计算方法实习题的总要求

（1）用 Matlab 语言或你熟悉的其他算法语言编程序，使之尽可能具有通用性；

（2）充分准备，复习有关算法，写出计算步骤，反复查对程序；

（3）完成计算后写出实验报告，内容包括：计算机型号及所用算法语言，CPU 时间，算法步骤叙述，变量说明，程序清单，输出计算结果，结果分析和小结等；

（4）计算实习有两个题目，做好后一起交。请在 5 月 15 号前通过邮件发至 jxzhaonju@sina.com ，在实验报告的开头和邮件的主题（科目）写明 学号+姓名；

计算实习题 1（2021.4）

计算实习题

用三次样条插值的三弯矩法，编制第一与第二种边界条件的程序。设已知数据如下：

x_i	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$f(x_i)$	1.11398	1.24177	1.42303	1.51860	1.36437

x_i	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
$f(x_i)$	1.13202	1.07845	0.98431	0.63207	0.34783

求$f(x)$的三次样条插值函数$S(x)$,满足：

⑴ 自然边界条件$S''(0.2)=S''(2.0)=0$;

(2) 第一种边界条件$S'(0.2)=0.20271$，$S'(2.0)=1.55741$.

要求输出用追赶法解出的弯矩向量（M_0，$M_1,\cdots,M_9)^T$和$S(0.2i+0.1), i=1:9$,的值。并画出$y=S(x)$的图形。

计算实习题 2（2021.4）

实习目的：

利用 Matlab 语言（或你熟悉的其他算法语言）编制程序，通过以下计算实习题，理解条件数的意义和方程组的性态对解的影响.

计算实习题

由插值和最小二乘曲线拟合导出两个方程组

$A_1x=b_1$和$A_2x=b_2$， 其中：

$$A_1=\left[a_{ij}\right]_{(n+1)\times(n+1)}=\begin{bmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \cdots & x_0^n \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^n \\ \cdots & & & \ddots & \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^n \end{bmatrix}, b_1=\begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{n+1} a_{1j} \\ \sum_{j=1}^{n+1} a_{2j} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{n+1} a_{(n+1)j} \end{bmatrix}_{(n+1)\times 1}$$

$$A_2=\left[a_{ij}\right]_{(n+1)\times(n+1)}=\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & \cdots & 1/(n+1) \\ 1/2 & 1/3 & \cdots & 1/(n+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1/(n+1) & 1/(n+2) & \cdots & 1/(2n+1) \end{bmatrix}, b_2=\begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{n+1} a_{1j} \\ \sum_{j=1}^{n+1} a_{2j} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{n+1} a_{(n+1)j} \end{bmatrix}_{(n+1)\times 1}$$

计算实习要求：

在A_1中取$x_k=1+0.2k, k=0,1,2,\cdots n$以形成矩阵$A_1$. 遇到解线性系统$Ax=b$均用$Matlab$函数$x=A\backslash b$得到解$x$.

（1） 取 n=4:8, 分别计算 A_1和A_2 的 2-条件数，随 n 的增大矩阵的性态变化如何？

(2) 取 n=5，分别求出两个方程组的解向量 $x_1, x_2 \in R^{6\times1}$;

(3) 取$n=5$, b_1不变，对A_1的元素a_{22}和a_{66}分别加一个扰动10^{-12},
求出第一个方程得解向量$\tilde{x}_1 \in R^6$;

(4) 取$n=5, b_2$不变，对A_2的元素a_{22}和a_{66}分别加一个扰动10^{-7},
求出第二个方程得解向量$\tilde{x}_2 \in R^6$;
对b_2的最后一个分量加扰动10^{-4}；求出$\overline{x}_2 \in R^6$；

(5) 观察和分析系数矩阵 A 和右端向量 b 的微小扰动对解的影响，得出你的结论；

（6）根据前面计算的结果，分别计算$\dfrac{\|x_1-\tilde{x}_1\|_\infty}{\|x_1\|_\infty}, \dfrac{\|x_2-\tilde{x}_2\|_\infty}{\|x_2\|_\infty}$
和$\dfrac{\|x_2-\overline{x}_2\|_\infty}{\|x_2\|_\infty}$，并与理论估计值对比.