



федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Институт информационных и вычислительных технологий
Кафедра управления и интеллектуальных технологий

Отчёт по лабораторной работе №3
По дисциплине «Моделирование систем управления»
«Исследование динамической модели энергоблока ТЭС»

Выполнили студенты: Михайловский М., Рехалов А.

Группа: А-03-21

Бригада: 1

Проверил: Васильев А. А.

Москва 2024

Содержание

1	Подготовка к работе	3
1.1	Основные положения	3
1.2	Линеаризация системы	4
2	Выполнение работы	5
2.1	Моделирование системы	5
2.2	Проверка принадлежности сингулярно-возмущённым	8
3	Выводы	10

1 Подготовка к работе

1.1 Основные положения

Пусть имеется нелинейная модель системы, представленная в виде (1).

$$\begin{cases} \dot{x} = \varphi(x), \text{ где } x \in \mathbb{R}^n \\ x(0) = x_0 \end{cases}, \quad \varphi : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n \quad (1)$$

Рассматривается задача понижения размерности такой модели при некоторых вводимых ограничениях. В данном случае будем рассматривать понижение размерности данной модели на некотором временном подынтервале $[T_{\text{гр}}, T_{\text{кон}}] \subset [0, T_{\text{кон}}]$.

Рассмотрим линеаризованную модель:

$$\dot{x}(t) \approx x(T_i) + J_{\varphi}(T_i) \cdot (x(t) - x(T_i)), \text{ где } J_{\varphi}(T_i) - \text{матрица Якоби функции } \varphi(x)$$

Применим оператор конечной разности Δ :

$$\Delta x \approx J_{\varphi}(T_i) \cdot \Delta x \quad (2)$$

Получили линеаризованную модель в отклонениях. Исходя из параметров матрицы Якоби в точке $x(T_i)$, можно определить является ли исходная модель в области $x \in X_i$ близкой к $x(T_i)$ сингулярно-возмущённой.

Условием принадлежности рассматриваемой модели этому классу будет наличие такого собственного числа $p^{(i)} \in \text{sp } J_{\varphi}(T_i) : \text{Re } p^{(i)} \rightarrow -\infty$. На практике рассматривается наличие собственных значений $p^{(i)}$ сильно удалённых от остальных:

$$\frac{|\text{Re } p^{(i)}|}{\left| \min_{p_0 \in \text{sp } J_{\varphi}(T_i) \setminus \Lambda} \text{Re } p_0 \right|} \geq 10 \quad (3)$$

Где Λ – наиболее выделяющиеся собственные значения.

Для функции вида $\varphi(x) = Cx + f(x)$, где i -ая функция $f_i(x)$ линейна по x_i , то есть $\frac{\partial f_i}{\partial x_i} \equiv 0$ условие (3) – это необходимое и достаточное условие принадлежности (1) к классу сингулярно-возмущённых в области $x \in X_i$.

Для $\varphi(x)$ общего вида эти условия носят лишь необходимый характер.

1.2 Линеаризация системы

Дана система следующего вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + b_1(1+s)y_1 \\ \dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + b_2u_1 \\ \dot{x}_3 = a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \\ \dot{y}_1 = a_{44}y_1 + a_{45}y_2 + b_3(1+s)x_1 \\ \dot{y}_2 = a_{54}y_1 + a_{55}y_2 \\ \dot{z}_1 = a_{67}z_2 \\ \dot{z}_2 = a_{78}z_3 \\ \dot{z}_3 = a_{86}z_1 + a_{87}z_2 + a_{88}z_3 + c_1M_0 + b_4s \\ \dot{u}_1 = a_{9,10}u_2 + c_2U_0 \\ \dot{u}_2 = a_{10,11}u_3 + c_3U_0 \\ \dot{u}_3 = a_{11,9}u_1 + a_{11,10}u_2 + a_{11,11}u_3 + c_4U_0 + b_5 + \\ \quad + \sqrt{(d_1x_1 + d_2x_2 + d_3x_3)^2 + (d_4y_1 + d_5y_2)^2} \\ \dot{s} = a_{12,6}z_1 + a_{12,1}x_1(e_1y_1 + e_2y_2) + a_{12,4}y_1(e_3x_1 + e_4x_2 + e_5x_3) \end{array} \right. \quad (4)$$

Рассчитаем матрицу Якоби от вектор-функции $\varphi(x)$ задающей правую часть системы при нулевых входных воздействиях M_0 и U_0 :

$$J_\varphi = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1(1+s) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_1y_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_3(1+s) & 0 & 0 & a_{44} & a_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_3x_1 \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & a_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{67} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{78} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{86} & a_{87} & a_{88} & 0 & 0 & 0 & b_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{9,10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{10,11} & 0 \\ g_1 & g_2 & g_3 & g_4 & g_5 & 0 & 0 & 0 & a_{11,9} & a_{11,10} & a_{11,11} & 0 \\ h_1 & h_2 & h_3 & h_4 & h_5 & a_{12,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Где $g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, h_1, h_2, h_3, h_4, h_5$:

$$g_1 = \frac{b_5 d_1 r_x}{m}, \quad g_2 = \frac{b_5 d_2 r_x}{m}, \quad g_3 = \frac{b_5 d_3 r_x}{m}, \quad g_4 = \frac{b_5 d_4 r_x}{m}, \quad g_5 = \frac{b_5 d_5 r_x}{m}$$

$$r_x = \sqrt{(d_1x_1 + d_2x_2 + d_3x_3)^2 + (d_4y_1 + d_5y_2)^2}$$

$$h_1 = a_{12,1}(e_1y_1 + e_2y_2) + a_{12,4}e_3y_1, \quad h_2 = a_{12,4}e_4y_1, \quad h_3 = a_{12,4}e_5y_1$$

$$h_4 = a_{12,1}e_1x_1 + a_{12,4}(e_3x_1 + e_4x_2 + e_5x_3), \quad h_5 = a_{12,1}e_2x_1$$

2 Выполнение работы

2.1 Моделирование системы

В рассматриваемой системе (4) параметры имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -2071,132, \quad a_{12} = 1014,733, \quad a_{13} = 1014,733, \quad b_1 = 314, \\ a_{21} &= 3,034, \quad a_{22} = -6,193, \quad a_{23} = 3,34, \quad b_2 = 0,378, \\ a_{31} &= 78,069, \quad a_{32} = 78,069, \quad a_{33} = -159,344, \\ b_3 &= -314, \quad a_{44} = -1606,256, \quad a_{45} = 1479,609, \\ a_{54} &= 97,310, \quad a_{55} = -105,64, \\ a_{67} &= 1, \quad a_{78} = 1, \quad a_{86} = -33949,6, \quad a_{87} = -6989,92, \quad a_{88} = -45, \\ c_1 &= 2000, \quad b_4 = -100000, \quad a_{9,10} = 1, \quad c_2 = 33,33, \\ a_{10,11} &= 1, \quad c_3 = 2777,777, \quad a_{11,9} = -55555,55, \\ a_{11,10} &= -4444,44, \quad a_{11,11} = -116,66, \quad c_4 = 16666,66, \\ b_5 &= -444444,44, \quad d_1 = 8,18, \quad d_2 = -4,01, \quad d_3 = -4,01, \quad d_3 = 6,347, \quad d_5 = -5,847, \\ a_{12,6} &= 0,303, \quad a_{12,1} = -1,77, \quad a_{12,4} = 1,215, \\ e_1 &= 1,0856, \quad e_2 = -1, \quad e_3 = 2,041, \quad e_4 = -1, \quad e_5 = -1 \end{aligned}$$

Для моделирования такой системы соберём схему, представленную на рис.

2.1. Код, заданный в программируемом блоке, приведён в листинге 1.

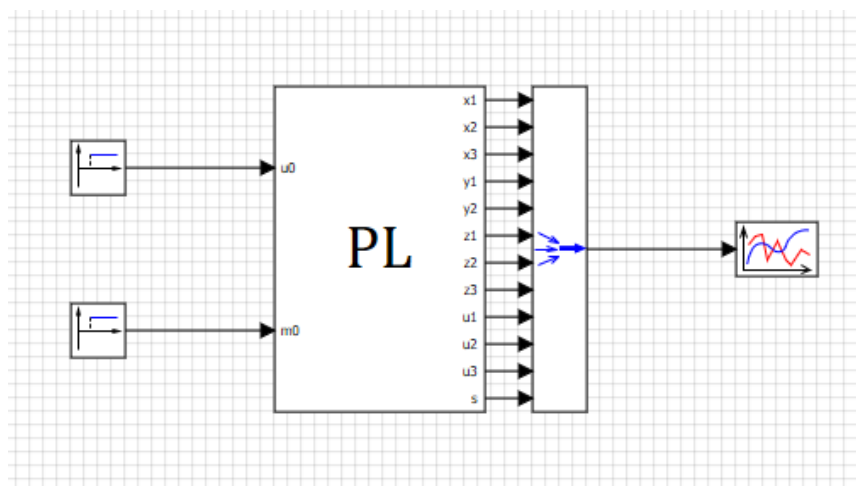


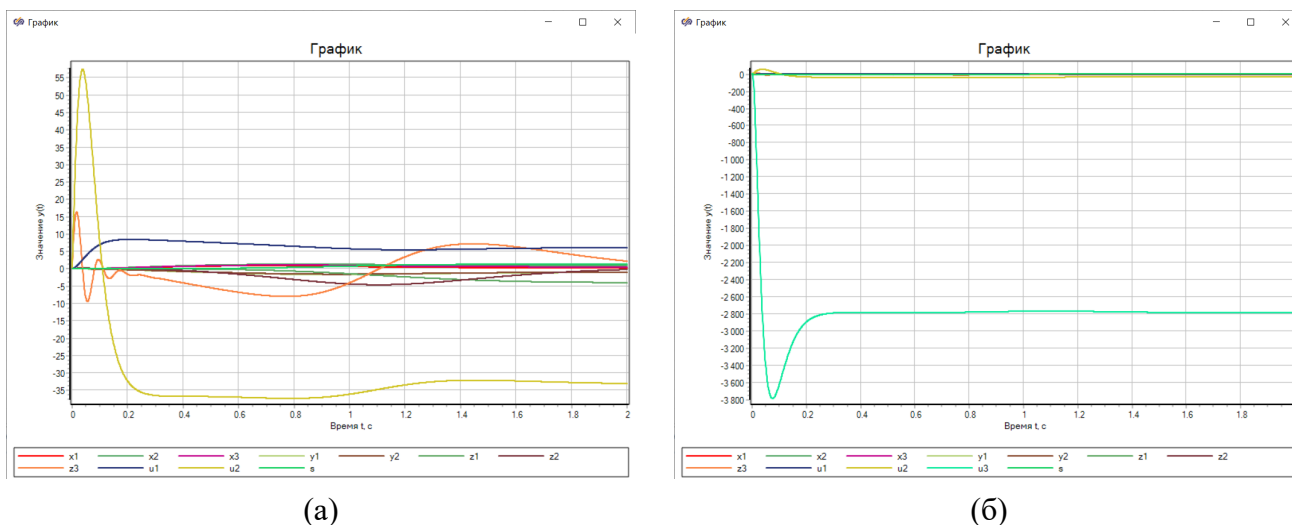
Рис. 2.1. Схема для моделирование переходных процессов в системе (4)

```

1 input U0, M0;
2
3 init x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, y1 = 0, y2 = 0, z1 = 0, z2 = 0, z3 = 0, u1 = 0, u2 =
  ↪ 0, u3 = 0, s = 0;
4
5 output x1, x2, x3, y1, y2, z1, z2, z3, u1, u2, u3, s;
6
7 x1' = -2071.132*x1 + 1014.733*x2 + 1014.733 * x3 + (314 + 314*s)*y1;
8 x2' = 3.034*x1 - 6.193*x2 + 3.34*x3 + 0.378*u1;
9 x3' = 78.069*x1 + 78.069*x2 - 159.344*x3;
10 y1' = -1606.256*y1 + 1479.609*y2 + (-314 - 314*s)*x1;
11 y2' = 97.310*y1 - 105.640*y2;
12 z1' = z2;
13 z2' = z3;
14 z3' = -33949.6*z1 - 6989.92*z2 - 45*z3 + 2000*M0 - 100000*s;
15 u1' = u2 + 33.33*U0;
16 u2' = u3 + 2777.777*U0;
17 u3' = -55555.55*u1 - 4444.44*u2 - 116.66*u3 + 16666.66*U0 - 44444.44*sqrt(
  ↪ (8.18000000*x1 - 4.0100000*x2 - 4.010000*x3) * (8.18000000*x1 - 4.0100000*x2 -
  ↪ 4.010000*x3) + (6.34700000*y1 - 5.847000*y2) * (6.34700000*y1 - 5.847000*y2)
  ↪ );
18 s' = 0.303*z1 - 1.77*x1*(1.0856*y1 - y2) + 1.215*y1*(2.041*x1 - x2 - x3);

```

Листинг 1. Код для моделирования системы (4)

Рис. 2.2. Переходные процессы в системе: а) скрыта переменная u_3 б) показана переменная u_3

В результате моделирования при нулевых начальных условиях, получили переходные процессы, представленные на рис. 2.2. Как видим, переменные состояния изменяются с разным характером и имеют разный порядок. Также стоит отметить, что исследуемая система устойчива по входному ступенчатому воздействию.

Теперь смоделируем свободное движение из установившегося режима предыдущего моделирования. Для этого изменим схему: рис. 2.3.

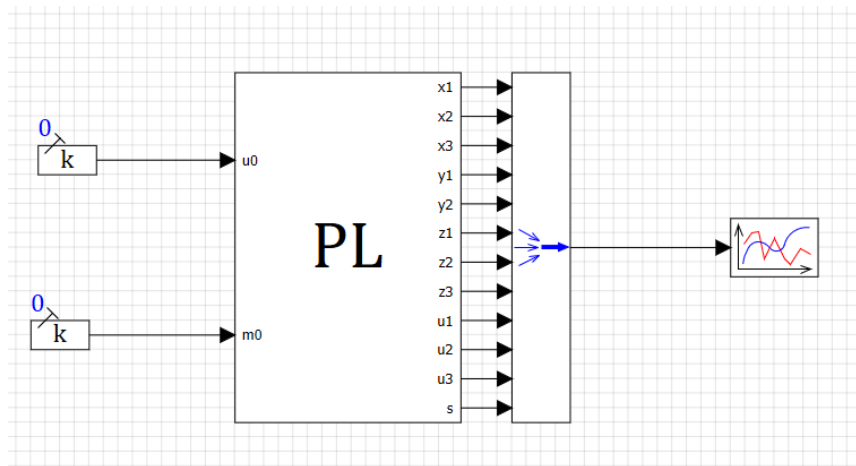
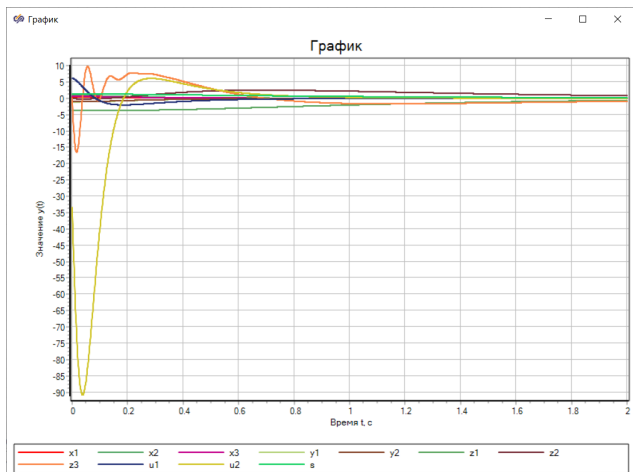


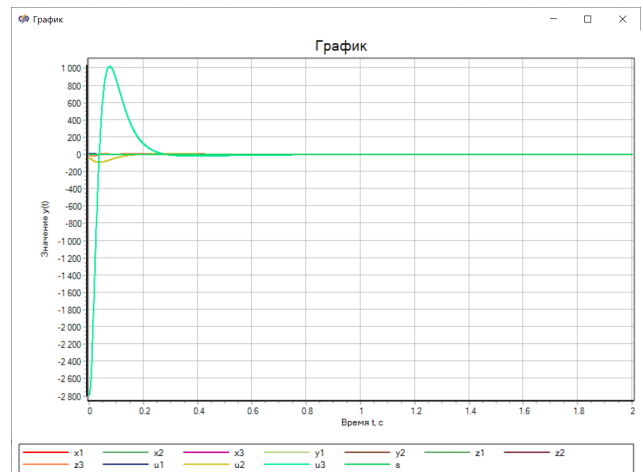
Рис. 2.3. Схема для моделирования свободного движения

В программируемом блоке изменим начальные условия в соответствии со значениями, полученными в результате предыдущего моделирования. Для этого изменим строку 3 на:

```
init x1 = 0.3693614, x2 = 0.89470902, x3 = 0.61931999, y1 = -1.0820844, y2 =
↪ -0.99675911, z1 = -3.682321, z2 = -4.615e-8, z3 = 1.16e-7, u1 = 6.2215701, u2
↪ = -33.33, u3 = -2777.777, s = 1.2701333;
```



(а)



(б)

Рис. 2.4. Свободное движение в системе: а) скрыта переменная u_3 б) показана переменная u_3

В результате моделирования получили графики, представленные на рис. 2.4. Все переменные состояния возвращаются в точку покоя, находящуюся в нуле.

2.2 Проверка принадлежности сингулярно-возмущённым

Будем проверять принадлежность исследуемой модели к классу сингулярно-возмущённых в области $X_0 = \{x \mid \|x\| \leq \|x_0\|\}$, где x_0 это вектор начальных условий, которые задавались ранее при моделировании свободного движения системы.

Проверим принадлежность исследуемой системы в окрестности векторов $x(T_i)$ и $x(T_j)$, где $T_i = 0,3$ с и $T_j = 1$ с, а $x(t)$ – переходной процесс свободного движения, полученный ранее.

Для этого рассчитаем матрицу Якоби в эти моменты времени $J_\varphi(T_i)$ и $J_\varphi(T_j)$ в соответствии с выражением, полученным в подготовке (5), и рассчитаем спектр собственных значений для этих двух матриц.

Расчёт проведём с помощью блока расчёта собственных значений в SimInTech. Результаты расчёта спектров этих матриц занесены в таблицу 1.

Видно, что для $T = 0,3$ с в результате расчёта получен один правый корень. На самом деле в этом результате не кроется никакой проблемы, поскольку из устойчивости исходной нелинейной системы не следует устойчивость линеаризованной системы.

p_i	$T = 0,3$ с		$T = 1$ с	
	$\text{Re } p_i$	$\text{Im } p_i$	$\text{Re } p_i$	$\text{Im } p_i$
1	-2400.13514931815	0	-2129.67481741069	0
2	-1418.17225579113	0	-1680.38392424859	0
3	-123.198882664825	0	-123.582457815144	0
4	-20.0118475032925	79.9112800329606	-20.0118268162133	79.9112654534385
5	-20.0118475032925	-79.9112800329606	-20.0118268162133	-79.9112654534385
6	-45.8610844690232	5.19454552031978	-44.7900744363826	1.19890603586775
7	-45.8610844690232	-5.19454552031978	-44.7900744363826	-1.19890603586775
8	3.47623524757752	0	-26.5969069580983	0
9	-0.870061376807452	0	-14.9372553361812	0
10	-3.87446238076564	0	-0.474409473888888	0
11	-22.2354292468236	0	-1.16881775952844	0
12	-13.4691305244459	0	-3.80260849267262	0

Таблица 1. Собственные значения полученных матриц Якоби

Для наглядности, полученные спектры матриц Якоби нанесены на график на рис. 2.5. На них хорошо видно, что для обоих моментов времени есть пара корней, являющихся сильно удалёнными от остальных.

Поскольку исследуемая система имеет вид (1), где $\varphi(x) = Cx + f(x)$ и $\frac{\partial f_i}{\partial x_i} \equiv 0$, то за счёт наличия «выделяющихся» собственных значений по необходимому и достаточному условию эта система в окрестности $x(T_i)$ и $x(T_j)$ принадлежит классу сингулярно-возмущённых.

Значит порядок системы в оба момента времени T_i и T_j может быть понижен на 2, так как имеем два выделяющихся собственных значения.

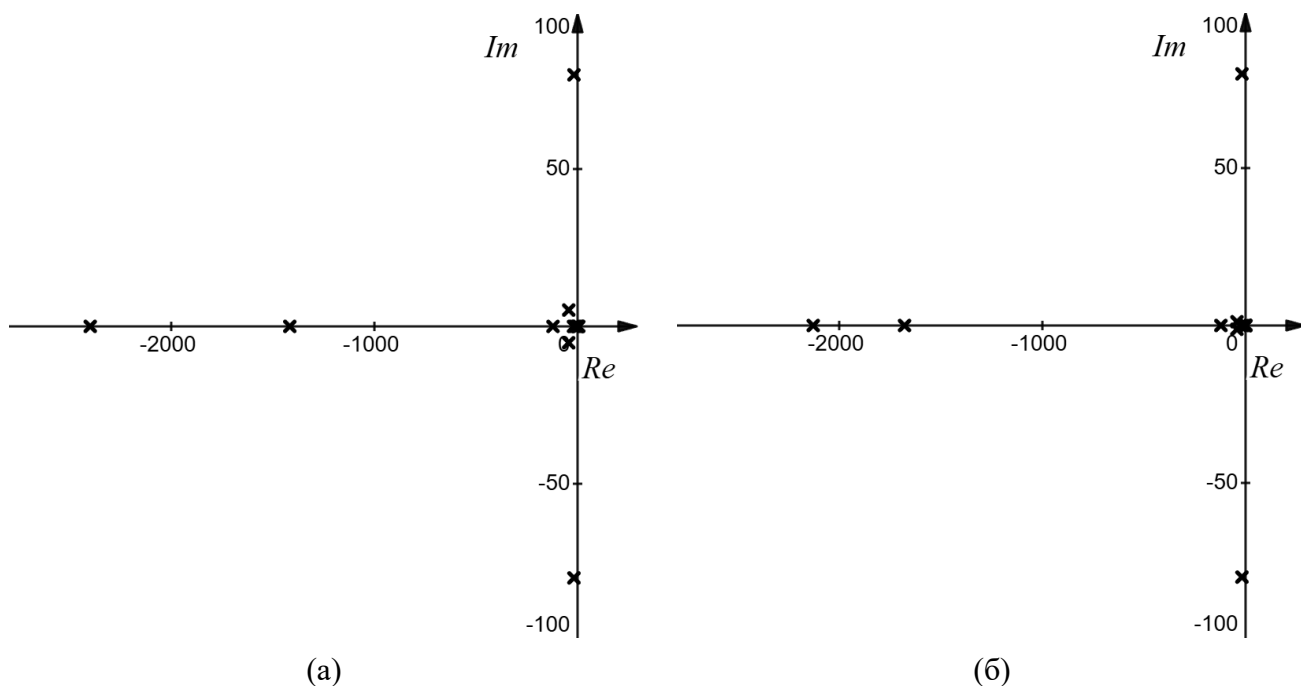


Рис. 2.5. Собственные значения матрицы Якоби: а) $t = T_i = 0,3$ с; б) $t = T_j = 1$ с

Сами матрицы Якоби, по которым рассчитывались спектры:

$$J_{\varphi}(T_i) = \begin{bmatrix} -2071.132 & 1014.733 & 1014.733 & -318.25855 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -148.80159 \\ 3.034 & -6.193 & 3.34 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.378 & 0 & 0 & 0 \\ 78.069 & 78.069 & -159.344 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -671.58681 & 0 & 0 & -1606.256 & 1479.609 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -40.323067 \\ 0 & 0 & 0 & 97.31 & -105.64 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -33949.6 & -6989.92 & -45 & 0 & 0 & 0 & -100000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 350321 & -171734.38 & -171734.38 & 271819.97 & -250406.71 & 0 & 0 & 0 & -55555.55 & -4444.44 & -116.66 & 0 \\ -1.069571 & 0.57577685 & 0.57577685 & -0.62722537 & 0.22729882 & 0.303 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_{\varphi}(T_j) = \begin{bmatrix} -2071.132 & 1014.733 & 1014.733 & -15.802703 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10.195748 \\ 3.034 & -6.193 & 3.34 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.378 & 0 & 0 & 0 \\ 78.069 & 78.069 & -159.344 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -486.67827 & 0 & 0 & -1606.256 & 1479.609 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4.1245303 \\ 0 & 0 & 0 & 97.31 & -105.64 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -33949.6 & -6989.92 & -45 & 0 & 0 & 0 & -100000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 336210 & -164816.88 & -164816.88 & 260871.01 & -240320.28 & 0 & 0 & 0 & -55555.55 & -4444.44 & -116.66 & 0 \\ -0.072747756 & 0.039451699 & 0.039451699 & -0.044119862 & 0.023249741 & 0.303 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3 Выводы

В этой работе было проведено моделирование нелинейной системы 12 порядка, заданной в переменных состояния. Исследуемая система оказалась устойчива по входному ступенчатому воздействию, а в процессе свободного движения система приходила в точку покоя, находящуюся в нуле.

Была проведена проверка принадлежности системы к классу сингулярно-возмущённых в два момента времени $T_i = 0,3$ с и $T_j = 1$ с, при условии, что в качестве начальных условий задан установившийся режим для ступенчатого входного воздействия.

Система оказалась сингулярно-возмущённой в окрестности $x(T_i)$ и $x(T_j)$. В обоих случаях всего было два «выделяющихся» собственных значения, поэтому порядок системы может быть понижен на два.