федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Институт информационных и вычислительных технологий
Кафедра управления и интеллектуальных технологий

Отчёт по лабораторной работе №2
По дисциплине «Теория автоматического управления, часть 2»
«Исследование линейных импульсных систем автоматического управления»

Выполнили студенты: Михайловский М., Томчук В.
Группа: А-03-21
Бригада: 1
Проверила: Сидорова Е. Ю.

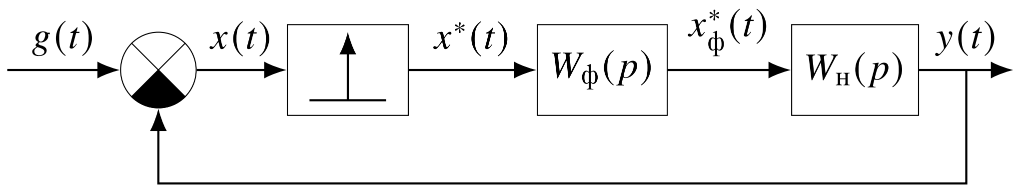
Москва 2024

Содержание

1 Подготовка к работе

1.1 Передаточные функции системы

Дана импульсная система автоматического управления (ИСАУ) с периодом квантования импульсного элемента T, представленная на рис. 1.1. В качестве подготовки к работе определим передаточную функцию разомкнутой и замкнутой системы.



$$W_ф(p) = 1,\ W_н(p) = \frac{k_1 k_2}{p(1+T_1 p)},\ \text{где } k_1 = 2,\ k_2 = 1,\ T_1 = 0{,}1,\ T = 0{,}3$$

Рис. 1.1. Структурная схема импульсной системы автоматического управления

Передаточная функция разомкнутой системы будет иметь вид (1):

$$\begin{aligned} W_р^*(p) &= \overline{D}[W_ф(p)\cdot W_н(p)] = k_1 k_2 \overline{D}\left[\frac{1}{p(1+pT_1)}\right] = \\ &= k_1 k_2 \overline{D}\left[\frac{1}{p} - \frac{T_1}{1+T_1 p}\right] = k_1 k_2 \left[\frac{e^{pT}}{e^{pT}-1} - \frac{e^{pT}}{e^{pT} - e^{-\frac{T}{T_1}}}\right] = \\ &= \frac{k_1 k_2 \left(1 - e^{-\frac{T}{T_1}}\right) e^{pT}}{e^{2pT} - \left(1 + e^{-\frac{T}{T_1}}\right) e^{pT} + e^{-\frac{T}{T_1}}} = \frac{1{,}9 e^{pT}}{e^{2pT} - 1{,}05 e^{pT} + 0{,}05}. \end{aligned} \quad (1)$$

С помощью $W_р^*(p)$ найдем передаточную функцию замкнутой системы:

$$\begin{aligned} W_з^*(p) &= \frac{W_р^*(p)}{1 + W_р^*(p)} = \frac{k_1 k_2 \left(1 - e^{-\frac{T}{T_1}}\right) e^{pT}}{k_1 k_2 \left(1 - e^{-\frac{T}{T_1}}\right) e^{pT} + \left(e^{2pT} - \left(1 + e^{-\frac{T}{T_1}}\right) e^{pT} + e^{-\frac{T}{T_1}}\right)} = \\ &= \frac{k_1 k_2 \left(1 - e^{-\frac{T}{T_1}}\right) e^{pT}}{e^{2pT} + \left(1 + e^{-\frac{T}{T_1}}\right)\left(k_1 k_2 \cdot \operatorname{th}\frac{T}{2T_1} - 1\right) e^{pT} + e^{-\frac{T}{T_1}}} = \frac{1{,}9 e^{pT}}{e^{2pT} + 0{,}85 e^{pT} + 0{,}05}. \end{aligned} \quad (2)$$

1.2 Устойчивость замкнутой системы

Проверим устойчивость системы по критерию Гурвица. Характеристическое уравнение (ХУ) замкнутой системы:

$$C^*(p) = e^{2pT} + \left(1 + e^{-\frac{T}{T_1}}\right)\left(k_1 k_2 \cdot \operatorname{th}\frac{T}{2T_1} - 1\right)e^{pT} + e^{-\frac{T}{T_1}} = e^{2pT} + a_1 e^{pT} + a_2.$$

Переходя к изображениям Z-преобразования и вводя билинейное преобразование $\left(e^{pT} = z = \dfrac{1+V}{1-V}\right)$, получим соответствующее исследуемой замкнутой ИСАУ ХУ непрерывной системы (3), которая является устойчивой или неустойчивой одновременно с исследуемой системой, описанной на рис. 1.1:

$$\left(\frac{1+V}{1-V}\right)^2 + a_1\left(\frac{1+V}{1-V}\right) + a_2 = 0 \Rightarrow (1+V)^2 + a_1(1-V^2) + a_2(1-V)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (1 - a_1 + a_2)V^2 + 2(1-a_2)V + 1 + a_1 + a_2 = 0 \quad (3)$$

По критерию Гурвица для непрерывных систем 3-го порядка, система, соответствующая ХУ (3) будет устойчивой тогда и только тогда, когда все коэффициенты данного многочлена относительно V будут одного знака:

$$\begin{cases} 1 + a_1 + a_2 = k_1 k_2 \left(1 + e^{-\frac{T}{T_1}}\right)\operatorname{th}\frac{T}{2T_1} > 0, & \forall k_1 \cdot k_2 \in (0,\ +\infty) \\ 1 - a_2 = 1 - e^{-\frac{T}{T_1}} > 0, & \forall k_1 \cdot k_2 \in [0,\ +\infty) \\ 1 - a_1 + a_2 = \left(1 + e^{-\frac{T}{T_1}}\right)\left(2 - k_1 k_2 \operatorname{th}\frac{T}{2T_1}\right) > 0, & \forall k_1 \cdot k_2 \in \left[0,\ 2\operatorname{cth}\frac{T}{2T_1}\right) \end{cases} \quad (4)$$

Отсюда, очевидно, граничный коэффициент усиления $k_{\text{гр}} = 2\operatorname{cth}\frac{T}{2T_1} = 2{,}21$.

2 Выполнение работы

Для рассматриваемой системы были заданы параметры, представленные на рис. 2.1. Как видим рассчитанная передаточная функция разомкнутой системы совпала с полученной в подготовке (1)

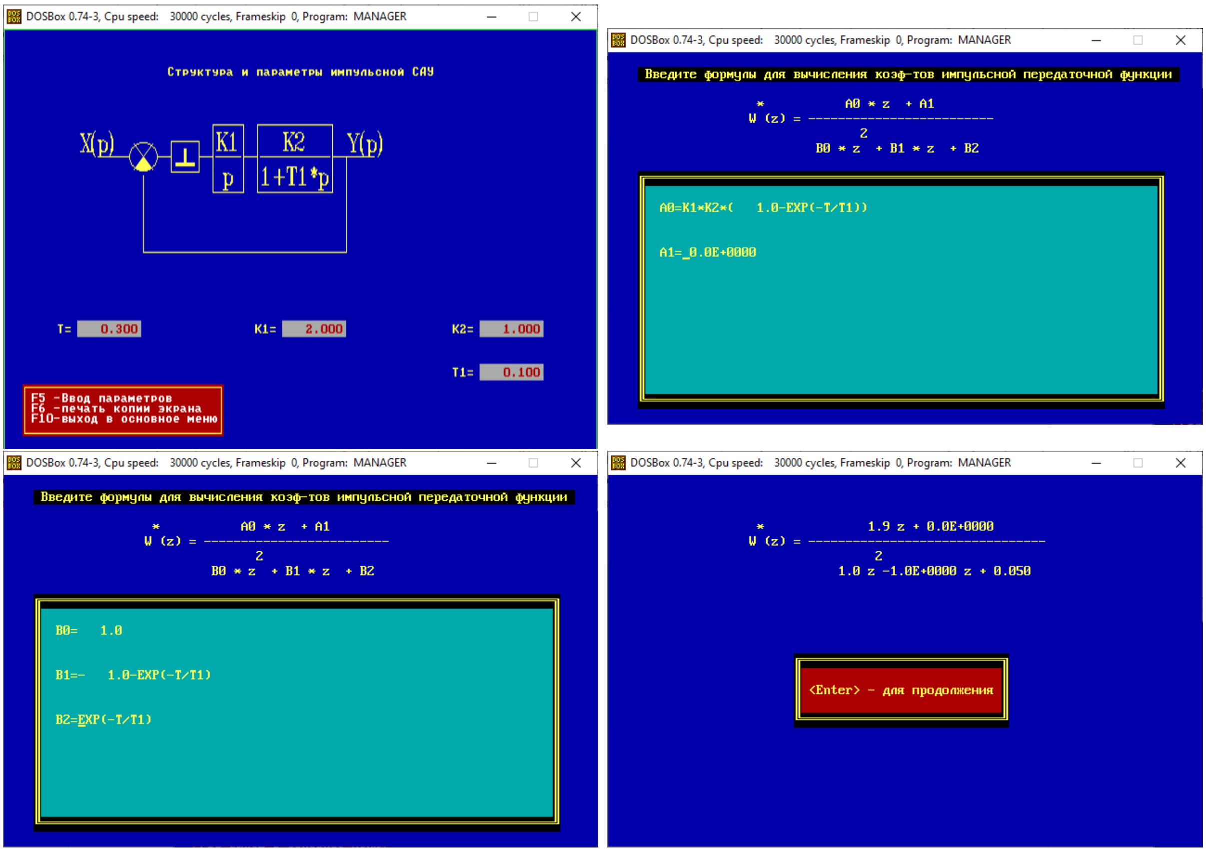


Рис. 2.1. Введенные параметры системы в лабораторной программе

2.1 Рассмотрение ИСАУ как САУ

Сравнение переходных процессов в изначальной системе с непрерывной системе приведено на рис. 2.2.

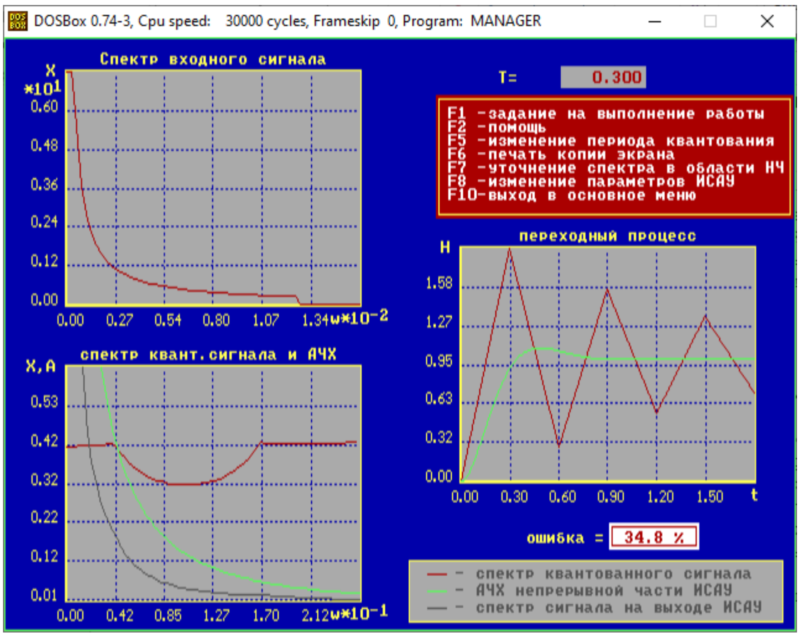
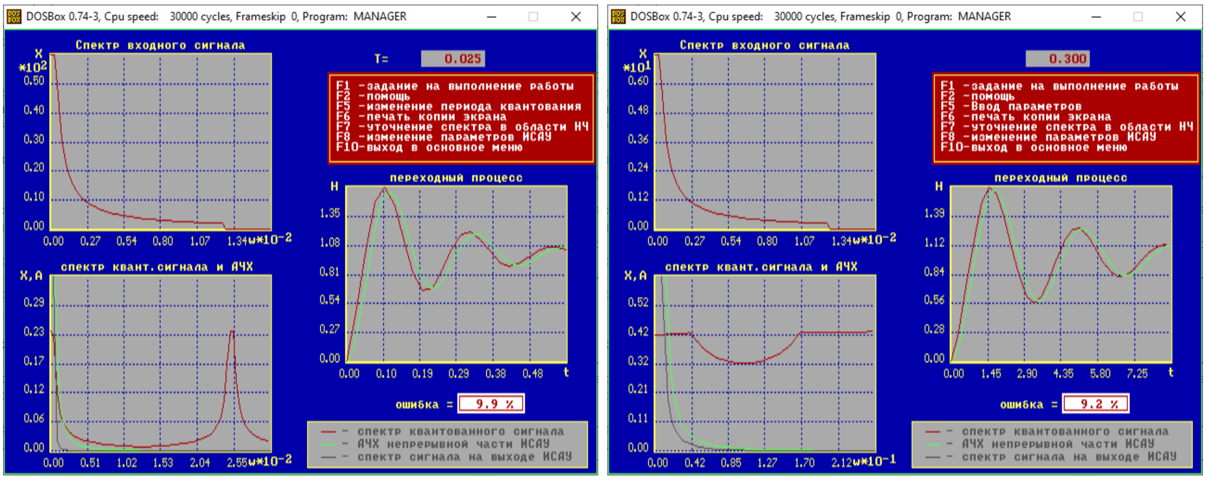


Рис. 2.2. Сравнение переходных процессов в САУ и ИСАУ

Как видно из рисунка, процессы плохо совпадают, по характеру и полученным значениям. Рассматривая спектральные характеристики, можно отметить, что спектр квантованного сигнала $|Y^*(j\omega)|$ не похож на АЧХ непрерывной части $|Y(j\omega)|$.



а) б)

Рис. 2.3. ИСАУ, которые можно рассматривать как САУ: а) коррекция $T = 0{,}025$ с, б) коррекция $T_1 = 2$ с

Если же $|Y^*(j\omega)| \approx |Y(j\omega)|$ то ИСАУ, можно рассматривать как САУ (рис. 2.3). Это имеет место, если $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \geqslant \omega_c + \omega_{\text{гр}}$, где ω_c – частота среза АЧХ непрерывной части, $\omega_{\text{гр}}$ – частота, начиная с которой финитный спектр входного сигнала практически равен нулю $\left|X(j(\omega_{\text{гр}} + \alpha))\right| \approx 0,\ \forall\alpha \geqslant 0$.

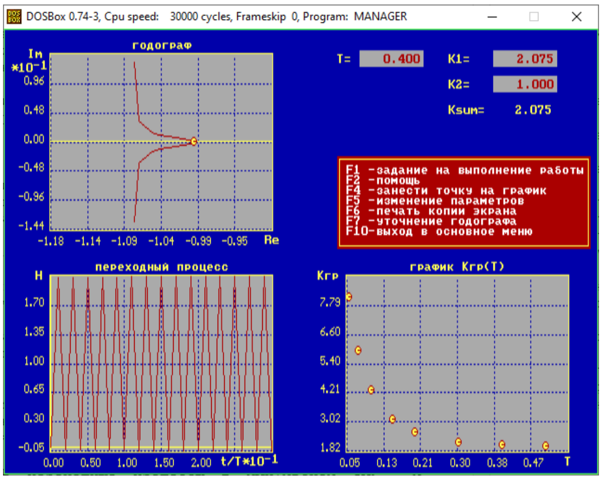
В нашем случае можно по графикам принять $\omega_{\text{гр}} = 50\,\text{с}^{-1}$ и $\omega_c = 10\,\text{с}^{-1}$. Видно, что на рис. 2.2 $\omega_0 = 21\,\text{с}^{-1} < 60\,\text{с}^{-1}$, а на рис. 2.3 а) $\omega_0 = 251\,\text{с}^{-1} > 60\,\text{с}^{-1}$.

Для случая рис. 2.3 б) мы скорректировали систему за счёт изменения частоты среза АЧХ непрерывной части.

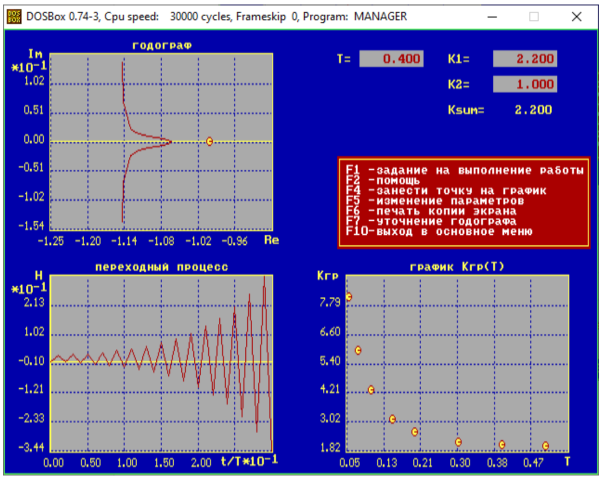
2.2 Устойчивость замкнутой ИСАУ

С помощью критерия Найквиста была построена граница устойчивости системы, в зависимости от периода квантования T: рис. 2.4. Как видно граница устойчивости по характеру напоминает гиперболу. Эта зависимость в точности получена ранее в подготовке (4) и представляет собой гиперболический котангенс: $k_{\text{гр}} = 2\operatorname{cth}\frac{T}{2T_1}$.

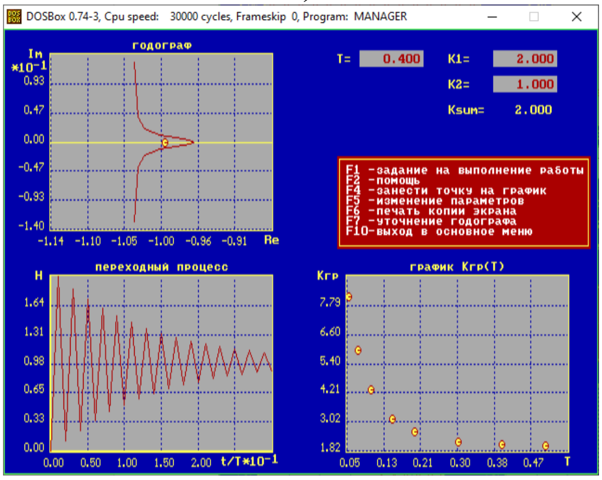
Из рис. 2.4 г) явно виден полученный экспериментально граничный коэффициент усиления для исходных параметров. Это значение совпало с полученным в подготовке к работе.



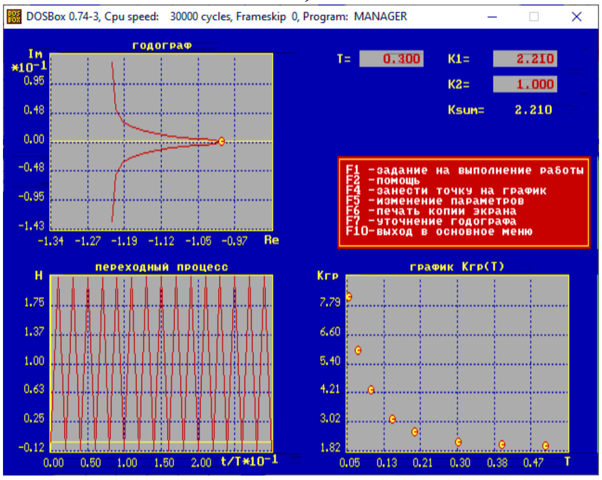
а)



б)



в)



г)

Рис. 2.4. Устойчивость замкнутой ИСАУ: а) нейтрально устойчива, б) неустойчива, в) устойчива, г) граница устойчивости для исходных параметров

3 Выводы

В данной работе была исследована возможность рассмотрения ИСАУ как САУ. Для недостаточно высоких частот квантования ω_0 рассматриваемая ИСАУ значительно отличалась от соответствующей САУ. Но при уменьшении периода квантования T или увеличении постоянной времени звена непрерывной части T_1 ИСАУ становилась более похожей на САУ, вплоть до ошибки в переходных процессах менее 10%.

Было исследовано влияние периода квантования на устойчивость ИСАУ. Имеется зависимость граничного коэффициента усиления $k_{\text{гр}}$ от периода квантования T, при чём нелинейная. В данном случае эта зависимость была получена аналитически, и она имеет вид $k_{\text{гр}} = 2\operatorname{cth}\frac{T}{2T_1}$.