

博弈论作业 5

2021 年 6 月 29 日

1. 有 5 个 SPNE，根据后向归纳，求解步骤如下：(信息集按从下到上，从左到右的顺序排序)

(a) 在历史 $h = [S]$ 下，可以得到 Nash 均衡为 (F, F) 和 (B, B) ，收益分别为 $(3, 1)$ 和 $(1, 3)$ 。

(b) 在历史 $h = [C]$ 下，可以得到 Nash 均衡为 (A, a) 和 (B, b) ，收益分别为 $(4, 4)$ 和 $(1, 1)$ 。

- (c)
- 当在历史 $h = [S]$ 下，选择的策略为 (F, F) ，在历史 $h = [C]$ 下，选择的策略为 (A, a) 时，玩家 1 应当选择策略 C 。此时 (CFA, Fa) 为一个 SPNE。
 - 当在历史 $h = [S]$ 下，选择的策略为 (B, B) ，在历史 $h = [C]$ 下，选择的策略为 (A, a) 时，玩家 1 应当选择策略 C 。此时 (CBA, Ba) 为一个 SPNE。
 - 当在历史 $h = [S]$ 下，选择的策略为 (F, F) ，在历史 $h = [C]$ 下，选择的策略为 (B, b) 时，玩家 1 应当选择策略 S 。此时 (SFB, Fb) 为一个 SPNE。
 - 当在历史 $h = [S]$ 下，选择的策略为 (B, B) ，在历史 $h = [C]$ 下，选择的策略为 (B, b) 时，玩家 1 应当选择策略 S 或 C 。此时 (SBB, Bb) 和 (CBB, Bb) 都为 SPNE。

综上，有 5 个 SPNE。

2. 由于对于该棵树不能继续拆分，因此整个树的 Nash 均衡即为 SPNE。

将收益矩阵写出，如表 1 所示。

根据表 1，可以得到 Nash 均衡为 (B, R, U) 和 (T, R, D) 。因此有 2 个 SPNE。

3. 记玩家 1 选择 M 的概率为 p ，选择 R 的概率为 q ；玩家 2 选择 a 的概率为 x ；玩家 2 在信息集 I_{21} 上的信念为 μ 和 $1 - \mu$ 。

表 1: 收益矩阵

	U			D	
	L	R		L	R
T	0,0,0	0,0,0	T	3,2,2	3,2,2
B	0,0,1	1,1,1	B	4,4,0	1,1,1

sequential equilibrium 有：

$$(p, q, x; \mu) = (0, 0, [0, \frac{2}{3}]; \frac{1}{2})$$

(老师上课已讲，过程略，在 $p=q=0$ 时，为确保一致性， $\mu = \frac{1}{2}$).