

《矩阵计算与应用》习题二

Due date: 2020-04-28

Problem 1:

令 \mathbf{P} 是一个 $n \times n$ 置换矩阵, 证明: 存在一个正整数 k , 使得 $\mathbf{P}^k = \mathbf{I}$ 。(提示: 考虑矩阵序列 $\mathbf{P}, \mathbf{P}^2, \mathbf{P}^3, \dots$ 。)

Problem 2:

设 $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ 是一个 Hermitian 矩阵, 证明:

- (1) \mathbf{A} 的所有特征值为实数,
- (2) \mathbf{A} 的对应于不同特征值的特征向量相互正交。

Problem 3:

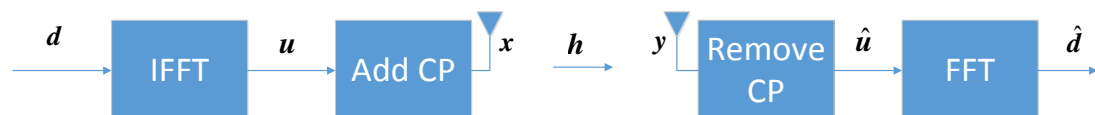
\mathbf{C} 是 $N \times N$ 的 (表示向右循环移一位的) 置换矩阵,

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}_{N \times N},$$

求 \mathbf{C} 的特征值和特征向量的表达式。

Problem 4:

以下是一个 OFDM 系统的传输示意图:



其中 $\mathbf{d} \in \mathbb{C}^{16 \times 1}$, 且 $\mathbf{d} = [\underbrace{1, i, -1, -i, \dots}_{\text{循环4遍}}]^T$, 另外 \mathbf{h} 是无线传输信道的冲击响应, 并且

$$\mathbf{h} = [1 + i, 0.5, 0.5i, 0.2 + 0.3i, 0.3, 0.1i]^T,$$

其中 i 表示虚数单位。假设传输过程中没有噪声, cyclic prefix (CP) 的长度取 8。

- (1) 请编写一个 MATLAB 程序, 通过计算求出系统中的 $\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \hat{\mathbf{u}}, \hat{\mathbf{d}}$ 。(注: 请附上

MATLAB 程序和求得的结果。)

(2) 用 MATLAB 计算 $\mathbf{d} \odot \mathbf{f}$ (即对应元素分别相乘), 其中 $\mathbf{f} = \text{fft}(\mathbf{h}, 16)$ 表示 \mathbf{h} 补零后的 16 点 FFT。你得出什么结论?