Método de Simulación

Grupo 8

- Javier Darna Sequeiros
- Tingyun Wei
- Zihao Hong

Máster Universitario en Inteligencia Artificial

```
In [1]: # imports
    import matplotlib.pyplot as plt
    import matplotlib.patches as patches
    import numpy as np
    from scipy.integrate import quad
    import pandas as pd
    from IPython.display import Image

    import zignor

    import random
    from scipy import stats
    from scipy.stats import poisson, norm, chi2, expon, uniform
    from enum import Enum

import logging
```

1. Generación de números y variables aleatorias

Describir el algoritmo de Ziggurat para distribuciones con función de densidad decreciente y compararlo con otros métodos para la generación de valores de la normal

El **algoritmo de Ziggurat** es un método para generar valores aleatorios a partir de una función de densidad monótona decreciente, como la de la distribución exponencial. Sin embargo también se puede aplicar a distribuciones unimodales simétricas, como la distribución normal, generando un valor para la mitad decreciente de la función y eligiendo aleatoriamente su signo.

Su nombre proviene de unos templos construidos en la antigua Mesopotamia. Durante el algoritmo, se genera un conjunto de rectángulos "apilados" que recordaron a su autor a esta estructura.

Este algoritmo está basado el método de rechazo:

Primero, generamos puntos aleatorios dentro del rectángulo azul siguiendo una distribución uniforme y luego descartamos todos los puntos que han quedado por encima de la curva de la distribución, es decir aquellos puntos (x_n, y_n) tales que $y_n > f(x)$, siendo f(x) la función de distribución de la que queremos generar valores. Posteriormente tomamos la coordenada x de cada uno de los puntos restantes, obteniendo así los números.

La eficiencia de este método suele ser baja porque muchos puntos generados acaban siendo descartados.

Si pudiéramos modificar el área de generación de puntos de forma que sea lo más parecida posible, y esta es la idea básica del algoritmo de Ziggurat. Específicamente, el algoritmo de Ziggurat funciona de la siguiente manera:

Dada una función de densidad de probabilidad decreciente f(x), definida para todo $x \ge 0$, definimos la base del Ziggurat como el conjunto de puntos dentro de la distribución.

En primer lugar, dividimos el área debajo de la curva en n-1 rectángulos y una cola. Siendo $z_k(k=0,1,\ldots,n-1)$ una sucesión creciente tal que $z_0=0$, formamos el rectángulo $m=1,2,\ldots,n-1$ tomando como esquina superior izquierda el punto $(0,f(z_(m-1)))$ y como esquina inferior derecha el punto $(z_m,f(z_m))$, y finalmente definimos la cola como los puntos bajo la curva con ordenada inferior a $f(z_{n-1})$. Los z_k se eligen de forma que las n regiones tengan la misma área. Para generar números elegimos uniformemente una de las regiones y aplicamos el método del rechazo en esa región.

En la figura 2, se toma n=8, pero en la práctica n puede alcanzar 64, 128 o 256. Llamamos a la parte que se superpone al rectángulo superior en la dirección de la longitud región central del rectángulo actual. El rectángulo superior no tiene región central.

Inicialización

Para un número especificado n de secciones, podemos resolver numéricamente una ecuación trascendente para encontrar $z_(n-1)$, el punto donde la cola infinita se encuentra con la última sección rectangular. Una vez conocemos z_n , podemos calcular el área común de las secciones y los otros puntos z_k . También es posible dividir los rectángulos en dos porciones horizontalmente: la porción (generalmente más grande) de 0 a $z_(k-1)$ que está completamente contenida dentro de la distribución deseada y llamamos porción central del Ziggurat, y la porción (pequeña) de $z_(k-1)$ a z_k , que está solo parcialmente contenida. De esta manera, se puede calcular $\sigma_k = z_(k-1)/z_k$, que es la fracción de las longitudes de las dos capas de rectángulos adyacentes en dirección horizontal. El borde derecho de la porción central es la línea de puntos en nuestra figura. El rectángulo superior no tiene región central y $\sigma_1 = 0$.

El cálculo de los z_k y σ solo necesita realizarse una vez en la inicialización.

Algoritmo

Una vez realizada la inicialización, los números aleatorios se pueden generar rápidamente. Calculamos un entero aleatorio j, entre 1 y n, con distribución uniforme para elegir una región y un número real aleatorio u, distribuido uniformemente entre -1 y 1. Luego comprobamos para ver si $u < \sigma_j$, es decir si u cae en la porción central de la sección j. Si es así, entonces sabemos que $u * z_j$ es la coordenada x de un punto debajo de la función de densidad de probabilidad y este valor se puede devolver como una muestra de la distribución. El pseudocódigo resultante sería el siguiente:

```
j = randint(1,n); u = 2rand()-1; if u < sigma[j] r = uz[j]; end
```

En el pseudo código anterior, la condición u < sigma[j] se considera verdadera en la mayoría de los casos, y en caso contrario habría que realizar operaciones adicionales. Específicamente, hay tres casos posibles en los que la condición no se cumple:

- 1. j = 1, ya que el rectángulo superior no tiene porción central;
- 2. $2 \le j \le (n-1)$ y $u * z_j$ cae fuera de la porción central (es decir, en el pequeño rectángulo que contiene la curva en el lado derecho);
- 3. j = n, $u * z_j$ cae en la cola fuera de la porción central inferior.

En estos tres casos, es necesario realizar operaciones adicionales basadas en el **algoritmo de Box-Muller** utilizando los números aleatorios distribuidos uniformemente que se han generado para generar un número aleatorio según la distribución. Es fácil ver que cuanto mayor sea n, menos probable será la ocurrencia de estos tres casos que requieran operaciones adicionales. Según los datos proporcionados en el libro *Numerical Computing with MATLAB*, cuando n=128, la probabilidad de requerir operaciones adicionales es inferior al 3%, por lo que esta operación adicional tiene poco efecto sobre la eficiencia general del algoritmo de Ziggurat.

Comparación con otros métodos:

Método de rechazo: La idea es simple y fácil de implementar, pero puede ser muy ineficiente por dos motivos:

- 1. Se rechaza una gran proporción de muestras.
- 2. Se debe evaluar f(x) para cada punto candidato, lo cual es computacionalmente costoso para muchas funciones de distribución de probabilidad.

Método de inversión: Es más complejo, usando directamente la función inversa de la función de distribución acumulativa (FDA) para generar números aleatorios. Además el cálculo implica una función de error más compleja que puede ser no primaria.

Box-Muller: Ha sido un algoritmo muy utilizado para generar números aleatorios durante mucho tiempo. El algoritmo Box-Muller se caracteriza por una alta eficiencia y un proceso de cálculo relativamente simple (solo se utilizan funciones elementales), que requieren al menos un logaritmo y un cálculo de raíz cuadrada para los valores generados.

El algoritmo de Ziggurat: Es muy eficiente y utilizado por muchos lenguajes de programación modernos. El algoritmo de Ziggurat es en realidad una versión mejorada del método de rechazo. Solo requiere generar aleatoriamente un entero y un real, seguido por una comparación, una operación de multiplicación y una búsqueda en una tabla para obtener un número aleatorio que obedezca a la distribución normal. En todo el proceso, no hay operaciones complicadas, como raíces cuadradas, logaritmos o funciones trigonométricas, al menos en la mayoría de los casos. Sin embargo, dado que el algoritmo de Ziggurat es más complejo de implementar, es mejor usarlo cuando se requieren grandes cantidades de números aleatorios.

Creación de la tabla la distribución normal estándar

Utilizando el algoritmo de Ziggurat obtener una aproximación de la tabla de la tabla de la distribución normal estándar.

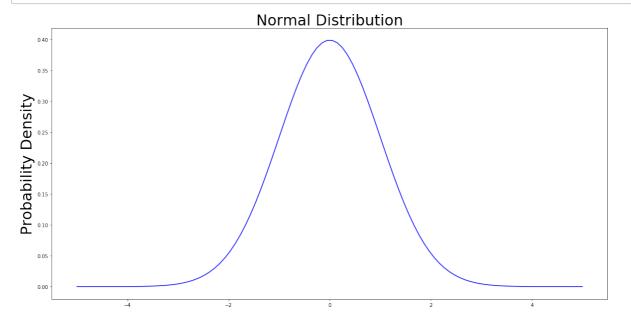
Para poder entender de dónde provienen los valores de la tabla, es importante saber acerca de la función de densidad de probabilidad (FDP). Se utiliza esta FDP para especificar la probabilidad de que una variable aleatoria caiga dentro de un rango particular de valores, en lugar de tomar cualquier valor. Esta probabilidad viene dada por la integral de la FDP de la variable sobre el rango. La siguiente ecuación es la función de densidad de probabilidad para una distribución normal $N(\mu, \sigma^2)$.

$$f(x|\mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)}} e^{-\frac{(x-\mu^2)}{2\sigma^2}}$$

La cual podemos simplificar tomando la distribución normal estándar de media (µ) 0 y desviación estándar (σ) 1. $f(x)=\frac{1}{\sqrt{(2\pi}}\,e^{-\frac{(x^2)}{2}}$

```
In [2]: def pdf_standard_normal_distribution(x):
    return (1 / (np.sqrt(2 * np.pi))) * np.exp((x ** 2) / -2)
```

```
In [3]:
        DOMAIN = 5
        N = 100
        TITLE SIZE = 30
        FIGURE SIZE = (20, 10)
        domain = np.linspace(-DOMAIN, DOMAIN, N) # return a domain from [0,
        1] in 100 parts
        fig, ax = plt.subplots(figsize=(FIGURE SIZE[0], FIGURE SIZE[1]));
        # config
        ax.set_title('Normal Distribution', size = TITLE_SIZE);
        ax.set_ylabel('Probability Density', size = TITLE_SIZE);
        ax.plot(domain, list( # domain is the x axis and the rest y axis
                lambda x: pdf standard normal distribution(x),
                domain
        ), color = 'b')
        plt.show()
```



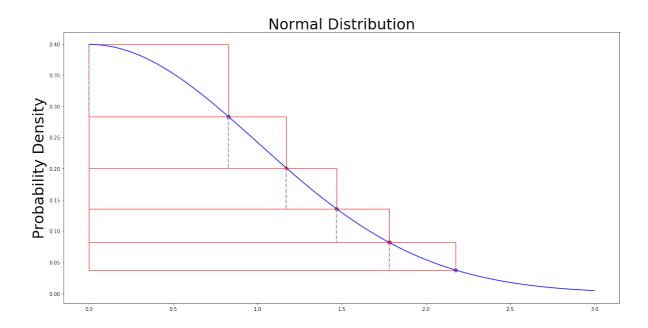
La tabla de la normal estándar contiene los datos de la probabilidad de un evento dentro del intervalo [0,z], es decir, el área bajo la curva normal estándar entre 0 y z. El gráfico anterior no muestra la probabilidad de eventos, sino su densidad de probabilidad. Para encontrar el área, necesita integrarse. La integración del FDP proporciona una función de distribución acumulativa (FDA), que asigna valores a su rango de percentil en una distribución. Los valores de la tabla se calculan utilizando la función de distribución acumulativa de una distribución normal estándar con media 0 y desviación estándar 1. Esto se puede denotar con la siguiente ecuación.

$$\int_0^z \frac{1}{2\pi} e^{\frac{-x^2}{2}} \, dx$$

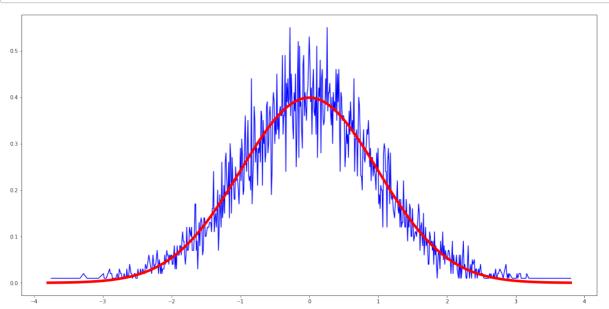
En esta práctica vamos a utilizar el algoritmo de Ziggurat para crear la tabla. El primer paso es generar *n* números aleatorios según la distribución normal utilizando el algoritmo. En nuestro caso, generamos 10000, cambiamos su signo aleatoriamente y los truncamos a 2 decimales. Después, establecemos un contador para calcular la acumulación de cada valor del número aleatorio y lo normalizamos. De esta manera, obtenemos la frecuencia de cada valor, la cual usamos como aproximación del valor correspondiente de la función de densidad.

Con el objetivo de obtener la probabilidad acumulada dentro de un rango desde 0 hasta un valor z del numero aleatorio, se suman todas las frecuencias calculadas de los valores de los números menores que z. En esta práctica, se han generado las 10 primeras filas de la tabla, es decir, se han calculado las probabilidades acumuladas de los valores z desde 0 hasta 0.99. No se muestran las probabilidades para los z negativos ya que F(-z) = 1 - F(z).

```
In [4]: DOMAIN = 3
        N = 100
        POINT SIZE = 50
        TITLE SIZE = 30
        FIGURE SIZE = (20, 10)
        domain = np.linspace(0, DOMAIN, N) # return a domain from [0, 1] in
        100 parts
        divisions = [0, 0.8288, 1.1713, 1.4696, 1.7819, 2.1761]
        fig, ax = plt.subplots(figsize=(FIGURE SIZE[0], FIGURE SIZE[1]));
        # config
        ax.set title('Normal Distribution', size = TITLE SIZE);
        ax.set_ylabel('Probability Density', size = TITLE_SIZE);
        ax.plot(domain, list( # domain is the x axis and the rest y axis
            map(
                lambda x: pdf standard normal distribution(x),
                domain
        ), color = 'b')
        currentAxis = plt.gca()
        for i in range(1, len(divisions)):
            y = pdf standard normal distribution(divisions[i]) # calculate
        its y axis value
            y prev = pdf standard normal distribution(divisions[i - 1]) # c
        alculate divisions i - 1 y axis value
            plt.scatter(divisions[i], y, s = POINT_SIZE) # draw point s is
        size
            rect = patches.Rectangle((0, y), divisions[i], y_prev - y, line
        width = 1, edgecolor = 'r', fill = None) # draw rectangle
            plt.plot([divisions[i - 1], divisions[i - 1]], [y prev, y], col
        or = '#BF7EBE', linewidth = 2, linestyle = 'dashed') # draw lines
            currentAxis.add patch(rect) # add rectangle
        plt.show()
        plt.close()
```



```
In [6]: | POINT_SIZE = 50
        N = 10000
        random numbers = zignor.randn(N)
        counter = {}
        for rand in random numbers:
            round rand number = np.round(rand, 2) # round the number to 2 d
        ecimals
            counter[round rand number] = counter.get(round rand number, 0)
        + 1
        x_axis = sorted(list(counter.keys()))
        y = xis = list(map(lambda x : counter[x] / N * 100, x axis))
        domain = np.linspace(-max(x axis), max(x axis), N)
        fig, ax = plt.subplots(figsize = (FIGURE SIZE[0], FIGURE SIZE[1]));
        ax.plot(x_axis, y_axis, color = 'b')
        ax.plot(domain, list( # domain is the x axis and the rest y axis
            map(
                lambda x: pdf standard normal distribution(x),
                domain
        ), color = 'r', linewidth = 5)
        plt.show()
```



```
In [7]: standard_normal_table = pd.DataFrame(
            data = [],
            index = np.round(np.arange(0, 1, .1), 2),
            columns = np.round(np.arange(0.00, .1, .01), 2)
        )
        for index in standard_normal_table.index:
            for column in standard normal table.columns:
                z = np.round(index+column, 2)
                value = 0
                for k in np.round(np.arange(min( random numbers ), z, .01),
        2):
                    if counter.get( k ) is not None:
                        value = value + counter.get(k)
                standard normal table.loc[index, column] = value / N
        standard normal table.index = standard normal table.index.astype(st
        standard normal table.columns = [str(column).ljust(4, '0') for colu
        mn in standard_normal_table.columns]
        standard normal table
```

Out[7]:

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.4944	0.4997	0.5045	0.5084	0.5126	0.5158	0.52	0.5246	0.5283	0.5319
0.1	0.5359	0.5391	0.5442	0.5469	0.5507	0.5549	0.5589	0.5637	0.5665	0.5709
0.2	0.5755	0.5791	0.5825	0.586	0.5899	0.5943	0.5982	0.6037	0.6074	0.6115
0.3	0.6156	0.6199	0.6236	0.627	0.631	0.634	0.6381	0.6418	0.6457	0.6494
0.4	0.654	0.6575	0.662	0.6659	0.6705	0.674	0.6764	0.6805	0.6845	0.688
0.5	0.6916	0.6952	0.6987	0.7012	0.704	0.7074	0.7104	0.7136	0.7163	0.72
0.6	0.7232	0.7271	0.7306	0.7339	0.7374	0.7406	0.745	0.7474	0.7505	0.7536
0.7	0.7569	0.7592	0.7624	0.7664	0.7702	0.7734	0.7757	0.778	0.78	0.7829
8.0	0.7862	0.7889	0.7915	0.7943	0.7973	0.8006	0.8038	0.8073	0.8104	0.8129
0.9	0.8158	0.818	0.8207	0.8234	0.8257	0.8283	0.8307	0.833	0.835	0.8378

In []:

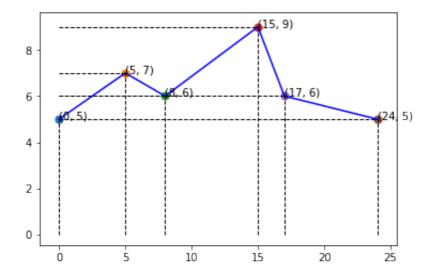
2. Simulación de sucesos discretos.

Llegan petroleros para descargar en el muelle según un proceso de Poisson no homogéneo con la siguiente tasa:

```
In [8]: POINT_SIZE = 50

values = [(0, 5), (5, 7), (8, 6), (15, 9), (17, 6), (24, 5)]
x_axis = list(map(lambda x : x[0], values))
y_axis = list(map(lambda y : y[1], values))

fig, ax = plt.subplots()
plt.plot(x_axis, y_axis, color = 'b')
for i in values:
    plt.scatter(i[0], i[1], s = POINT_SIZE) # draw point s is size
    ax.annotate("(" + str(i[0]) + ", " + str(i[1]) + ")", (i[0], i[
1])) # add labels
    plt.plot([i[0], i[0]], [0, i[1]], color = 'black', linewidth =
1, linestyle = 'dashed') # draw vertical lines
    plt.plot([0, i[0]], [i[1], i[1]], color = 'black', linewidth =
1, linestyle = 'dashed') # draw horizontal lines
plt.show()
```



El petrolero llega hasta la entrada del puerto, y espera a que un remolcador esté disponible y lo lleve hasta el muelle. Se disponen en el puerto de 10 remolcadores.

Los remolcadores también realizan la labor de llevar cada petrolero hasta la entrada del puerto tras haber descargado. En el fichero "desplazamientos.txt" se dispone de una muestra de las duraciones de los desplazamientos del remolcador con el petrolero. Contrástese si la distribución de dichos tiempos es normal (truncada), uniforme o exponencial y estímense los parámetros de la distribución correspondiente.

```
In [9]: # input data
file= open('docs/data/E8.desplazamientos.txt')
data_desplazamiento= np.loadtxt(file, unpack='true')
file.close()
```

```
In [10]: # scipy.stats.kstest(rvs, cdf, args=(), N=20, alternative='two_sid
    ed', mode='approx', **kwds)
# rvs --> test data; cdf --> distribution type, 'norm', 'expon', 'ra
    yleigh', 'gamma'; args=() distribution parametric
# N: if vs is string, N is the size of sample
# if p-value is bigger than the level of significance (5%), accept
    H0, The sample data can be considered to be from a given distributi
    on F(x)
    loc, scale = norm.fit(data_desplazamiento)
    n = norm(loc=loc, scale=scale)
    stats.kstest(data_desplazamiento, n.cdf)
```

Out[10]: KstestResult(statistic=0.01035501786004428, pvalue=0.6571586727422 323)

Dado que el tiempo de desplazamiento es una variable aleatoria continua, podemos usar la prueba de Kolmogórov-Smirnov (prueba K-S) para contrastar su tipo de distribucion.

```
D_n^+ = \max(F_n(x) - F(x))
```

Según el teorema de Glivenko-Cantelli, si la muestra proviene de la distribución F (x), entonces Dn converge a 0 casi seguramente en el límite cuando n va al infinito. Y el p-value informa si los números difieren significativamente.

https://docs.scipy.org/doc/scipy-0.14.0/reference/generated/scipy.stats.kstest.html (https://docs.scipy.org/doc/scipy-0.14.0/reference/generated/scipy.stats.kstest.html)

```
In [11]: loc, scale = uniform.fit(data_desplazamiento)
u = uniform(loc=loc, scale=scale)
stats.kstest(data_desplazamiento, u.cdf)
```

Out[11]: KstestResult(statistic=0.2177462278558, pvalue=2.43873358745901e-2 06)

```
In [12]: loc, scale = expon.fit(data_desplazamiento)
    ex = expon(loc=loc, scale=scale)
    stats.kstest(data_desplazamiento, ex.cdf)
```

Out[12]: KstestResult(statistic=0.3581258415266688, pvalue=0.0)

```
In [13]: # method of moments --> estimate parametrics of a normal distributi
    on
    mu = np.mean(data_desplazamiento)
    sigma = np.std(data_desplazamiento)
    print("Mu: " + str(mu))
    print("Sigma: " + str(sigma))
```

Mu: 10.007615178514001 Sigma: 3.0373964893054275 De acuerdo con los resultados de los test de Kolmogorov–Smirnov, para la distribución normal, el valor estadística D es muy pequeño y el p-value es más de 5%. Entonces la distribución de los tiempos del desplazamiento es normal (truncada).

Cuando el remolcador va de vacío (sin remolcar) la distribución es también normal pero con media de 2 minutos y desviación típica 1.

Existe un número limitado de 20 muelles donde pueden atracar los petroleros. El tiempo de descarga de cada petrolero tiene una distribución chi cuadrado con 2 grados de libertad, expresada en horas.

El remolcador da prioridad a los petroleros que llegan sobre los que abandonan el puerto. A. Simule el comportamiento del puerto para estimar el tiempo medio que tardan en atracar los barcos, el tiempo máximo en atracar, el número medio de barcos atracados en el puerto y el número medio y máximo de barcos esperando a atracar. B. Analice la posibilidad de disponer de 3 nuevos remolcadores y realizar obras para disponer de 5 nuevos muelles ¿cuál de las dos opciones es mejor?

Una distribución de Poisson da la probabilidad de varios eventos en un intervalo generado por un proceso de Poisson. La distribución de Poisson se define mediante el parámetro de velocidad, λ , que es el número esperado de eventos en el intervalo (eventos / intervalo * duración del intervalo) y el número más alto de probabilidad de eventos. También podemos usar la Distribución de Poisson para encontrar el tiempo de espera entre eventos. Incluso si llegamos a un tiempo aleatorio, el tiempo de espera promedio siempre será el tiempo promedio entre eventos.

```
In [15]: # Params

LOG_FILE = 'ports.log'
    # Num of tugs available
    MAXTUGS = 10
    # Num of wharves available
    MAXWHARVES = 20
    # Max time
    T = 7 * 24 * 60 # 7 days
    TUG_MU_EMPTY = 2
    TUG_SIGMA_EMPTY = 1
    TUG_MU_FULL = mu
    TUG_SIGMA_FULL = sigma
    WHARVE_FREEDOM_DEGREE = 2
```

```
In [16]: # Transforma el tiempo de simulación en un formato interpretable
         def minutesToTime(minutes):
             hours = int(minutes / 60)
             seconds = int( (minutes - int(minutes)) * 60)
             minutes = int(minutes - hours * 60)
             days = int(hours/24)
             hours = hours - days*24
             return str(days) + "d " + str(hours) + "h " + str(minutes) + "m
         in " + str(seconds) + "s"
In [17]: # Returns the poisson process rate
         # t: time in minutes along a month
         # As t could be any minute in a month, we need to get the t in minu
         tes in the day
         def getPoissonRate(t):
             lambd = 0
             h in day = (t / 60.0) % 24.0
             if h in day \geq 0.0 and h in day < 5.0:
                 lambd = 2.0 / 5.0 * h in day + 5.0
             elif h in day >= 5.0 and h in day < 8.0:
                 lambd = -1.0 / 3.0 * h_in_day + 26.0 / 3.0
             elif h_in_day >= 8.0 and h_in_day < 15.0:
                 lambd = 3.0 / 7.0 * h in day + 18.0 / 7.0
             elif h in day \geq= 15.0 and h in day < 17.0:
                 lambd = -3.0 / 2.0 * h in day + 63.0/2.0
             elif h_in_day >= 17.0 and h_in_day < 24.0:
                 lambd = -1.0 / 7.0 * h in day + 59.0 / 7.0
                 logging.error("lambda out of index")
             return lambd;
```

used for poisson distribution and exponential distribution

```
In [18]: # Enumeracion que contiene los tipos de eventos posibles
         class Events(Enum):
             TANKER ARRIVAL = 0 # Indica la entrada de un barco al puerto.
             TUG TO PORT EMPTY = 1 # Un remolcador llega a la entrada sin ba
         rco
             TUG TO PORT FULL = 2 # Un remolcador llega a la entrada con un
         barco
             TUG TO WHARVE EMPTY = 3 # Un remolcador llega a los muelles sin
         barco
             TUG TO WHARVE FULL = 4 # Un remolcador llega a los muelles con
         un barco
             TANKER UNLOADED = 5 # Un barco ha terminado de descargar
         # Clase para guardar una lista de eventos. Cada elemento es una tup
         # el tipo de evento, el tiempo en el que ocurre, y un identificador
         # un remolcador o un barco segun el tipo de evento.
         class ListEvents():
             L = []
             def __init__( self ):
                 self.L = []
             # Para ordenar la lista con la funcion sorted(), devuelve el mo
         mento del evento
             def comparator(self, value):
                 return value[1]
             # Devuelve el tamano de la lista
             def size(self):
                 return len(self.L)
             # Anade un evento a partir del momento y el tipo. Ademas ordena
         1a
             # lista para que los eventos queden en orden cronologico.
             def push(self, event type, time, ID = None):
                 self.L.append((event_type, time, ID))
                 self.L = sorted(self.L, key = self.comparator)
             # Saca y devuelve el primer elemento de la lista.
             def pop(self):
                 event, event time, ID = self.L[0]
                 self.L = self.L[1:]
                 return event, event_time, ID
```

```
In [19]: # Clase para guardar los petroleros que han pasado por el sistema.
         # Contiene, para cada uno, un identificador y los tiempos de los
         # eventos relevantes.
         class ListTankers:
             def __init__(self):
                 self.L = []
             # Anade un nuevo petrolero a la lista, guardando ademas su
             # tiempo de llegada.
             def add(self, time event):
                 tank = {
                      "id": len(self.L),
                      "arrival_time": time_event,
                      "entrance_pick_by_tug_time" : -1,
                      "wharve arrival time" : -1,
                      "wharve unload done time" : -1,
                      "wharve pick by tug time" : -1,
                      "exit time" : -1
                 }
                 self.L.append(tank)
                 return self.L[-1]
             # Devuelve un petrolero segun su identificador.
             def get(self, tank id):
                 return self.L[tank_id]
             # Convierte la lista de petroleros en una cadena legible.
             def toString(self):
                 return list(
                     map(
                          lambda tanker: "TANKER " + str( tanker["id"] ),
                          self.L
                      )
                 )
```

```
In [20]: # Clase para guardar la infomacion de los remolcadores. Para cada u
         # se quarda un identificador, su estado y el identificador del
         # petrolero que este remolcando (o None si va de vacio)
         class ListTugs():
             L = []
             def __init__(self, max_tugs):
                  self.max tugs = max tugs
                  self.L = list(
                      map(
                          lambda i : {
                              "id": i,
                              "status": "at port",
                              "carry": None # if carrying tanker
                          list(range(max tugs))
                      )
                  )
              # Devuelve los remolcadores cuyo estado pertenezca a una lista
             # pasada por parametro.
             def getTugsWithStatus(self, status): # status es list de string
         \boldsymbol{s}
                  return list(
                      filter(
                          lambda tug: tug["status"] in status,
                          self.L
                      )
                  )
             #Devuelve un remolcador segun su indice.
             def get(self, index):
                  return self.L[index]
             # Convierte la lista de remolcadores en una cadena legible.
             def toString(self):
                  return str(list(
                      map(
                          lambda tug: str( tug["status"] ) + ". Carrying " +
         str( tug["carry"] ),
                          self.L
                      )
                  ))
```

```
In [21]: # Clase para guardar la informacion de los muelles. Para cada uno
         # quardamos un identificador y el petrolero que contengan (None si
         # estan libres)
         class ListWharves():
             L = []
             def __init__(self, max_wharves):
                  self.max wharves = max wharves
                  self.L = list(
                      map(
                          lambda i : {
                              "id": i,
                              "unloading": None # if unloading tanker
                          list(range(max wharves))
                      )
                  )
             #Devuelve la lista de muelles vacios.
             def getEmpty(self):
                  return list(
                      filter(
                          lambda wharve: wharve["unloading"] is None,
                          self.L
                      )
                  )
             # Convierte la lista de muelles en una cadena legible.
             def toString(self):
                  return str(list(
                      map(
                          lambda wharve: wharve["unloading"],
                          self.L
                      )
                  ))
             #Devuelve un muelle segun el petrolero que contenga
             def getByUnloading(self, unloading):
                  for i in self.L:
                      if i["unloading"] == unloading:
                          return i
                  return None
```

```
In [38]: # Clase para las simulaciones del ejercicio 2
    class Simulation:
        def __init__(
            self,
            tug_mu_empty = TUG_MU_EMPTY,
            tug_sigma_empty = TUG_SIGMA_EMPTY,
            tug_mu_full = TUG_MU_FULL,
            tug_sigma_full = TUG_SIGMA_FULL,
            wharve_freedom_degree = WHARVE_FREEDOM_DEGREE,
            max_tugs = MAXTUGS,
            max_wharves = MAXWHARVES,
            max_time = T
        ):
```

```
logging.info('{:>40}'.format("") + " Simulation parameters
initialization ...")
        self.tug mu empty = tug mu empty # Parametro mu para los de
splazamientos de los remolcadores cuando van de vacio.
        self.tug sigma empty = tug sigma empty # Parametro sigma pa
ra los desplazamientos de los remolcadores cuando van de vacio.
        self.tug mu full = tug mu full # Parametro mu para los desp
lazamientos de los remolcadores cuando llevan un petrolero.
        self.tug sigma full = tug sigma full # Parametro sigma para
los desplazamientos de los remolcadores cuando llevan un petrolero.
        self.wharve freedom degree = wharve freedom degree # Grados
de libertad para el tiempo de descarga de los petroleros
        self.list_events = ListEvents() #Lista de eventos
        self.list tankers = ListTankers() #Lista de petroleros
        self.list tugs = ListTugs(max tugs) #Lista de remolcadores
        self.list wharves = ListWharves(max wharves) #Lista de muel
les
       self.tankers waiting entrance = [] #Cola de la entrada del
puerta
       self.tankers finished unloading = [] #Cola de petroleros qu
e han terminado de descargar
       self.tankers_exit = [] #Petroleros que han abandonado el si
stema
        self.time = 0.0 # Reloj de la simulacion
        self.max time = max time # Tiempo maximo de simulacion
        self.max tugs = max tugs # Numero de remolcadores
        self.max wharves = max wharves # Numero de muelles
        # statistics
       self.mean time to dock = 0.0 # Tiempo medio que tarda un ba
rco para llegar al muelle
       self.max time to dock = 0.0 # Tiempo maximo que tarda un ba
rco para llegar al muelle
        self.mean tankers docked = 0.0 # Numero medio de barcos en
los muelles
        self.mean tankers wait at entrance = 0.0 # Numero medio de
barcos esperando en la entrada
        self.max tankers wait at entrance = 0 # Numero maximo de ba
rcos esperando en la entrada
        logging.info('{:>40}'.format("") + " Simulation parameters
initialized")
    # Funcion para empezar la simulacion
    def simulate(self):
        logging.info('{:>40}'.format("") + " Simulation starting .
..")
        # Calculamos la llegada del primer barco.
        x = 60 * random.expovariate(getPoissonRate(self.time))
```

```
# Si el primer barco llega despues del final de la simulaci
on,
        # devuelve error
        if x > self.max time:
            logging.error("No tankers arrived during simulation tim
e. Ending...")
            return -1
        else:
            # Add the first event (the first tank arrival)
            self.list events.push(Events.TANKER ARRIVAL, self.time
+ x)
            # Bucle principal en el que se tratan eventos durante e
1
            # tiempo de simulacion.
            while self.list events.size() > 0:
                # Tomamos el proximo evento
                event, time event, ID = self.list events.pop()
                #Actualizamos las estadisticas
                self.mean tankers docked += ( self.max wharves - le
n( self.list wharves.getEmpty() ) ) * (time event - self.time)
                self.mean tankers wait at entrance += len(self.tank
ers waiting entrance) * (time event - self.time)
                self.max tankers wait at entrance = max(len( self.t
ankers waiting entrance), self.max tankers wait at entrance)
                self.time = time event
                # Llamamos a diferentes rutinas segun el tipo de ev
ento
                if event == Events.TANKER ARRIVAL:
                    self.tankerArrival()
                if event == Events.TUG TO PORT EMPTY:
                    self.tugToPortEmpty(ID)
                if event == Events.TUG TO PORT FULL:
                    self.tugToPortFull(ID)
                if event == Events.TUG TO WHARVE EMPTY:
                    self.tugToWharveEmpty(ID)
                if event == Events.TUG TO WHARVE FULL:
                    self.tugToWharveFull(ID)
                if event == Events.TANKER UNLOADED:
                    self.tankerUnloaded(ID)
                logging.info('{:>40}'.format("Tankers waiting at en
trance") + ": " + str(self.tankers_waiting_entrance))
                logging.info('{:>40}'.format("Tankers finished unlo
ading") + ": " + str(self.tankers_finished_unloading))
                logging.info('{:>40}'.format("Tankers to sea") + ":
" + str(self.tankers_exit))
                logging.info('{:>40}'.format("Tugs") + ": " + self.
list tugs.toString())
                logging.info('{:>40}'.format("Wharves") + ": " + se
lf.list wharves.toString())
            # Calculamos las estadisticas relacionadas con tiempos
            for i in self.list tankers.L:
                dock time = i["wharve arrival time"] - i["arrival t
```

```
ime"]
                self.max time to dock = max(self.max time to dock,
dock time)
                self.mean time to dock += dock time
            self.mean time to dock /= len(self.list tankers.L)
            self.mean tankers docked /= self.time
            self.mean tankers wait at entrance /= self.time
            logging.info("")
            logging.info('{:>40}'.format("mean_time_to_dock") + ":
" + str(self.mean time_to_dock))
            logging.info('{:>40}'.format("max_time_to_dock: ") + ":
" + str(self.max time to dock))
            logging.info('{:>40}'.format("mean tankers docked") + "
: " + str(self.mean tankers docked))
            logging.info('{:>40}'.format("mean_tankers_wait_at_entr
ance") + ": " + str(self.mean tankers wait at entrance))
            logging.info('{:>40}'.format("max tankers wait at entra
nce") + ": " + str(self.max_tankers_wait_at_entrance))
            logging.info("")
            # Resultados de la simulacion
            print("Simulation(tugs: " + str(self.max tugs) + ", wha
rves: " + str(self.max wharves) + ")")
            print('{:>40}'.format("mean time to dock") + ": " + str
(self.mean time to dock))
            print('{:>40}'.format("max time to dock: ") + ": " + st
r(self.max time to dock))
            print('{:>40}'.format("mean tankers docked") + ": " + s
tr(self.mean tankers docked))
            print('{:>40}'.format("mean tankers wait at entrance")
+ ": " + str(self.mean tankers wait at entrance))
            print('{:>40}'.format("max tankers wait at entrance") +
": " + str(self.max tankers wait at entrance))
            print("")
            return 0
    # Rutina para cuando un petrolero llega al sistema
    def tankerArrival(self):
        # Anadimos el petrolero a la lista
        tanker = self.list tankers.add(self.time)
        logging.info('{:>20}'.format(str(self.time)) + '{:>20}'.for
mat(minutesToTime(self.time)) + ": TANKER " + str(tanker["id"]) + "
arrived at port")
        # Calculamos la llegada del siguiente petrolero y,
        # si no excede el tiempo maximo, lo anadimos a la lista de
        # eventos
        x = 60 * random.expovariate(getPoissonRate(self.time))
        if self.time + x > self.max time:
            logging.info('{:>40}'.format("") + " End of tanker arr
ivals.")
        else:
            self.list events.push(Events.TANKER ARRIVAL, self.time
```

```
+ x)
        # Anadimos el petrolero a la cola
        self.tankers waiting entrance.append(tanker["id"])
        # Si hay remolcadores en la entrada y hay muelles libres,
        # uno de los remolcadores remolca el primer petrolero de la
        # cola hasta un muelle.
        if len(self.list tugs.getTugsWithStatus(["at port"])) > 0 a
nd len(self.list wharves.getEmpty()) > 0:
            tug available = self.list tugs.getTugsWithStatus(["at p
ort"])[0]
           tug available["carry"] = self.tankers waiting entrance[
0]
            tug available["status"] = "to wharve"
            tanker update = self.list tankers.get(self.tankers wait
ing entrance[0])
            tanker update["entrance pick by tug time"] = self.time
            # "Reservamos" el muelle para evitar condiciones de
            # carrera.
            wharve = self.list wharves.getByUnloading(None)
            wharve["unloading"] = self.tankers waiting entrance[0]
            self.tankers waiting entrance = self.tankers waiting en
trance[1:]
            # Anadimos un evento de llegada de remolcador a los
            # muelles con barco
            y = random.normalvariate(self.tug mu full, self.tug sig
ma full)
            self.list events.push(Events.TUG TO WHARVE FULL, self.t
ime + y, tug available["id"])
    # Rutina para cuando un remolcador llega a la entrada de vacio
    def tugToPortEmpty(self, tug id):
        tug = self.list_tugs.get(tug_id)
        logging.info('{:>20}'.format(str(self.time)) + '{:>20}'.for
mat(minutesToTime(self.time)) + ": TUG " + str(tug id) + " arrived
to port empty")
        # Si hay petroleros esperando y hay muelles libres,
        # el remolcador remolca el primer petrolero de la
        # cola hasta un muelle.
        if len(self.tankers waiting entrance) > 0 and len(self.list
wharves.getEmpty()) > 0:
            tanker_id = self.tankers_waiting_entrance[0]
            tug["carry"] = tanker id
            tug["status"] = "to wharve"
            tanker update = self.list tankers.get( tanker id )
            tanker update["entrance pick by tug time"] = self.time
            wharve = self.list_wharves.getByUnloading(None)
            wharve["unloading"] = self.tankers waiting entrance[0]
```

```
self.tankers waiting entrance = self.tankers waiting en
trance[1:]
            y = random.normalvariate(self.tug mu full, self.tug sig
ma full)
            self.list events.push(Events.TUG TO WHARVE FULL, self.t
ime + y, tug_id)
        # Si hay petroleros esperando en los muelles, el remolcador
        # parte hacia ahi de vacio.
        elif len(self.tankers finished unloading) > 0:
            tug["status"] = "to wharve"
            y = random.normalvariate(self.tug mu empty, self.tug si
gma empty)
            self.list events.push(Events.TUG TO WHARVE EMPTY, self.
time + y, tug_id)
        # Si no hay petroleros esperando, los remolcadores se repar
ten
        # entre los dos puntos clave del puerto.
        else:
            tugs at port = len(self.list tugs.getTugsWithStatus(["a
t port"]))
            tugs at wharve = len(self.list tugs.getTugsWithStatus([
"at wharve"]))
            if tugs at port <= tugs at wharve:</pre>
                tug["status"] = "at port"
            else:
                tug["status"] = "to wharve"
                y = random.normalvariate(self.tug mu empty, self.tu
g sigma empty)
                self.list events.push(Events.TUG TO WHARVE EMPTY, s
elf.time + y, tug id)
    # Rutina para cuando un remolcador llega a la entrada con un
    # petrolero.
    def tugToPortFull(self, tug id):
        # El petrolero sale del sistema.
        tug = self.list tugs.get(tug id)
        self.tankers exit.append(tug["carry"])
        tanker update = self.list tankers.get(tug["carry"])
        tanker_update["exit_time"] = self.time
        logging.info('{:>20}'.format(str(self.time)) + '{:>20}'.for
mat(minutesToTime(self.time)) + ": TANKER " + str(tug["carry"]) + "
back to sea")
        tug["carry"] = None
        # Si hay petroleros esperando y hay muelles libres,
        # el remolcador remolca el primer petrolero de la
        # cola hasta un muelle.
        if len(self.tankers waiting entrance) > 0 and len(self.list
wharves.getEmpty()) > 0:
            tanker id = self.tankers waiting entrance[0]
```

```
tug["carry"] = tanker_id
            tug["status"] = "to wharve"
            tanker_update = self.list_tankers.get( tanker_id )
            tanker_update["entrance_pick_by_tug_time"] = self.time
            # "Reservamos" el muelle para evitar condiciones de
            # carrera.
            wharve = self.list wharves.getByUnloading(None)
            wharve["unloading"] = self.tankers waiting entrance[0]
            self.tankers waiting entrance = self.tankers waiting en
trance[1:]
            y = random.normalvariate(self.tug_mu full, self.tug sig
ma full)
            self.list events.push(Events.TUG TO WHARVE FULL, self.t
ime + y, tug_id)
        # Si hay petroleros esperando en los muelles, el remolcador
        # parte hacia ahi de vacio.
        elif len(self.tankers finished unloading) > 0:
            tug["status"] = "to wharve"
            y = random.normalvariate(self.tug mu empty, self.tug si
gma empty)
            self.list events.push(Events.TUG TO WHARVE EMPTY, self.
time + y, tug_id)
        # Si no hay petroleros esperando, los remolcadores se repar
ten
        # entre los dos puntos clave del puerto.
        else:
            tugs at port = len(self.list tugs.getTugsWithStatus(["a
t port"]))
            tugs at wharve = len(self.list tugs.getTugsWithStatus([
"at wharve"]))
            if tugs_at_port <= tugs_at_wharve:</pre>
                tug["status"] = "at port"
            else:
                tug["status"] = "to wharve"
                y = random.normalvariate(self.tug mu empty, self.tu
g sigma empty)
                self.list events.push(Events.TUG TO WHARVE EMPTY, s
elf.time + y, tug id)
    # Rutina para cuando un remolcador llega a la entrada de vacio.
    def tugToWharveEmpty(self, tug id):
        tug = self.list tugs.get(tug id)
        logging.info('{:>20}'.format(str(self.time)) + '{:>20}'.for
mat(minutesToTime(self.time)) + ": TUG " + str(tug id) + " arrived
to wharve empty")
        # Si hay petroleros esperando en la entrada, el remolcador
        # parte hacia ahi de vacio para cumplir las prioridades
        if len(self.tankers waiting entrance) > 0 and len(self.list
_wharves.getEmpty()) > 0:
```

```
tug["status"] = "to_port"
            y = random.normalvariate(self.tug mu empty, self.tug si
gma empty)
            self.list events.push(Events.TUG TO PORT EMPTY, self.ti
me+y, tug id)
        # Si hay petroleros esperando,
        # el remolcador remolca el primer petrolero de la
        # cola hasta la salida.
        elif len(self.tankers finished unloading) > 0:
            tanker id = self.tankers finished unloading[0]
            tug["carry"] = tanker id
            tug["status"] = "to port"
            tanker update = self.list tankers.get( tanker id )
            tanker update["wharve pick by tug time"] = self.time
            y = random.normalvariate(self.tug mu full, self.tug sig
ma full)
            self.list events.push(Events.TUG TO PORT FULL, self.tim
e + y, tug id)
            wharve = self.list wharves.getByUnloading(self.tankers
finished unloading[0])
            wharve["unloading"] = None
            self.tankers finished unloading = self.tankers finished
_unloading[1:]
        # Si no hay petroleros esperando, los remolcadores se repar
ten
        # entre los dos puntos clave del puerto.
        else:
            tugs at port = len(self.list tugs.getTugsWithStatus(["a
t port"]))
            tugs at wharve = len(self.list tugs.getTugsWithStatus([
"at wharve"]))
            if tugs at port < tugs at wharve:</pre>
                y = random.normalvariate(self.tug mu empty, self.tu
g sigma empty)
                self.list events.push(Events.TUG TO PORT EMPTY, sel
f.time + y, tug_id)
                tug["status"] = "to port"
            else:
                tug["status"] = "at wharve"
    # Rutina para cuando un remolcador llega a los muelles con un
    # petrolero.
    def tugToWharveFull(self, tug id):
        tug = self.list_tugs.get(tug_id)
        logging.info('{:>20}'.format(str(self.time)) + '{:>20}'.for
mat(minutesToTime(self.time)) + ": TANKER " + str(tug["carry"]) + "
arrived at wharve")
        # Registramos el tiempo de llegada del petrolero a los
        # muelles y generamos el evento de fin de descarga.
```

```
tanker_update = self.list_tankers.get( tug["carry"] )
        tanker_update["wharve_arrival_time"] = self.time
        z = 60 * np.random.chisquare(self.wharve freedom degree)
        self.list events.push(Events.TANKER UNLOADED, self.time + z
, tug["carry"])
        tug["carry"] = None
        # Si hay petroleros esperando en la entrada, el remolcador
        # parte hacia ahi de vacio para cumplir las prioridades.
        if len(self.tankers waiting entrance) > 0 and len(self.list
_wharves.getEmpty()) > 0:
            tug["status"] = "to port"
            y = random.normalvariate(self.tug mu empty, self.tug si
gma_empty)
            self.list events.push(Events.TUG TO PORT EMPTY, self.ti
me+y, tug id)
        # Si hay petroleros esperando,
        # el remolcador remolca el primer petrolero de la
        # cola hasta la salida.
        elif len(self.tankers finished unloading) > 0:
            tanker id = self.tankers finished unloading[0]
            tug["carry"] = tanker_id
            tug["status"] = "to port"
            tanker update = self.list tankers.get( tanker id )
            tanker update["wharve pick by tug time"] = self.time
            y = random.normalvariate(self.tug mu full, self.tug sig
ma full)
            self.list events.push(Events.TUG TO PORT FULL, self.tim
e + y, tug id)
            wharve = self.list wharves.getByUnloading(self.tankers
finished unloading[0])
            wharve["unloading"] = None
            self.tankers finished unloading = self.tankers finished
_unloading[1:]
        # Si no hay petroleros esperando, los remolcadores se repar
ten
        # entre los dos puntos clave del puerto.
        else:
            tugs at port = len(self.list tugs.getTugsWithStatus(["a
t port"]))
            tugs at wharve = len(self.list tugs.getTugsWithStatus([
"at wharve"]))
            if tugs at port < tugs at wharve:</pre>
                y = random.normalvariate(self.tug mu empty, self.tu
g sigma empty)
                self.list events.push(Events.TUG TO PORT EMPTY, sel
f.time + y, tug id)
                tug["status"] = "to port"
            else:
```

```
tug["status"] = "at_wharve"
    # Rutina para cuando un petrolero termina de descargar.
    # Nota: Hemos supuesto que los petroleros esperan al
    # remolcador dentro del propio muelle, por lo que siguen
    # ocupando espacio en estos hasta que entonces.
    def tankerUnloaded(self, tanker id):
        # Anadimos el petrolero a la cola de espera de los muelles.
        self.tankers finished unloading.append(tanker id)
        logging.info('\{:>20\}'.format(str(self.time)) + '\{:>20\}'.for
mat(minutesToTime(self.time)) + ": TANKER " + str(tanker id) + " un
loaded")
        # Registramos el tiempo de fin de descarga.
        tanker update = self.list tankers.get( tanker id )
        tanker_update["wharve_unload_done_time"] = self.time
        # Si hay remolcadores en los muelles, uno de ellos remolcar
        # al petrolero a la salida.
        if len(self.list tugs.getTugsWithStatus(["at wharve"])) > 0
            tanker update = self.list tankers.get( self.tankers fin
ished unloading[0] )
            tanker update["wharve pick by tug time"] = self.time
            tugs at wharve = self.list tugs.getTugsWithStatus(["at
wharve"])
            if len(tugs at wharve) > 0:
                tug available = tugs at wharve[0]
                tug_available["carry"] = self.tankers_finished_unlo
ading[0]
                tug available["status"] = "to port"
                wharve = self.list wharves.getByUnloading(self.tank
ers_finished_unloading[0])
                wharve["unloading"] = None
                self.tankers finished unloading = self.tankers fini
shed unloading[1:]
                y = random.normalvariate(self.tug mu full, self.tug
sigma full)
                self.list events.push(Events.TUG TO PORT FULL, self
.time + y, tug available["id"])
                # Si ademas hay petroleros esperando en la entrada
y remolcadores
                # ahi, hacemos que uno de ellos remolque al primer
petrolero de
                # la cola de entrada hacia los muelles.
                if len(self.tankers waiting entrance) > 0 and len(s
elf.list tugs.getTugsWithStatus(["at port"])) > 0:
                    tanker id = self.tankers waiting entrance[0]
                    tug = self.list tugs.getTugsWithStatus(["at por
t"])[0]
```

```
tug["carry"] = tanker_id
tug["status"] = "to_wharve"

tanker_update = self.list_tankers.get( tanker_i

d )

tanker_update["entrance_pick_by_tug_time"] = se

lf.time

wharve = self.list_wharves.getByUnloading(None)
wharve["unloading"] = self.tankers_waiting_entr

ance[0]

self.tankers_waiting_entrance = self.tankers_wa

iting_entrance[1:]

y = random.normalvariate(self.tug_mu_full, self
.tug_sigma_full)

self.list_events.push(Events.TUG_TO_WHARVE_FULL
, self.time + y, tug["id"])
```

```
In [41]: # Funcion que lanza una simulacion con los parametros indicados,
         # quarda los eventos en un log e imprime por pantalla las
         # estadisticas
         def simulation(
             log_file = "ports.log",
             tug mu empty = TUG MU EMPTY,
             tug_sigma_empty = TUG_SIGMA_EMPTY,
             tug mu full = TUG MU FULL,
             tug sigma full = TUG SIGMA FULL,
             wharve freedom degree = WHARVE FREEDOM DEGREE,
             max tugs = MAXTUGS,
             max wharves = MAXWHARVES,
             max\_time = T
         ):
             # clear log
             open(log file, 'w').close()
             # Setting up for a log file
             logging.basicConfig(filename=log file, level=logging.INFO)
             simulation = Simulation(
                 tug mu empty = tug mu empty,
                 tug sigma empty = tug sigma empty,
                 tug mu full = tug mu full,
                 tug sigma full = tug sigma full,
                 wharve_freedom_degree = wharve_freedom_degree,
                 max_tugs = max_tugs,
                 max wharves = max wharves,
                 max time = max time
             )
             if simulation.simulate() == -1:
                 logging.info('{:>40}'.format("") + " Simulation failed.")
                 logging.info('{:>40}'.format("") + " Simulation success.")
             log = logging.getLogger() # root logger
             for handler in log.handlers[:]: # remove all old handlers
                 log.removeHandler(handler)
         # Simulacion inicial
         simulation("ports1020.log", max tugs = 10, max wharves = 20)
         # Anadimos 3 remolcadores
         simulation("ports1320.log", max tugs = 13, max wharves = 20)
         # Construimos 5 muelles
         simulation("ports1025.log", max_tugs = 10, max_wharves = 25)
```

Simulation(tugs: 10, wharves: 20)

mean_time_to_dock: 16.0285320210591
max_time_to_dock: 107.02824919616842
mean_tankers_docked: 14.141041930455556

mean_tankers_wait_at_entrance: 0.6613463942683677

max_tankers_wait_at_entrance: 14

Simulation(tugs: 13, wharves: 20)

mean_time_to_dock: 15.79044450318371
max_time_to_dock: 107.79982916753033
mean tankers docked: 13.746991413099087

mean tankers wait at entrance: 0.6207567538404184

max_tankers_wait_at_entrance: 14

Simulation(tugs: 10, wharves: 25)

mean_time_to_dock: 10.163857003649133
max_time_to_dock: 20.27107036082907
mean_tankers_docked: 13.240073970299726

mean tankers wait at entrance: 0.0007018292748314774

max tankers wait at entrance: 1

A. Simule el comportamiento del puerto para estimar el tiempo medio que tardan en atracar los barcos, el tiempo máximo en atracar, el número medio de barcos atracados en el puerto y el número medio y máximo de barcos esperando a atracar.

Los resultados obtenidos son:

tiempo medio en atracar: 16.0285320210591 tiempo máximo en atracar: : 107.02824919616842

número medio de barcos atracados en el puerto: 14.141041930455556 número medio de barcos esperando a atracar: 0.6613463942683677

número máximo de barcos esperando a atracar: 14

B. Analice la posibilidad de disponer de 3 nuevos remolcadores y realizar obras para disponer de 5 nuevos muelles ¿cuál de las dos opciones es mejor?

Resultados al añadir 3 remolcadores:

tiempo medio en atracar: 15.79044450318371 tiempo máximo en atracar: 107.79982916753033

número medio de barcos atracados en el puerto: 13.746991413099087 número medio de barcos esperando a atracar: 0.6207567538404184

número máximo de barcos esperando a atracar: 14

Resultados al añadir 5 muelles:

tiempo medio en atracar: 10.163857003649133 tiempo máximo en atracar: : 20.27107036082907

número medio de barcos atracados en el puerto: 13.240073970299726 número medio de barcos esperando a atracar: 0.0007018292748314774

número máximo de barcos esperando a atracar: 1

Podemos ver que añadir 3 remolcadores apenas mejora las estadísticas medidad, mientras que construir 5 muelles las mejora considerablemente. Por lo tanto la mejor elección sería construir 5 muelles. Esto se debe a que los remolcadores se pueden mover por el puerto lo suficientemente rápido como para no afectar mucho a los tiempos de espera, lo cual deja al número de muelles como el mayor cuello de botella del sistema.

Referencia

Marsaglia, G., & Tsang, W. W. (2000). The ziggurat method for generating random variables. Journal of statistical software, 5(8), 1-7.

https://towardsdatascience.com/how-to-use-and-create-a-z-table-standard-normal-table-240e21f36e53 (https://towardsdatascience.com/how-to-use-and-create-a-z-table-standard-normal-table-240e21f36e53)

In []:	
---------	--