3-1 有一保守力 $\boldsymbol{F} = (-Ax+Bx^2)\,\boldsymbol{i}$，沿 x 轴作用于质点上，式中A、B 为常量，x 以m计，F 以 N计。

（**1**）取 $x=0$ 时$E_P=0$，试计算与此力相应的势能；

（**2**）求质点从$x=2$m运动到 $x=3$m时势能的变化。

(1) $$\Delta E_P = -\int_0^x F\,\mathrm{d}x = -\int_0^x (-Ax + Bx^2)\,\mathrm{d}x$$

$$= \frac{A}{2}x^2 - \frac{B}{3}x^3$$

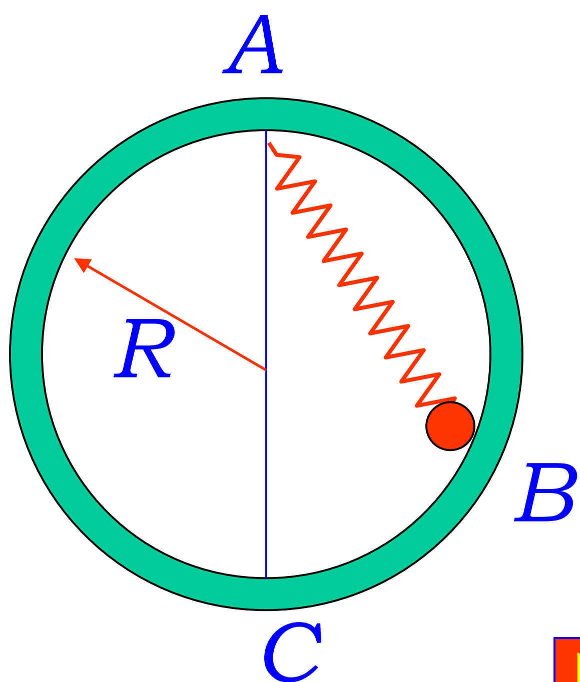
(2) $$\Delta E_P = -\int_2^3 (-Ax + Bx^2)\,\mathrm{d}x$$

$$= \frac{5}{2}A - \frac{19}{3}B$$

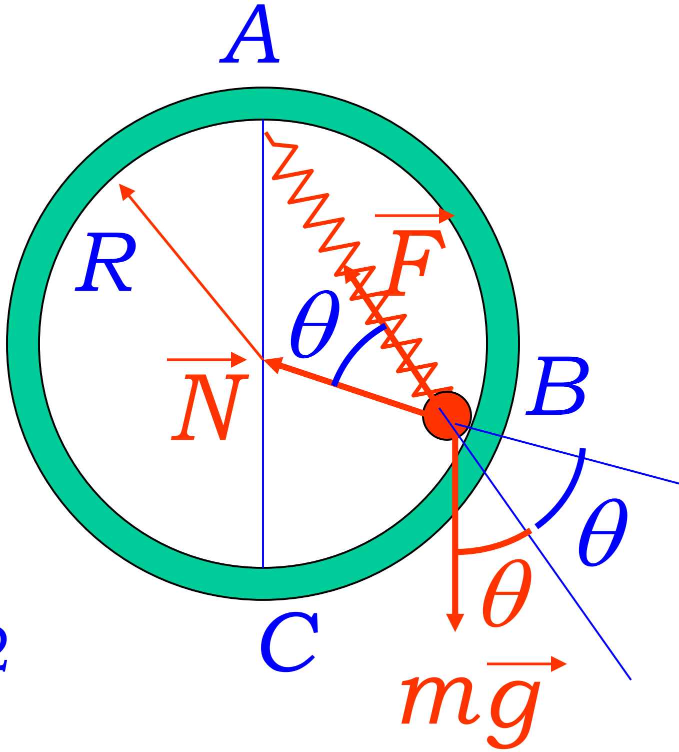
3-3 一根原长 l_0 的弹簧，当下端悬挂质量为m的重物时，弹簧长$l = 2l_0$。现将弹簧一端悬挂在竖直放置的圆环上端A点。设环的半径$R=l_0$把弹簧另一端所挂重物放在光滑圆环的B点，如图所示。已知AB长为$1.6R$。当重物在B无初速地沿圆环滑动时，试求：

（**1**）重物在B点的加速度和对圆环的正压力；

（**2**）重物滑到最低点C时的加速度和对圆环的正压力。



解：



$$\cos\theta = 1.6R/2R = 0.8 \Rightarrow \theta = 37^{\circ}$$

$$mg\sin\theta = ma_t$$

$$a_t = g\sin\theta = 9.8\times0.6 = 5.88\mathrm{m/s^2}$$

$$F\cos\theta + N = mg\cos2\theta$$

$$F = kx_b = \frac{mg}{R}\times0.6R$$

$$N = mg\cos2\theta - 0.6mg\cos\theta$$

$$N = 0.28mg - 0.48mg = -0.2mg$$

$$N' = -N = -0.2mg \quad \mathrm{N}$$

C点： $$N+F-mg=m\frac{v_c^2}{R}$$

$$F=kx_c=kR=mg$$

系统机械能守恒，选C点为零势能点。

$$\frac{1}{2}kx_B^2+mg(2R-1.6R\cos\theta)=\frac{1}{2}mv_c^2+\frac{1}{2}kx_c^2$$

解得： $v_c^2=0.8gR$ $\quad a_n=\frac{v_c^2}{R}=0.8g$

$$a_n=0.8\times9.8=7.84\mathrm{m/s^2}$$

$$N'=N=m\frac{v_c^2}{R}=0.8mg\ \mathrm{N}$$

3-4 一根特殊弹簧，在伸长x m时，沿它伸长的反方向的作用力为$(52.8x+38.4x^2)$N。

（**1**）试求把弹簧从$x=0.50$拉长到 $x=1.00$时，外力克服弹簧力所作的功。

（**2**）将弹簧的一端固定，在另一端栓一质量为 2.17 kg 的物体，然后把弹簧拉到$x=1.00$,开始无初速地释放物体，试求弹簧缩回到$x=0.5$。时物体的速率。

(1) $A = \int F \mathrm{d}x = \int_{0.5}^{1} (52.8x + 38.4x^2)\mathrm{d}x$

$= 19.8 + 11.2 = 31\mathrm{J}$

(2) $A = \frac{1}{2}mv^2$

$v = \sqrt{\frac{2A}{m}} = 5.34\ \mathrm{m/s}$

3-8 一弹簧，原长为l_0，劲度系数为 k上端固定，下端挂一质量为m的物体，先用手托住，使弹簧不伸长。

（1）如将物体托住馒慢放下，达静止（平衡位置）时，弹簧的最大伸长和弹性力是多少？

（2）如将物体突然放手，物体到达最低位置时，弹簧的伸长和弹性力各是多少？物体经过平衡位置时的速度是多少？

解：(1) $F-mg=0$

设弹簧最大伸长为x_m

$$F=kx_m=mg \Rightarrow x_m=\frac{mg}{k} \Rightarrow F=mg$$

(2)若将物体突然释放到最大位置，选最低点为参考点。由机械能守恒，得：

$$mgx_m=\frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow F=kx_m=2mg \Rightarrow x_m=\frac{2mg}{k}$$

物体在平衡位置时，$F=mg=kx_0$

选平衡位置为参考点，由机械能守恒，得：

$$mgx_0=\frac{1}{2}mv_0^2+\frac{1}{2}kx_0^2$$

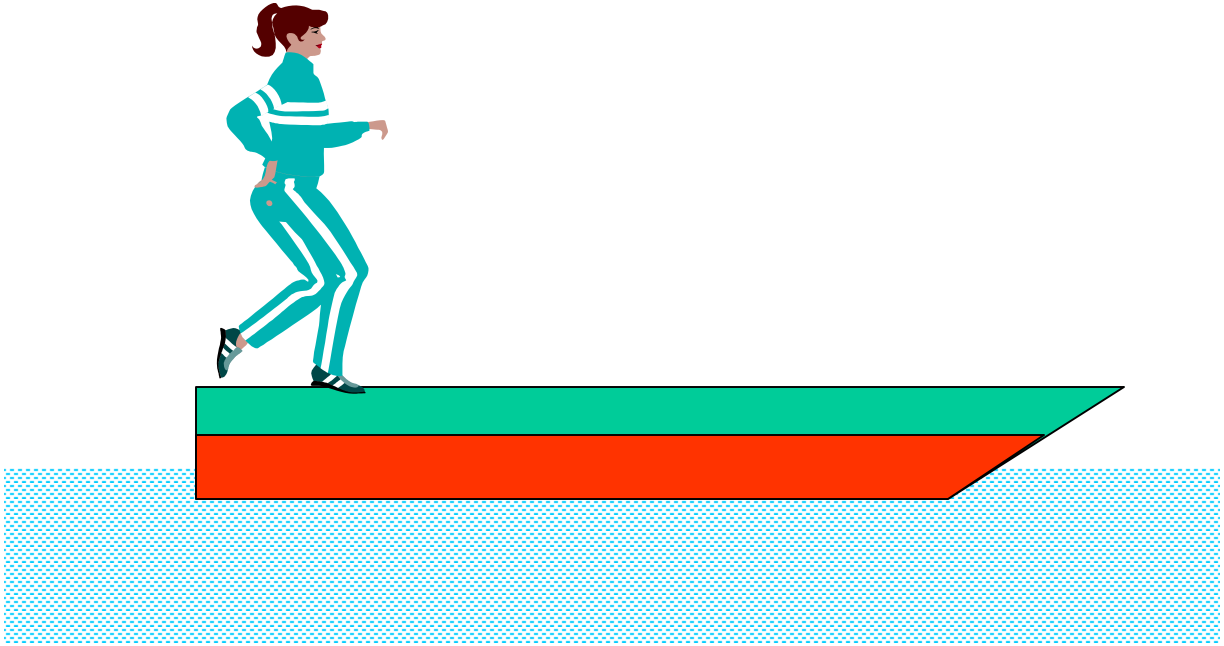
$$mgx_0=\frac{1}{2}mv_0^2+\frac{1}{2}kx_0^2$$

将 $x_0=\dfrac{mg}{k}$ 代入，得：

$$mg\frac{mg}{k}=\frac{1}{2}mv_0^2+\frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2$$

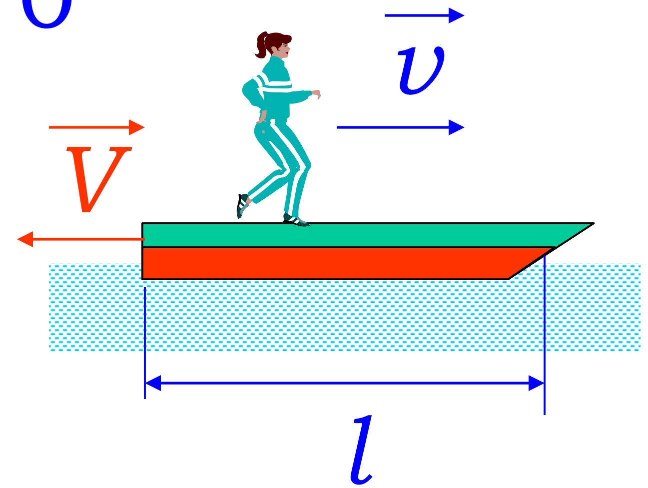
$$v_0^2=\frac{m}{k}g^2 \Longrightarrow v_0=g\sqrt{\frac{m}{k}}$$

3-9 一小船质量为100kg，船头到船尾共长3.6m。现有一质量为50kg的人从船尾走到船头时，船头将移动多少距离？假定水的阻力不计。



已知： $l=3.6\text{m} \quad m=50\text{kg} \quad M=100\text{kg}$

解：由动量守恒 $MV-mv=0$



$$V=\frac{mv}{M} \qquad V\mathrm{d}t=\frac{m}{M}v\mathrm{d}t$$

$$s=\int_0^t V\mathrm{d}t=\frac{m}{M}\int_0^t v\mathrm{d}t$$

$$s'=\int_0^t v\mathrm{d}t \qquad s=\frac{m}{M}s' \qquad s+s'=l$$

$$\frac{s}{s'}=\frac{m}{M} \qquad \frac{m}{M+m}=\frac{s}{s'+s}=\frac{s}{l}$$

$$s=\frac{m}{M+m}l=\frac{50}{100+50}\times 3.6=1.2\text{m}$$

3-12 质量为 7.20×10^{-23} kg、速度为 6.0×10^{7}m/s的粒子A，与另一个质量为其一半而静止的粒子B相碰，假定这碰撞是弹性碰憧，碰撞后粒子A的速率为5×10^{7}m/s，求：

（**1**）粒于B的速率及偏转角；

（**2**）粒子A的偏转角）。

解：(1) $m_1 = 2m_2$　由机械能守恒：

$$\frac{1}{2}m_1 v_{10}^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2$$

$$= \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{m_1}{2}\right)v_2^2$$

$$v_2^2 = 2\left(v_{10}^2 - v_1^2\right)$$

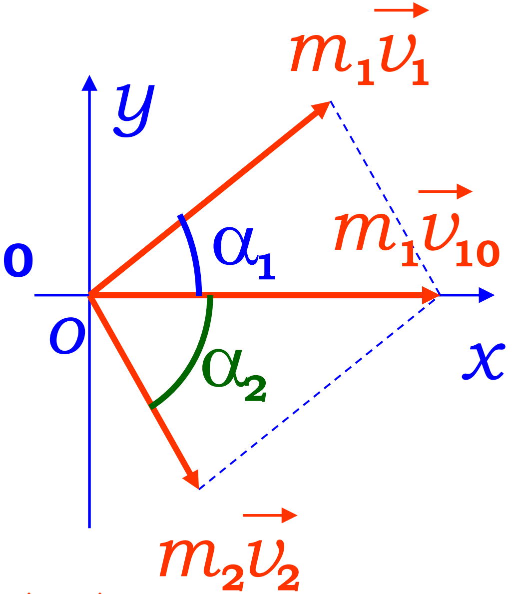
$$= 2[(6.0\times10^7)^2 - (5\times10^7)^2]$$

$$= 22\times10^{14}$$

$$v_2 = 4.69\times10^7 \mathrm{m/s}$$

(2)系统动量守恒

$$\begin{cases} m_1 v_1 \cos\alpha_1 + \left(\dfrac{m_1}{2}\right) v_2 \cos\alpha_2 = m_1 v_{10} \\ m_1 v_1 \sin\alpha_1 - \left(\dfrac{m_1}{2}\right) v_2 \sin\alpha_2 = 0 \end{cases}$$



得：

$$\begin{cases} 2v_1 \cos\alpha_1 + v_2 \cos\alpha_2 = 2v_{10} & \cdots\cdots (1) \\ \sin\alpha_2 = \dfrac{v_1}{v_2} \sin\alpha_1 & \cdots\cdots (2) \end{cases}$$

$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha_1 &= \sqrt{1-\sin^2\alpha_1} \\ \cos\alpha_2 &= \sqrt{1-\sin^2\alpha_2} \end{aligned}\right\} \text{代入(1)(2)得：}$$

$$\cos\alpha_1 = \frac{4v_{10}^2 + 4v_1^2 - v_2^2}{8v_1 v_{10}}$$

$$\cos\alpha_1 = \frac{4v_{10}^2 + 4v_1^2 - v_2^2}{8v_1 v_{10}}$$

$$= \frac{4(6.0\times10^7)^2+4(5\times10^7)^2-22\times10^{14}}{8\times6.0\times10^7\times5\times10^7}$$

$$= 0.925$$

$$\alpha_1 = 22^0 20'$$

$$\sin\alpha_2 = \frac{2v_1}{v_2}\sin\alpha_1 = \frac{2\times5\times10^7}{4.69\times10^7} = 0.8094$$

$$\alpha_2 = 54^0 4'$$

3-16 一电梯以1.5m / s匀速上升，一静止于地上的观察者自某点将球自由释放。释放处比电梯的底板高 6.4m。球和地板间的恢复系数为 0.5。问球第一次回跳的最高点离释放处有多少距离?

解:当球与底版碰撞时

$$x = v_0 t$$

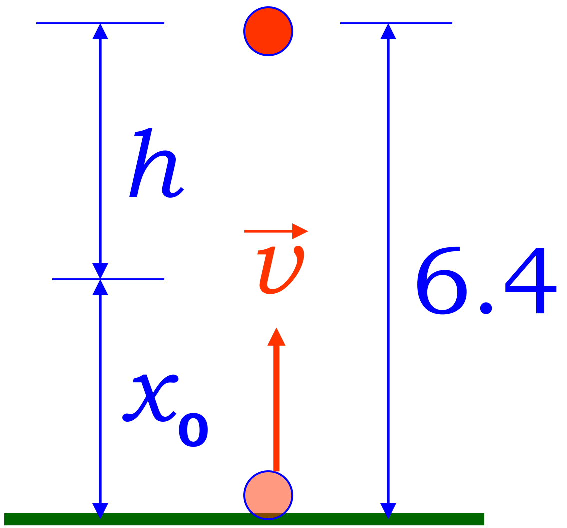
$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

$$x + h = 6.4\text{m}$$

$$v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 = 6.4\text{m}$$

$$1.5t + \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2 = 6.4 \Rightarrow t = 1\text{s}$$

$$h = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 1 = 4.9\text{m}$$



$$v_2 - v_1 = e\,(v_{10} - v_{20}) \qquad v_2 = v_{20} = 1.5\text{m/s}$$

$$v_1 = \sqrt{2gh_2} \qquad v_{10} = \sqrt{2gh}$$

$$1.5 - \sqrt{2gh_1} = e\,(-\sqrt{2gh} - 1.5)$$

$$1.5 - \sqrt{2gh_1} = e\,(-\sqrt{2gh} - 1.5)$$

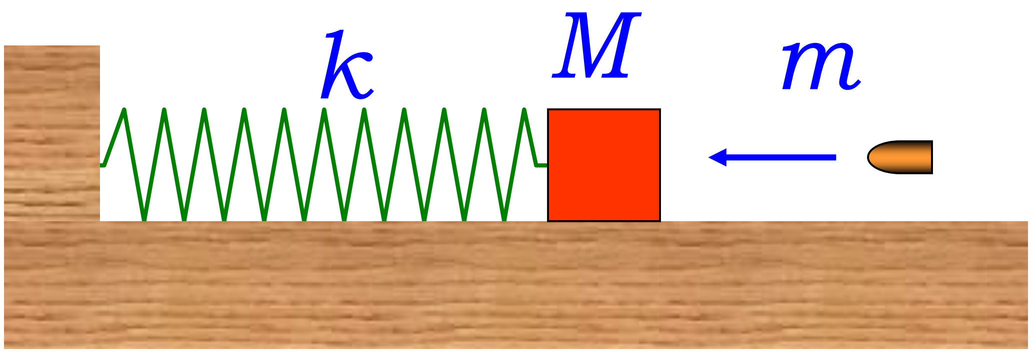
$$\sqrt{2gh_1} = 0.5\,(\sqrt{2gh} + 1.5) + 1.5$$

$$= 0.5\,(\sqrt{2 \times 9.8 \times 4.9} + 1.5) + 1.5 = 7.15$$

$$h_1 = \frac{(7.15)^2}{2 \times 9.8} = 2.6\text{m}$$

$$s = h - h_1 = 4.9\text{-}2.6 = 2.3\text{m}$$

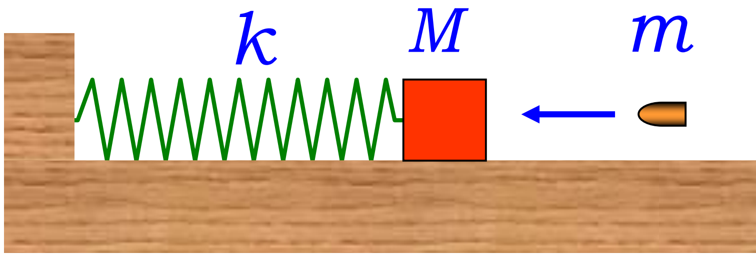
3-17 如图是一种测定子弹速度的方法。子弹说平地射入一端固定在弹簧上的木快内，由弹簧压缩的距离求出子弹的速度。已知子弹质量是0.02kg木块质量是8.98kg。弹簧的劲度系数是100N/m，子弹射人木块后，弹簧被压缩10cm。设木块与平面间的动摩擦系数为0.2，求子弹的速度。



已知：$\mu = 0.2 \quad x = 10\text{cm}$

$m = 0.02\text{kg} \quad M = 8.98\text{kg}$

$k = 100\text{N/m}$



解:由系统动量守恒得:

$$m v_0 = (M+m) v \Rightarrow v = \frac{m v_0}{M+m}$$

弹簧压缩后的弹性势能: $\frac{1}{2} k x^2$

碰撞后系统的动能: $\frac{1}{2}(M+m) v^2$

压缩过程摩擦力的功: $A_f = -\mu (M+m) g x$

目录

结束

由功能原理：

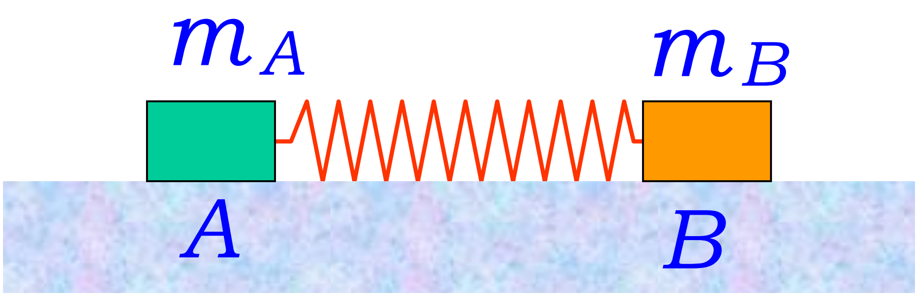
$$-\mu(M+m)gx=\frac{1}{2}kx^{2}-\frac{1}{2}(M+m)\left(\frac{mv_{0}}{M+m}\right)^{2}$$

$$v_{0}^{2}=\frac{\frac{1}{2}kx^{2}+\mu(M+m)gx}{\frac{1}{2}\left(\frac{m^{2}}{M+m}\right)^{2}}$$

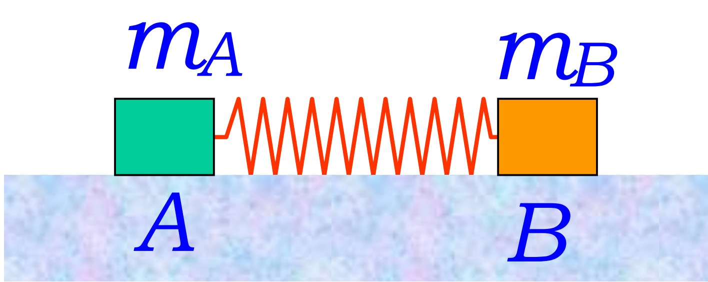
$$=10.18\times10^{4}$$

$$v_{0}=319\mathrm{m/s}$$

3-21 如图所示，A、B两木块，质量各为m_A与 m_B，由弹簧联接，开始静止于水平光滑的桌面上，现将两木块拉开(弹簧被拉长)，然后由静止释放，求两木块的动能之比。



解：系统的动量守恒



$$m_A v_A + m_B v_B = 0$$

$$v_A = -\frac{m_B}{m_A} v_B$$

$$E_{kA} = \frac{1}{2} m_A {v_A}^2 = \frac{(m_A v_A)^2}{2 m_A}$$

$$E_{kB} = \frac{1}{2} m_B {v_B}^2 = \frac{(m_B v_B)^2}{2 m_B}$$

$$\therefore \quad \frac{E_{kA}}{E_{kB}} = \frac{m_B}{m_A}$$

3-24火箭起飞时，从尾部喷出的气体的速度为3000 m/s，每秒喷出的气体质量为600kg。若火箭的质量为 50 t求火箭得到的加速度。

解：

$$\mathrm{d}v = -u\frac{\mathrm{d}m}{m}$$

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\frac{u}{m}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$$

$$= \frac{3000}{50\times10^{2}}\times(-600)$$

$$= 36\mathrm{m/s^2}$$

3-25 电子质量为9×10^{-31} kg，在半径为5.3×10^{-11} m的圆周上绕氢核作匀速运动，已知电子的角动量为$h/2\pi$，求它的角速度。

解：电子的角动量为：

$$L = mvr = \frac{h}{2\pi}$$

$$v = r\omega \qquad mr^2\omega = \frac{h}{2\pi}$$

$$\omega = \frac{h}{2\pi mr^2}$$

$$= \frac{6.63\times10^{-34}}{2\times3.14\times9.1\times10^{-31}\times(5.3\times10^{-11})^2}$$

$$= 4.13\times10^{16}\ 1/\mathrm{s}$$

3-29 一质量为m_0以速率v_0运动的粒子，碰到一质量为$2m_0$静止的子。结果，质量为m_0的粒于偏转了45^0，并具有末速$v_0/2$。求质量为$2m_0$的粒子偏转后的速率和方向。

解：由动量守恒

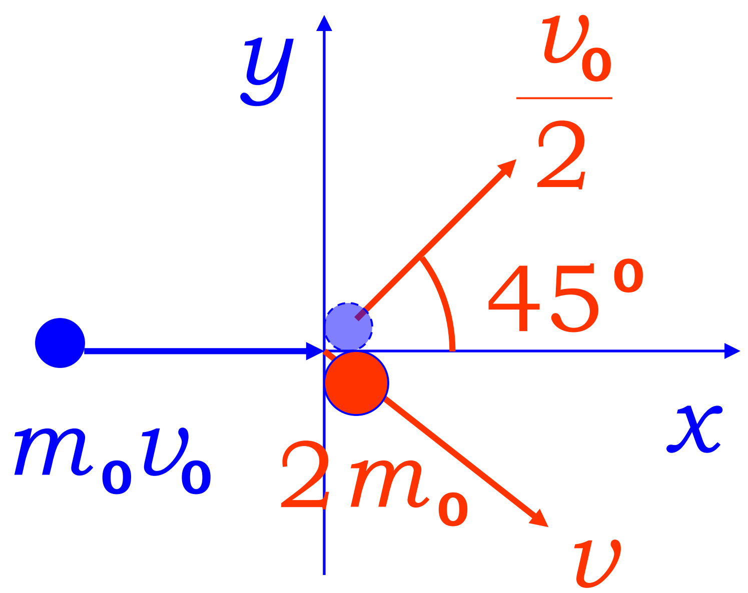
$$x:\quad m_0 v_0 = \frac{1}{2} m_0 v_0 \cos 45^\circ + 2 m_0 v_x$$

$$y:\quad 2 m_0 v_y = \frac{1}{2} m_0 v_0 \sin 45^\circ$$

解得：

$$v_x = \frac{v_0}{2}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$$

$$v_y = \frac{\sqrt{2}}{8} v_0$$



目录 结束

3-30 角动量为L，质量为m的人造卫星，在半径为r的圆轨迹上运行。试求它的动能。

解：

$$L = m v r \quad \Rightarrow \quad v = \frac{L}{m r}$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{L}{m r}\right)^2 = \frac{L^2}{2 m r^2}$$

$$\because \quad F = G\frac{mM}{r^2} \qquad G\frac{mM}{r^2} = \frac{m v^2}{r}$$

$$\therefore \quad GM = r v^2$$

$$E_p = -G\frac{mM}{r} = - m v^2 = -\frac{L^2}{m r^2}$$

$$E = E_k + E_p$$

$$= \frac{L^2}{2 m r^2} - \frac{L^2}{m r^2} = -\frac{L^2}{2 m r^2}$$