然后租车去景区，每次从西安出发。要求设计旅途线路，使得体会最优、花费最少十年游玩 201 个景区。在这里我们分别对旅游体验度最优、旅途费用最优和住宿费用最优分别在省会粒、市区粒、景区三个层次建立最优化模型。

针对问题三：本问中，我们采用自驾游，每次从北京出发。要求设计使得体会最优、花费最少的最佳旅游路线。在这里我们分别对旅游体验度最优、旅途费用最优和住宿费用最优分别在省会粒、市区粒、景区三个层次建立最优化模型。

针对问题四：本文中，添加 4A 级景区，设计十年旅游线路使得旅途体验最优，花费最少。在这里，我们分别建立自驾游和非自驾游两种目标规划模型，以满足不同游客的需求。

三、符号说明与模型假设

3.1 符号说明

表 1.主要符号说明

符号	符号说明
t_{ij}	第 i 个地点到第 j 个地点所需要的时间（小时）
t_j	t_j 为游玩第 j 个景区所需要的时间（小时）
D_i	第 i 个市区粒所花费时间（天）
V	表示所有景区或市区集合
S_{ij}^g	第 i 地点到第 j 地点高速公路距离
S_{ij}^p	第 i 地点到第 j 地点普通公路距离
v_g	高速公路行驶速度
v_p	普通公路行驶速度
x_{ij}	x_{ij} 表示我们是否从第 i 地点到第 j 个地点
T_i	第 i 市区游玩时间
T_f	景区的满意度
PCD_z^{\min}	在第 z 个省会的最短时间
PCD_z^{\max}	在第 z 个省会的最长时间
C_i	第 i 个景区的体会得分
PCN_z	第 z 个省会分配的游玩次数
D_{oz}	目标城市 o 到省会城市 z 的旅途时间（天）
P_g	高速公路上每公里油费
P_g^0	高速公路上每公里过路费
P_p	普通公路上每公里油费
P_{h3}	县城内住宿费

3.2 基本假设:

- 1 每天旅行天气良好, 城市之间交通顺畅。
- 2 可以随时顺利订到车票和机票。
- 3 行车线路的设计上采用高速优先的策略, 即先通过高速公路到达与景区邻近的城市, 再自驾到景区。
- 4 市区内部景区游览过程为每次游玩后都返回市区再到其他景区 (考虑交通便利)。
5. 乘坐高铁或飞机的当天至多安排半天的景区游览。
6. 西安 (北京) 到达每个省会城市都是全程高速公路。

四、问题一的模型建立与求解:

4.1 数据处理

由于附件所给数据有缺失, 例如, 各个城市之间的高铁、飞机信息不完整, 景区门票价格缺失等, 因此并不能直接使用附件中的数据, 需要参考官方网站 (如 12306 等) 补全数据。

粒计算^[1-3]是人工智能领域中的一种新理念和新方法, 覆盖了所有和粒度相关的理论、方法和技术, 主要用于对不确定、不精确、不完整信息的处理, 以及对大规模海量数据的挖掘和对复杂问题的求解, 可以找到对问题的近似解决方案, 实现问题的简化, 降低求解代价。其主要的实现方法就是选择合适的粒化准则对问题进行粒化, 实现不同粒度层次间的变换, 在变换后的粒度层次对问题进行求解, 最终使原本无解或者难以求解的问题得到解决。

我们需要计算游遍 201 个经景点的最小年数, 这里面存在大量数据, 属于大规模数据的挖掘与处理问题, 所以我们可以采用粒计算的思想, 先把每个景点按每个市进行粒化, 计算在该市游览需要的天数, 粒化过程如图 1。

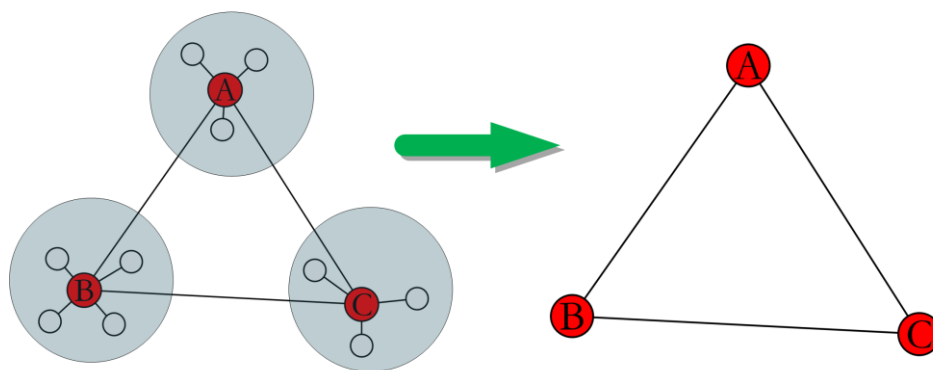


图 1 左边图 A、B、C 三个城市及其周边景区粒化成右边 A、B、C 三个市区

粒化的过程需要计算两个问题: (1) 小景区粒化成市区后市区到各个景点所花费时间 (天); (2) 小景区粒化成市区后各个景点所花费时间 (天)。

假设 t_{ij} 为粒化后第 i 个市区到第 j 个景区所需要的时间 (小时), t_j 为游玩第 j 个景区所需要的时间。由于每个市区内的各个景区存在相互之间交通不便利的情况, 所以我们假设在这个市区内游览每个景点后要返回市区, 然后由市

区出发游览其他景区。

考虑到，每天开车时间不超过 8 小时。在每天的行程安排上，若安排全天游览则开车时间控制在 3 小时内，即如果开车时间多于 3 小时，我们就至少浪费半天在旅途中；安排半天景点游览，开车时间控制在 5 小时内，即如果开车时间多于 5 小时，我们就至少浪费 1 天在旅途中；如果开车时间少于 3 小时，我们可以忽略不计，因为每天都存在 7:00—8:00, 18:00—19:00 开车时间，8:00—18:00 也可以抽出 2 个小时用来开车。所以旅途中需要的时间（天）我们可以计算得到：

$$d(t) = \begin{cases} 0 & , t \leq 3 \\ 0.5 & , 3 < t \leq 5 \\ 1 & , 5 < t \leq 8 \\ \left\lceil \frac{t}{8} \right\rceil + d(t \% 8) & , 8 < t \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\left\lceil \frac{t}{8} \right\rceil$ 为取整， $t \% 8$ 为取余。例如假设旅途中需要 13 个小时，我们需要先用 8 个小时开车（1 天），再用 5 个小时开车（1 天），即需要两天， $d(13) = \left\lceil \frac{13}{8} \right\rceil + d(13 \% 8) = 1 + d(5) = 1 + 1 = 2$ 。

所以粒化后在该市内所需要时间为：路途时间，景区时间和是否为省会时间（在省会玩一天）。假设该市有 k 个景区，在第 i 个市区所花费时间为：

$$D_i = \sum_{j=1}^k t_j + 2 \sum_{j=1}^k d(t_{ij}) + \gamma(i) \quad (2)$$

其中：

$$\gamma(i) = \begin{cases} 0, & i \text{ 为省会城市} \\ 1, & i \text{ 为不是省会城市} \end{cases} \quad (3)$$

每个市区的游玩时间可以计算出来如表 2，市区间高速公路距离见附录‘市-市.xlsx’。

表 2 为需要合并的市区游玩时间

城市	景区（按附件 1 给出顺序排列）	游玩天数
北京市	1,2,3,4,5,6,7	4.5
天津市	8,9	2.5
保定市	12,13	2
晋中市	18,19,20	1.5
鄂尔多斯市	21,22	1.5
大连市	24,25	1
长春市	28,29,30	2.5
上海市	36,37,38	3
苏州市	39,40,44,50,53,54	4
南京市	41,45	2

无锡市	42,43,52	1.5
常州市	46,55	1.5
镇江市	51,56	2
杭州市	58,61,66	3
嘉兴市	62,65	1
黄山市	70,73,77	2.5
宁德市	82,84	2
上饶市	88,90	2
烟台市	94,98	1
洛阳市	103,106,109,110	3.5
武汉市	112,119,121	2.5
宜昌市	113,114,118,120	2.5
恩施市	116,122	2
长沙市	127,128	2
广州市	130,132	2.5
深圳市	131,134	1
佛山市	137,139	1
桂林市	140,141,142	2.5
三亚市	144,145,146,147,148	2.5
重庆市	149,150,151,152,153,154	9
成都市	155,157,159,161	6.5
乐山市	156,158	1.5
安顺市	165,166	1
丽江市	170,171	1.5
拉萨市	175,176	2
西安市	177,178,180	2.5
银川市	189,190	2
西宁市	191,192	2.5

4.2 最优化模型建立^[4-6]

为了计算最少花费年数，在这里我们分两步求解：（1）建立游玩次数最小模型，给出每次游玩路线次数；（2）建立游玩年数最小模型，给出每次游玩在哪一年游玩。

4.2.1 建立游玩次数最小模型

我们希望从西安出发游玩所有景区的时间最短（因为要回来，所以我们需要计算出一个环），因为每年最多可以游玩 4 次，每次时间不超过 15 天，我们假设总共游玩 M 次，则目标函数为： $\min M$ 。现在我们假设第 $m(m=1\cdots M)$

次游玩 V_m 城市集（景区粒化成城市）， V 为所有景区城市集合。则我们有约束条件（1）我们要游玩所有城市（2）每个城市只能游玩一遍（3）每次游玩不为空：

$$\bigcup_{m=1}^M V_m = V \quad (4)$$

$$\bigcap_{m=1}^M V_m = \emptyset \quad (5)$$

$$V_m \neq \emptyset (m=1 \cdots M) \quad (6)$$

假设 S_{ij}^g 为第 i 市区到第 j 市区高速公路距离（数据见附录‘市-市.xlsx’）， v_g 为高速公路行驶速度； S_{ij}^p 为第 i 市区到第 j 市区普通公路距离， v_p 为普通公路行驶速度，则第 i 市区到第 j 市区行车时间为：

$$T_{ij} = \frac{S_{ij}^g}{v_g} + \frac{S_{ij}^p}{v_p} \quad (7)$$

x_{ij} 表示我们是否从第 i 市区到第 j 个市区，即

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{第 } i \text{ 市区不到第 } j \text{ 个市区} \\ 1, & \text{第 } i \text{ 市区到第 } j \text{ 个市区} \end{cases} \quad (8)$$

因为每次游玩都要从西安出发，则每次游玩的城市为： $V_m^0 = V_m \cup \text{西安}$ ，总共 k_m 个城市。则在第 $m(m=1 \cdots M)$ 次游玩中我们仅到一个城市依次，也仅从一个城市出发，则有约束条件：

$$\sum_i^{k_m} x_{ij} = 1, j \in V_m^0 \quad (9)$$

$$\sum_j^{k_m} x_{ij} = 1, i \in V_m^0 \quad (10)$$

而每次游玩中间不能有回路^[7-9]：

$$\sum_{i \in S} \sum_{i \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset V_m^0, 2 \leq |S| \leq k_m - 1 \quad (11)$$

最后我们要保证每次旅游要小于 15 天，即有约束条件：

$$\sum_i^{k_m} \sum_j^{k_m} d(T_{ij}) x_{ij} + \sum_i^{k_m} T_i \leq 15 \quad (12)$$

其中 T_i 为第 i 市区游玩时间。

因此我们给出最优化模型：

$$\begin{aligned}
& \min \quad M \\
& s.t. \quad \begin{cases} \bigcup_{m=1}^M V_m = V \\ \bigcap_{m=1}^M V_m = \emptyset \\ V_m \neq \emptyset (m=1 \dots M) \\ \sum_i^{k_m} x_{ij} = 1, j \in V_m^0 (m=1 \dots M) \\ \sum_j^{k_m} x_{ij} = 1, i \in V_m^0 (m=1 \dots M) \\ \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset V_m^0, 2 \leq |S| \leq k_m - 1 (m=1 \dots M) \\ \sum_i^{k_m} \sum_j^{k_m} d(T_{ij}) x_{ij} + \sum_i^{k_m} T_i \leq 15 (m=1 \dots M) \end{cases} \quad (13)
\end{aligned}$$

为了求解上述规划模型，下面考虑粒子群优化遗传（PSO-GA）算法。

（1）遗传算法

遗传算法（GA）是一种基于自然选择原理和自然遗传机制的搜索（寻优）算法^[10]，它是模拟自然界中的生命进化机制，在人工系统中实现特定目标的优化。遗传算法的实质是通过群体搜索技术，根据适者生存的原则逐代进化，最终得到最优解或准最优解。它必须做以下操作：初始群体的产生、求每一个体的适应度、根据适者生存的原则选择优良个体、被选出的优良个体两两配对，通过随机交叉其染色体的基因并随机变异某些染色体的基因后生成下一代群体，按此方法使群体逐代进化，直到满足进化终止条件。示意图如图2。

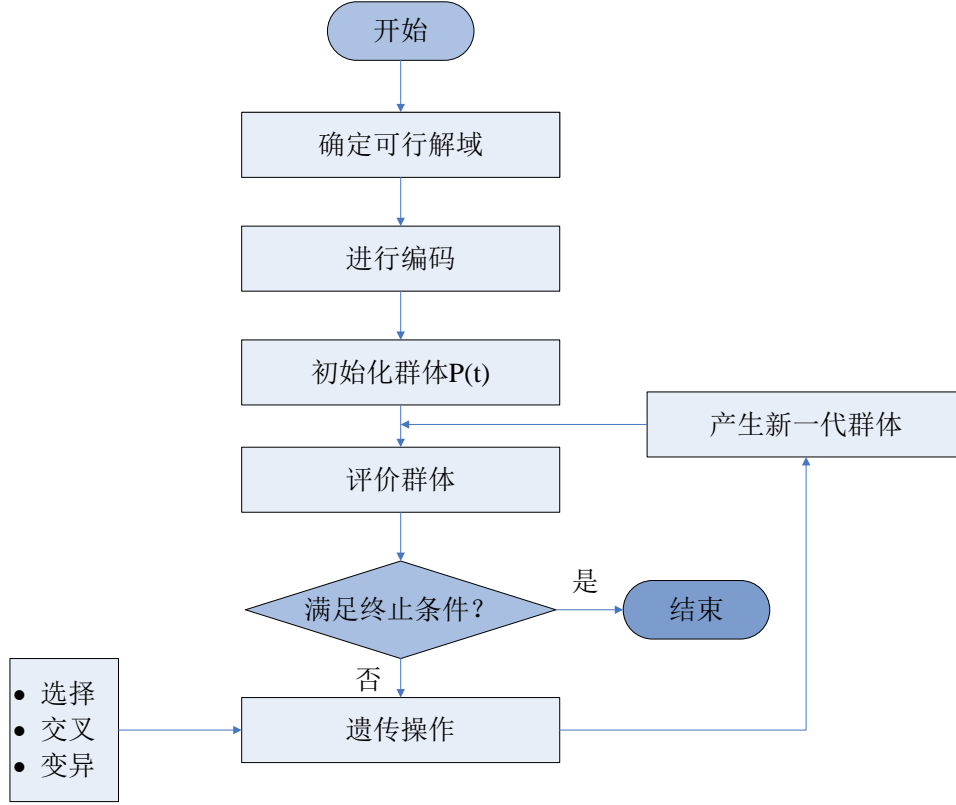


图 2 遗传算法（GA）流程图

其实现步骤如下：

Step 1 确定遗传算法中相应的参数，如种群规模 M ，变异概率 p_m ，交叉概率

p_c ，进化代数阈值 $iter$ 等；

Step 2 随机生成初始种群，即初始化种群；

Step 3 计算目标函数值以评价群体；

Step 4 若满足停止条件（算法已收敛、超过进化代数等），则算法结束，否则进入 Step 5；

Step 5 进行遗传操作，即选择，交叉，变异，生成新一代群体，并回到 Step 3。

（2）粒子群优化（PSO）算法

粒子群优化算法是基于群体智能理论的优化算法，它是通过群体中粒子间的合作与竞争产生的群体智能知道优化搜索。粒子群优化算法保留了基于种群的全局搜索策略，又采用了一种相对简单的速度-位移模型，避免了复杂的遗传算子操作。同时它特有的记忆功能使其可以动态跟踪当前的搜索情况而调整其搜索策略。

假设 $X_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,n})$ 是微粒 i 的当前位置， $V_i = (v_{i,1}, v_{i,2}, \dots, v_{i,n})$ 是微粒 i 的当前飞行速度，那么，基本粒子群优化算法的进化方程如下：

$$v_{i,j}(t+1) = v_{i,j}(t) + c_1 \text{rand}_1() (p_{i,j}(t) - x_{i,j}(t)) + c_2 \text{rand}_2() (p_{g,j}(t) - x_{i,j}(t)), \quad (14)$$

$$x_{i,j}(t+1) = x_{i,j}(t) + v_{i,j}(t+1), \quad (15)$$

$$P_i(t) = (p_{i,1}(t), p_{i,2}(t), \dots, p_{i,n}(t)), \quad (16)$$

$$P_g(t) = (p_{g,1}(t), p_{g,2}(t), \dots, p_{g,n}(t)), \quad (17)$$

式中, t 表示迭代代数; $P_i(t)$ 表示微粒 i 迄今为止经历过的历史最好位置; $P_g(t)$ 是当前粒子群搜索到的最好位置 (全局最好位置), c_1 、 c_2 为分别为认知学习因子和社会学习因子, 通常在 0-2 间取值。 $rand_1()$ 、 $rand_2()$ 是在 [0,1] 上的两个相互独立的随机数^[9-10]。

PSO 的基本流程可以描述为如图 3:

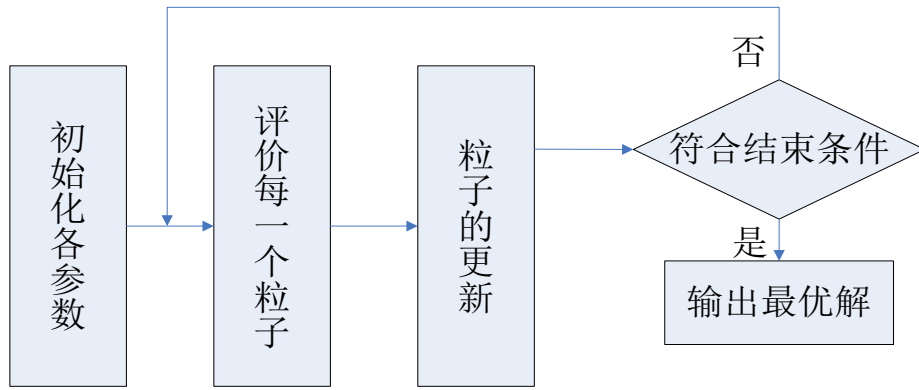


图 3 粒子群 PSO 算法流程图

其实现步骤如下:

Step 1 在允许的范围内, 初始化搜索点的位置及其速度, 每个粒子的坐标设置为其当前位置, 且计算出其相应的个体极值 (即个体极值点的适应度值), 而全局极值 (即全局极值点的适应度值) 就是个体极值中最好的, 记录该最优值的粒子序号, 并将 $P_g(t)$ 设置为该最优粒子的当前位置;

Step 2 计算粒子的适应度值, 即目标函数值, 如果优于该粒子当前的个体极值, 则将 $P_i(t)$ 设置为该粒子的位置, 且更新个体极值。如果所有粒子的个体极值中最好的好于当前的全局极值, 则将 $P_g(t)$ 设置为该粒子的位置, 记录该粒子的序号, 且更新全局极值;

Step 3 根据式 (14) — (17), 对每一个粒子的速度和位置进行更新;

Step 4 检验是否符合结束条件, 若当前的迭代次数达到了预先设定的最大次数 (或达到最小错误要求等), 则停止迭代, 输出最优解, 否则转到 Step 2。

(3) 基于 PSO-GA 方法对上述模型进行求解

文献[11]提出一种名为 PSO-GA 的混合算法, 这种算法以 PSO 和 GA 两种算法为基础, 很好地结合了两者的优点, 同时规避了部分不足, 在优化方程系数方面有更好地表现。

在 PSO-GA 方法目前的研究和使用中, 目标值受相关因素的影响可分别建立为线性、指数型、二次型三种模型, 其表达式分别如下:

$$Q_1 = \sum_{i=1}^N \tau_i F_i + \tau_0, \quad (18)$$

$$Q_2 = \sum_{i=1}^N \tau_i F_i^{\tau_i} + \tau_0, \quad (19)$$

$$Q_3 = \sum_{i=1}^N \tau_i F_i + \tau_0 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N k_{ij} F_i F_j + \sum_{i=1}^N u_i F_i^2, \quad (20)$$

其中 F_i 为第 i 个影响因素， τ_0 ， τ_i ， k_{ij} 和 u_i 为系数， N 为影响因素个数。实际操作中，具体流程如图 4：

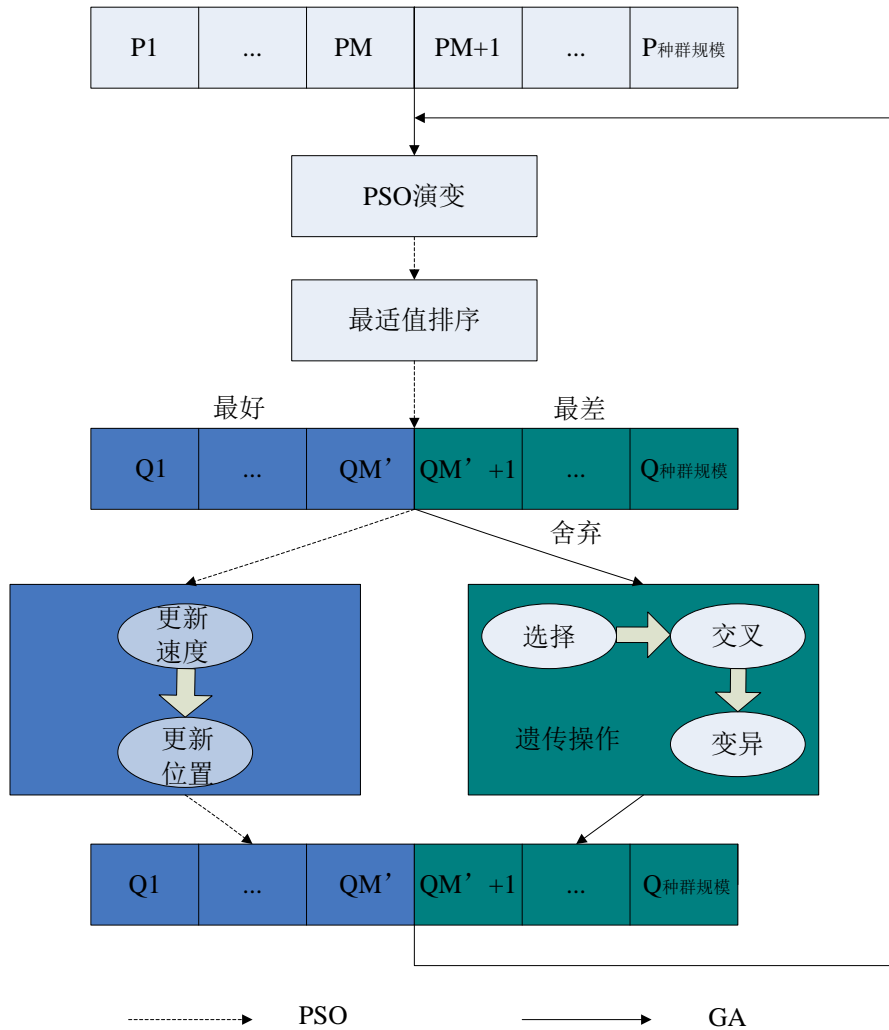


图 4 PSO--GA 算法流程图

其实现步骤如下：

Step 1 确定相关系数，如粒子种群规模 M ，由 PSO 演变后保留的粒子规模 M' ，PSO 认知学习因子和社会学习因子 c_1 及 c_2 ，GA 的交叉以及突变概率 p_c 和 p_m ，粒子最大速度 $v_{i\max}$ ，PSO 迭代代数阈值 $iter_1$ 和 PSO-GA 迭代代数阈值 $iter_2$ ；

Step 2 由实际编码确定式 (18) - (20) 的系数;

Step 3 若 PSO-GA 迭代达到 $iter_2$ ，则算法结束，输出最优适应度、最优解（即最优位置），否则进入 Step 4;

Step 4 若 PSO 迭代达到 $iter_1$ ，则算法结束，否则进入 Step 5;

Step 5 类似 PSO 算法，根据下式，更新离子的速度和位置;

$$v_{id}^{t+1} = \chi \cdot [v_{id}^t + c_1 \times rand_1() \times (P_{id}^t - x_{id}^t) + c_2 \times rand_2() \times (P_{gd}^t - x_{id}^t)], \quad (21)$$

$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1}, \quad (22)$$

其中 χ 是由 Clerc 与 Kennedy 于 2002 年引入的限制因子^[12]，以保证收敛值与 PSO 方法收敛值一致，其计算方法如式 (23):

$$\chi = \frac{2}{|2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}|}, \quad (23)$$

对于 $\varphi > 4$ ，有 $\varphi = c_1 + c_2$ ，一般情况下取 $c_1 = c_2 = 2.05$;

Step 6 根据适应度对种群粒子进行排序，将适应度最优的 M' 个粒子选择，进行式 (21) 和 (22) 操作，更新其速度和位置;

Step 7 对于未选择到的粒子，进行 GA 操作，计算剩余粒子的选择概率，

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^N f_j - f_{\max}} = \frac{f_i}{f_{\text{sum}} - f_{\max}}; \quad (24)$$

Step 8 根据 Step 1 中 p_c 和 p_m ，实施交叉、突变过程，更新粒子群 $M - M'$ 的速度和位置:

$$\begin{cases} x_A^{t+1} = \alpha x_B^t + (1 - \alpha) x_A^t \\ x_B^{t+1} = \alpha x_A^t + (1 - \alpha) x_B^t \end{cases}, \quad (25)$$

$$z_i = \begin{cases} v_i, & i \neq h \\ v_h', & i = h \end{cases}; \quad (26)$$

Step 12 将 Step 6 和 Step 8 得到的两个粒子群合并，不妨仍记为 M ，回到 Step 3。

模型求解:

求得每次游玩经过市区粒的过程如表 3:

表 3 游玩路线

游 览 路 线	每次游玩的路线（精确到市区粒）	天数
路线 1	西安→北京→天津→承德→秦皇岛→保定→晋城→西安	15
路线 2	西安→洛阳→南阳→石家庄→大同→忻州→晋中→西安	9
路线 3	西安→武汉→恩施→张家界→长沙→湘潭→岳阳→西安	15
路线 4	西安→神农架→宜昌→平顶山→开封→洛阳→西安	11
路线 5	西安→清远→广州→梅州→深圳→佛山→韶关→郴州→ 衡阳→十堰→西安	15
路线 6	西安→桂林→佛山→惠州→广州→宁德→西安	13
路线 7	西安→鄂尔多斯→渭南→宝鸡→西安	11
路线 8	西安→新源→泽普→阜康市→嘉峪关市→西安	12
路线 9	西安→晋中→沈阳→大连→本溪→天水→西安	9
路线 10	西安→延边→长春→哈尔滨→黑河→牡丹江→西安	15
路线 11	西安→伊春→大兴安岭→晋中→西安	10
路线 12	西安→常州→上海→无锡→泰州→南京→淮安→西安	15
路线 13	西安→镇江→苏州→南通→上海→湖州→杭州→舟山→ 西安	13
路线 14	西安→焦作→扬州→嘉兴→镇江→温州→宁波→绍兴→ 郑州→西安	11
路线 15	西安→济南→潍坊→枣庄→烟台→威海→青岛→泰安→ 西安	12
路线 16	西安→吉安→赣州→龙岩→泉州→厦门→福州→西安	11
路线 17	西安→安阳→九江→鹰潭→三明→南平→宁德→金华→ 景德镇→阜阳→西安	12
路线 18	西安→衢州→黄山→安庆→池州→上饶→宣城→济宁→ 西安	14
路线 19	西安→桂林→三亚→南宁→重庆→西安	14
路线 20	西安→重庆→延安→西安	12
路线 21	西安→成都→绵阳→南充→广元→广安→西安	11
路线 22	西安→长沙→毕节→安顺→贵阳→乐山→西安	14
路线 23	西安→吐鲁番→博湖县→喀什→富蕴→西安	14
路线 24	西安→石嘴山→中卫→布尔津县→乌鲁木齐→西安	11
路线 25	西安→昆明→西双版纳→大理→丽江→香格里拉→西安	13
路线 26	西安→酒泉→拉萨→成都→西安	12
路线 27	西安→银川→西宁→平凉→西安	9

图（5-8）为三个游览示意图：

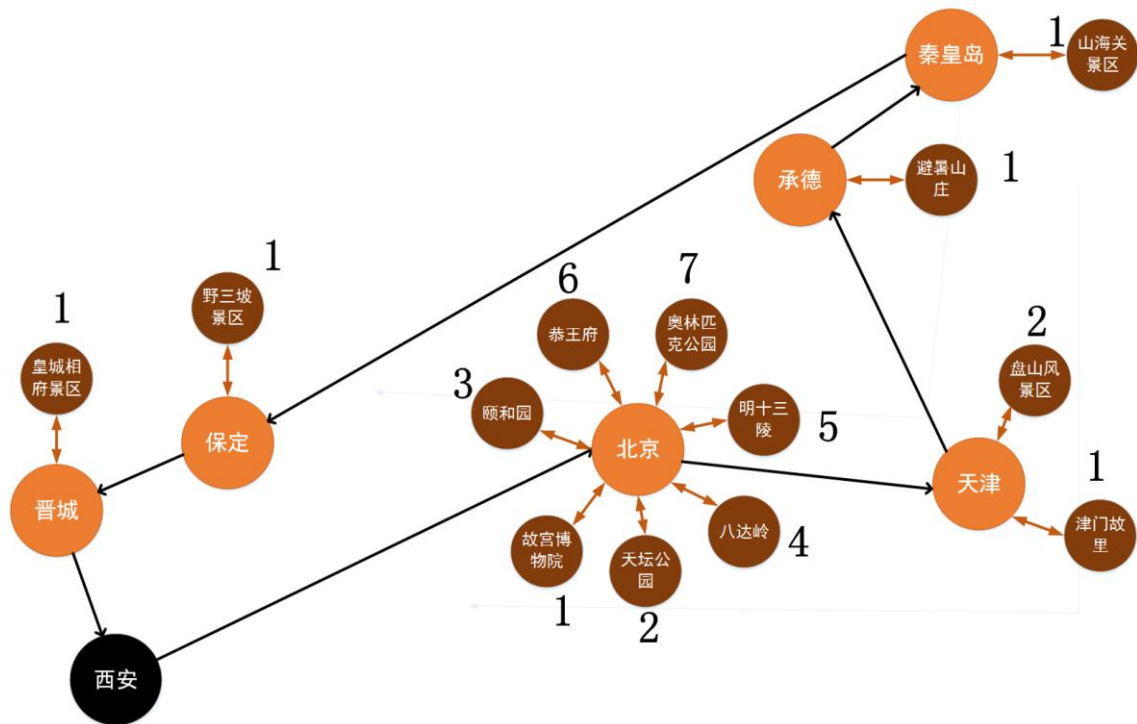


图 5.路线 1 的游玩路线

本次游玩过程为：从西安出发到北京然后依次游玩故宫博物院、天坛公园、颐和园、八达岭、明十三陵、恭王府和奥林匹克公园然后到天津依次游玩津门故里和盘上风景区，再到承德游玩避暑山庄后到达秦皇岛游玩山海关景区，到保定游玩野三坡景区，到晋城游玩皇城相府景区，最后返回西安。

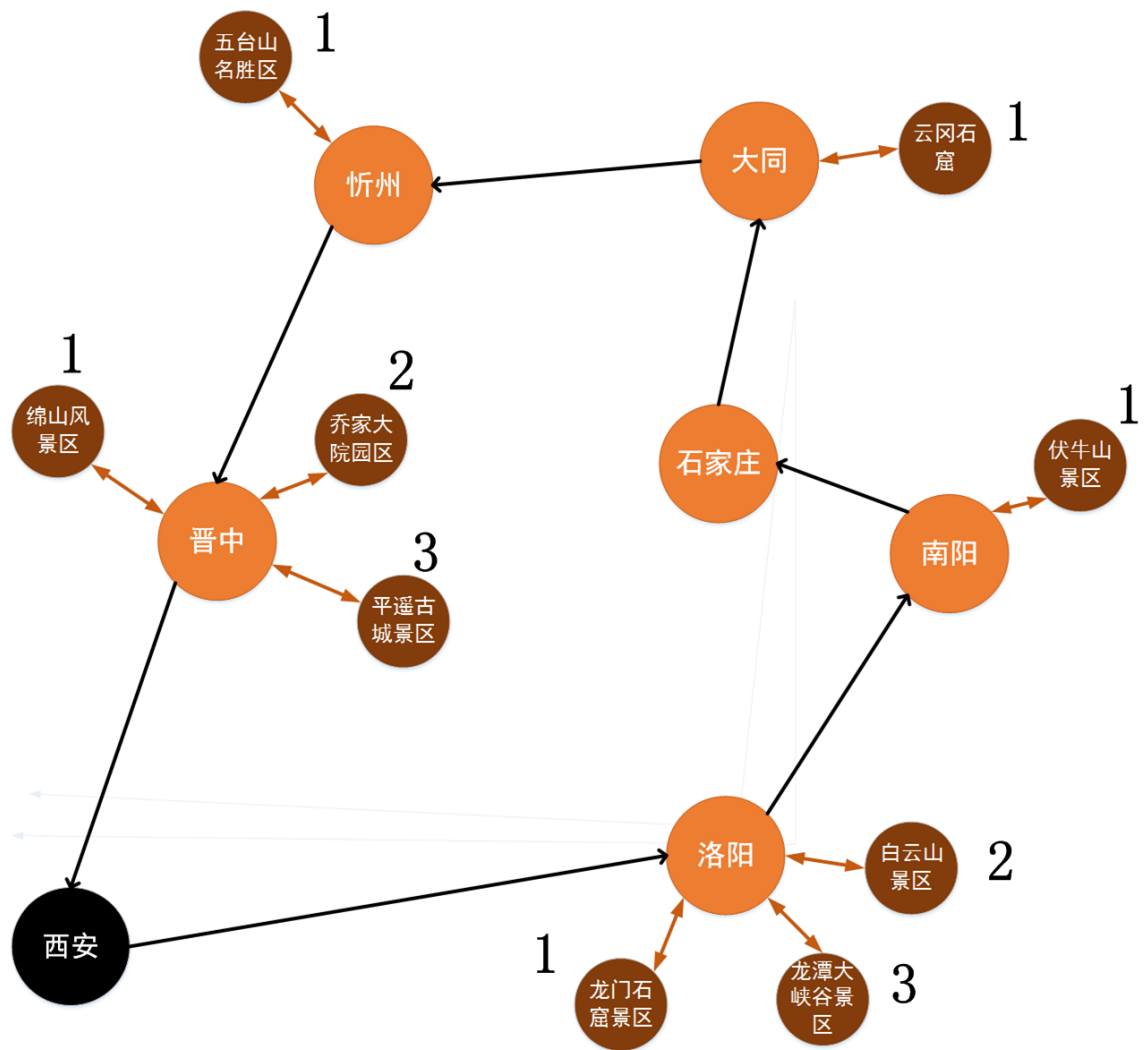


图 6.路线 2 的游玩路线

本次游玩过程为：从西安出发到洛阳依次游玩龙门石窟景区、龙潭大峡谷景区、白云山景区后到达南阳，在南阳游玩伏牛山景区后，到石家庄游玩，然后到云冈石窟游玩大同，到忻州游舞台上，到晋中依次游玩绵山风景区、乔家大园区、平遥古城景区后返回西安。

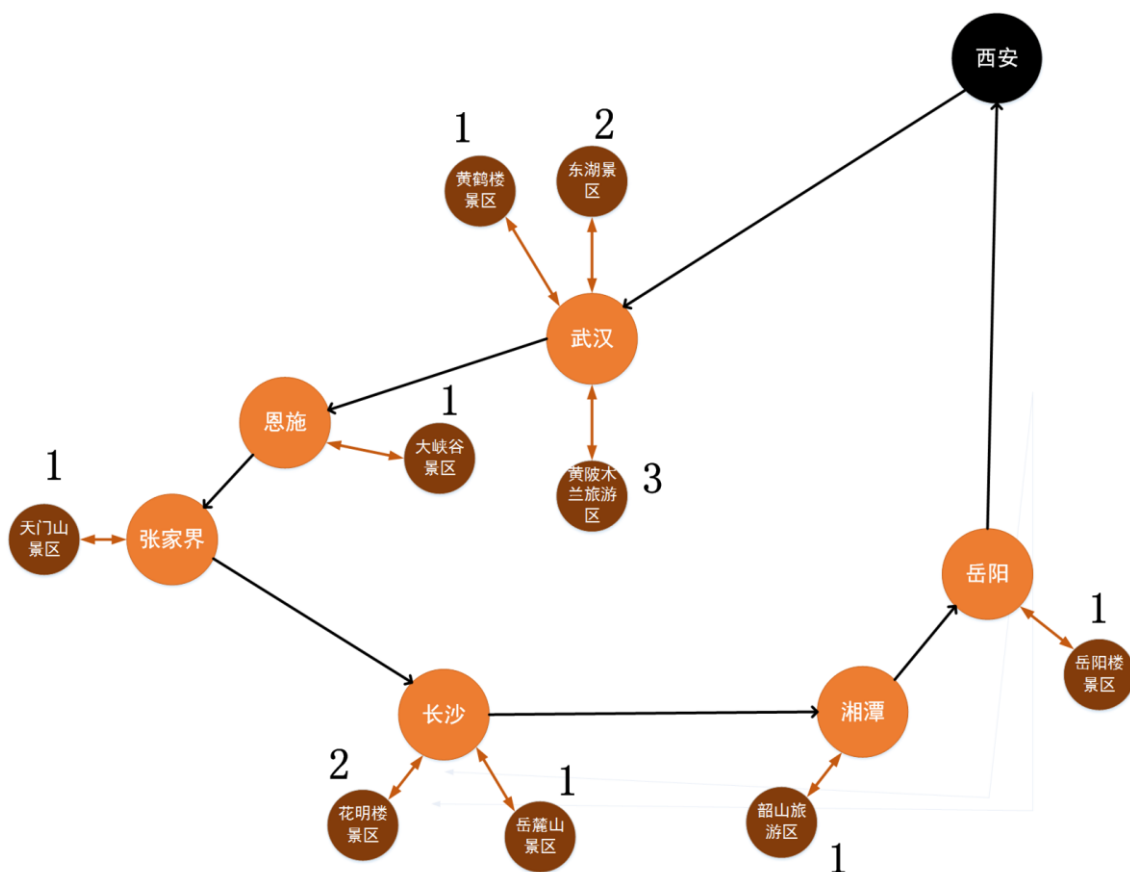


图 7.路线 3 的游玩路线

本次游玩过程为：从西安出发到武汉分别游玩黄鹤楼景区、东湖景区、黄陂木兰旅游区后到达恩施游玩大峡谷景区，到张家界游玩天门上景区，到长沙分别游玩岳麓山和花明楼景区，到湘潭游玩韶山旅游区，到岳阳游玩岳阳楼后返回西安。

4.22 建立游玩年数最小模型

上面已经求得 M 次游玩路线，假设第 $m(m=1\cdots\cdots M)$ 次游玩路线为 L_m 。

假设 K 为游览年数，年数最短，则目标函数为：

$$\min K \quad (27)$$

设集合 V_k^o 为第 k ($k=1,2,\cdots,K$) 年游览路线集合， V^o 为总的游览路线。因为每个路线只能游览一次，所以有约束条件：

$$\bigcap_{k=1}^K V_k^o = \emptyset \quad (28)$$

因为要游览所有路线，所以有约束条件：

$$\bigcup_{k=1}^K V_k^o = V^o \quad (29)$$

因为每年都要安排游览路线所以有约束条件：

$$V_k^o \neq \emptyset (k=1,2,\dots,K) \quad (30)$$

因为每年最多只能游玩 4 次，所以有约束条件：

$$|V_k^o| \leq 4 (k=1,2,\dots,K) \quad (31)$$

设第 k 年旅游天数可以表示为 $D_Y(V_k^o)$ ，因为每年的游玩天数为不超过 30 天，所以有约束条件：

$$D_Y(V_k^o) \leq 30 (k=1,2,\dots,K) \quad (32)$$

所以我们可以给出最优化模型：

$$\begin{aligned} \min \quad & K \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \bigcap_{k=1}^K V_k^o = \emptyset \\ \bigcup_{k=1}^K V_k^o = V^o \\ V_k^o \neq \emptyset (k=1,2,\dots,K) \\ |V_k^o| \leq 4 (k=1,2,\dots,K) \\ D_Y(V_k^o) \leq 30 (k=1,2,\dots,K) \end{cases} \end{aligned} \quad (33)$$

求得每年游玩路线如表 4，总共游玩 12.5 年。

表 4 每年游玩路线表

游玩年数	游玩路线	总天数
1	路线 1，路线 3	30
2	路线 2，路线 4，路线 11	30
3	路线 5，路线 6	28
4	路线 7，路线 9，路线 27	29
5	路线 8，路线 10	26
6	路线 12，路线 13	28
7	路线 14，路线 15	23
8	路线 16，路线 17	23
9	路线 18，路线 19	28
10	路线 20，路线 21	23
11	路线 22，路线 23	28
12	路线 24，路线 25	24
13	路线 26	12

由表 4 每年的游玩路线和表 3 的游玩路线我们可以设计具体游玩路线，结果如表 5。

表 5 每年具体游玩路线表

年数	路线	天次	出发地	行车时间	行车里程	浏览景区
第一年	1	第一天	西安	12.8	1080	到达北京
		第三天	北京	0	0	故宫
			北京	1.5	70	天坛公园
		第四天	北京	1	60	颐和园
			北京	1.5	70	八达岭
		第五天	北京	0.8	45	十三陵
			北京	1.5	95	恭王府
		第六天	北京	0.6	40	奥林匹克
		第七天	天津	0.2	10	津门故里
		第八天	天津	1.8	121	蓟县盘山
		第十天	承德	0	0	避暑山庄
		第十一天	秦皇岛	0.5	25	山海关
		第十二天	保定	1	58	白洋淀景区
		第十三天	保定	1.8	110	野三坡景区
		第十四天	晋城	0.5	40	皇城相府
		第十五天	晋城	5.5	460	回到西安
	3	第一天	西安	9.5	730	到达武汉
		第三天	武汉	0.4	11	黄鹤楼公园
		第四天	武汉	0.75	24	东湖景区
			武汉	1.5	70	黄陂木兰
		第六天	恩施市	1.2	65	巴东神龙溪
			恩施市	1.5	75	恩施大峡谷
		第八天	张家界	0.25	20	张家界
		第九天	长沙	0.3	25	岳麓山
		第十一天	长沙	1	60	花明楼景区
		第十二天	湘潭	1	55	湘潭旅游区
第二年	2	第十四天	岳阳	0	0	岳阳楼
		第十五天	岳阳	11.3	856	回到西安
		第一天	西安	4.5	371	到达洛阳
		第一天	洛阳	0.3	15	龙门石窟
		第二天	洛阳	3.2	165	白云山景区
		第三天	南阳	1.2	70	伏牛山旅游区
		第四天	石家庄	1.5	85	西柏坡景区
		第五天	大同	0.5	30	大同云冈石窟
		第六天	忻州	2	120	五台山
		第八天	晋中	0.6	25	绵山风景区
		第九天	晋中	7	605	回到西安
	4	第一天	西安	8.3	517	到神农架林区
		第二天	神农架	0	0	神农架旅游区
		第三天	宜昌	1.5	50	三峡大坝

		第四天	宜昌	1	35	三峡人家风景区
			宜昌	1.6	55	清江画廊景区
		第五天	宜昌	1.5	60	屈原故里
		第六天	平顶山	1	45	尧山中原大佛
		第八天	开封	0.5	40	清明上河园景区
		第九天	洛阳	1.5	60	老君山鸡冠洞
		第十天	洛阳	1.2	45	龙潭大峡谷景区
		第十一天	洛阳	4.5	370	回到西安
	11	第一天	西安	28	2630	西安到伊春
		第四天	伊春	4	255	汤旺河林海奇石
		第七天	大兴安岭	3	200	漠河北极村
		第十天	大兴安岭	34	3000	回到西安
第三年	5	第一天	西安	19	1600	到达清远
		第三天	清远	2.5	175	连州地下河
		第五天	广州	0.6	20	长隆旅游度假区
		第六天	梅州	0.25	8	雁南飞茶田景区
		第七天	深圳	0.3	18	华侨城旅游区
		第九天	深圳	0.5	27	观澜湖旅游区
		第十天	佛山	0.75	47	长鹿旅游休博园
		第十一天	韶关	0.8	50	丹霞山景区
		第十二天	郴州	0.7	35	东江湖旅游区
		第十三天	衡阳	1	65	衡山旅游区
		第十三天	十堰	1.5	6.5	武当山风景区
		第十五天	十堰	4.5	300	回到西安
	6	第一天	西安	19	1600	到达桂林
		第三天	桂林	0.7	25	桂林漓江风景区
		第四天	桂林	1.3	70	乐满地度假世界
		第五天	桂林	0	0	靖江王城景区
		第七天	佛山	0.5	30	佛山西樵山景区
		第八天	惠州	1	55	罗浮山景区
		第十天	广州	0.3	20	广州白云山景区
		第十一天	宁德	2.25	100	屏南旅游景区
		第十二天	宁德	2.4	120	太姥山旅游区
		第十三天	宁德	21.5	1690	回到西安
第四年	7	第一天	西安	9.5	725	到达鄂尔多斯
		第四天	鄂尔多斯	2.5	175	沙湾旅游景区
		第五天	鄂尔多斯	1.5	100	成吉思汗陵景区
		第七天	渭南	1	60	华山风景区
		第九天	宝鸡	0.3	18	法门寺景区
		第十一天	宝鸡	2	175	回到西安
	9	第一天	西安	7	600	到达晋中

		第二天	晋中	0.5	40	乔家大院园区
		第三天	晋中	1.5	100	平遥古城景区
		第四天	沈阳	0.4	30	沈阳植物园
		第五天	大连	1.5	50	老虎滩海洋公园
		第六天	大连	1	35	大连金石滩景区
		第七天	本溪	1.6	55	本溪水洞景区
		第八天	天水	1.5	60	天水麦积山景区
		第九天	天水	5	350	回到西安
	27	第一天	西安	9	742	到达银川
		第三天	银川	0.75	47	镇北堡影视城
		第四天	西宁	1.5	65	青海湖风景区
		第五天	西宁	2	96	塔尔寺景区
		第七天	平凉	1.25	70	崆山风景名胜
		第九天	平凉	4	320	回到西安
第五年	8	第一天	西安	37	3050	到达新源
		第四天	新源	10	1200	那拉提旅游景区
		第五天	泽普	6	430	金胡杨景区
		第七天	阜康市	3	190	天池风景名胜
		第九天	嘉峪关	1.3	70	嘉峪关文物景
		第十二天	嘉峪关	16.5	1360	回到西安
	10	第一天	西安	25	2500	西安到延边
		第四天	延边	4	210	长白山景区
		第六天	长春市	0.5	27	伪满皇宫博物
		第七天	长春市	0.75	47	长春净月潭景
		第八天	长春市	0.8	50	长影世纪城景
		第九天	哈尔滨	0.7	35	太阳岛景区
		第十一天	黑河	1	65	五大连池景区
		第十三天	牡丹江	2	110	镜泊湖景区
		第十五天	牡丹江	29	2600	回到西安
第六年	12	第一天	西安	14	1200	西安到常州
		第三天	常州	0.75	47	环球恐龙城景
		第四天	常州	2.5	190	天目湖景区
		第五天	上海	0.5	30	上海野生动物园
		第六天	上海	0.6	40	上海科技馆
		第七天	无锡	0.7	25	三国水浒城景
		第八天	无锡	1.3	70	灵山大佛景区
		第九天	无锡	1	60	无锡鼋头渚景
		第十天	泰州	0.5	30	溱湖湿地公园
		第十一天	南京	1	55	中山陵景区
		第十二天	南京	0.3	20	南京夫子庙
		第十三天	淮安	1	50	周恩来故里

		第十五天	淮安	11	1100	回到西安
	13	第一天	西安	12.5	1170	西安到镇江
		第三天	镇江	1	55	三山风景名胜
		第四天	苏州	0.75	24	苏州园林
		第五天	苏州	1.5	70	周庄古镇景区
			苏州	1.2	65	同里古镇景区
		第六天	苏州	1.5	75	金鸡湖
			苏州	0.25	20	太湖旅游区
		第七天	苏州	0.3	25	沙家浜旅游区
		第八天	南通	1	60	濠河风景区
		第九天	上海	1	55	东方明珠
		第十天	湖州	1	55	南浔古镇景区
		第十一天	杭州	0.3	20	杭州西湖风景区
			杭州	2.25	100	岛湖风景区
		第十二天	杭州	0.5	35	西溪湿地旅游区
		第十三天	舟山	0.5	27	普陀山风景区
			舟山	18.5	1545	回到西安
第七年	14	第一天	西安	5.5	470	西安到焦作
		第二天	焦作	1	65	焦作风景区
		第三天	扬州	0.7	25	瘦西湖风景区
		第四天	嘉兴	1.3	70	桐乡乌镇古镇
		第五天	嘉兴	0.4	25	嘉兴南湖旅游区
		第六天	镇江	0.5	30	句容茅山景区
		第七天	温州	1	55	雁荡山风景区
		第八天	宁波	1.2	65	溪口滕头景区
		第九天	绍兴	0.5	30	鲁迅故里
		第十天	郑州	0.25	20	嵩山少林景区
		第十一天	郑州	0.3	25	回到西安
	15	第一天	西安	5.5	480	到达济南
		第三天	济南	0.3	20	天下第一泉景区
		第四天	潍坊	1	55	沂蒙山旅游区
		第五天	枣庄	1.25	65	台儿庄古城景区
		第七天	烟台	2.4	120	烟台蓬莱阁
		第七天	烟台	0.5	27	龙口南山景区
		第八天	威海	0.75	47	威海刘公岛景区
		第九天	青岛	0.8	50	青岛崂山景区
		第十天	泰安	0.6	40	泰安泰山景区
		第十二天	泰安	10	890	回到西安
第八年	16	第一天	西安	15.5	1250	到达吉安
		第三天	吉安	1.5	75	井冈山景区
		第四天	赣州	0.25	20	共和国摇篮景区

		第五天	龙岩	1.3	60	福建土楼景区
		第六天	泉州	1	60	清源山景区
		第七天	厦门	1	55	鼓浪屿
		第八天	福州	1	55	三坊七巷景区
		第十一天	福州	22	1650	回到西安
	17	第一天	西安	7.8	640	到达安阳
		第二天	安阳	1	55	安阳殷墟景区
		第三天	九江	1.3	50	庐山
		第四天	鹰潭	1.6	100	贵溪龙虎山
		第五天	三明	2	120	泰宁风景旅游区
		第六天	南平	0.5	27	南平武夷山
		第七天	宁德	0.75	47	宁德屏南
		第八天	宁德	0.8	50	福鼎太姥山
		第九天	金华	1	60	金华东阳横店
		第十天	景德镇	0.5	30	景德镇古窑民俗
		第十一天	阜阳	1.5	70	八里河风景区
		第十二天	阜阳	9.5	760	回到西安
第九年	18	第一天	西安	16	1360	到达衢州
		第三天	衢州	0.6	40	根宫佛国
		第四天	黄山	2.25	100	黄山
		第五天	黄山	2	100	西递宏村
		第六天	黄山	2	110	古徽州文化
		第七天	安庆	1.2	90	天柱山风景区
		第八天	池州	2.25	100	九华山风景区
		第九天	上饶	2.4	120	三清山旅游景区
		第十天	上饶	0.5	27	江湾景区
		第十一天	宣城	0.75	47	龙川景区
		第十二天	济宁	0.8	50	曲阜明故城
		第十四天	济宁	9	780	回到西安
	19	第一天	西安	18	1450	达到桂林
		第三天	桂林	0.5	30	桂林漓江风景区
		第四天	桂林	1	55	桂林独秀峰
		第五天	桂林	1.2	65	乐满地度假世界
		第七天	三亚	1	55	三亚南山文化
		第八天	三亚	1	55	三亚南山大小洞
		第九天	三亚	2	20	呀诺达雨林
		第十天	三亚	2.25	100	海南槟榔谷
		第十一天	三亚	1	55	陵水县分界洲岛
		第十二天	南宁	1	55	南宁市青秀山
		第十四天	南宁	22	1600	回到西安
第十年	20	第一天	西安	9.5	685	到达重庆

		第三天	重庆	2.25	100	大足石刻景区
		第四天	重庆	2.4	120	巫山小三峡
		第五天	重庆	0.5	27	武隆喀斯
		第六天	重庆	0.75	47	酉阳桃花源
		第七天	重庆	0.8	50	万盛黑山谷
		第八天	重庆	0.75	47	南川金佛山
		第十天	延安	0.8	50	黄帝陵景区
		第十二天	延安	4.5	300	回到西安
	21	第一天	西安	1	55	到达绵阳
		第三天	绵阳	1	55	绵阳北川羌城
		第五天	南充	0.3	20	南充市阆中古城
		第七天	广元	2.25	100	剑门蜀道剑门关
		第九天	广安	2.4	120	邓小平故里
		第十一天	广安	8	600	回到西安
第十一年	22	第一天	西安	12	980	到达长沙
		第三天	长沙	0.75	47	长沙岳麓山
		第四天	长沙	0.8	50	花明楼景区
		第五天	毕节	1.5	90	百里杜鹃景区
		第七天	安顺	0.75	47	黄果树瀑布景区
		第八天	安顺	0.8	50	安顺龙宫景区
		第九天	贵阳	2	110	荔波樟江景区
		第十一天	乐山	1.5	95	乐山峨眉山景区
		第十二天	乐山	1	55	乐山大佛景区
		第十四天	乐山	11.5	860	回到西安
	23	第一天	西安	26	2350	到达吐鲁番
		第四天	吐鲁番	2.4	120	吐鲁番葡萄沟
		第六天	博湖县	2.5	130	博斯腾湖景区
		第八天	喀什	2.25	100	金胡杨景区
		第九天	喀什	2.4	120	噶尔老城景区
		第十一天	富蕴	2.5	127	可可托海景区
		第十四天	富蕴	32	2800	回到西安
第十二年	24	第一天	西安	10	800	到达石嘴山
		第三天	石嘴山	1.8	110	沙湖旅游景区
		第四天	中卫	1	55	中卫沙坡头
		第六天	布尔津县	2.25	100	喀纳斯景区
		第九天	乌鲁木齐	2.4	120	天山大峡谷
		第十一天	乌鲁木齐	29	2550	回到西安
	25	第一天	西安	21	1500	到达昆明
		第四天	昆明	0.75	47	石林风景区
		第六天	西双版纳	0.8	50	西双版纳
		第八天	大理	0.5	40	大理崇圣寺

		第九天	丽江	2.4	120	丽江玉龙雪山
		第十天	丽江	1.1	60	丽江古城景区
		第十二天	香格里拉	1.8	110	香格里拉
		第十三天	香格里拉	24	2032	回到西安
第十三年	26	第一天	西安	16	1345	到达酒泉
		第三天	酒泉	2	115	敦煌沙山月牙泉
		第五天	拉萨	0.8	50	布达拉宫
		第七天	拉萨	1	55	大昭寺景区
		第十天	成都	1.4	70	青城山
		第十二天	成都	9	715	回到西安

五. 问题二的模型建立与求解：

为了求得如何在十年内比较舒适而且较经济游遍所有景区，整体求解太过困难。我们继续应用粒化的思想，因为每次游玩都要先坐高铁和飞机到达景区最近的省会城市。所以我们假设我们每次游玩只针对每一个省会和省会附近城市（问题 1 已经把景区粒化成城市），及我们可以把省会和省会附近城市粒化成省会。

我们首先估算待在每个省会需要最长和最短时间，然后按体验最佳分配每个省会游玩次数；问题一已经求得每个市区的游玩天数（一定），所以我们每次游玩到达省会后，为了花费最少，我们只需要计算在旅途中的住宿费和旅途中的车费（租车、油费、过路费）；最后到达市区这一粒的优化问题，因为每个市游玩时间一定，游玩过程是市到景区再到市，所以我们怎么设计每个景区游玩次序，使它在晚上时候能够更多住在市区而不是景区（市区费用低于景区费用）。

我们这里分为三个层次：省会粒、市区粒和景区粒。需要建立三个目标规划：（1）在省会粒，按照体验最佳求得省会游览次数；（2）在市区粒，按照租车费用、路途住宿费最低求得每次旅游在市区游览路径；（3）在景区粒，按照尽量住宿在市区达到住宿费最低求得各个景区游览过程。大概过程如图 8。

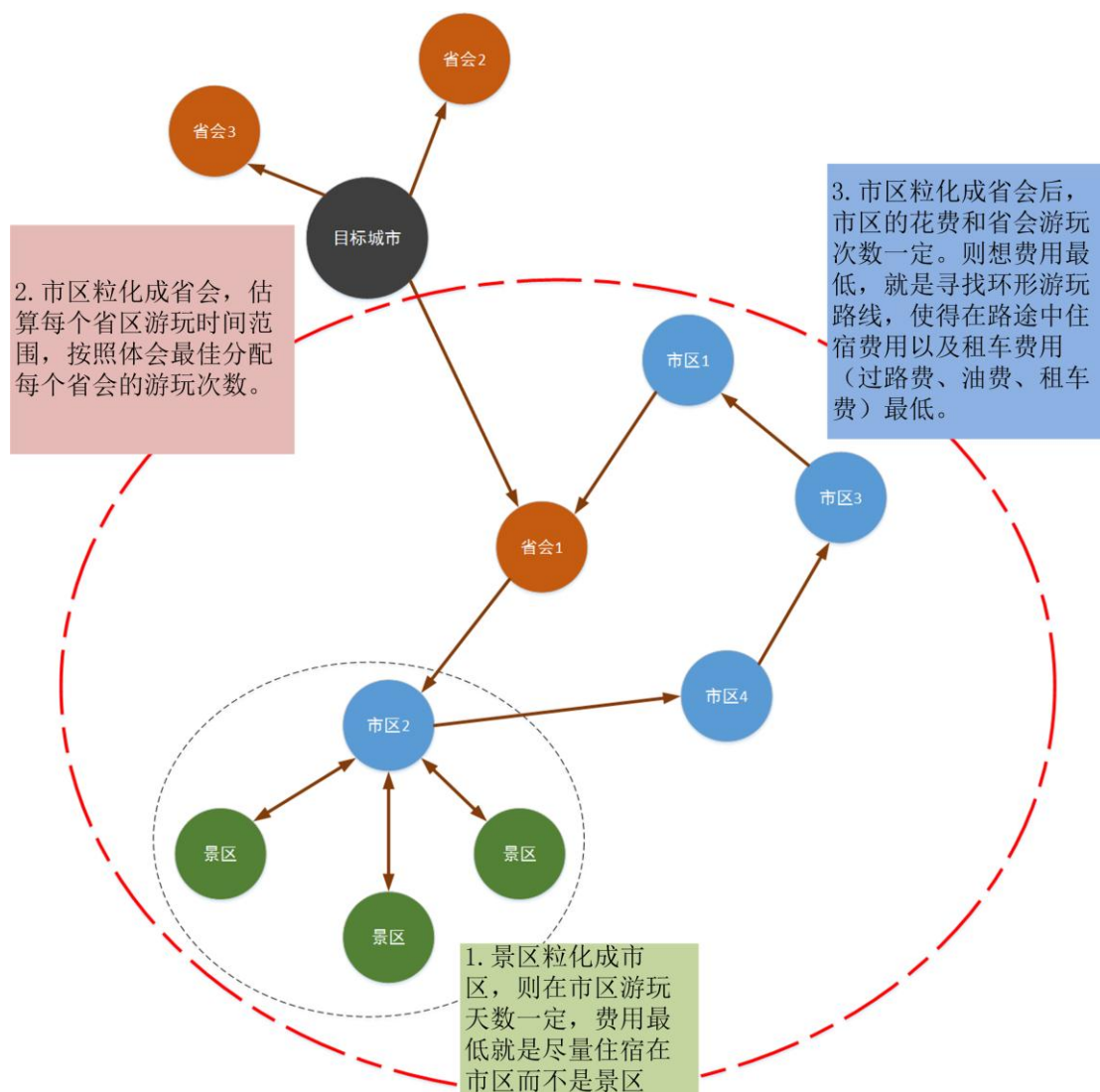


图 8 粒化多层次目标规划模型示意图

5.1 数据处理

5.1.1 市区粒化成省会

根据题目要求游玩过程是做高铁和飞机到景区附近的省会城市，即我们把省会城市及距离该省会城市最近的市区（问题 1 景区已经粒化成市区）粒化成省会，计算方法采用该市区到该省会最短路径（采用数据为附件中“市-市.xlsx”）。粒化后结果如表 6，然后每个景区到其最近省会如图 9

表 6，每个市区粒化成省会

省会城市	省会城市的指标	距离该省会最近的市区（粒化后的市区）
北京市	1	1, 3
天津市	2	2, 4
河北省石家庄市	6	5, 6
山西省太原市	133	8, 10, 133

内蒙古呼和浩特市	135	7, 11, 135
辽宁省沈阳市	12	12, 13, 14
吉林省长春市	16	15, 16
黑龙江省哈尔滨市	17	17, 18, 19, 20, 21
上海市	22	22, 23, 25, 28
江苏省南京市	24	24, 26, 27, 29, 30, 31, 45
浙江省杭州市	32	32, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41
安徽省合肥市	134	42, 43, 44, 46, 134
福建省福州市	53	33, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 117
江西省南昌市	136	54, 56, 57, 58, 59, 136
山东省济南市	66	60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67
河南省郑州市	68	9, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74
湖南省长沙市	84	55, 80, 81, 82, 83, 84, 85
湖北省武汉市	75	75, 76, 77, 79
广东省广州市	86	86, 87, 88, 89, 90, 91, 92
广西南宁市	94	93, 94
海南省海口市	137	95, 137
重庆市	96	78, 96, 100, 101
四川省成都市	97	97, 98, 99, 102
贵州省贵阳市	105	103, 104, 105
云南省昆明市	106	106, 107, 108, 109, 110
西藏拉萨市	111	111
陕西省西安市	112	112, 113, 114, 115
甘肃省兰州市	138	118, 138

市		
青海省西宁市	123	116, 119, 123
宁夏银川市	122	120, 121, 122
新疆乌鲁木齐市	130	124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132

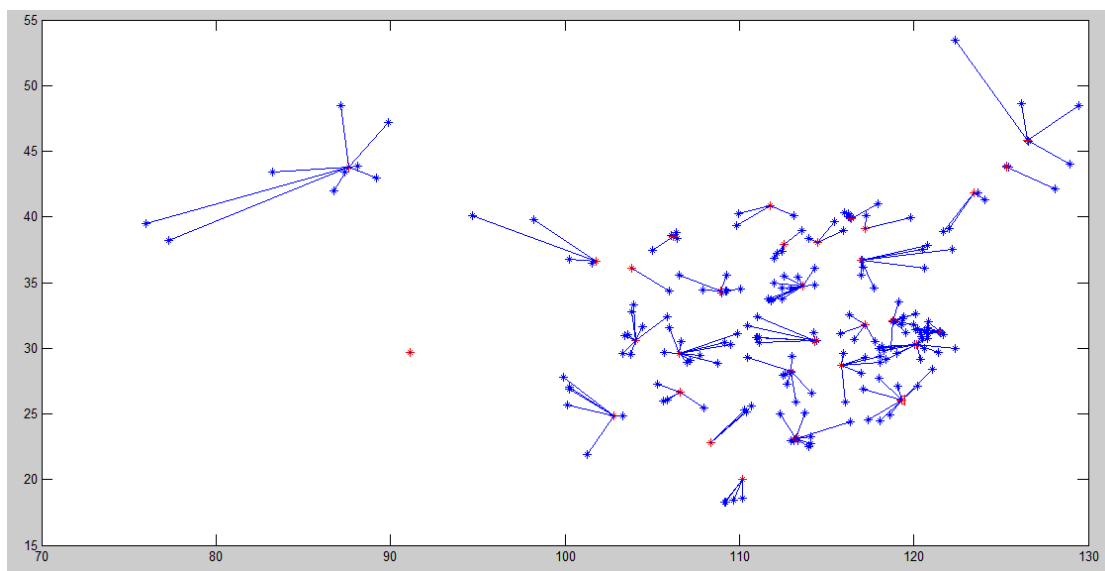


图 9 各个景区到最近省会示意图

5.12 每一省会粒游玩时间

如果要计算该省会的游玩时间，我们就需要计算在省会内各个市区的游玩时间，如果计算各个市区的游玩时间我们就需要计算市区内各个景区游玩时间。

因为开始是坐高铁和飞机所以我们可以用来更长时间游玩景区，哪些景区我们需要加长时间去游玩，哪些不用，这要有这个景区的综合评价来决定（评价得分主要参考附件 6 和该景区的百度百科），一个景区的游玩价值大不大往往由图 10 指标衡量^[16]。

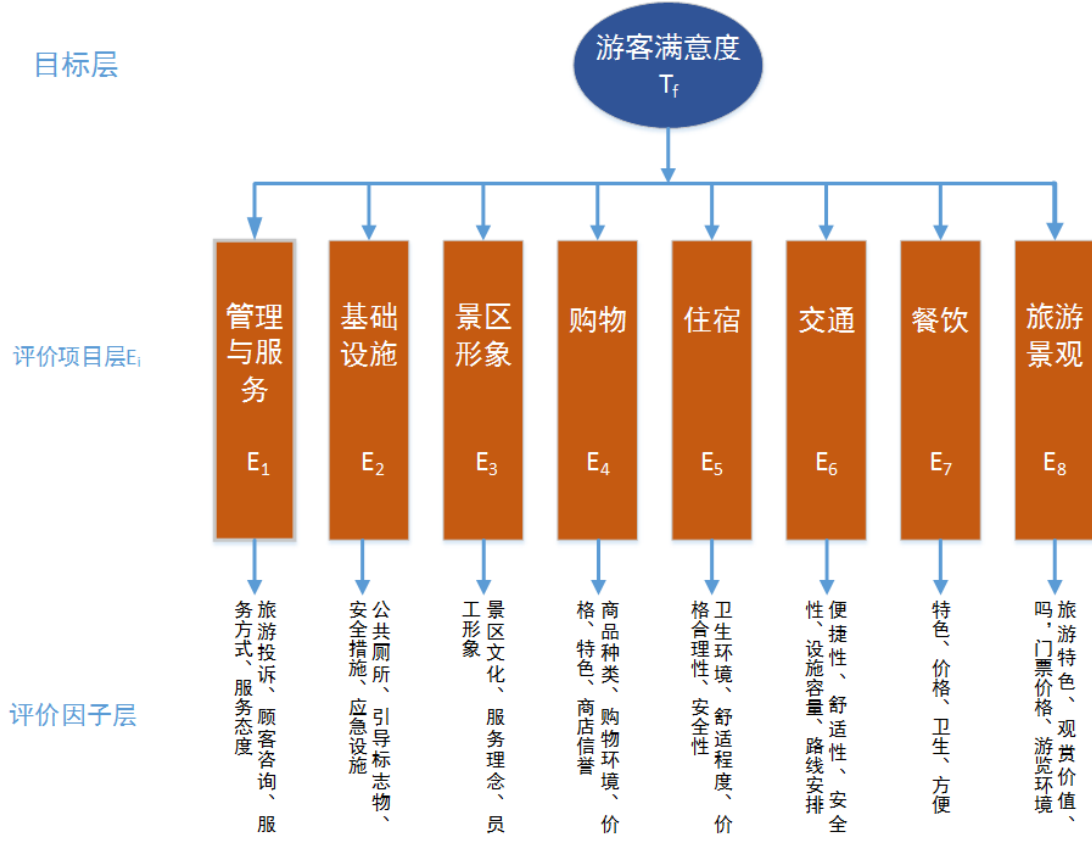


图 10 景区的评价因子

则这个景区的游客满意度可以表示为：

$$T_f = \sum_{l=1}^8 \alpha_l E_l \quad (34)$$

我们给定一个标准值 T_f^0 ，当 $T_f > T_f^0$ 时评价为优秀，游览该景区次数翻倍，当 $T_f < T_f^0$ 时评价为良好，游览该景区次数不变（计算结果如附件“数据综合.xls”）。所以游览第 j 个景区所需要时间已经计算出来，记为 t_j ，就是他在这个景区要待的时间。

粒化成市区后（每个省会城市也作为一个旅游景点），记为第 i 个市区，该市区有 k 个景区， t_{ij} 表示第 i 市区到第 j 景区的时间。所以在该市所用时间为：

$$D_i = \sum_{j=1}^k t_j + 2 \sum_{j=1}^k d(t_{ij}) + \gamma(i) \quad (35)$$

其中 $d(t_{ij})$ 、 $\gamma(i)$ 计算公式见问题一公式 1 和公式 3。

下面估算我们粒化成省会后我们需要在这个省会所要待的时间，每个市区时间已知，我们只需估计旅途中的时间。假设每个省会有 n 个市区， S_{ij}^s 为第 i 市

区到第 j 市区高速公路距离, v_g 为高速公路行驶速度; S_{ij}^p 为第 i 市区到第 j 市区普通公路距离, v_p 为普通公路行驶速度, 则第 i 市区到第 j 市区行车时间为:

$$T_{ij} = \frac{S_{ij}^g}{v_g} + \frac{S_{ij}^p}{v_p} \quad (3)$$

6)

省会出发环游所有该省会粒内的城市天数所需要的时间一定大于这个省会到各个城市的天数总和, 小于二倍的省会到各个城市的天数总和。

所以在第 z 个省会内的时间最小值与最大值分别为 (所有市内天数总和加上旅途时间):

$$PCD_z^{\min} = \sum_{i=1}^n D_i + \sum_{i=1}^n d(T_{zi}) \quad (37)$$

$$PCD_i^{\max} = \sum_{i=1}^n D_i + 2 \sum_{i=1}^n d(T_{zi}) \quad (38)$$

计算结果为表 7。

表 7 粒化后省会内各种时间统计 (天)

省会	旅途最短时间	旅途最长时间	D	PCD^{\min}	PCD^{\max}
北京市	0	0	6.5	6.5	6.5
天津市	0.5	1	4	4.5	5
河北省石家庄市	0	0	3	3	3
山西省太原市	0	0	4.5	4.5	4.5
内蒙古呼和浩特市	1	2	3.5	4.5	5.5
辽宁省沈阳市	0.5	1	3.5	4	4.5
吉林省长春市	1	2	5.5	6.5	7.5
黑龙江省哈尔滨市	4	8	8.5	12.5	16.5
上海市	0	0	10.5	10.5	10.5
江苏省南京市	0	0	10	10	10
浙江省杭州市	1	2	14.5	15.5	16.5
安徽省合肥市	0	0	6.5	6.5	6.5
福建省福州市	2	4	14.5	16.5	18.5
江西省南昌市	1.5	3	10	11.5	13
山东省济南市	2.5	5	10	12.5	15
河南省郑州市	1	2	13	14	15
湖南省长沙市	1.5	3	11	12.5	14
湖北省武汉市	2	4	11.5	13.5	15.5
广东省广州市	0.5	1	7.5	8	8.5
广西南宁市	0.5	1	4	4.5	5
海南省海口市	0.5	1	3	3.5	4

重庆市	0.5	1	12	12.5	13
四川省成都市	0.5	1	13.5	14	14.5
贵州省贵阳市	0.5	1	3.5	4	4.5
云南省昆明市	3	6	7.5	10.5	13.5
西藏拉萨市	0	0	2	2	2
陕西省西安市	1	2	4	5	6
甘肃省兰州市	0.5	1	0.5	1	1.5
青海省西宁市	2	4	4	6	8
宁夏银川市	0	0	4	4	4
新疆乌鲁木齐市	6	12	15	21	27

假设一个省会的所有市区的所有景点的平均评价指标越高，我们会想在这个省会多游览几次。假设这个省会有 k 个景区，第 i 个景区的体会得分为：

$$C_i = \begin{cases} 1, & i \text{ 景区为良好} \\ 2, & i \text{ 景区为优秀} \end{cases} \quad (39)$$

则这个省会的平均体会指标为：

$$PCC = \frac{\sum_{i=1}^k C_i}{k} \quad (40)$$

计算结果如下表，目标成市到各个省会的时间我们采用时间优先策略，即有飞机我们乘坐飞机，没飞机乘坐高铁，西安到各个省会城市的旅途中所花费时间如下表 8：

表 8 西安到各个省会的乘坐交通工具指标

省会城市	费用 (元)	旅途时间(小 时)	旅途时间(天 数)
北京市	1850	1.75	0.5
天津市	1080	1.75	0.5
河北省石家庄市	750	1.55	0.5
山西省太原市	1010	1.17	0.5
内蒙古呼和浩特市	900	1.5	0.5
辽宁省沈阳市	1500	2.5	0.5
吉林省长春市	1630	2.75	0.5
黑龙江省哈尔滨市	1840	3	0.5
上海市	1390	2	0.5
江苏省南京市	1180	1.75	0.5
浙江省杭州市	1280	2.17	0.5

安徽省合肥市	1060	1.67	0.5
福建省福州市	1530	2.55	0.5
江西省南昌市	1010	1.75	0.5
山东省济南市	960	1.67	0.5
河南省郑州市	229	2	0.5
湖南省长沙市	980	1.55	0.5
湖北省武汉市	1220	1.33	0.5
广东省广州市	1540	2.67	0.5
广西南宁市	1800	2.33	0.5
海南省海口市	1830	3	0.5
重庆市	1200	1.5	0.5
四川省成都市	740	1.5	0.5
贵州省贵阳市	1000	1.75	0.5
云南省昆明市	1540	2.33	0.5
西藏拉萨市	1990	1.33	0.5
陕西省西安市	0	0	0
甘肃省兰州市	1000	1.33	0.5
青海省西宁市	710	1.25	0.5
宁夏银川市	850	1.33	0.5
新疆乌鲁木齐市	2200	3.5	0.5

5.2 体会最佳求每个省会的游览次数（省会粒层次面）

设 PCN_z 为给第 z 个省会（31 个省会）分配的游玩次数， PCC_z 为第 z 个省会的平均体会指标，因为每次游玩时间越久越好，经验告诉我们每次游玩时间达到一定天数后，人们会产生疲劳感。所以我们假设游玩的次数越多人的体会越好，则由人的总体体会最大，我们可以得到目标函数为：

$$\max \sum_{z=1}^{31} PCN_z * PCC_z \quad (41)$$

因为游玩最大年限为十年，每年最多四次，所以我们可以得到约束条件：

$$\sum_{z=1}^{31} PCN_z \leq 40 \quad (42)$$

因为每个城市最少游览一次所以有约束条件：

$$PCN_z > 0 \quad (43)$$

因为每次旅游最多只能 15 天，所以有约束条件：

$$\frac{PCD_z^{\max} + 2PCN_z * D_{oz}}{PCN_z} \leq 15 \quad (44)$$

其中 D_{oz} 为目标城市到省会城市做高铁或飞机的天数（数据如上表），因为目标城市到省会后还要回来所以乘以 2，然后乘以次数 PCN_z 就是目标城市（西安）到这个省会城市花费时间。

因为每年最多只能游览 30 天，所以十年最多只能游览 300 天，所以有约束条件：

$$\sum_{z=1}^{31} (PCD_z^{\max} + 2PCN_z * D_{oz}) \leq 300 \quad (45)$$

所以我们可以得到分配每个省会游览次数的最优化函数：

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{z=1}^{31} PCN_z * PCC_z \\ s.t. \quad & \begin{cases} \sum_{z=1}^{31} PCN_z \leq 40 \\ PCN_z > 0 (z = 1, \dots, 31) \\ \frac{PCD_z^{\max} + 2PCN_z D_{oz}}{PCN_z} \leq 15 \\ \sum_{z=1}^{31} (PCD_z^{\max} + 2PCN_z * D_{oz}) \leq 300 \\ PCN_z \text{ 为整数} \end{cases} \end{aligned} \quad (46)$$

求解可以得到每个省会分配的结果：北京（省会粒）游玩 1 次，天津游玩 1 次，河北石家庄游玩 1 次，山西太原游玩 1 次，内蒙古呼和浩特游玩 1 次，辽宁沈阳游玩 1 次，吉林长春游玩 1 次，黑龙江哈尔滨游玩 1 次，上海游玩 1 次，江苏南京游玩 1 次，浙江杭州游玩 2 次，安徽合肥游玩 1 次，福建福州游玩 2 次，江西南昌游玩 1 次，山东济南游玩 1 次，河南郑州游玩 1 次，湖南长沙游玩 2 次，湖北武汉游玩 2 次，广东广州游玩 1 次，广西南宁游玩 1 次，海南海口游玩 1 次，重庆市游玩 2 次，四川成都游玩 2 次，贵州贵阳游玩 1 次，云南昆明游玩 2 次，西藏拉萨游玩 1 次，陕西西安游玩 1 次，甘肃兰州游玩 1 次，青海西宁游玩 1 次，宁夏银川游玩 1 次，新疆乌鲁木齐游玩 2 次，共计 39 次。

5.2 车费、旅途费最少求每个省会内部游览路线（市区粒层次面）

因为当我们粒化市区后，市区内部的任何费用固定，所以我们在省会城市租车到达各个城市回来，只需要使得车费（租车费、过路费和油费）和旅途中

的住宿费最低。

S_{ij}^g 为第 i 市区到第 j 市区高速公路距离； S_{ij}^p 为第 i 市区到第 j 市区普通公路距离，按照式 (36) 我们可以计算出第 i 市区到第 j 市区行车时间为 T_{ij} 。高速公路上每公里油费记为 P_g ，过路费每公里约为 P_g^0 ，普通公路上每公里油费记为 P_p ，租车费为 P_c ，所以第 i 市区到第 j 市区的行车费用为：

$$P_{ij}^a = S_{ij}^g (P_g + P_g^0) + S_{ij}^p P_p + d(T_{ij}) * P_c \quad (47)$$

因为在旅途中都是市到市之间的地方，一般都是县城，住宿费记为： P_{h3} （已知）每人每天。则在旅途中的住宿费为：

$$P_{ij}^b = 3 * \left\lceil \frac{T_{ij}}{8} \right\rceil * P_{h3} \quad (48)$$

其中 $\left\lceil \frac{T_{ij}}{8} \right\rceil$ 为取整。 x_{ij} 表示我们是否从第 i 市区到第 j 个市区，为了使在旅途中费用最低我们有目标函数：

$$\min \sum_i \sum_j x_{ij} (P_{ij}^a + P_{ij}^b) \quad (49)$$

PCN_l 表示第 l （ $l=1,2,3,\dots,31$ ）省会可以游览的次数，现在我们假设第 m （ $m=1,\dots,PCN_l$ ）次游玩 V_m 城市群， V 为该省会所包含的所有城市。每次游玩的城市不能重复，所有次要把所有城市游玩一遍，每次游玩不能为空，及有目标约束：

$$\bigcup_{m=1}^{PCN_l} V_m = V \quad (50)$$

$$\bigcap_{m=1}^{PCN_l} V_m = \emptyset \quad (51)$$

$$V_m \neq \emptyset (m=1,\dots,PCN_l) \quad (52)$$

因为每次游玩都要从所在省会租车出发，则每次游玩的城市为： $V_m^0 = V_m \cup$ 所在省会，总共 k_m 个城市。则在第 m （ $m=1,\dots,PCN_l$ ）次游玩中我们仅到一个城市依次，也仅从一个城市出发，则有约束条件：

$$\sum_i^{k_m} x_{ij} = 1, j \in V_m^0 \quad (53)$$

$$\sum_j^{k_m} x_{ij} = 1, i \in V_m^0 \quad (54)$$

而每次游玩中间不能有回路：

$$\sum_{i \in S} \sum_{i \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset V_m^0, 2 \leq |S| \leq k_m - 1 \quad (55)$$

最后我们要保证每次旅游要小于 15 天，即有约束条件：

$$\sum_i^{k_m} \sum_j^{k_m} d(T_{ij}) x_{ij} + \sum_i^{k_m} D_i \leq 15 \quad (56)$$

其中 D_i 为第 i 市区游玩时间。

因此我们给出的目标规划模型为：

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_i \sum_j x_{ij} (P_{ij}^a + P_{ij}^b) \\ s.t. \quad & \begin{cases} \bigcup_{m=1}^{PCN_l} V_m = V \\ \bigcap_{m=1}^{PCN_l} V_m = \emptyset \\ V_m \neq \emptyset (m=1 \dots PCN_l) \\ \sum_i^{k_m} x_{ij} = 1, j \in V_m^0 (m=1 \dots PCN_l) \\ \sum_j^{k_m} x_{ij} = 1, i \in V_m^0 (m=1 \dots PCN_l) \\ \sum_{i \in S} \sum_{i \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset V_m^0, 2 \leq |S| \leq k_m - 1 (m=1 \dots PCN_l) \\ \sum_i^{k_m} \sum_j^{k_m} d(T_{ij}) x_{ij} + \sum_i^{k_m} D_i \leq 15 (m=1 \dots PCN_l) \end{cases} \quad (l=1, 2, \dots, 31) \end{aligned} \quad (57)$$

求解的结果如表 9：

表 9 粒化到市区的游览路线

游玩序号	省会	城市间路线
1	北京	西安→北京→承德→北京→西安
2	天津	西安→天津→秦皇岛→天津→西安
3	石家庄	西安→石家庄→保定→石家庄→西安
4	太原	西安→太原→晋中→忻州→太原→西安
5	呼和浩特	西安→呼和浩特→大同→鄂尔多斯→呼和浩特→西安
6	沈阳	西安→沈阳→本溪→大连→沈阳→西安
7	长春	西安→长春→延边→长春→西安

8	哈尔滨	西安→哈尔滨→伊春→黑河→大兴安岭→哈尔滨→西安
9	上海	西安→上海→南通→无锡→苏州→上海→西安
10	南京	西安→南京→宣城→常州→镇江→扬州→泰州→淮安→ 南京→西安
11	杭州	西安→杭州→宁波→舟山→嘉兴→湖州→杭州→西安
12	杭州	西安→杭州→黄山→衢州→绍兴→杭州→西安
13	合肥	西安→合肥→六安→安庆→池州→阜阳→合肥→西安
14	福州	西安→福州→三明→南平→宁德→温州→福州→西安
15	福州	西安→福州→泉州→厦门→龙岩→福州→西安
16	南昌	西安→南昌→赣州→鹰潭→上饶→景德镇→九江→南昌 →西安
17	济南	西安→济南→泰安→济宁→枣庄→青岛→威海→烟台→ 潍坊→济南→西安
18	郑州	西安→郑州→开封→安阳→晋城→焦作→洛阳→南阳→ 平顶山→郑州→西安
19	长沙	西安→长沙→衡阳→郴州→吉安→长沙→西安
20	长沙	西安→长沙→岳阳→张家界→长沙→西安
21	武汉	西安→武汉→神农架林区→武汉→西安
22	武汉	西安→武汉→宜昌→十堰→武汉→西安
23	广州	西安→广州→深圳→惠州→梅州→韶关→清远→佛山→ 广州→西安
24	南宁	西安→南宁→桂林→南宁→西安
25	海口	西安→海口→三亚→海口→西安
26	重庆	西安→重庆→恩施→重庆→西安
27	重庆	西安→重庆→南充→广安→重庆→西安
28	成都	西安→成都→乐山→成都→西安
29	成都	西安→成都→绵阳→广元→成都→西安
30	贵阳	西安→贵阳→安顺→毕节→贵阳→西安
31	昆明	西安→昆明→香格里拉→丽江→昆明→西安
32	昆明	西安→昆明→大理→西双版纳→昆明→西安
33	拉萨	西安→拉萨→西安
34	西安	西安→兰州→渭南→延安→宝鸡→兰州→西安
35	兰州	西安→兰州→天水→兰州→西安
36	西宁	西安→西宁→嘉峪关→酒泉→西宁→西安
37	银川	西安→银川→中卫→石嘴山→银川→西安
38	乌鲁木 齐	西安→乌鲁木齐→新源→布尔津→富蕴→乌鲁木齐→西 安
39	乌鲁木 齐	西安→乌鲁木齐→吐鲁番→博湖→泽普→喀什→乌鲁木 齐→西安

下面我们给出几个路线的大致示例图（11-14）。

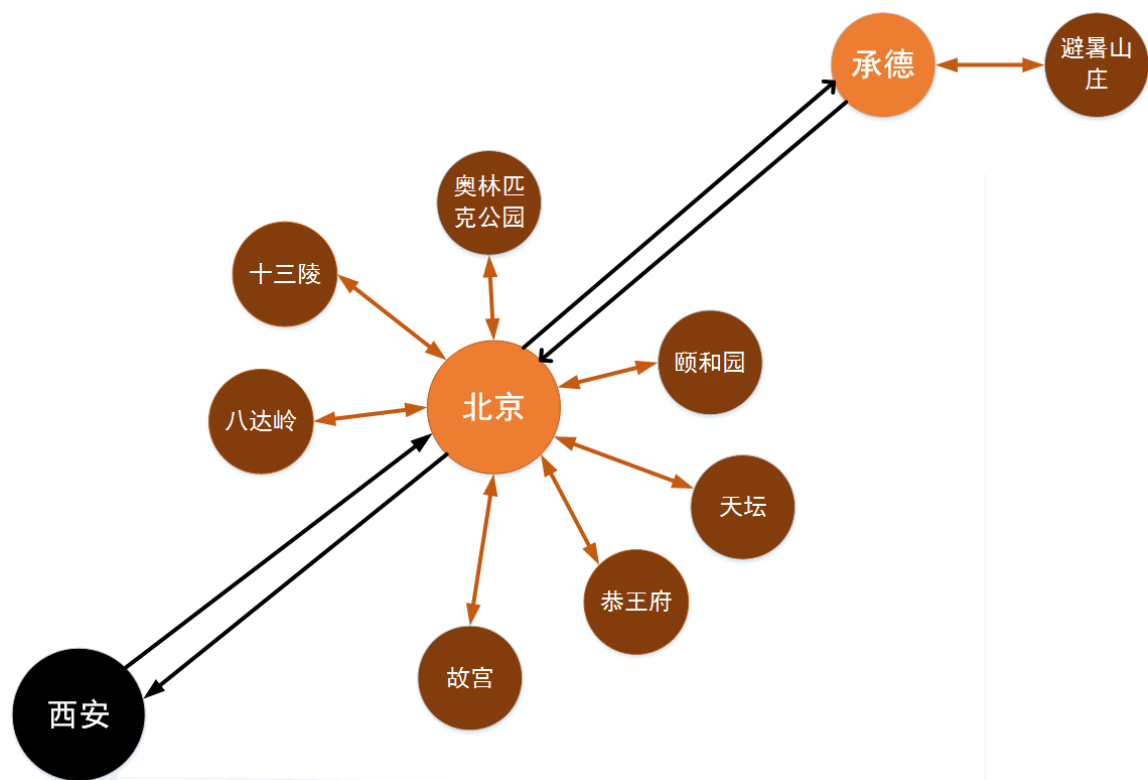


图 11 从西安游玩北京（省会粒）的所有景区示例图

上图表示从西安乘坐飞机或高铁到达北京，然后在北京租车游遍属于北京市（市区粒）所有景区（景区内部游览过程下一小节求得），然后开车到承德，游玩承德所有景区返回北京还车，然后坐飞机或高铁返回西安。

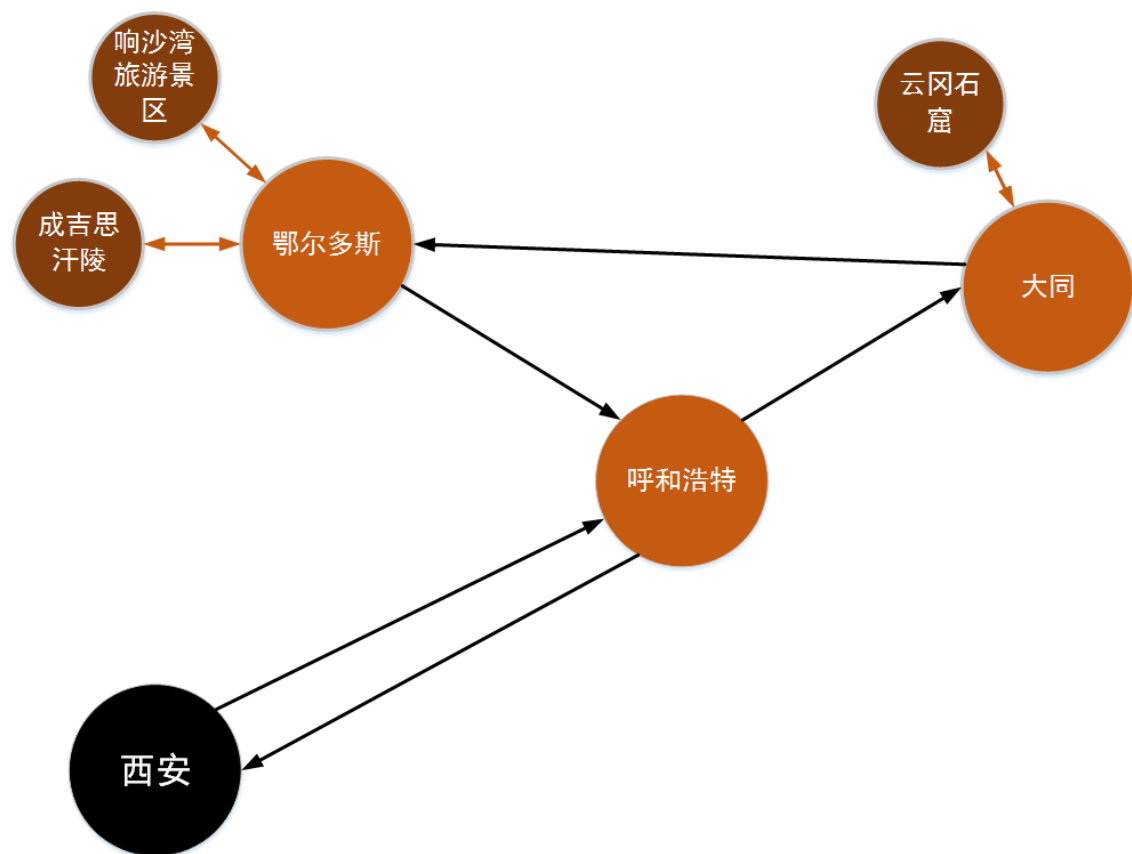


图 12 从西安游玩呼和浩特（省会粒）的所有景区示例图

上图表示：从西安乘坐飞机或高铁到达呼和浩特，然后在呼和浩特租车，因为呼和浩特没有景点，只游玩一天，然后开车到大同，游玩大同所有景区，接着开车到鄂尔多斯，游玩鄂尔多斯所有景区，开车回呼和浩特，还车后乘飞机或高铁返回西安。

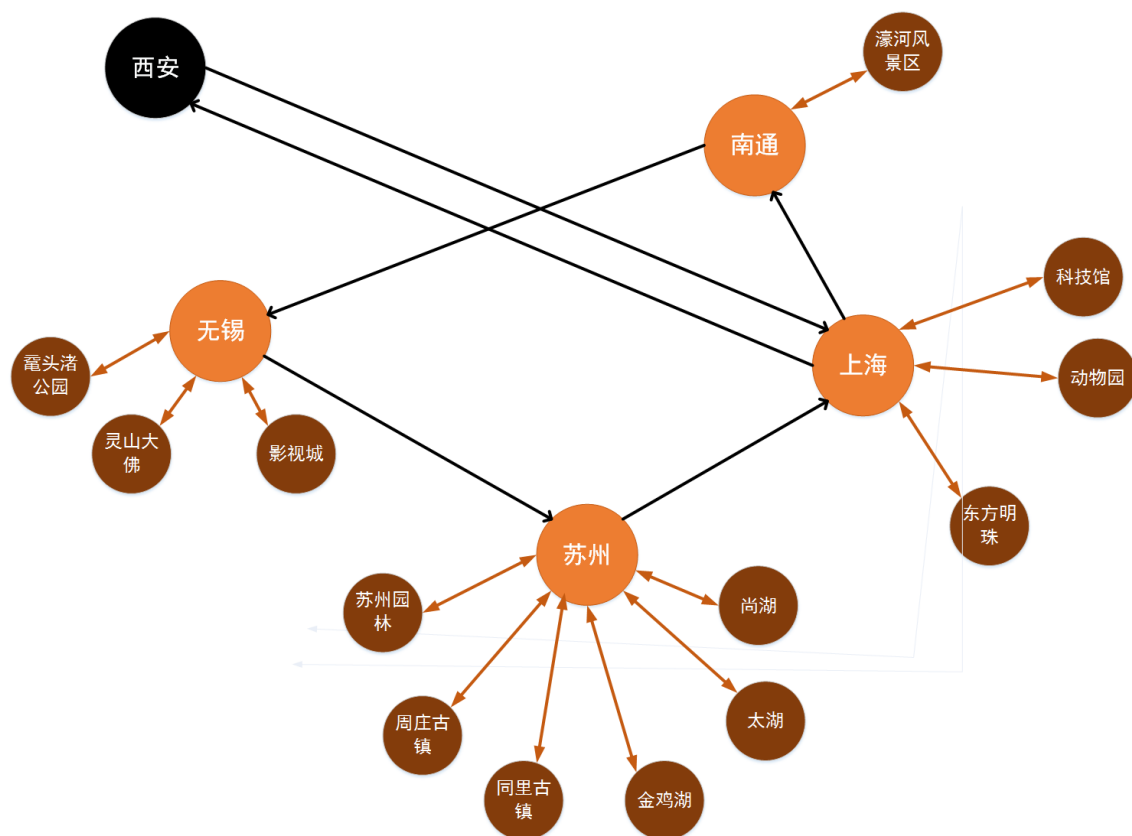


图 13 从西安游玩上海（省会粒）的所有景区示例图

上图表示：从西安乘坐飞机或高铁到达上海，然后在上海租车游遍属于上海市（市区粒）所有景区，然后开车到南通，游玩南通所有景区，接着开车到无锡，游玩无锡所有景区，然后开车去苏州，游玩苏州开车返回上海，还车后乘飞机或高铁返回西安。

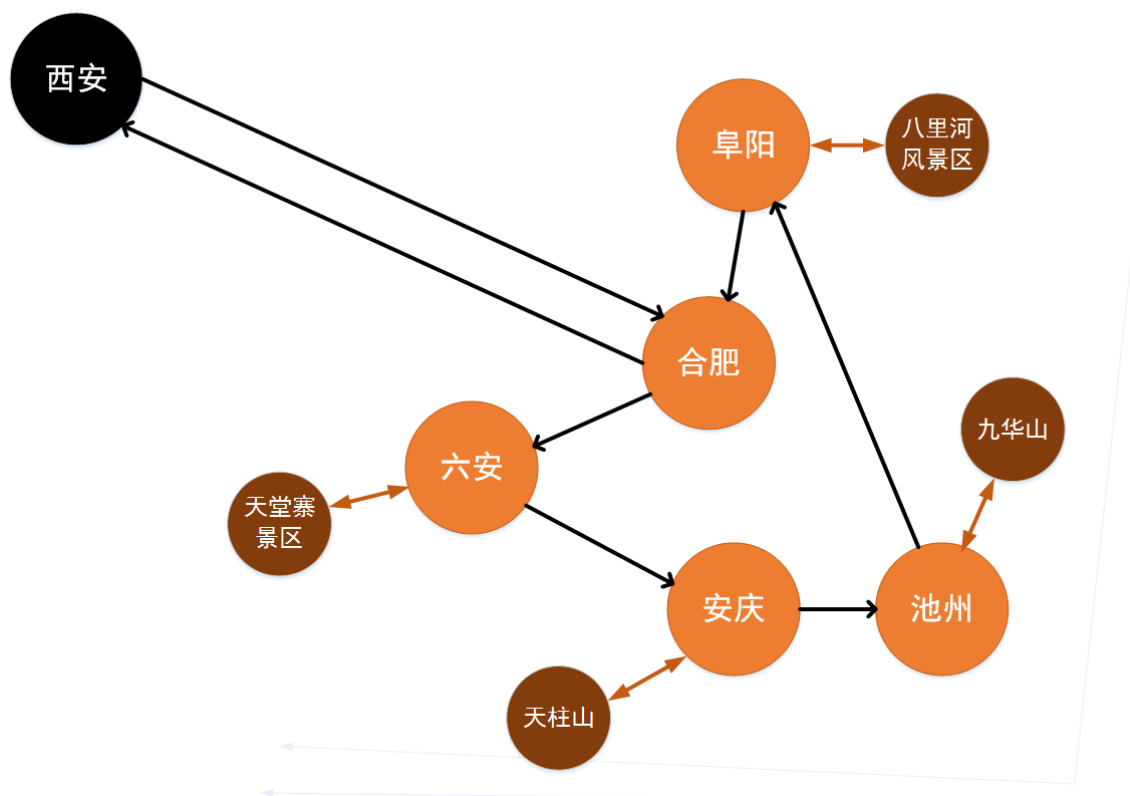


图 14 从西安游玩合肥（省会粒）的所有景区示例图

上图表示：从西安乘坐飞机或高铁到达合肥，然后在合肥租车，因为合肥没有景点，只游玩一天，然后开车到六安，游玩六安所有景区，接着开车到安庆，游玩安庆所有景区，开车去池州，游玩池州游阜阳，游玩阜阳回合肥还车乘飞机或高铁返回西安。

5.3 住宿费用最低计算每个市区内部景区游览路线（市区粒层面）

因为市区内部游览每个景区，是每游览一个景区都要返回该景区的所在市，由问题一讨论，我们可以计算在这个市所呆天数一定。唯一不确定就是怎么安排路线在哪里住宿问题，因为住在市区的费用不会多于景区，所以我们目标函数就是使该路线的住宿尽量在市区。

假设该市区有 n 个景点，因为每游览一个景区都要返回该景区的所在市，所以我们只需标记每个景区在第几次游览就可以了。设：

$$y_i^j = \begin{cases} 0, & \text{第}j\text{次不游览第}i\text{景区} \\ 1, & \text{第}j\text{次游览第}i\text{景区} \end{cases} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (58)$$

所以游览过程可以用下面向量表示：

$$\vec{Y} = [y_1^1, y_1^2, \dots, y_n^1, y_n^2, \dots, y_n^n] \quad (59)$$

一个游览过程需要在城市住宿多少晚可以表示为： $f_c(\vec{Y})$ 。因为我们需要住宿尽量在市区，住宿天数一定，所以我们希望在市区住宿天数达到最大，因此目标函数为：

$$\max f_c(\vec{Y}) \quad (60)$$

因为每个景点只能游玩一次，每次只能游玩一个城市，所以有约束条件：

$$\sum_{i=1}^n y_i^j = 1, (j=1, 2, \dots, n) \quad (61)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i^j = 1, (i=1, 2, \dots, n) \quad (62)$$

当然设 $f_D(\vec{Y})$ 表示一个游览过程花费的天数，则这个天数一定要等于我们问题一给出的天数 D ，所以有约束条件：

$$f_D(\vec{Y}) = D \quad (63)$$

因此得到目标规划：

$$\begin{aligned} \max \quad & f_C(\vec{Y}) \\ s.t. \quad & \begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i^j = 1, (j=1, 2, \dots, n) \\ \sum_{i=1}^n y_i^j = 1, (i=1, 2, \dots, n) \\ f_D(\vec{Y}) = D \end{cases} \end{aligned} \quad (64)$$

因为每个市区的景点很少所以这个最优化很好求。求得结果见附录“answer-2.xls”。

下面我们给出几个三个步骤整合在一起的旅途计划，如图（15-17），图中的数字为到达该市区（粒）所有景区游览次序（本节求得），我们还知道每个市区的游览过程（上节求得），则每次游览过程我们就可以准确给出。

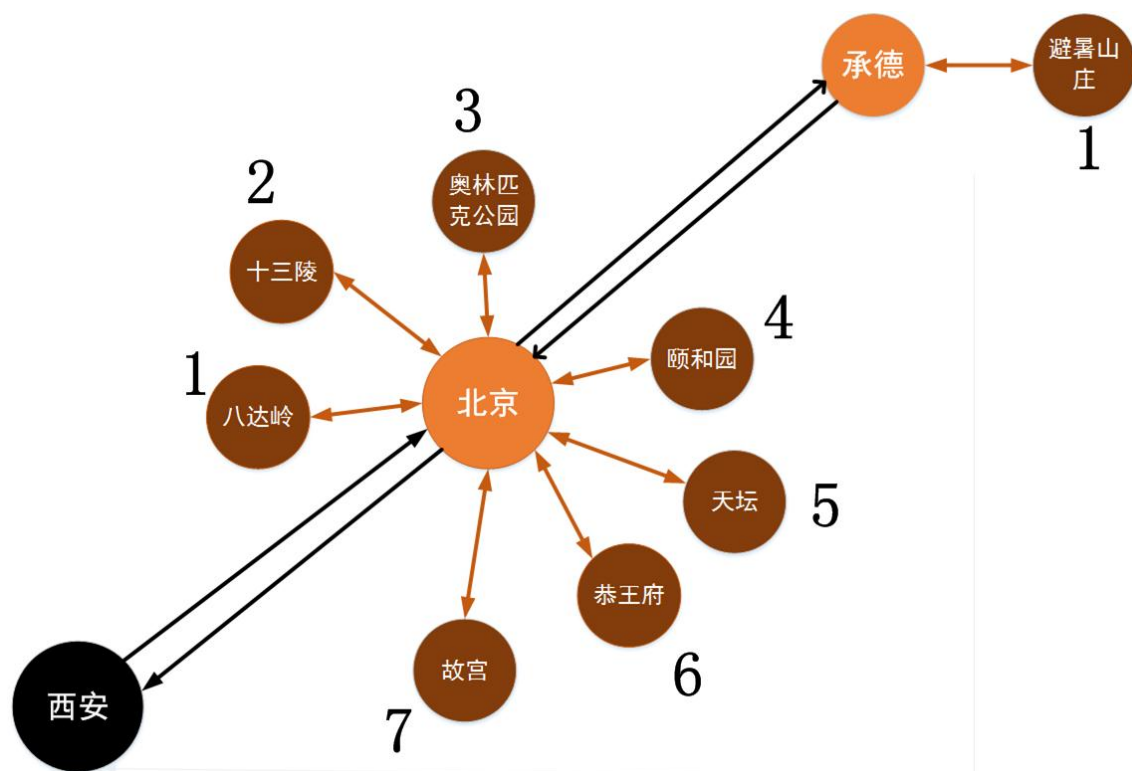


图 15 北京（省会粒）一次游览过程

上图的准确游览过程为：西安乘飞机到北京（需要 0.5 天）租车，在北京游玩 1 天（中间住宿），北京开车到八达岭花费一个半小时，在八达岭游玩 0.5 天花费一个半小时返回北京（住宿），用一个小时到十三陵游玩 0.5 天后花费一个小时到回北京，下午去奥林匹克公园玩 0.5 天后返回北京（住宿），到颐和园玩 0.5 天，下午到天坛游玩 0.5 天回北京（住宿），早上到恭王府游玩 0.5 天，下午到故宫游玩 0.5 天回北京（住宿），开车 3.5 小时到承德（0.5 天），下午到避暑山庄玩 0.5 天，晚上回承德住宿，第二天用 0.5 天回北京把车还了，下午用 0.5 天回飞回西安。本次旅途结束，花费总时间：7 天。

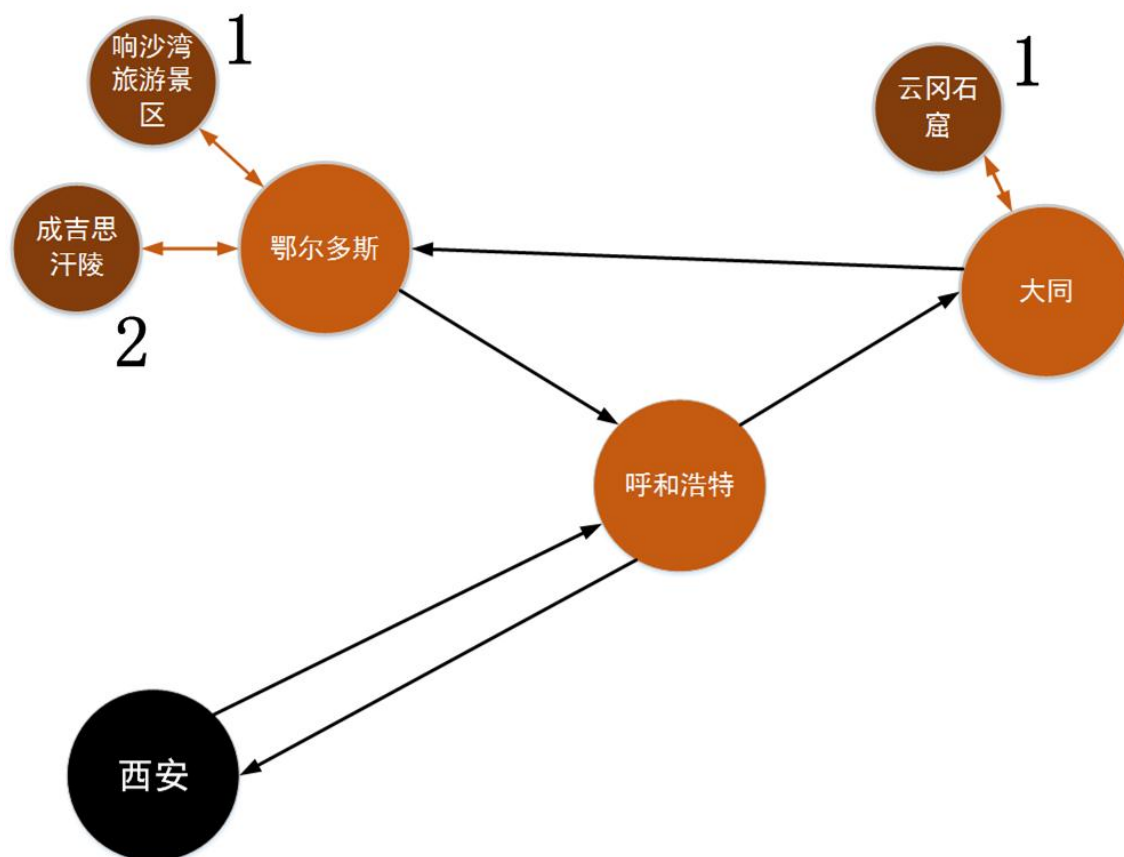


图 16 呼和浩特（省会粒）一次游览过程

上图的准确游览过程：从西安乘飞机到呼和浩特（0.5 天）租车，玩 1 天（中间住宿一晚），下午乘车 3.2 小时（0.5 天）到大同（住宿），早上去云冈石窟玩 0.5 天回大同，开车 5 个小时（0.5 天）到鄂尔多斯（住宿），第二天开车 1 小时去响沙湾风景区玩 1 天，晚上回鄂尔多斯（住宿），第二天开车 2 小时到成吉思汗陵玩 0.5 天，下午开车 2 小时回鄂尔多斯（0.5 天）（住宿），乘车 3.5 小时（0.5 天）回鄂尔多斯还车，下午乘飞机返回西安。本次旅途结束，花费总时间：6 天。

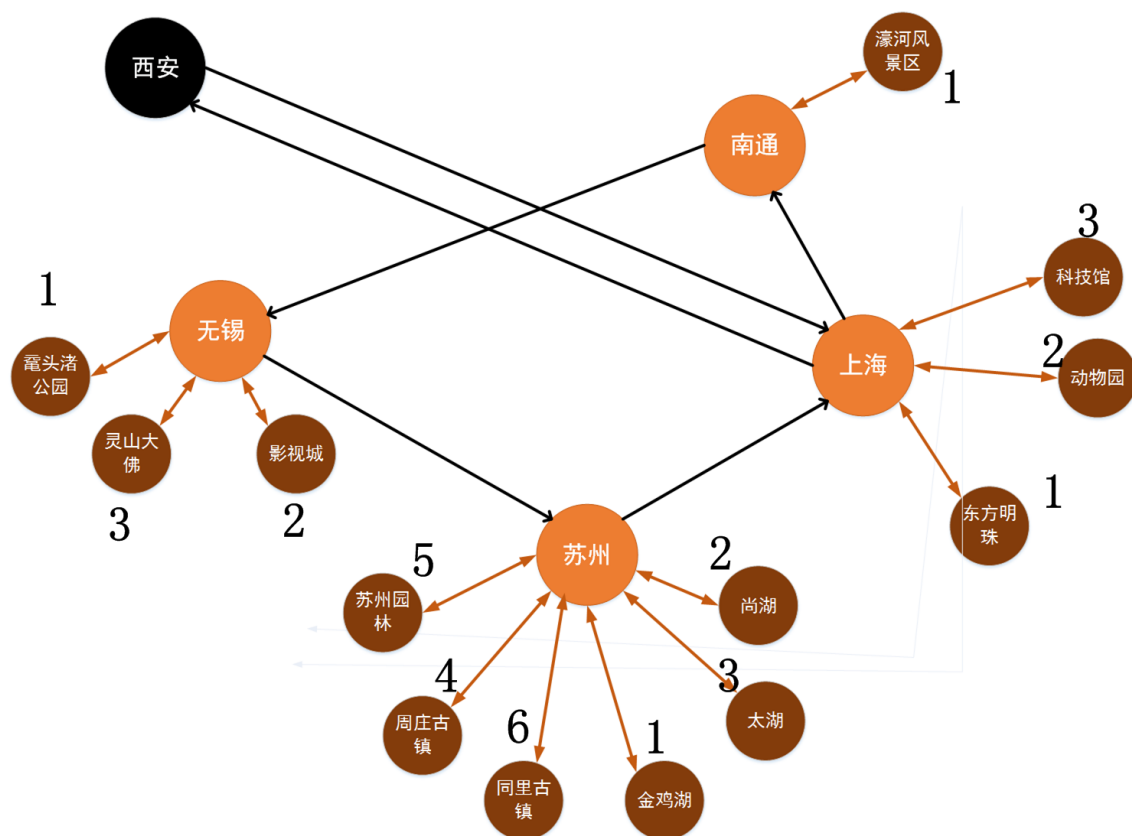


图 17 上海（省会粒）一次游览过程

上图的准确游览过程：从西安乘飞机到上海（0.5 天）租车，在上海游玩 1 天（中间住宿），在东方明珠玩 0.5 天，回上海（住宿），第二天到上海动物园玩 1 天，在上海住宿，上午在科技馆玩 0.5 天，乘车两小时去南通，在濠河风景区玩 0.5 天回南通（住宿），第二天乘车两小时到无锡，到鼋头渚公园游玩 0.5 天，然后到影视城玩 0.5 天，在无锡住宿。第二天乘车一小时到灵山大佛玩 0.5 天，开车一小时回无锡，开车一小时到苏州在金鸡湖玩 0.5 天，回苏州住宿。到尚湖游览 1 天，回苏州住宿。乘车一小时到太湖游玩 1 天，回苏州住宿。乘车 1.5 小时到周庄玩 0.5 天，乘车 1.5 小时返回，在苏州园林游玩 0.5 天，在苏州住宿。开车一小时去同里玩 0.5 天，开车一小时回苏州，开车 1.5 小时回上海还车，坐飞机回西安。游玩天数为：11 天。

所有具体路线如表 10。

表 10 具体游玩路线

路线	天次	出发地	路途时间(小时)	费用	游览景区时间	浏览景区
1	第一天	西安	0.5	1850	半天	到达北京
	第二天	北京	0	1200	一天	八达岭
	第三天	北京	1.5	1000	半天	明十三陵景区
		北京	1	1050	半天	奥林匹克公园
	第四天	北京	1.5	800	半天	颐和园

		北京	0.8	700	半天	天坛公园
	第五天	北京	1.5	800	半天	恭王府景区
		北京	0.6	500	半天	故宫博物院
	第六天	承德	0	800	一天	承德避暑山庄
	第七天	北京	0.5	550	一天	还车，然后回西安
				9250		
2	第一天	西安	0.5	1080	半天	到达天津
	第二天	天津	0.2	1070	一天	津门故里
	第三天	天津	1.8	990	一天	天津蓟县盘山
	第四天	秦皇岛	0.5	1010	一天	秦皇岛山海关景区
	第五天	天津	0.5	1250	一天	还车，然后回西安
				5400		
3	第一天	西安	0.5	750	半天	到达石家庄
	第二天	石家庄	1.5	700	一天	柏坡景区
	第三天	保定	1	700	一天	保定安新白洋淀景区
	第四天	保定	1.8	850	一天	野三坡景区
	第五天	石家庄	0.5	750	一天	还车，然后回西安
				3750		
4	第一天	西安	0.5	1010	半天	到达太原
	第二天	晋中	0.6	1515	一天	绵山风景名胜区
	第三天	忻州	2	1515		忻州五台山
	第四天	太原	0.5	1010		还车，然后回西安
				5050		
5	第一天	西安	0.5	900	半天	到达呼和浩特租车
	第二天	大同	0.5	900	一天	大同云冈石窟
	第三天	鄂尔多斯	2.5	900	两天	达拉特旗响沙湾
	第五天	鄂尔多斯	1.5	900	一天	成吉思汗陵旅游区
	第六天	呼和浩特	0.5	900		还车，然后回西安
				4500		

6	第一天	西安	0.5	1500	半天	到达沈阳租车
	第二天	沈阳	0.4	2000	一天	沈阳植物园
	第三天	本溪	1.6	900	一天	本溪水洞景区
	第四天	大连	1.5	1100	半天	大连老虎滩极地馆
	第四天	大连	1	1000	半天	大连金石滩景区
	第五天	沈阳	0.5	1500	一天	还车, 然后回西安
				7500		
7	第一天	西安	0.5	1630	半天	到达长春租车
	第二天	长春市	0.5	890	一天	伪满皇宫博物馆
	第三天	长春市	0.75	1300	一天	长春净月潭景区
	第四天	长春市	0.8	1400	一天	长春市长影世纪城
	第五天	延边	4	1300	一天	长白山景区
	第六天	长春市	0.5	1630	一天	还车, 然后回西安
				8150		
8	第一天	西安	0.5	1840	半天	到达哈尔滨租车
	第二天	哈尔滨	0.7	520	一天	哈尔滨太阳岛景区
	第三天	伊春	4	2000	一天	汤旺河林海奇石
	第四天	黑河	1	1400	一天	黑河五大连池景区
	第五天	大兴安岭	3	1600	一天	漠河北极村
		哈尔滨	0.5	1840	一天	还车, 然后回西安
				9200		
9	第一天	西安	0.5	1390	半天	到达上海租车
	第二天	上海	0.5	670	一天	东方明珠
		上海	0.6	300	一天	野生动物园
	第三天	上海	1	300	半天	上海科技馆
		南通	1	300	半天	南通市濠河风景区
	第四天	无锡	0.7	300	半天	无锡鼋头渚景区
		无锡	1.3	300	半天	无锡影视基地
	第五天	无锡	1	400	半天	无锡灵山大佛景区
		苏州	0.75	300	半天	金鸡湖
	第六天	苏州	1.5	260	半天	虞山尚湖旅游区
		苏州	1.2	260	半天	太湖旅游区
	第七天	苏州	1.5	260	半天	昆山周庄古镇景区
		苏州	0.25	260	半天	苏州园林
	第八天	苏州	0.3	260	半天	苏州吴江同里古

						镇
		上海	0.5	1390	半天	还车，然后回西安
				6950		
10	第一天	西安	0.5	1180	半天	到达南京租车
	第二天	南京	1	400	半天	中山陵风景名胜区
		南京	0.3	300	半天	南京夫子庙
	第三天	常州	0.75	350	半天	常州环球恐龙城
		常州	2.5	400	半天	天目湖景区
	第四天	镇江	1	300	半天	镇江三山风景
		镇江	0.5	330	半天	镇江句容茅山景区
	第五天	扬州	0.7	390	半天	扬州瘦西湖风景区
		泰州	0.5	370	半天	泰州姜堰区溱湖
	第六天	淮安	1	400	半天	周恩来故里景区
		南京	0.5	1180	半天	还车，然后回西安
				5900		
11	第一天	西安	0.5	1280	半天	到达杭州租车
	第二天	杭州	0.3	300	半天	杭州西湖风景区
		杭州	2.25	400	半天	杭州淳安千岛湖
	第三天	杭州	0.5	350	一天	杭州西溪湿地
	四天	宁波	1.2	450	半天	宁波溪口滕头
		舟山	0.5	340	半天	舟山普陀山风景区
	第五天	嘉兴	1.3	700	半天	嘉兴桐乡乌镇古镇
		嘉兴	0.4	600	半天	嘉兴南湖旅游区
	第六天	湖州	1	700	半天	南浔古镇景区
		杭州	0.5	1280	半天	还车，然后回西安
				6400		
12	第一天	西安	0.5	1280	半天	到达杭州租车
	第二天	黄山	2.25	1000	一天	黄山市黄山风景区
	第三天	黄山	2	1200	一天	西递宏村
	第四天	黄山	2	400	一天	古徽州文化旅游区
	第五天	衢州	0.6	680	一天	开化根宫佛国文化
	第六天	绍兴	0.5	560	一天	鲁迅故里
	第七天	杭州	0.5	1280	一天	还车，然后回西安
				6400		
13	第一天	西安	0.5	1060	半天	到达合肥租车

	第三天	安庆	1.2	1180	一天	天柱山风景区
	第四天	池州	2.25	1000	一天	九华山风景区
	第五天	阜阳	1.5	1000	一天	八里河风景区
		合肥	0.5	1060	一天	还车, 然后回西安
				5300		
14	第一天	西安	0.5	1530	半天	到达福州租车
	第二天	福州	1	500	一天	三坊七巷景区
	第三天	三明	2	550	一天	泰宁风景旅游区
	第四天	南平	0.5	580	一天	武夷山风景名胜 区
	第五天	宁德	2.25	560	半天	宁德屏南旅游景 区
	第五天	宁德	2.4	400	半天	福鼎太姥山旅游 区
	第六天	宁德	0.75	500	半天	白水洋·鸳鸯溪
		宁德	0.8	700	半天	福鼎太姥山旅游 区
	第七天	温州	1	800	半天	雁荡山风景区
		福州	0.5	1530	半天	还车, 然后回西安
				7650		
15	第一天	西安	0.5	1530	半天	到达福州租车
	第二天	泉州	1	1500	一天	清源山风景名胜 区
	第三天	厦门	1	1590	一天	厦门鼓浪屿
	第四天	龙岩	1.3	1500	一天	福建土楼旅游景 区
	第五天	福州	0.5	1530	一天	还车, 然后回西安
				7650		
16	第一天	西安	0.5	1010	半天	到达南昌租车
	第二天	赣州	0.25	530	一天	共和国摇篮景区
	第三天	鹰潭	1.6	400	一天	龙虎山风景名胜 区
	第四天	上饶	2.4	500	一天	三清山旅游景区
		上饶	0.5	600	一天	婺源县江湾景区
	第五天	景德镇	0.5	500	一天	景德镇古窑民俗
	第六天	九江	1.3	500	一天	庐山风景名胜 区
	第七天	南昌	0.5	1010	一天	还车, 然后回西安
				5050		
17	第一天	西安	0.5	960	半天	到达济南租车
	第二天	济南	0.3	380	半天	天下第一泉景区
		泰安	0.6	420	半天	泰安泰山景区
	第三天	济宁	0.8	360	半天	明故城三孔旅游 区

		枣庄	1.25	290	半天	枣庄台儿庄古城
	第四天	青岛	0.8	250	半天	青岛崂山景区
		威海	0.75	250	半天	威海刘公岛景区
	第五天	烟台	2.4	230	半天	烟台蓬莱阁
		烟台	0.5	300	半天	烟台龙口南山景区
	第六天	潍坊	1	300	一天	山东沂蒙山旅游区
	第七天	济南	0.5	960	一天	还车，然后回西安
				4800		
18	第一天	西安	0.5	1000	半天	到达郑州租车
	第二天	郑州	0.25	230	半天	登封嵩山少林景区
		开封	0.5	300	半天	清明上河园景区
	第三天	安阳	1	120	半天	安阳殷墟景区
		晋城	0.5	180	半天	皇城相府生态文化
	第四天	焦作	1	260	半天	焦作风景区
		洛阳	0.3	210	半天	洛阳龙门石窟景区
	第五天	洛阳	3.2	300	半天	白云山景区
		洛阳	1.5	200	半天	老君山一鸡冠洞
	第六天	洛阳	1.2	300	半天	龙潭大峡谷景区
		南阳	1.2	400	半天	伏牛山老界岭
	第七天	平顶山	1	500	半天	尧山中原大佛景区
		郑州	0.5	1000	半天	还车，然后回西安
				5000		
19	第一天	西安	0.5	980	半天	到达长沙
	第二天	长沙	1	540	一天	花明楼景区
	第三天	衡阳	1	640	一天	南岳衡山旅游区
	第四天	郴州	0.7	760	一天	东江湖旅游区
	第五天	吉安	1.5	1000	一天	井冈山风景旅游区
	第六天	长沙	0.5	980	一天	还车，回到西安
				4900		
20	第一天	西安	0.5	980	半天	到达长沙
	第二天	岳阳	0	940	一天	岳阳楼君山岛景区
	第四天	张家界	0.25	1080	两天	武陵源天门山
	第六天	长沙	0.3	920	两天	岳麓山橘子洲
	第七天	长沙	0.5	980	半天	还车，回到西安
				4900		

21	第一天	西安	0.5	1220	半天	到达武汉
	第二天	武汉	0.4	680	半天	武汉黄鹤楼公园
	第三天	神农架	0	680	两天	神农架生态旅游区
	第六天	武汉	0.5	1220	半天	还车，回到西安
				3800		
22	第一天	西安	0.5	1220	半天	到达武汉
	第二天	武汉	0.75	480	半天	武汉市东湖景区
		武汉	1.5	420	半天	黄陂木兰文化
	第三天	宜昌	1.5	400	半天	三峡大坝旅游区
		宜昌	1	400	半天	三峡人家风景区
	第四天	宜昌	1.6	700	半天	清江画廊景区
		宜昌	1.5	200	半天	屈原故里文化旅游区
	第五天	十堰	1.5	500	一天	武当山风景区
	第六天	武汉	0.5	1220	半天	还车，回到西安
				5350		
23	第一天	西安	0.5	1540	半天	到达广州
	第二天	广州	0.3	620	一天	广州白云山景区
	第三天	深圳	0.3	300	半天	华侨城旅游度假区
		深圳	0.5	400	半天	观澜湖休闲旅游区
	第四天	惠州	1	570	半天	惠州市罗浮山景区
		梅州	0.25	530	半天	区雁南飞茶田景区
	第五天	韶关	0.8	900	半天	仁化丹霞山景区
		清远	2.5	500	半天	地下河旅游景区
	第六天	佛山	0.75	800	一天	长鹿旅游休闲博园
	第七天	广州	0.5	1540	半天	还车，回到西安
				7700		
24	第一天	西安	0.5	1800	半天	到达南宁
	第二天	南宁	1	1200	一天	青秀山旅游区
	第三天	桂林	0.7	1200	一天	漓江风景区
	第四天	桂林	1.3	1000	一天	乐满地度假世界
	第五天	桂林	0	1000	一天	独秀峰·靖江王城
	第六天	南宁	0.5	1800	半天	还车，回到西安
				9000		
25	第一天	西安	0.5	1830	半天	到达海口
	第二天	三亚	1	1000	半天	南山文化旅游区
	第二天	三亚	1	1000	半天	南山大小洞天
	第三天	三亚	2	1490	半天	呀诺达雨林文化

	第三天	三亚	2.25	1100	半天	海南槟榔谷
	第四天	三亚	1	900	一天	分界洲岛旅游区
	第五天	海口	0.5	1830	半天	还车，回到西安
				9150		
26	第一天	西安	0.5	1200	半天	到达重庆
	第二天	重庆	2.4	510	一天	巫山小三峡—小小三峡旅游区
	第三天	重庆	0.5	400	一天	武隆喀斯特旅游区
	第四天	重庆	0.75	390	一天	桃花源旅游景区
	第五天	恩施市	1.2	400	一天	巴东神龙溪纤夫
	第六天	恩施市	1.5	400	一天	恩施大峡谷景区
	第七天	重庆	0.5	1200	半天	还车，回到西安
				4500		
27	第一天	西安	0.5	1200	半天	到达重庆
	第二天	重庆	2.25	510	一天	大足石刻景区
	第三天	重庆	0.8	400	一天	万盛黑山谷
	第四天	重庆	0.75	390	一天	南川金佛山
	第五天	南充	0.3	400	一天	南充市阆中古城
	第六天	广安	2.4	400	一天	邓小平故里旅游区
	第七天	重庆	0.5	1200	半天	还车，回到西安
				4500		
28	第一天	西安	0.5	740	半天	到达成都
	第二天	乐山	1.5	520	一天	乐山峨眉山景区
	第三天	乐山	1	500	一天	乐山乐山大佛景区
	第四天	成都	0.5	740	半天	还车，回到西安
				2500		
29	第一天	西安	0.5	740	半天	到达成都
	第二天	成都	1.4	520	两天	成都青城山
	第四天	绵阳	1	500	一天	绵阳北川羌城
	第五天	广元	2.25	500	一天	剑门蜀道剑门关
	第六天	成都	0.5	740	半天	还车，回到西安
				3000		
30	第一天	西安	0.5	1000	半天	到达贵阳
	第二天	贵阳	2	800	一天	荔波樟江景区
	第三天	安顺	0.75	700	一天	黄果树瀑布景区
	第四天	安顺	0.8	750	一天	安顺龙宫景区
	第五天	毕节	1.5	750	一天	百里杜鹃景区
	第六天	贵阳	0.5	1000	半天	还车，回到西安
				5000		
31	第一天	西安	0.5	1540	半天	到达昆明

	第二天	昆明	0.75	700	一天	昆明石林风景区
	第三天	香格里拉	1.8	800	两天	香格里拉普达措
	第五天	丽江	2.4	5195	一天	丽江玉龙雪山景区
	第七天	丽江	1.1	500	一天	丽江古城景区
	第八天	昆明	0.5	1540	半天	还车，回到西安
				5775		
32	第一天	西安	0.5	1540	半天	到达昆明
	第二天	昆明	0.75	900	一天	昆明石林风景区
	第二天	大理	0.5	995	一天	大理崇圣寺三塔
	第三天	西双版纳	0.8	800	一天	中科院西双版纳
	第四天	昆明	0.5	1540	半天	还车，回到西安
				5775		
33	第一天	西安	0.5	1990	半天	到达拉萨
	第二天	拉萨	0.8	990	两天	拉萨布达拉宫景区
	第四天	拉萨	1	1000	一天	拉萨大昭寺景区
	第五天	拉萨	0.5	1990	半天	还车，回到西安
				5970		
34	第一天	西安	0.5	1000	半天	到达兰州
	第二天	渭南	1	990	两天	华阴市华山风景区
	第四天	延安	0.8	1200	一天	黄陵县黄帝陵景区
	第五天	宝鸡	0.3	810	一天	法门寺佛文化景区
	第六天	兰州	0.5	1000	半天	还车，回到西安
				5000		
35	第一天	西安	0.5	1000	半天	到达兰州
	第二天	天水	1.5	1500	两天	天水麦积山景区
	第四天	兰州	0.5	1000	半天	还车，回到西安
				3500		
36	第一天	西安	0.5	710	半天	到达西宁
	第二天	西宁	2	580	两天	湟中县塔尔寺景区
	第四天	嘉峪关	1.3	400	一天	嘉峪关文物景区
	第五天	酒泉	2	700	一天	敦煌沙山月牙泉
	第六天	西宁	1.5	900	一天	青海湖风景区
	第七天	西宁	0.5	710	半天	还车，回到西安
				4000		
37	第一天	西安	0.5	850	半天	到达银川

	第二天	银川	0.75	650	一天	北堡西部影视城
	第三天	中卫	1	700	一天	沙坡头旅游景区
	第四天	石嘴山	1.8	700	一天	沙湖旅游景区
	第五天	银川	0.75	500	一天	北堡西部影视城
		银川	0.5	850	半天	还车，回到西安
				4250		
38	第一天	西安	0.5	2200	半天	到达乌鲁木齐
	第二天	乌鲁木齐	2.4	850	一天	天山大峡谷
	第三天	新源	2.5	700	一天	那拉提旅游风景区
	第四天	布尔津	2.25	900	一天	喀纳斯景区
	第五天	富蕴	2.5	800	一天	可可托海景区
	第六天	乌鲁木齐	2.4	800	一天	天山大峡谷
	第七天	乌鲁木齐	0.5	2200	半天	还车，回到西安
				8250		
39	第一天	西安	0.5	2200	半天	到达乌鲁木齐
	第二天	乌鲁木齐	2.4	850	半天	乌鲁木齐大峡谷
	第三天	吐鲁番	3	700	半天	吐鲁番葡萄沟
		博湖县	2.5	600	一天	博斯腾湖景区
	第四天	泽普	2.25	500	一天	金胡杨景区
	第五天	喀什	2.4	600	一天	噶尔老城景区
	第六天	乌鲁木齐	2.5	600	一天	可可托海景区
	第七天	西安	0.5	2200	一天	还车，回到西安

六 问题三的模型建立与求解

这一问依然采用问题二的思想，先分配每个省内的游玩次数，然后规划每次如何在各个城市之间游玩，最后计算每个市区的游玩线路。因为本问要求条件不同，所以每一步的优化条件也有所不同，需要对模型进行微调。本问考虑自驾游，不需要到达省会城市再从省会返回，也没有考虑十年必须游玩所有景区。

6.1 数据处理

设 S_{oi}^g 为北京到第 i 省会高速公路的距离（假设北京到每个省会都是高速），高速公路的速度为 v_g ；则北京到第 i 省会的时间可以计算为：

$$T_{oi} = \frac{S_{oi}^g}{v_g} \quad (67)$$

则在旅途上浪费的天数为（问题一式（1））：

$$D_{oi} = d(T_{oi}) \tag{68}$$

计算结果如表 11：

表 11 北京到各个省会的数据统计			
省会城市	高速路程（公里）	旅途时间（小时）	旅途时间（天数）
北京市	0	0	0
天津市	140	1.6	0
河北省石家庄市	300	3.3	0.5
山西省太原市	524	5.8	1
内蒙古呼和浩特市	483	5.4	1
辽宁省沈阳市	710	7.9	1
吉林省长春市	1028	11.4	1.5
黑龙江省哈尔滨市	1300	14.4	2
上海市	1383	15.4	2
江苏省南京市	1117	12.4	1.5
浙江省杭州市	1450	16.1	2
安徽省合肥市	1227	13.6	2
福建省福州市	2070	23	3
江西省南昌市	1723	19.1	2.5
山东省济南市	470	5.2	1
河南省郑州市	800	8.9	1
湖南省长沙市	1834	29.4	2.5
湖北省武汉市	1368	15.2	2
广东省广州市	2518	27.9	3.5
广西南宁市	2720	30.2	4
海南省海口市	3107	34.5	4
重庆市	1818	20.2	2.5
四川省成都市	1843	20.4	2.5
贵州省贵阳市	2193	24.4	3
云南省昆明市	2704	30	4
西藏拉萨市	3821	42.5	5
陕西省西安市	1132	12.6	1.5
甘肃省兰州市	1641	18.2	2
青海省西宁市	1863	20.7	2.5
宁夏银川市	1200	13.3	2
新疆乌鲁木齐市	3559	39.5	5

6.2 体会最佳求每个省会的游览次数（省会粒层面上）

设 PCN_z 为给第 z 个省会（31 个省会）分配的游玩次数， PCC_z 为第 z 个省会的平均体会指标， n_z 表示每个省会的景区数目。因为没有要求游遍所有景区，所以我们有的体验不好的省会可以不去游玩，我们假设如果游玩这个省会，则这个省会粒内所有城市都要游完。因为没限制每个省份的游玩次数，所以我们有：

$$PCN_z \geq 0 \quad (69)$$

其中次数为整数，设函数：

$$f(PCN_z) = \begin{cases} 1, & PCN_z > 0 \\ 0, & PCN_z = 0 \end{cases} \quad (70)$$

所以由整体体会最优我们有目标函数：

$$\max \sum_{z=1}^{31} (n_z * f(PCN_z) * PCC_z) \quad (71)$$

因为游玩最大年限为十年，每年最多四次，所以我们可以得到约束条件：

$$\sum_{z=1}^{31} PCN_z \leq 40 \quad (72)$$

因为每次旅游最多只能 15 天，所以有约束条件：

$$\frac{f(PCN_z) * PCD_z^{\max} + 2PCN_z * D_{oz}}{PCN_z} \leq 15 \quad (73)$$

其中 D_{oz} 为目标城市到省会城市自驾需要的天数（数据如表），因为各个目标城市到省会后路径乘以 2 一定大于我们所选的最优路线，然后乘以 PCN_z 就是这个目标城市到省会城市花费时间。

因为每年最多只能游览 30 天，所以十年最多只能游览 300 天，所以有约束条件：

$$\sum_{z=1}^{31} (f(PCN_z) * PCD_z^{\max} + 2PCN_z * D_{oz}) \leq 300 \quad (74)$$

所以我们可以得到分配每个省会游览次数的最优化函数：

$$\begin{aligned}
& \max \sum_{z=1}^{31} (n_z * f(PCN_z) * PCC_z) \\
& s.t. \begin{cases} PCN_z \geq 0 (i=1, \dots, 31) \\ \sum_{z=1}^{31} PCN_z \leq 40 \\ \frac{f(PCN_z) * PCD_z^{\max} + 2PCN_z * D_{oz}}{PCN_z} \leq 15 \\ \sum_{z=1}^{31} (f(PCN_z) * PCD_z^{\max} + 2PCN_z * D_{oz}) \leq 300 \\ PCN_z \text{ 为整数} \end{cases} \quad (75)
\end{aligned}$$

每个省会分配的结果为：北京（省会粒）游玩 1 次，天津游玩 0 次，河北石家庄游玩 0 次，山西太原游玩 0 次，内蒙古呼和浩特游玩 0 次，辽宁沈阳游玩 0 次，吉林长春游玩 0 次，黑龙江哈尔滨游玩 2 次，上海游玩 1 次，江苏南京游玩 1 次，浙江杭州游玩 2 次，安徽合肥游玩 0 次，福建福州游玩 2 次，江西南昌游玩 2 次，山东济南游玩 1 次，河南郑州游玩 2 次，湖南长沙游玩 2 次，湖北武汉游玩 2 次，广东广州游玩 1 次，广西南宁游玩 0 次，海南海口游玩 1 次，重庆市游玩 2 次，四川成都游玩 2 次，贵州贵阳游玩 0 次，云南昆明游玩 2 次，西藏拉萨游玩 0 次，陕西西安游玩 1 次，甘肃兰州游玩 0 次，青海西宁游玩 0 次，宁夏银川游玩 0 次，新疆乌鲁木齐游玩 2 次，共计 29 次。

5.2 车费、旅途费最少求每个省会内部游览路线（市区粒层面上）

在优化市区时，因为采用的是自驾游，所以不用首先到达省会在到其他城市，已不用负担租车费，只需过路费和油费，所以我们要建立模型使得过车费（路费、油费）和旅途中的住宿费最低^[19-20]。

S_{ij}^g 为第 i 市区到第 j 市区高速公路距离； S_{ij}^p 为第 i 市区到第 j 市区普通公路距离，按照式（36）我们可以计算出第 i 市区到第 j 市区行车时间为 T_{ij} 。高速公路上每公里油费记为 P_g ，过路费每公里约为 P_g^0 ，普通公路上每公里油费记为 P_p ，所以第 i 市区到第 j 市区的行车费用为：

$$P_{ij}^a = S_{ij}^g (P_g + P_g^0) + S_{ij}^p P_p \quad (76)$$

因为在旅途中都是市到市之间的地方，一般都是县城，住宿费记为： P_{h3} （已知）每人每天。则在旅途中的住宿费为：

$$P_{ij}^b = 3 * \left\lceil \frac{T_{ij}}{8} \right\rceil * P_{h3} \quad (77)$$

其中 $\left\lceil \frac{T_{ij}}{8} \right\rceil$ 为取整。 x_{ij} 表示我们是否从第 i 市区到第 j 个市区，为了使在旅途中

费用最低我们有目标函数：

$$\min \sum_i \sum_j x_{ij} (P_{ij}^a + P_{ij}^b) \quad (78)$$

PCN_l 表示第 l ($l=1,2,3,\dots,31$) 省会可以游览的次数，现在我们假设第 $m(m=1,\dots,PCN_l)$ 次游玩 V_m 城市群， V 为该省会所包含的所有城市。每次游玩的城市不能重复，所有次要把所有城市游玩一遍，每次游玩不能轮空，所以有目标约束：

$$\bigcup_{m=1}^{PCN_l} V_m = V \quad (79)$$

$$\bigcap_{m=1}^{PCN_l} V_m = \emptyset \quad (80)$$

$$V_m \neq \emptyset (m=1,\dots,PCN_l) \quad (81)$$

因为每次游玩都要从目的地（北京）出发，则每次游玩的城市为： $V_m^0 = V_m \cup \text{北京}$ ，总共 k_m 个城市。则在第 $m(m=1,\dots,PCN_l)$ 次游玩中我们仅到一个城市依次，也仅从一个城市出发，则有约束条件：

$$\sum_i^{k_m} x_{ij} = 1, j \in V_m^0 \quad (82)$$

$$\sum_j^{k_m} x_{ij} = 1, i \in V_m^0 \quad (83)$$

而每次游玩中间不能有回路：

$$\sum_{i \in S} \sum_{i \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset V_m^0, 2 \leq |S| \leq k_m - 1 \quad (84)$$

最后我们要保证每次旅游要小于 15 天，即有约束条件：

$$\sum_i^{k_m} \sum_j^{k_m} d(T_{ij}) x_{ij} + \sum_i^{k_m} D_i \leq 15 \quad (85)$$

其中 D_i 为第 i 市区游玩时间。

因此我们给出的目标规划模型为：

$$\begin{aligned}
& \min \quad \sum_i \sum_j x_{ij} (P_{ij}^a + P_{ij}^b) \\
& s.t. \quad \begin{cases} \bigcup_{m=1}^{PCN_l} V_m = V \\ \bigcap_{m=1}^{PCN_l} V_m = \emptyset \\ V_m \neq \emptyset (m=1, \dots, PCN_l) \\ \sum_i^{k_m} x_{ij} = 1, j \in V_m^0 (m=1, \dots, PCN_l) \\ \sum_j^{k_m} x_{ij} = 1, i \in V_m^0 (m=1, \dots, PCN_l) \\ \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset V_m^0, 2 \leq |S| \leq k_m - 1 (m=1, \dots, PCN_l) \\ \sum_i^{k_m} \sum_j^{k_m} d(T_{ij}) x_{ij} + \sum_i^{k_m} D_i \leq 15 (m=1, \dots, PCN_l) \end{cases} \quad (l=1, 2, \dots, 31)
\end{aligned}
\tag{89}$$

求解的行车路线为表 12:

图 12 市区粒游玩路线

游玩序号	省会	城市间路线
1	北京	北京→承德→北京
2	哈尔滨	北京→哈尔滨→伊春→北京
3	哈尔滨	北京→黑河→大兴安岭→北京
4	上海	北京→上海→南通→无锡→苏州→北京
5	南京	北京→南京→宣城→常州→镇江→扬州→泰州→淮安→北京
6	杭州	北京→宁波→舟山→嘉兴→湖州→北京
7	杭州	北京→杭州→黄山→衢州→绍兴→北京
8	福州	北京→福州→三明→南平→宁德→北京
9	福州	北京→泉州→厦门→龙岩→北京
10	南昌	北京→南昌→赣州→景德镇→北京
11	南昌	北京→九江→鹰潭→上饶→北京
12	济南	北京→济南→泰安→济宁→枣庄→青岛→威海→烟台→潍坊→北京
13	郑州	北京→晋城→洛阳→南阳→开封→北京
14	郑州	北京→焦作→平顶山→郑州→北京
15	长沙	北京→长沙→衡阳→郴州→吉安→北京
16	长沙	北京→长沙→岳阳→张家界→北京
17	武汉	西安→武汉→神农架林区→北京
18	武汉	北京→宜昌→十堰→北京
19	广州	北京→广州→深圳→惠州→梅州→韶关→清远→佛山→

		北京安
20	海口	北京→海口→三亚→北京
21	重庆	北京→重庆→恩施→北京
22	重庆	北京→南充→广安→北京
23	成都	北京→成都→乐山→北京
24	成都	北京→绵阳→广元→北京
25	昆明	北京→昆明→香格里拉→丽江→北京
26	昆明	北京→大理→西双版纳→北京
27	西安	北京→渭南→延安→宝鸡→北京
28	乌鲁木齐	北京→乌鲁木齐→新源→布尔津→富蕴→北京
29	乌鲁木齐	北京→吐鲁番→博湖→泽普→喀什→北京

6.3 住宿费用最低计算每个市区内部景区游览路线（景区粒层次上）

因为市区内部游览每个景区，是每游览一个景区都要返回该景区的所在市，因为天数不变，无论自驾还是租车所花费车费不变，在这里可以优化量只有住宿费，所以本问的最优化模型和 5.4 一样，求得结果见附录“answer-3.xlsx”。根据前面我们可以发现，每个省会粒中的市区游览路线一定和每个市区粒中的景区游览路线一定，游玩路线既可以唯一确定，在这里由于时间关系我们就不重复列出。

6.4 对自驾旅游爱好者和旅游有关部门的建议

6.4.1 对自驾旅游爱好者的建议

随着社会经济文化的不断发展进步，家庭化的自驾旅游将会是未来旅游业发展的一大市场趋势，家庭自驾车旅游主要是为了家庭聚会般的休闲方式放松心情，促进家庭成员之间的感情交流，也增强家庭中孩子的眼界见闻。

（1）决定是否采用自驾游的方式

并不是所有的景点都是适合自驾游的，一般当景点很分散，且公共交通不宜，才需要选择自驾游。以本题所给数据为例，景点景区有很多，比如大都市游，比如古城游，很多地方都有完善的公共交通，没必要选择自驾游，因为一来在这些地方停车不便，二来驾驶员很辛苦。而西藏和新疆一些绝美的路线，这些旅行线路的景点的地理分布都比较分散，选择公共交通不便，选择自驾游便有充分的理由。

（2）关于每日开车时间

长距离自驾游有一个不能忽视的点是合理规划每日驾驶时间，如果路上有超过一个人可以驾驶，问题不那么明显。但如果整个旅行过程中只有一个驾驶员，控制每日驾驶时间是保证安全旅行的唯一方式。每日驾驶时间不要超过 5 小时为宜，这样既能保证在景点有足够的时间游玩，又能保证驾驶员有足够的精力在第二天继续驾驶。

（3）关于景点停留时间

由于是自驾游，不需要赶机票和车票的时间，这样可以在景区停留的时间较晚，再通过自驾的形式去宾馆。

（4）关于住宿问题

对于自驾游而言，住宿地点显得十分重要，中国部分边远省份面积较大，

部分景区离最近的住宿区都有一个小时以上的车程，长的可以甚至有好几个小时，对于此类景区，应该先定好晚上住宿地，并注意从景区开车过去的时间，提前做好规划，避免玩了一天身心俱疲时还要在黑夜里疲劳驾驶才能到宾馆的情况。

对多种出行方式的旅游爱好者的建议

随着物质生活水平和交通的发展进步，对于旅游爱好者来说，有多种的旅游出行方式，例如，坐飞机，坐高铁，租车等。也就是说可以先坐飞机和高铁到达景区的临近城市，然后在城市租车去景区。

(5) 关于租车原则

租车通常可以有两个原则，一是大城市，二是交通便利。大城市和交通便利的地方离飞机场和火车站较近，方便租车，而且，景点往往分布在大城市的周围，这样方便游览完景点后再去还车。一般可以考虑从省会租车，因为省会城市通常都有直达的飞机或者高铁。

(6) 关于还车的问题

一般情况下，由于当离开城市时，租来的车子需要在租车城市交还。因此，当游览该城市最后一个景区时要特别注意景区到还车点的时间和还车后到机场和火车站的时间。

6.4.2 对旅游有关部分的建议

随着经济水平的发展，游客的出行频率和出行距离都在不断上升，由此带来的旅游市场也在不断扩大，旅游部门应该避免保守的经营观念，主动加强自身建设，加强服务力度，吸引游客，促进自身旅游市场建设，更好地发挥出服务人民群众，促进经济建设的职能。对于实现这一观点的建议如下：

(1) 合理进行旅游区域的规划

由于一些省的景点分布较为分散，可能在某省的边缘地带，而离邻省的一些景区较近，通过我们的模型计算，也印证了这样的观点。这样可以让两省协商，进行合理的景区区域联合规划。也就是说要加强同周边城市 5A 景区的合作，在政策上和基础建设上加强同周边发达旅游城市的联系，实现优势互补，共同构建一定范围内的 5A 风景区旅游圈，增大吸引力。例如，安徽省的黄山风景区离其省会城市合肥较远，而离浙江省的省会城市杭州较近，另外，杭州附近的风景区本身就较为发达，这样一来，两者可以形成协同效应。

(2) 合理规划景点区域之间的交通^[21-22]

交通条件是增强区域向心力的重要因素，是开展区域旅游合作的先决条件。坚持空间布局战略，坚持以省内著名景区为依托，吸引邻省边缘景区，以高速公路及景区周边主干道为纽带，形成便捷的交通网络，方便游客出行。另外，加强景区服务设施建设，特别是停车场所，路线指示等设施，方便游客自驾出行。

(3) 高等级风景区（5A）带动低等级的风景区（4A）

考虑到如果是跨省旅游，一般可能只会去一些 5A 级景区，而 4A 级景区就会去的少，甚至不去。这样不仅对于旅游者来说是一个损失，而且不利于带动一个省的旅游业的发展。因此，在一个旅游生态圈中，不仅要做好以省内著名 5A 级景区为依托，吸引邻省边缘 5A 级景区，更要做好以省内著名 5A 级景区为吸引力，带动省外旅游者到本省的 4A 级景区旅游。所以，应当完善以 5A 级风景区的经济效益带动 4A 级风景区的发展。

七 问题 4 的模型建立与求解

在这一问中我们可以参考问题二建立先乘坐高铁和飞机再租车的游玩方式（非自驾游）和问题三完全自驾游的模型，给旅游爱好者不同的旅游经验。

7.1 数据收集

因为在本问题中添加了大量 4A 景区，所有每个省会的景区也没必要全部游玩，则设 Q_j 表示 j 景区是否游玩：

$$Q_j = \begin{cases} 0, & j \text{ 景区不游玩} \\ 1, & j \text{ 景区游玩} \end{cases} \quad (90)$$

每个景区粒化成市区后得到结果类似问题一种表 2 所示。假设该市区有 k 个景区， i 表示该市区，所以我们可以计算在该市区花费的天数：

$$D_i = \sum_{j=1}^k t_j * Q_j + 2 \sum_{j=1}^k d(t_{ij} * Q_j) + \gamma(i) \quad (91)$$

式中 t_{ij} 为粒化后第 i 个市区到第 j 个景区所需要的时间（小时）， t_j 为游玩第 j 个景区所需要的时间， $d()$ 计算公式见问题一公式（1）， $\gamma(i)$ 表示 i 个市区是否为省会。然后我们把市区粒化成省会，按照问题二我们可以计算出在这个省会的最长时间和最短时间 PCD^{\max} 、 PCD^{\min} 。

根据问题二图（10）的评价指标对所有景区进行综合评价得到每个景区的满意度指标 T_f 。我们可以给出所有 5A 或 4A 景区综合评价是优秀还是良好。然后我们分配每个景区一个体会值：

$$C_i = \begin{cases} 1, & i \text{ 景区为 4A, 评价良好} \\ 1.5, & i \text{ 景区为 4A, 评价优秀} \\ 2, & i \text{ 景区为 5A, 评价良好} \\ 2.5, & i \text{ 景区为 5A, 评价优秀} \end{cases} \quad (92)$$

7.2 模型建立

7.2.1 自驾游

自驾游的模型也是分为三步：（1）体会最佳和门票最低求每个省会的游览次数和每个景区是否游览；（2）车费、旅途费最少求每个省会内部游览路线；（3）住宿费用最低计算每个市区内部景区游览路线。

我们首先建立多目标规划模型：体会最佳和门票最低求每个省会的游览次数和每个景区是否游览。在这里我们还可以求得哪个省会游玩几次，省会有内部哪些景区需要游玩，这一步确定后，省会粒确定，市区粒也确定，在第二步车费、旅途费最少求每个省会内部游览路线，第三步住宿费用最低计算每个市区内部景区游览就和问题三一模一样。在这里只需给出体会最佳和门票最低求每个省会的游览次数和每个景区是否游览的多目标优化模型。

设 PCN_z 为给第 z 个省会（31 个省会）分配的游玩次数， PCC_z 为第 z 个省

会的平均体会指标， n_z 表示每个省会的景区数目。因为没有要求游遍所有景区，所以一些体会不好的景区可以不去游玩。因为没限制游玩次数，所以我们有：

$$PCN_z \geq 0 \quad (93)$$

其中次数为整数，设函数：

$$f(PCN_z) = \begin{cases} 1, & PCN_z > 0 \\ 0, & PCN_z = 0 \end{cases} \quad (94)$$

所以由整体体会最优我们有：

$$\max \sum_j Q_j * C_j \quad (95)$$

假设第 j 个景区的门票总花费为 PT_j ，所以我们可以给出关于门票费用最小的目标函数：

$$\min \sum_j Q_j * PT_j \quad (96)$$

因为游玩最大年限为十年，每年最多四次，所以我们可以得到约束条件：

$$\sum_{z=1}^{31} PCN_z \leq 40 \quad (97)$$

因为每次旅游最多只能 15 天，所以有约束条件：

$$\frac{f(PCN_z) * PCD_z^{\max} + 2PCN_z * D_{oz}}{PCN_z} \leq 15 \quad (98)$$

其中 D_{oz} 为目标城市到省会城市自驾需要的天数，因为目标城市到省会后乘以 2 一定大于我们所选的最优路线，然后乘以 PCD_z 就是这个目标城市到省会城市花费时间。

因为每年最多只能游览 30 天，所以十年最多只能游览 300 天，所以有约束条件：

$$\sum_{z=1}^{31} (f(PCN_z) * PCD_z^{\max} + 2PCN_z * D_{oz}) \leq 300 \quad (99)$$

所以我们可以得到分配每个省会游览次数的最优化函数：

$$\begin{aligned}
& \max \sum_j Q_j * C_j \\
& \min \sum_j Q_j * PT_j \\
& s.t. \begin{cases} PCN_z \geq 0 (z=1, \dots, 31) \\ \sum_{z=1}^{31} PCN_z \leq 40 \\ \frac{f(PCN_z) * PCD_z^{\max} + 2PCN_z * D_{oz}}{PCN_z} \leq 15 \\ \sum_{z=1}^{31} (f(PCN_z) * PCD_z^{\max} + 2PCN_z * D_{oz}) \leq 300 \\ PCN_z \text{ 为整数} \end{cases} \quad (100)
\end{aligned}$$

7.22 先乘坐飞机或高铁再租车游玩（非自驾游）

非自驾游的模型也是分为三步：（1）体会最佳和门票最低求每个省会的游览次数和每个景区是否游览；（2）车费、旅途费最少求每个省会内部游览路线；（3）住宿费用最低计算每个市区内部景区游览路线。

和上述分析一样第二步与第三步的最优化模型完全和问题二的一样，下面我们主要给出第一步体会最佳和门票最低求每个省会的游览次数和每个景区是否游览的多目标规划模型。

然而我们发现无论自驾游还是非自驾游的第一步只要求每个省的游玩次数，当经过景区粒化市区后，市区内部所有信息一定，所以非自驾游的第一步模型和自驾游的模型基本一样，唯一需要改动的就是： D_{oz} 为目标城市到省会城市乘坐交通工具需要的天数而非自驾需要天数。

在这里我们进一步发现本文粒化分层的思想的好处，当改变一些外部条件时，我们只需对相应粒上做些微调，我不是修改整个模型。

八 模型的优缺点分析和改进

8.1 模型优点

- （1）本文采用粒化思想，分成多个粒层，把复杂的问题分成多个问题在每个粒层解决，求解过程层次分明，结果合理可行；
- （2）使用启发式算法，提高计算速度与精度；
- （3）多次采用最优化模型，行之有效的解决最佳旅游策略问题；
- （4）在每个粒层建立最优化模型，当改变一些模型条件时，我们不需要对整个模型进行修改，只要对相应的粒层进行微调。模型的实用性、可移植性强；

8.2 模型缺点

- （1）时间很仓促，有些结果已求出，但没有时间细致描述出来。
- （2）由于建模前确定部分假设，故误差难以避免。

8.3 模型的进一步改进

- （1）从模型角度，可以通过尝试其他算法模型，从而寻找最佳模型，提高程序的运行速度和模型的准确性，例如选择模拟退火、蚁群算法、神经网络算法等智能算法。

(2) 设定更多影响旅游体验的因素,应用上述模型进行求解,进一步提高适用性。

九 参考文献

- [1].高飞,童恒庆.基于改进粒子群优化算法的混沌系统参数估计方法[J].物理学报,2006,55(2):577—582.
- [2].郑宇军,陈胜勇,凌海风,等.多 Agent 主从粒子群分布式计算框架 [J].软件学报,2012,23(11):3000—3008.
- [3].温涛,盛国军,郭权,等.基于改进粒子群算法的 Web 服务组合 [J].计算机学报,2013,36(5):1031—1045.
- [4].王战友,李强,黄利平.基于数学模型的旅游线路优化设计[J].企业导报.2011,12:249-250
- [5].姜启源.数学模型(第三版).高等教育出版社,2003.
- [6].谢金星,薛毅.《优化建模与 LINDO/LINGO 软件》.清华大学出版社,2005.
- [7].肖健梅,李军军,王锡淮.改进微粒群优化算法求解旅行商问题[J],计算机工程与应用,2004,40(35):50-52.
- [8].高尚,韩斌,吴小俊,等.求解旅行商问题的混合粒子群优化算法[J].控制与决策,2004,19(11):1286-1289.
- [9].黄岚,王康平,周春光,等.粒子群优化算法求解旅行商问题[J].吉林大学学报:理学版,2003,41(4):477-480.
- [10].陈国良.遗传算法及其应用[M].北京:人民邮电出版社,1996.
- [11]吴今培,段方勇.基于神经网络的非线性时间序列预测方法研究[J].系统工程,1997,15(5):61-64
- [12]张立明.人工神经网络的模型及其应用[M].上海:复旦大学出版社,1993.
- [13]向国全,董道珍.BP 模型中的激励函数和改进的网络训练法[J].计算机研究与发展,1997,34(2):113-117.
- [14]Stewart S.I,Vogt C.A. Multi-destination trip patterns [J].Annals of Tourism Research, 1997
- [15]Joe Kerkvliet,Liffprd Nowell.Heterogeneous visitors and the spatial limits of the travel cost model[J].Jounal of Leisure Research, 1999,31,404-419.
- [16]金华,王丽华.旅游学规划[M].东北财经大学,2002.66-70.
- [17].Beatriz Rodriguez, Julian Molina, Fatima Perez, Rafael Caballero. Interactive design of personalised tourism routes[J]. Tourism Management, Volume 33, Issue 4, August 2012,926-940.
- [18].Pieter Vansteenwegen, Wouter Souffriau, Greet Vanden Berghe, Dirk Van Oudheusden. The City Trip Planner: An expert system for tourists[J]. Expert Systems with Applications,Volume 38, Issue 6,June 2011, 6540-6546.
- [19].周洪波,山西旅游线路优化研究[D].山西大学,2011.6.
- [20].Connell J, Page S J. Exploring the Spatial Patterns of Car based Tourist Travel in Loch Lomond and Trossachs National Park, Scotland [J]. Tourism Management,2008,29:561-580.
- [21].Lew A A, B McKercher. Trip destinations, gateways and itineraries: The example of Hong Kong [J]. Tourism Management, 2002,23(6):9-21.
- [22].Zilinger M. Tourist Routes:A Time-Geographical Approach on German Car- Tourists in Sweden[J]. Tourism Geographies,2007,9(1):64-83.