



федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Институт информационных и вычислительных технологий
Кафедра управления и интеллектуальных технологий

Отчёт по лабораторной работе №2
По дисциплине «Теория автоматического управления,
часть 2»
**«Исследование линейных импульсных систем автоматического
управления»**

Выполнили студенты: Михайловский М., Томчук В.

Группа: А-03-21

Бригада: 1

Проверила: Сидорова Е. Ю.

Москва 2024

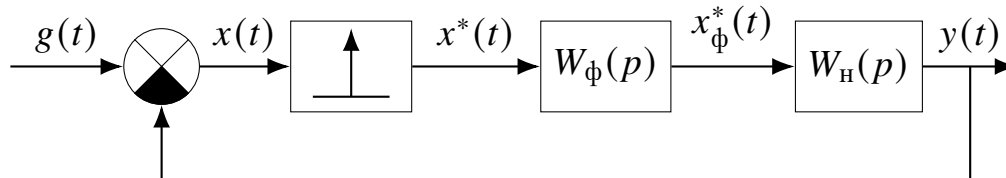
Содержание

1	Подготовка к работе	3
1.1	Передаточные функции системы	3
1.2	Устойчивость замкнутой системы	4
2	Выполнение работы	4
2.1	Рассмотрение ИСАУ как САУ	5
2.2	Устойчивость замкнутой ИСАУ	6
3	Выводы	7

1 Подготовка к работе

1.1 Передаточные функции системы

Дана импульсная система автоматического управления (ИСАУ) с периодом квантования импульсного элемента T , представленная на рис. 1.1.



$$W_{\phi}(p) = 1, \quad W_H(p) = \frac{k_1 k_2}{p(1 + T_1 p)}, \quad \text{где } k_1 = 2, \quad k_2 = 1, \quad T_1 = 0,1, \quad T = 0,3$$

Рис. 1.1. Структурная схема импульсной системы автоматического управления

Передаточная функция разомкнутой системы будет иметь вид (1):

$$\begin{aligned} W_p^*(p) &= \overline{D}[W_{\phi}(p) \cdot W_H(p)] = k_1 k_2 \overline{D} \left[\frac{1}{p(1 + pT_1)} \right] = \\ &= k_1 k_2 \overline{D} \left[\frac{1}{p} - \frac{T_1}{1 + T_1 p} \right] = k_1 k_2 \left[\frac{e^{pT}}{e^{pT} - 1} - \frac{e^{pT}}{e^{pT} - e^{-\frac{T}{T_1}}} \right] = \\ &= \frac{k_1 k_2 \left(1 - e^{-\frac{T}{T_1}} \right) e^{pT}}{e^{2pT} - \left(1 + e^{-\frac{T}{T_1}} \right) e^{pT} + e^{-\frac{T}{T_1}}} = \frac{1,9e^{pT}}{e^{2pT} - 1,05e^{pT} + 0,05}. \quad (1) \end{aligned}$$

С помощью $W_p^*(p)$ найдем передаточную функцию замкнутой системы:

$$\begin{aligned} W_3^*(p) &= \frac{W_p^*(p)}{1 + W_p^*(p)} = \frac{k_1 k_2 \left(1 - e^{-\frac{T}{T_1}} \right) e^{pT}}{k_1 k_2 \left(1 - e^{-\frac{T}{T_1}} \right) e^{pT} + \left(e^{2pT} - \left(1 + e^{-\frac{T}{T_1}} \right) e^{pT} + e^{-\frac{T}{T_1}} \right)} = \\ &= \frac{k_1 k_2 \left(1 - e^{-\frac{T}{T_1}} \right) e^{pT}}{e^{2pT} + \left(1 + e^{-\frac{T}{T_1}} \right) \left(k_1 k_2 \cdot \text{th} \frac{T}{2T_1} - 1 \right) e^{pT} + e^{-\frac{T}{T_1}}} = \frac{1,9e^{pT}}{e^{2pT} + 0,85e^{pT} + 0,05}. \quad (2) \end{aligned}$$

1.2 Устойчивость замкнутой системы

Проверим устойчивость системы по критерию Гурвица. Характеристическое уравнение (ХУ) замкнутой системы:

$$C^*(p) = e^{2pT} + \left(1 + e^{-\frac{T}{T_1}}\right) \left(k_1 k_2 \cdot \operatorname{th} \frac{T}{2T_1} - 1\right) e^{pT} + e^{-\frac{T}{T_1}} = e^{2pT} + a_1 e^{pT} + a_2.$$

Переходя к изображениям Z -преобразования и вводя билинейное преобразование $\left(e^{pT} = z = \frac{1+V}{1-V}\right)$, получим ХУ непрерывной системы (3), соответствующее исследуемой замкнутой ИСАУ, которая является устойчивой или неустойчивой одновременно с исследуемой системой, описанной на рис. 1.1:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1+V}{1-V}\right)^2 + a_1 \left(\frac{1+V}{1-V}\right) + a_2 = 0 &\Rightarrow (1+V)^2 + a_1(1-V^2) + a_2(1-V)^2 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (1 - a_1 + a_2)V^2 + 2(1 - a_2)V + 1 + a_1 + a_2 = 0 \quad (3) \end{aligned}$$

По критерию Гурвица для непрерывных систем 2-го порядка, система, соответствующая ХУ (3) будет устойчивой тогда и только тогда, когда все коэффициенты данного многочлена относительно V будут одного знака:

$$\begin{cases} 1 + a_1 + a_2 = k_1 k_2 \left(1 + e^{-\frac{T}{T_1}}\right) \operatorname{th} \frac{T}{2T_1} > 0, & \forall k_1 \cdot k_2 \in (0, +\infty) \\ 1 - a_2 = 1 - e^{-\frac{T}{T_1}} > 0, & \forall k_1 \cdot k_2 \in [0, +\infty) \\ 1 - a_1 + a_2 = \left(1 + e^{-\frac{T}{T_1}}\right) \left(2 - k_1 k_2 \operatorname{th} \frac{T}{2T_1}\right) > 0, & \forall k_1 \cdot k_2 \in \left[0, 2 \operatorname{cth} \frac{T}{2T_1}\right) \end{cases} \quad (4)$$

Отсюда, очевидно, граничный коэффициент усиления $k_{\text{гр}} = 2 \operatorname{cth} \frac{T}{2T_1} = 2,21$.

2 Выполнение работы

Для рассматриваемой системы были заданы параметры, представленные на рис. 2.1. Как видим рассчитанная передаточная функция разомкнутой системы совпала с полученной в подготовке (1)

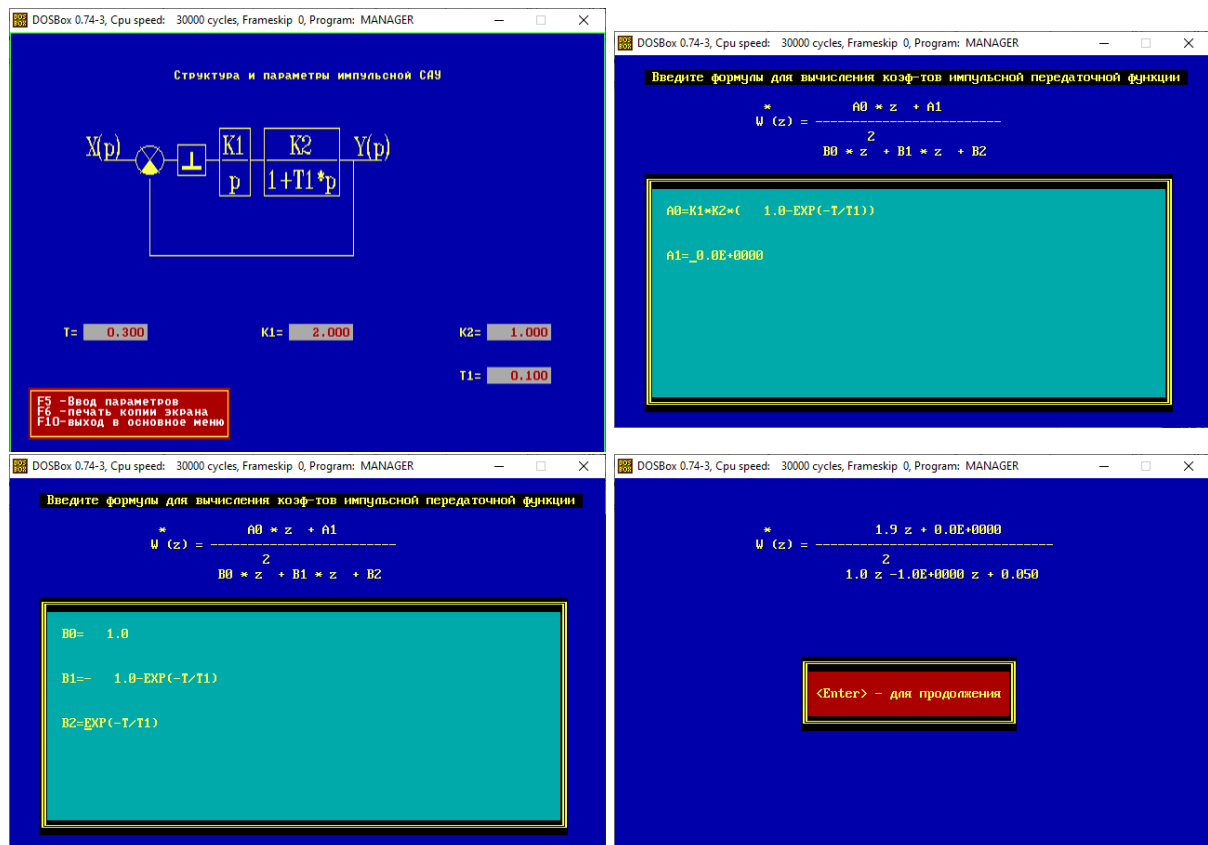


Рис. 2.1. Введенные параметры системы в лабораторной программе

2.1 Рассмотрение ИСАУ как САУ

Сравнение переходных процессов в изначальной системе с непрерывной системе приведено на рис. 2.2.

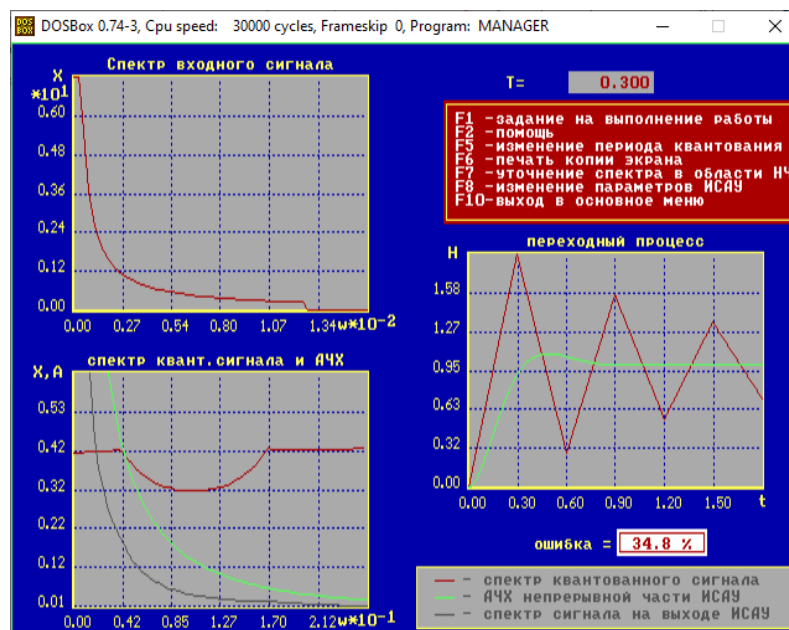


Рис. 2.2. Сравнение переходных процессов в САУ и ИСАУ

Как видно из рисунка, процессы плохо совпадают, по характеру и получен-

ным значениям. Рассматривая спектральные характеристики, можно отметить, что спектр квантованного сигнала $|Y^*(j\omega)|$ не похож на АЧХ непрерывной части $|Y(j\omega)|$.

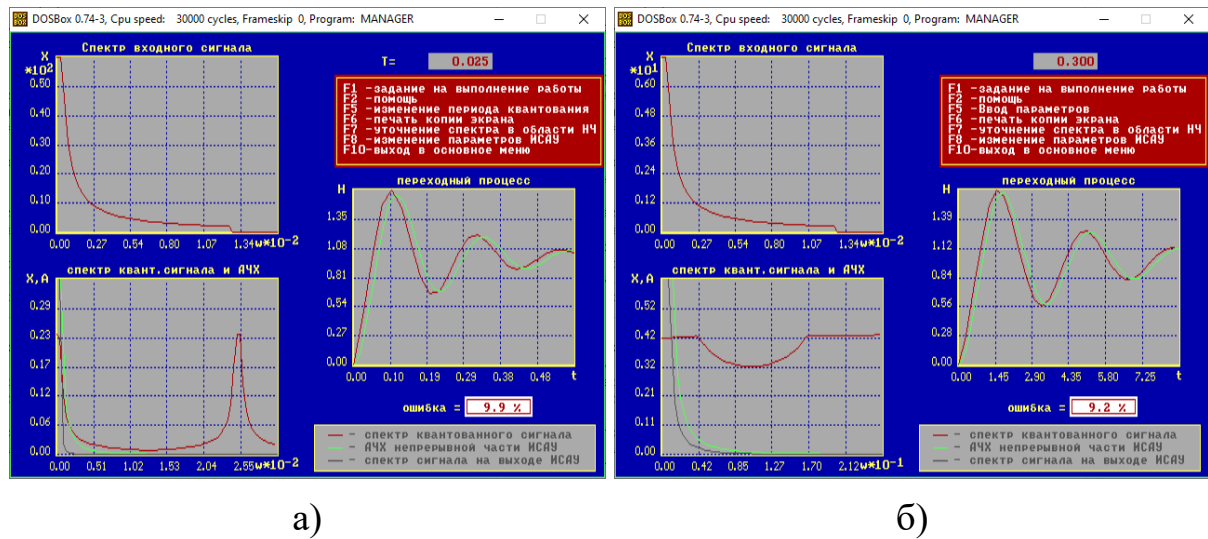


Рис. 2.3. ИСАУ, которые можно рассматривать как САУ: а) коррекция $T = 0,025$ с, б) коррекция $T_1 = 2$ с

Если же $|Y^*(j\omega)| \approx |Y(j\omega)|$ то ИСАУ, можно рассматривать как САУ (рис. 2.3). Это имеет место, если $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \geq \omega_c + \omega_{гр}$, где ω_c – частота среза АЧХ непрерывной части, $\omega_{гр}$ – частота, начиная с которой финитный спектр входного сигнала практически равен нулю $|X(j(\omega_{гр} + \alpha))| \approx 0$, $\forall \alpha \geq 0$.

В нашем случае можно по графикам принять $\omega_{гр} = 50 \text{ с}^{-1}$ и $\omega_c = 10 \text{ с}^{-1}$. Видно, что на рис. 2.2 $\omega_0 = 21 \text{ с}^{-1} < 60 \text{ с}^{-1}$, а на рис. 2.3 а) $\omega_0 = 251 \text{ с}^{-1} > 60 \text{ с}^{-1}$.

Для случая рис. 2.3 б) мы скорректировали систему за счёт изменения частоты среза АЧХ непрерывной части.

2.2 Устойчивость замкнутой ИСАУ

С помощью критерия Найквиста была построена граница устойчивости системы, в зависимости от периода квантования T : рис. 2.4. Как видно граница устойчивости по характеру напоминает гиперболу. Эта зависимость в точности получена ранее в подготовке (4) и представляет собой гиперболический котангенс: $k_{гр} = 2 \text{cth} \frac{T}{2T_1}$.

Из рис. 2.4 г) явно виден полученный экспериментально граничный коэффициент усиления для исходных параметров. Это значение совпало с полученным в подготовке к работе.

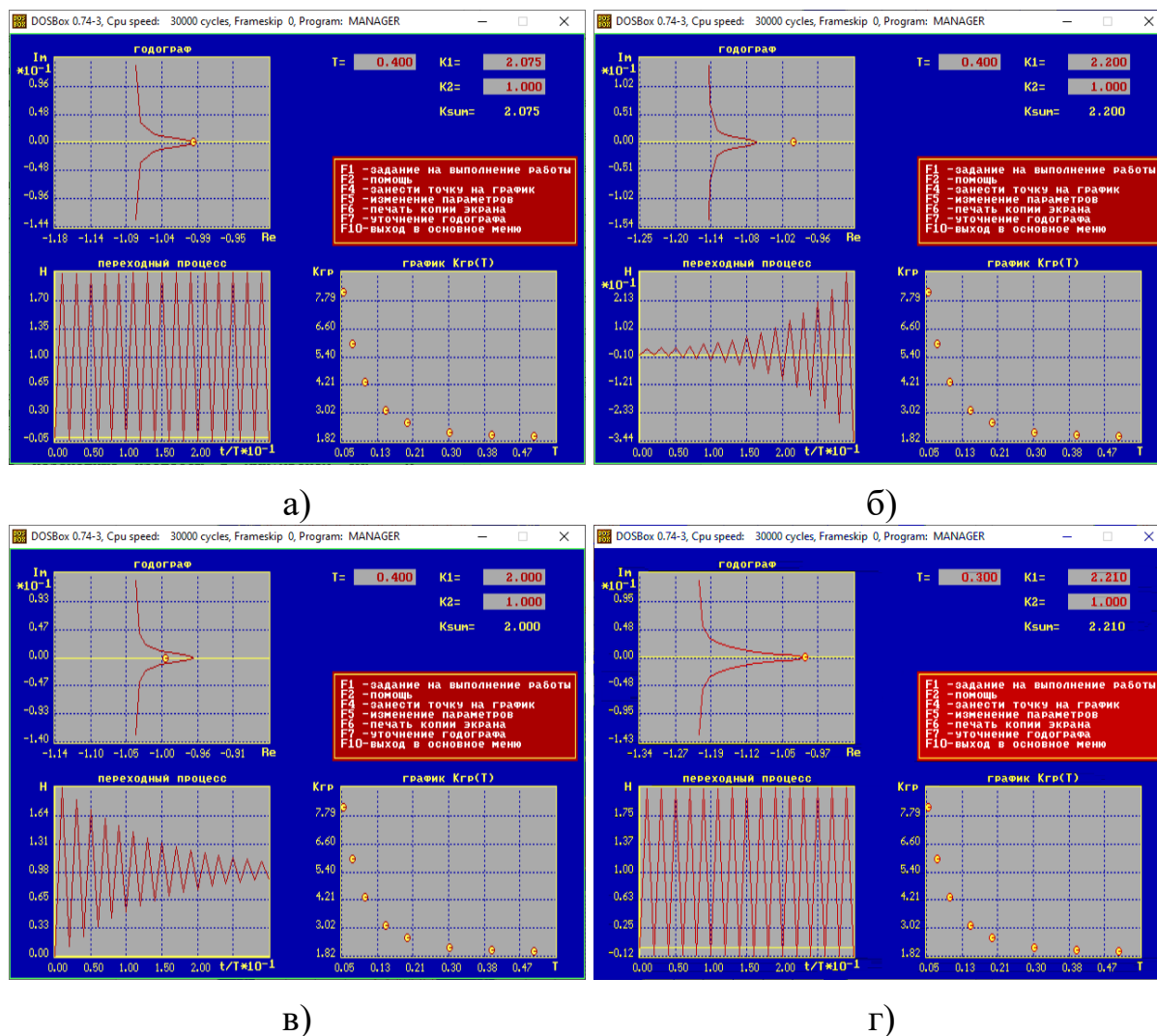


Рис. 2.4. Устойчивость замкнутой ИСАУ: а) нейтрально устойчива, б) неустойчива, в) устойчива, г) граница устойчивости для исходных параметров

3 Выводы

В данной работе была исследована возможность рассмотрения ИСАУ как САУ. Для недостаточно высоких частот квантования ω_0 рассматриваемая ИСАУ значительно отличалась от соответствующей САУ. Но при уменьшении периода квантования T или увеличении постоянной времени звена непрерывной части T_1 ИСАУ становилась более похожей на САУ (с точки зрения переходной функции), вплоть до отличия переходных процессов менее 10%.

Было исследовано влияние периода квантования на устойчивость ИСАУ. Имеется зависимость граничного коэффициента усиления $k_{гр}$ от периода квантования T , при чём нелинейная. В данном случае эта зависимость была получена аналитически, и она имеет вид $k_{гр} = 2 \operatorname{cth} \frac{T}{2T_1}$.