# Lecture 06 The diffusion term

汪　洋

wangyangstayfoolish@gmail.com

July 2022

# 空间离散: 扩散项

- 分别描述扩散项和对流项
- 上述二者的物理现象不同
- 二维矩形，直角坐标
- 基本边界条件
- 结构和非结构网格
- 非正交修正和低松弛方法

# 空间离散 Two dimensional diffusion in a rectangular domain

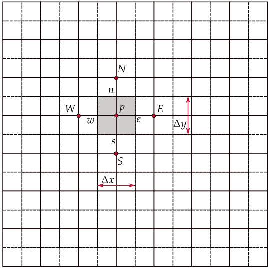
- 二维扩散方程

$$-\nabla \cdot (D\nabla\phi) = Q$$

$$\frac{\partial}{\partial x}D\frac{\partial\phi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}D\frac{\partial\phi}{\partial y} + Q = 0$$

# 空间离散 Two dimensional diffusion in a rectangular domain

- 二维扩散方程



# 空间离散 Two dimensional diffusion in a rectangular domain

- 公式推导

$$\int_{V} \nabla \cdot (D\nabla\phi) + Q dV = 0$$

$$\sum_{f} \int_{f} D\nabla\phi \cdot d\mathbf{S} + Q_p V_p = 0$$

$$\sum_{f} D(\nabla\phi)_f \cdot \mathbf{S}_f + Q_p V_p = 0$$

# 空间离散 Two dimensional diffusion in a rectangular domain

- 以东边为例

$$
\begin{aligned}
\mathbf{S}_e &= \Delta y \mathbf{i} \\
D(\nabla\phi)_e \cdot \mathbf{S}_e &= D(\frac{\partial\phi}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial\phi}{\partial y}\mathbf{j}) \cdot S_e \mathbf{i} \\
&= \Delta y D(\frac{\partial\phi}{\partial x})_e \\
&= \Delta y D \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_{PE}}
\end{aligned}
$$

- 源项处理

$$
Q_P V_P = Q_u + Q_s \phi_P
$$

# 空间离散 Two dimensional diffusion in a rectangular domain

- 代数方程

$$a_p\phi_p = a_W\phi_W + a_E\phi_E + a_S\phi_S + a_N\phi_N + Q_u$$

- 其中

$$a_p = a_W + a_E + a_S + a_N + Q_s$$
$$a_S = \Delta x \frac{D}{\delta y_{SP}}$$

- 注意边界条件 (内外网格)

# 空间离散 Comments on the Discretized Equation

- 离散方程性质
- 零和
- 反号

# 空间离散 boundary condition

- Dirichlet
- Neumann
- Robin
- symmetry

# 空间离散 Interface Diffusivity

- Interface diffusivity

$$D_e = (1 - \gamma_e)D_p + \gamma_e D_E$$

- 其中

$$\gamma_e = \frac{d_{pe}}{d_{pe} + d_{eE}}$$

# 空间离散 Example1

- 二维热传导控制方程

$$\nabla \cdot \mathrm{k} \nabla \mathrm{T} = 0$$

- 如图所示