HW4

181220076 周韧哲

Problem1

容易得到单次博弈的NE为$\{L,NN\}$，P_1,P_2都可选择$\{H,YY\},\{H,NY\}$来获得更高收益。则:

- 对于P_1，在t时刻时，若历史策略$h_t=(a_1,\cdots,a_t)$中都为$\{H,YY\}$或$\{H,NY\}$，则选择H，否则选择L。
- 对于P_2，在t时刻时，若历史策略$h_t=(a_1,\cdots,a_t)$中都为$\{H,YY\}$或$\{H,NY\}$，则选择YY或NY，否则选择YN或NN。

P_1不能再得到更高的收益，所以$\delta_1\geq 0$。P_2选择$\{H,NN\}$可得更高收益，当选择合作时有$5+5\delta_2+\cdots=\frac{5}{1-\delta_2}$，否则有$6+\delta_2+\delta_2^2+\cdots=6+\frac{\delta_2}{1-\delta_2}$，令$\frac{5}{1-\delta_2}\geq 6+\frac{\delta_2}{1-\delta_2}$，解得$\delta_2\geq\frac{1}{5}$，从而$\delta\geq\max(\delta_1,\delta_2)=\frac{1}{5}$。所以$\delta\geq\frac{1}{5}$时上述策略为SPNE。

Problem2

容易得到单次博弈NE为$\{c,c\}$且收益都为0。当$q_1<q_2$时，对于P_1，u_1在$q_1=\frac{a+c}{2}$处得到最大值$\frac{(a-c)^2}{4}$，对于P_2同理。当$q_1=q_2$时，对于P_1，u_1在$q_1=\frac{a+c}{2}$处得到最大值$\frac{(a-c)^2}{8}$，对于P_2同理。所以:

- 对于P_1，在t时刻时，若历史策略$h_t=((\frac{a+c}{2},\frac{a+c}{2}),\cdots,(\frac{a+c}{2},\frac{a+c}{2}))$，则选择$\frac{a+c}{2}$，否则选择$c$。
- 对于P_2，在t时刻时，若历史策略$h_t=((\frac{a+c}{2},\frac{a+c}{2}),\cdots,(\frac{a+c}{2},\frac{a+c}{2}))$，则选择$\frac{a+c}{2}$，否则选择$c$。

令$\frac{(a-c)^2}{8}(1+\delta++\delta^2+\cdots)\geq\frac{(a-c)^2}{4}$，得到$\delta\geq\frac{1}{2}$。所以$\delta\geq\frac{1}{2}$时上述策略为SPNE。