第一章 流体流动与输送

1.3 流体流动的基本方程

1.3.1 流量和流速

一、流量

- 流量：单位时间流过管路任一截面的流体量。
- 体积流量: 单位时间流过管路任一截面的流体体积，用q_v表示，单位为m^3/s。
- 质量流量: 单位时间流过管路任一截面的流体质量，用q_m表示，单位为kg/s。
- 体积流量和质量流量的关系: $\boxed{q_m = q_v \rho}$

1.3 流体流动的基本方程

二、流速

- **平均流速：**单位时间质点在流动方向上所流经的距离，简称流速，用 u 表示，单位为m/s

$$u = \frac{q_v}{A}$$

- **质量流速（通量）：**单位时间内流经管路单位截面的流体质量，用 G 表示，单位为 kg / (m²·s)

$$G = \frac{q_m}{A} = \frac{q_v \cdot \rho}{A} = u \cdot \rho$$

1.3 流体流动的基本方程

- 流速与管径的关系

圆形管路，若管道内径 d 表示，则:

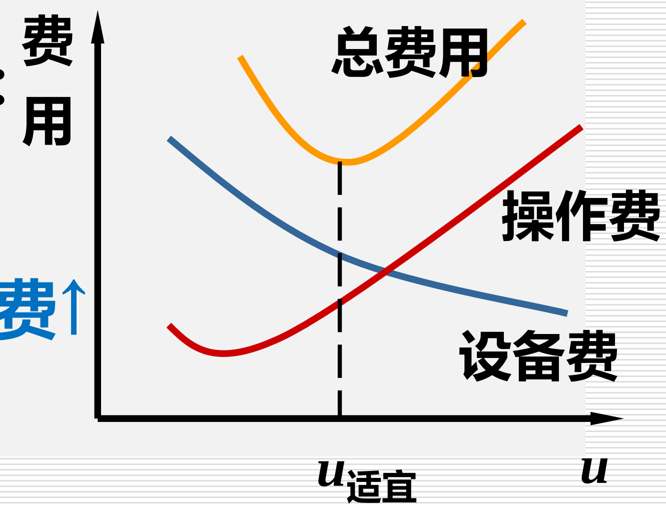
$$u = \frac{q_v}{\frac{\pi}{4} d^2} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4q_v}{\pi u}}$$

- 当生产任务一定时，即流量一定时:

u↑→ d ↓ →设备费用↓

└→ 流动阻力↑ →动力消耗↑ →操作费↑

操作费用与设备费用之和最小



1.3 流体流动的基本方程

- P16，表1.1 列出了一些流体在一定操作条件下在管道中**适宜流速的常用范围**。

- **一般原则:** 密度大或粘度大的液体，u 应小；
  含固体杂质流体 u 应大，避免固体沉积在管内；
  气体稍大10-30m/s，液体0.5-3m/s。

- 选好流速后，利用：$d=\sqrt{\dfrac{4q_V}{\pi u}}$，求出管径（应圆整）。

例:安装一根输水量为30m³/h的管道,试选择合适的管道。

解：选择管内水的经验流速u = 1.8m/s

$$d = \sqrt{\frac{4q_V}{\pi u}} = \sqrt{\frac{30/3600}{3.14/4\times1.8}} = 0.077m = 77mm$$

查附录可知普通无缝钢管:

外径 = 89mm 壁厚 = 4mm

即 Φ89×4的管子

内径为 d = 81mm = 0.081m

实际流速为:

$$u = \frac{30/3600}{0.785\times(0.081)^2} = 1.62m/s$$

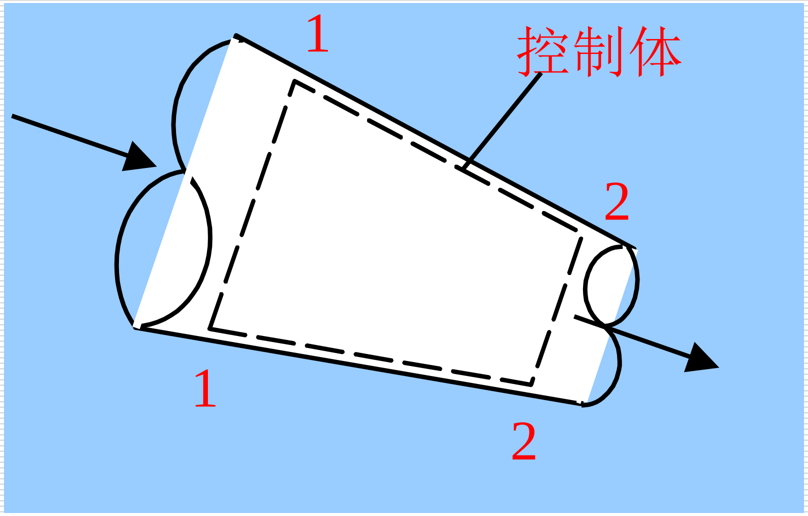
1.3.2 流体稳定流动时连续性方程

- 对于定态流动系统，在管路中流体没有增加和漏失由质量守恒定律：

流入体系的质量流量 = 流出体系的质量流量

$$q_{m1} = q_{m2}$$

$$q_m = q_v \rho = \rho u A$$



$$\rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2$$

——定态流动的连续性方程

1.3.2 流体稳定流动时连续性方程

- 推广到管路上任何一个截面

$$\rho_1 u_1 A_1 = \rho_1 u_1 A_1 = \bullet \bullet \bullet = \rho u A = \text{常数}$$

- 不可压缩的流体，密度可视为不变，则：

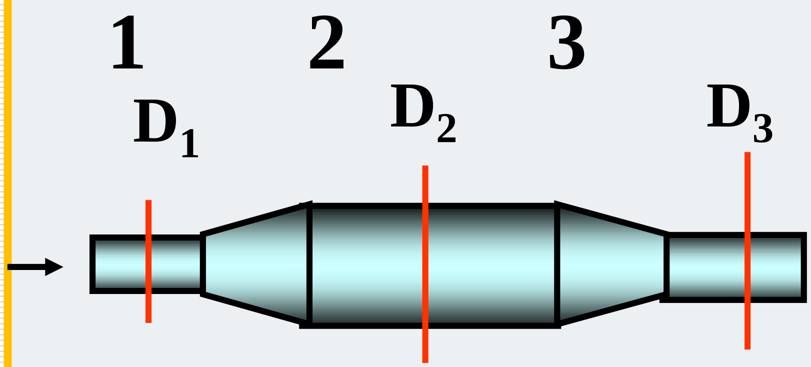
$$u_1 A_1 = u_1 A_1 = \bullet \bullet \bullet = uA = \text{常数}$$

圆形管路：

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$$

——不可压缩流体在管路中任意截面的流速与管内径的平方成反比

例题:如下图的变径管路



D_1= 2.5cm

D_2=10cm

D_3= 5cm

(1)当流量为4升/秒时,各段流速?

(2)当流量为8升/秒时,各段流速?

$$u_1 = \frac{q_V}{A} = \frac{0.004}{0.785 \times (\frac{2.5}{100})^2}$$

$$= 8.15\,m/s$$

$$u_2 = u_1 (\frac{d_1}{d_2})^2 = 8.15 (\frac{2.5}{10})^2$$

$$= 0.51 m/s$$

$$u_3 = u_1\left(\frac{d_1}{d_3}\right)^2 = 2.04\text{m/s}$$

(2)当流量为8升/秒时,各段流速?

$q_V' = 2q_V$

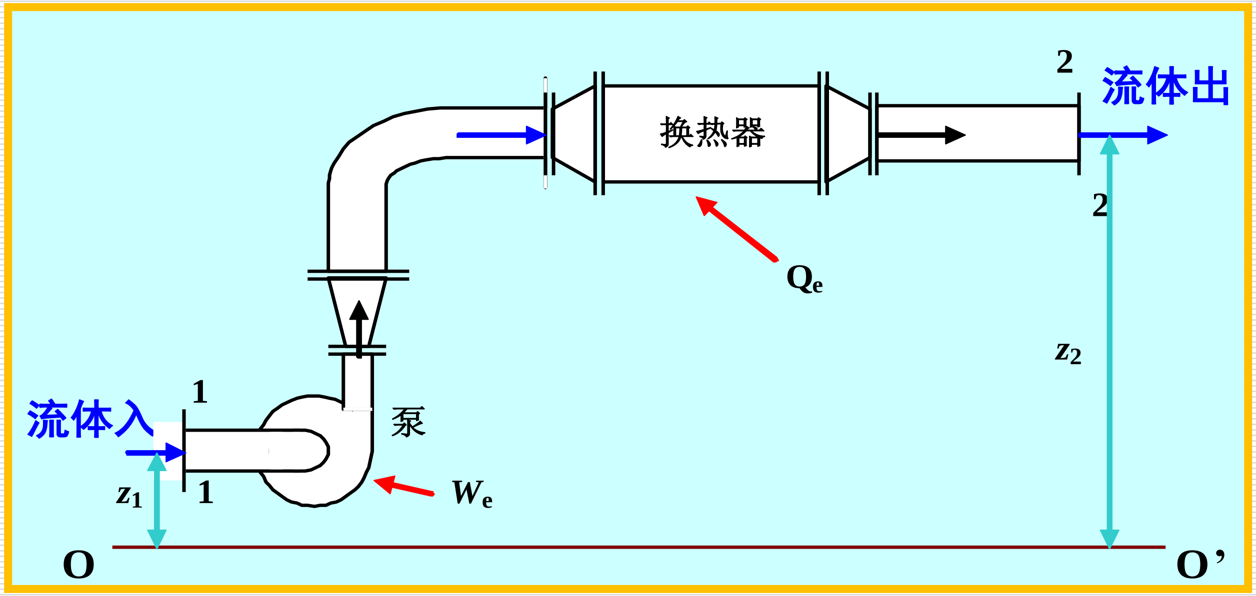
$u' = 2u$

$u_1 = 2u$

$u_1' = 16.3\text{m/s}$

1.3.3 流体流动过程的能量守恒和转化-柏努利方程

1. 流动系统的中总能量衡算（单位质量流体）



衡算范围：1-1′、2-2′截面以及管内壁所围成的空间

衡算基准：1 kg流体

基准面：O-O′水平面

1. 总能量衡算

流动流体具有的能量形式：

（1）内能

贮存于物质内部的能量。1kg流体具有的内能为U（J/kg）。

（2）位能

流体受重力作用在不同高度所具有的能量。

1kg的流体所具有的位能为gz，即将1kg流体举高z（m）所做的功（J/kg）。

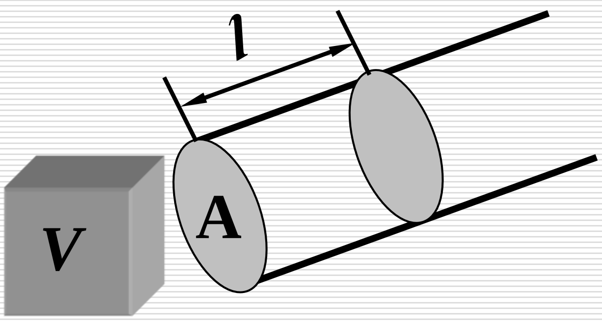
1. 总能量衡算

（3）动能

1kg的流体所具有的动能为 $\frac{1}{2}u^2$(J/kg)

（4）静压能

流体流进某截面进入系统时，对抗截面上的压力pA做的功。



静压能= $Fl = pA\frac{V}{A} = pV$

1kg的流体所具有的静压能为 $\frac{pV}{m} = \frac{p}{\rho}$ (J/kg)

1. 总能量衡算

(5）热

设换热器向1kg流体提供的热量为 Q_e (J/kg)。

(6）外功(有效功)

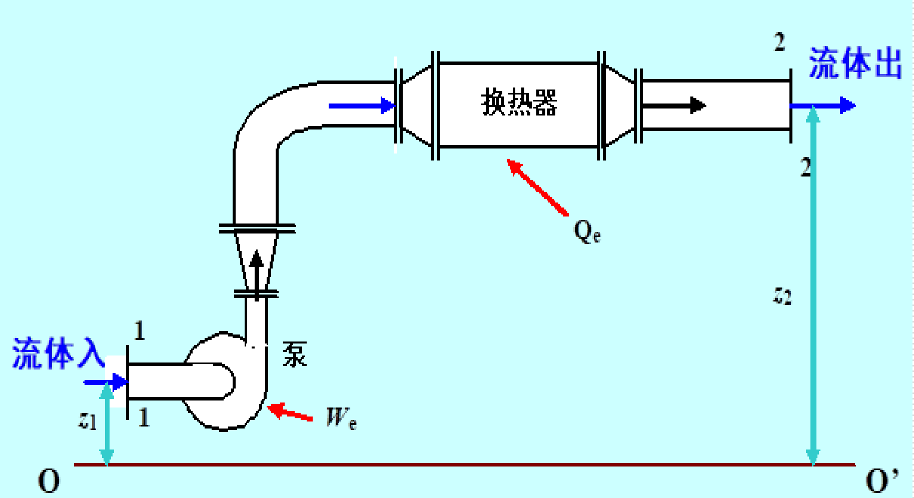
1kg流体从流体输送机械所获得的能量为W_e (J/kg)。

以上能量形式可分为两类：

- 机械能：位能、动能、静压能及外功，可用于输送流体；
- 内能与热：不能直接转变为输送流体的能量。

1. 总能量衡算

单位质量流体在定态流动过程中的总机械能衡算式：



$$U_1 + z_1 g + \frac{1}{2}u_1^2 + \frac{p_1}{\rho_1} + W_e + Q_e = U_2 + z_2 g + \frac{1}{2}u_2^2 + \frac{p_2}{\rho_2}$$

——可压缩和不可压缩流体都适用

$$W_e + Q_e = \Delta U + \Delta zg + \frac{1}{2}\Delta u^2 + \Delta \frac{p}{\rho}$$

——适用于不可压缩流体，$\rho_1 = \rho_2$

2．实际流体的机械能衡算

(1) 以单位质量流体为基准

假设: 流体不可压缩，则 $\rho_1 = \rho_2$

流动系统无热交换，则 $Q_e = 0$

流体温度不变， 则 $U_1 = U_2$

并且实际流体流动时克服流动阻力消耗机械能，转化为热能造成能量损失。

设1kg流体损失的能量为Σh_f（J/kg），有:

$$z_1 g + \frac{1}{2}u_1^2 + \frac{p_1}{\rho} + W_e = z_2 g + \frac{1}{2}u_2^2 + \frac{p_2}{\rho} + \Sigma h_f \quad (1)$$

式中各项单位为J/kg。

2．实际流体的机械能衡算

（2）以单位重量流体为基准

将(1)式各项同除重力加速度g：

$$z_1+\frac{1}{2g}u_1^{\ 2}+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{W_e}{g}=z_2+\frac{1}{2g}u_2^{\ 2}+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\Sigma h_f}{g}$$

令 $H_e=\dfrac{W_e}{g}$ $H_f=\dfrac{\Sigma h_f}{g}$

则 $$z_1+\frac{1}{2g}u_1^{\ 2}+\frac{p_1}{\rho g}+H_e=z_2+\frac{1}{2g}u_2^{\ 2}+\frac{p_2}{\rho g}+H_f \quad (2)$$

2．实际流体的机械能衡算

$$z_1 + \frac{1}{2g}u_1^{\ 2} + \frac{p_1}{\rho g} + H_e = z_2 + \frac{1}{2g}u_2^{\ 2} + \frac{p_2}{\rho g} + H_f$$

位压头　动压头　静压头　有效压头　压头损失

式中各项单位为： $\frac{J/kg}{N/kg} = J/N = m$

各项称为压头，表示单位重量流体具有的机械能，相当把单位重量流体升举的高度。

2．实际流体的机械能衡算

(3) 以单位体积流体为基准

将(1)式各项同乘以 ρ：

$$\rho g z_1+\frac{1}{2}\rho u_1^2+p_1+\rho W_e=z_2\rho g z_2+\frac{1}{2}\rho u_2^2+p_2+\rho\Sigma h_f \quad (3)$$

$$\Updownarrow$$

$$\Delta p_f$$

式中各项单位为 $J/kg \cdot kg/m^3 = J/m^3 = N/m^2 = Pa$

Δp_f ——压力损失/压强降

3. 理想流体的机械能衡算

- 流体在流动时无摩擦，无能量损失
- 假设为不可压缩流体且没有外界输入功

$$gz_1+\frac{1}{2}u_1^2+\frac{p_1}{\rho}=gz_2+\frac{1}{2}u_2^2+\frac{p_2}{\rho} \quad (4)$$

——以单位质量流体为基准

$$z_1+\frac{1}{2g}u_1^2+\frac{p_1}{\rho g}=z_2+\frac{1}{2g}u_2^2+\frac{p_2}{\rho g} \quad (5)$$

——以单位重量流体为基准

柏努利方程式

4. 四种形式的柏努利方程

- 单位重量流体*J/N*, *m*液柱

$$z_1 + \frac{1}{2g}u_1^2 + \frac{p_1}{\rho g} + H_e = z_2 + \frac{1}{2g}u_2^2 + \frac{p_2}{\rho g} + H_f$$

- 单位质量流体, *J/kg*

$$gz_1 + \frac{1}{2}u_1^2 + \frac{p_1}{\rho} + W_e = gz_2 + \frac{1}{2}u_2^2 + \frac{p_2}{\rho} + \Sigma h_f$$

4. 四种形式的柏努利方程

- **单位能量的流体, J**

$$mgz_1+\frac{1}{2}mu_1^2+p_1V_1+mW_e=mgz_2+\frac{1}{2}mu_2^2+p_2V_2+\Sigma mh_f$$

- **单位体积流体, *J/m³或Pa =N·m²***

$$\rho gz_1+\frac{\rho u_1^2}{2}+p_1+\rho W_e=\rho gz_2+\frac{\rho u_2^2}{2}+p_2+\Delta p_f$$

5. 柏努利方程的讨论

（1）若流体处于静止，u=0，H_f=0，W_e=0，则柏努利方程变为：

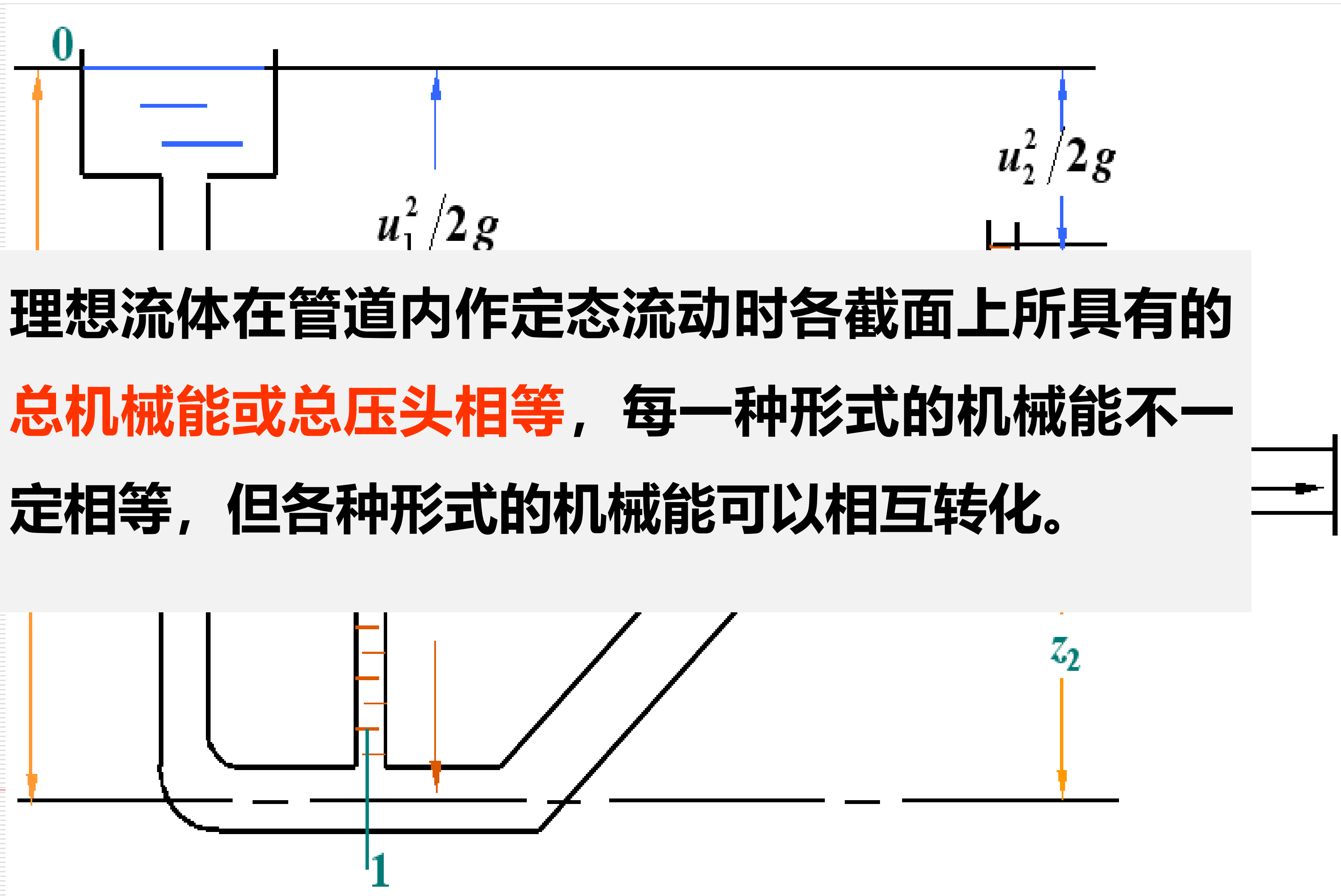
$$gz_1+\frac{p_1}{\rho}=gz_2+\frac{p_2}{\rho}$$

说明柏努利方程既表示流体的运动规律，也表示流体静止状态的规律—流体静力学方程 。

（2）理想流体在流动过程中任意截面上总机械能、总压头为常数，即

$$zg+\frac{1}{2}u^2+\frac{p}{\rho}=Const. \qquad z+\frac{1}{2g}u^2+\frac{p}{\rho g}=Const.$$

5. 柏努利方程的讨论



理想流体在管道内作定态流动时各截面上所具有的**总机械能或总压头相等**，每一种形式的机械能不一定相等，但各种形式的机械能可以相互转化。

5. 柏努利方程的讨论

（3）不可压缩实际流体在水平直管流动时，若无外功加入，受连续性方程约束流速不变，但克服阻力损失了机械能，致使流体压强能降低，沿程压强减小。

$$\underbrace{g\Delta z}_{=0}+\frac{1}{2}\underbrace{\Delta u^2}_{=0}+\overbrace{\frac{\Delta p}{\rho}}^{<0}=\underbrace{W_e}_{=0}-\underbrace{\sum h_f}_{>0}$$

（4）W_e、Σh_f ——在两截面间单位质量流体获得或消耗的能量。 输送机械单位时间做的有效功称为有效功率。有效功率：$N_e=W_e q_m$

轴功率：$N=\frac{N_e}{\eta}$ η—离心泵的效率

5. 柏努利方程的讨论

（5）柏努利方程式适用于不可压缩性流体。

对于可压缩性流体，当 $\frac{p_1 - p_2}{p_1} < 20\%$ 时，仍可用该方程计算，但式中的密度ρ应以两截面的平均密度ρ_m代替。

机翼升力原理（柏努利方程）

6. 柏努利方程的应用

利用柏努利方程与连续性方程，可以确定：

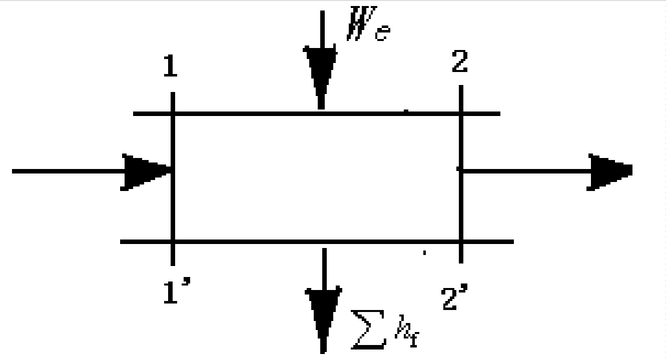
- 管内流体的流量；
- 输送设备的功率；
- 管路中流体的压力；
- 容器间的相对位置等。

理解伯努利定律公式和应用

6. 柏努利方程的应用

■ 注意事项:

① 截面的选取



*垂直于流动方向
*定态连续流体
*已知量较多，计算方便处
*注意对应 $\sum h_f$

6. 柏努利方程的应用

② 基准水平面选取：

*与地面平行　*宜取低水平面　*Z值为垂直距离

③ 物理量大小及单位：

*z，p以管中心线为基准

*注意计算基准(1kg，$1m^3$,1N)

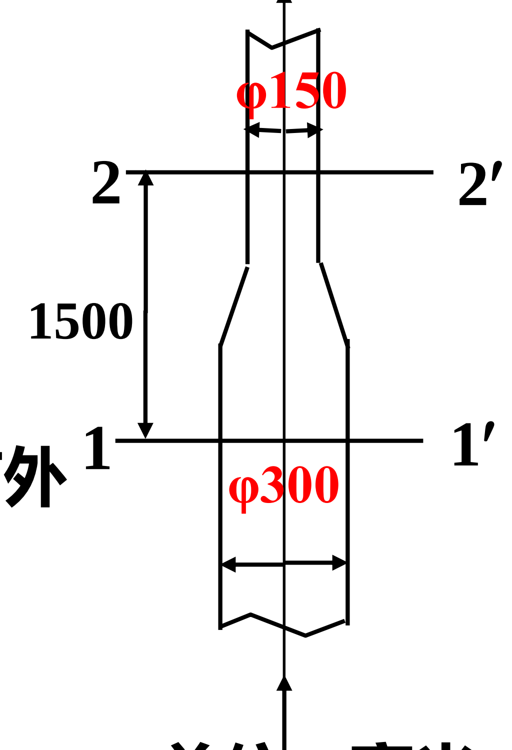
*可用绝压或表压，但两截面须一致

*u平均流速

大液面的流速视为0；出口管道的截面宜取管内侧

一、确定管道中流体的流量

例1: 如图，常温水自下向上定态流动，p1=169 KPa，p2=150 KPa，流动过程中能量损失很小。求：质量流量q_m=?



单位：毫米

解：取1 - 1′面为基准，在1 - 1′和2 - 2′之间没有外功加入，能量损失忽略，列柏努利方程：

$$gZ_1+\frac{u_1^2}{2}+\frac{p_1}{\rho}=gZ_2+\frac{u_2^2}{2}+\frac{p_2}{\rho}$$

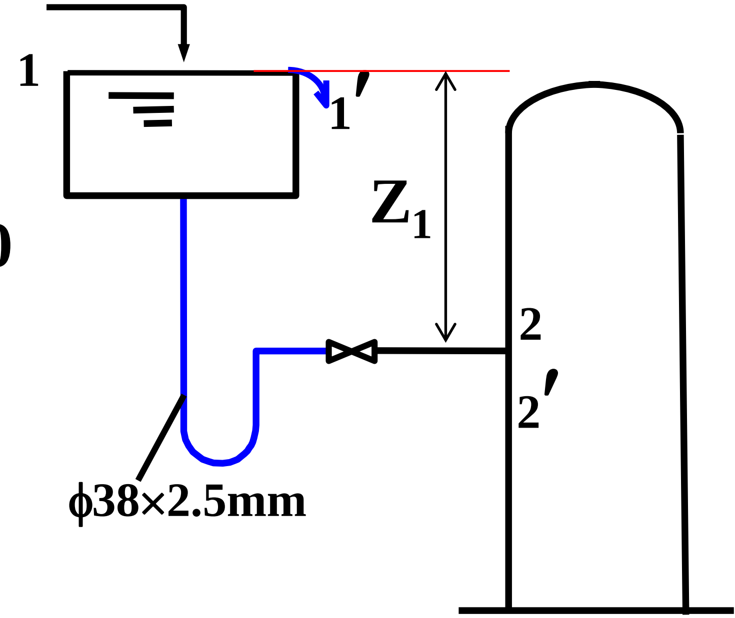
取ρ=1000 kg/m3　　Z_1=0　Z_2=1.5 m p1=169 KPa , p2=150 KPa

$$\frac{u_2}{u_1}=\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \qquad u_1=u_2\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2=u_2\left(\frac{150}{300}\right)^2=0.25u_2$$

代入方程式中得到:　u_2=3.02 m/s

$$q_m=\rho\times\frac{\pi d^2}{4}\times u=192000kg/h$$

二、确定容器间的相对位置



例2. **高位槽液面恒定，料液ρ=850kg/m³，塔内表压9.81kPa，V_h=5m³/h，$\sum h_f$=10.30 J/kg(不含出口阻力)。求：液面比管出口中线高多少m?**

解：设槽液面为1-1′，管出口内侧为2-2′。

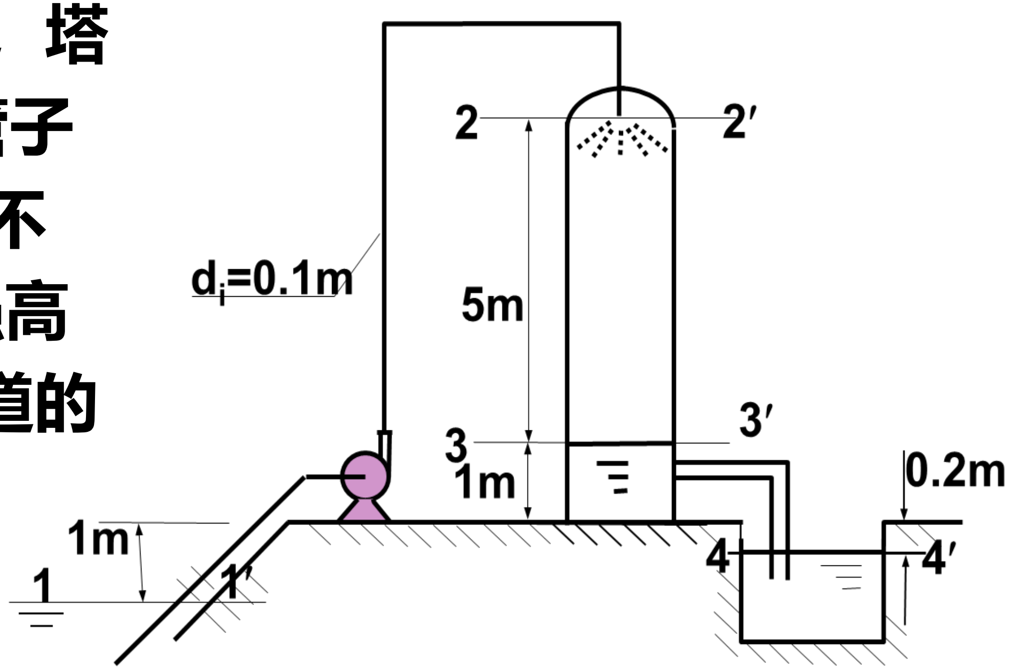
$$gZ_1+\overset{\approx 0}{\cancel{\frac{u_1^2}{2}}}+\overset{=0}{\cancel{\frac{p_1}{\rho}}}=\overset{=0\text{，基准}}{\cancel{gZ_2}}+\frac{u_2^2}{2}+\frac{p_2}{\rho}+\sum h_f$$

$$gZ_1=\frac{u_2^2}{2}+\frac{p_2}{\rho}+\sum h_f \qquad u_2=\frac{V_h/3600}{(\pi/4)d_2^2}=1.62m/s$$

代入解得： $$Z_1=\left(\frac{1.62^2}{2}+\frac{9.81\times 10^3}{850}+10.30\right)/9.81=4.37m$$

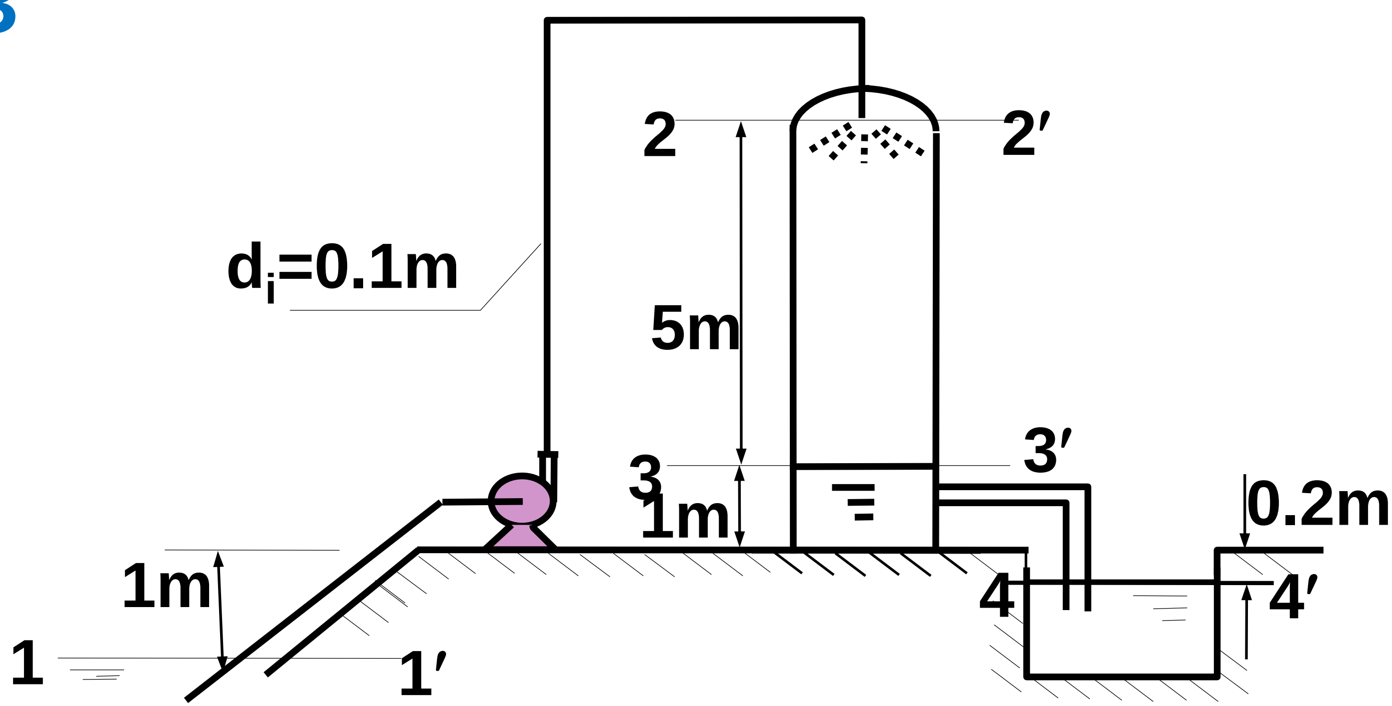
三、确定输送设备的功率

例3. 泵将河水打入洗涤塔中，喷淋后流入下水道，q_v=84.82 m³/h，塔前总的流动阻力为10J/kg (从管子出口至喷头出口段的阻力忽略不计)。喷头处的压强较塔内压强高0.02MPa，水从塔内流入下水道的阻力也忽略不计，泵的效率为65%，求泵的轴功率N。



解：泵的轴功率$N=N_e/\eta=W_e\times q_m/\eta$，在1-1′ ~2-2′间列柏努利方程式：

例3



$$\frac{84.82/3600}{(\pi/4)0.1^2} = 3\,\mathrm{m/s}$$

$$gZ_1 + \frac{u_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + W_e = gZ_2 + \frac{u_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + \sum h_f \qquad (1)$$

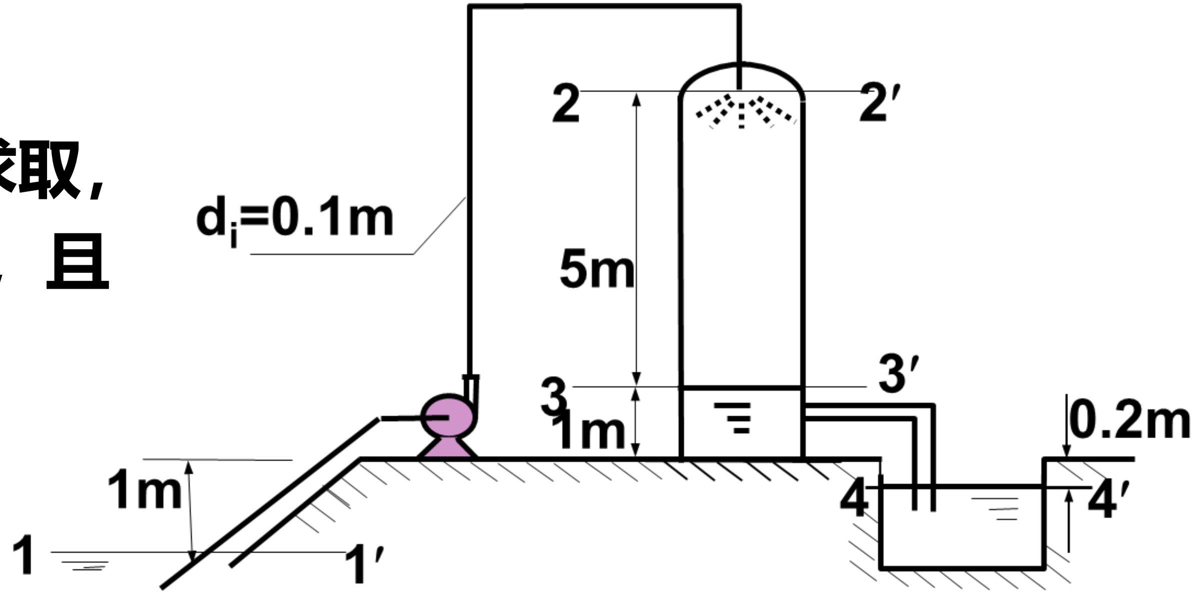
=0

1+1+5m

=?

例3

由图可见p_2要通过p_3求取，在3-3′～4-4′间列柏式，且以4-4′为基准，有：

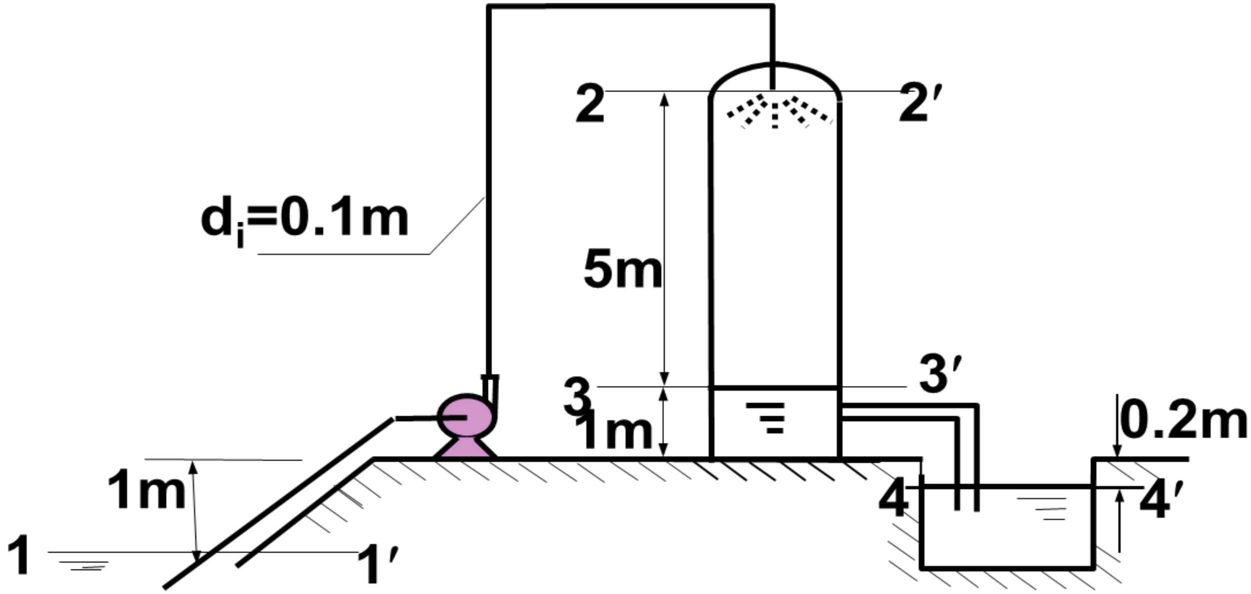


$$gZ_3+\overbrace{\frac{u_3^{\ 2}}{2}}^{=0}+\frac{p_3}{\rho}=\underbrace{gZ_4+\frac{u_4^{\ 2}}{2}+\frac{p_4}{\rho}+(\sum h_f)}_{=0}$$

$$p_3=-Z_3\rho g=-(1+0.2)1000\times9.81=-11772Pa\ \text{(表压)}$$

$$p_2=p_3+0.02\times10^6=2\times10^4-11772=8228Pa$$

例3



代入式(1)，解得：

$$W_e = (1+1+5)\times 9.81 + 3^2/2 + 8228/1000 + 10 = 91.4J/kg$$

$$N_e = W_e q_m = W_e \rho V_s$$

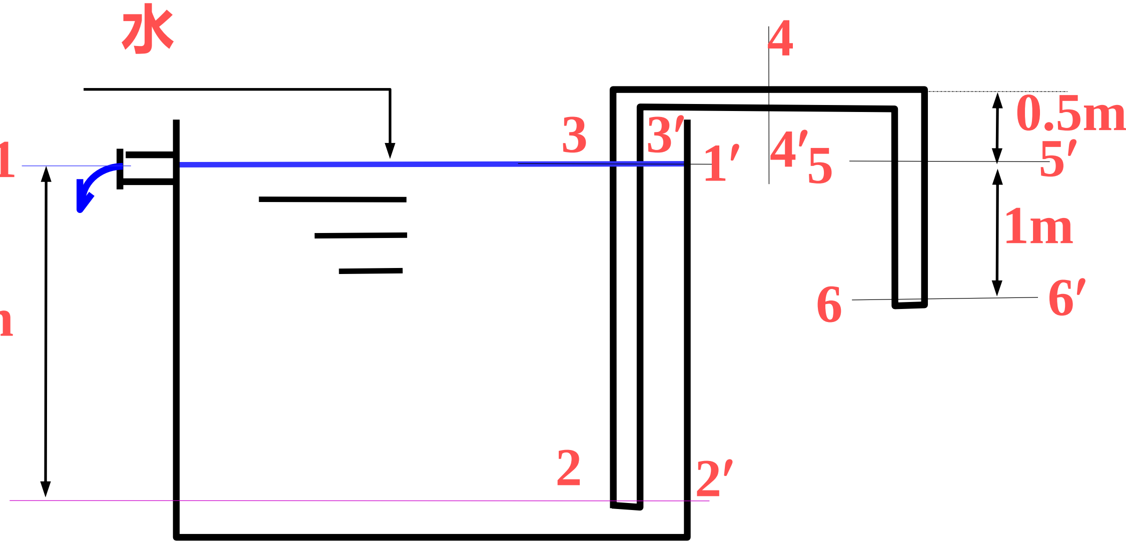
$$= 91.4 \times 1000 \times 84.82/3600 = 2153.5J/s$$

$$N = N_e/\eta = 2153.5/0.65 = 3313.5W = 3.3kW$$

思考：能否在1-1’与3-3’间列柏努利方程?

四、确定管路中流体的压强

例4. p20，水在等径虹吸管内作定态流动，阻力略，求管内2-2’，3-3’，4-4’，5-5’，6-6’各点压强。当地大气为760 mmHg。



解：稳态，以2-2′为基准面在1-1′~6-6′间列柏努利方程求流速。

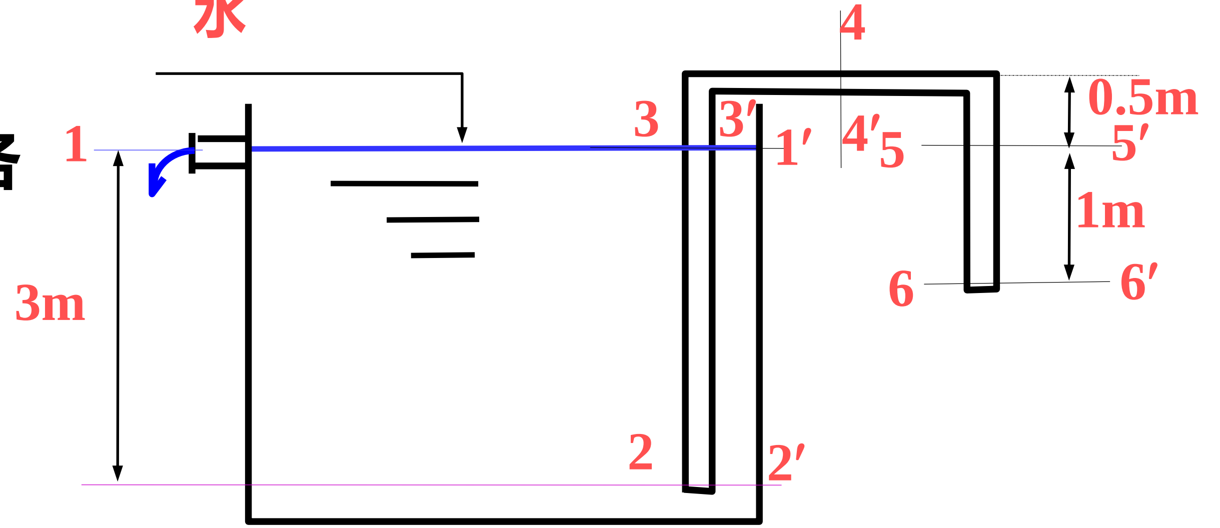
$$\underbrace{gZ_1}_{=3\text{ m}} + \frac{\overbrace{u_1^2}^{\approx 0}}{2} + \frac{\overbrace{p_1}^{=0（表）}}{\rho} = \underbrace{gZ_6}_{=2\text{ m}} + \frac{u_6^2}{2} + \frac{\overbrace{p_6}^{=0（表）}}{\rho}$$

$$3g = (3-1)g + \frac{u_6^2}{2} \qquad u_6 = \sqrt{2\times 9.81} = 4.43 m/s$$

由连续性方程得： $u_6 = u_2 = u_3 = u_4 = u_5$

例4.

根据本题情况，各截面总机械能E在各截面处相等。



且:

$$E = gZ_1 + u_1^2/2 + p_1/\rho$$

非压差计算，用绝压

$$= 9.81\times 3 + 101330/1000 = 130.8J/kg$$

$$p_2 = (E - gZ_2 - \frac{u_2^2}{2})\rho = (130.8 - 0 - 9.81)10^3 = 120990Pa$$

同理，其它各截面：$p_3 = 91560Pa$ $\quad p_4 = 86660Pa$

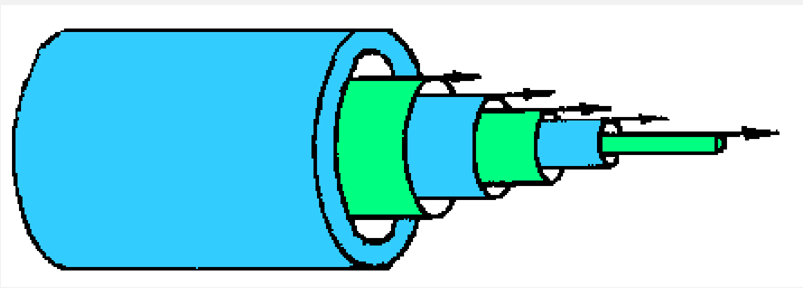
$$p_5 = 91560Pa$$

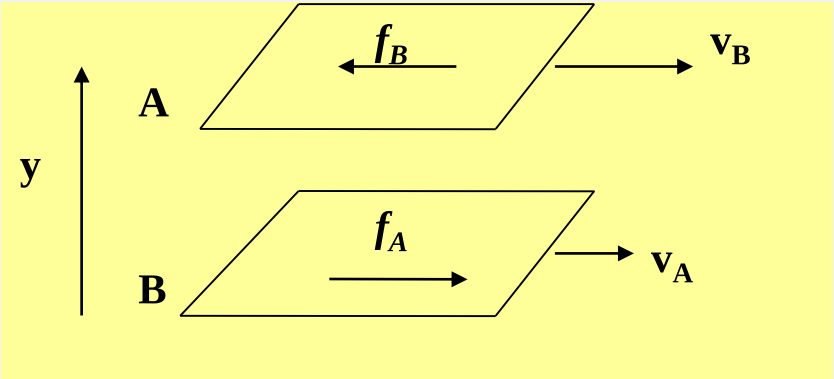
各截面间有：$p_2 > p_3 > p_4$ 及 $p_4 < p_5 < p_6$

虹吸管内流速相同，动能处处相等，位置高位能高，静压能必低

1.4 流体的流动现象

1.4.1 牛顿粘性定律与流体的粘度





流体在圆管内流动时，实际上是被分割成无数极薄的圆筒层，各层以不同的速度向前运动。速度快的流体层与之相邻的速度较慢的流体层发生了一个向前的推动力，而同时速度慢的流体层对速度快的流体层也作用着一个大小相等、方向相反的力，阻碍速度较快的流体层的向前运动。

1.4.1 牛顿粘性定律与流体的粘度

内摩擦力（粘滞力）：在运动着的流体内部，相邻两流体层间的相互作用力。

粘性：流体流动时产生内摩擦力并阻碍流体相对运动的特性。粘性是内摩擦力的表现，粘性是阻力产生的根本原因。流体流动是必须克服内摩擦力而作功。

* 流体的粘性只在流动时才表现出来
* 流体的粘性越大，其流动性就越小
* 流速相同时，粘性越大，能量损失越大

粘度：衡量流体粘性大小的物理量

1. 牛顿粘性定律

实验证明对于一定流体，内摩擦力F与接触面积S及速度差 du 成正比，与两薄层之间垂直距离 dy 成反比，此即牛顿粘性定律。

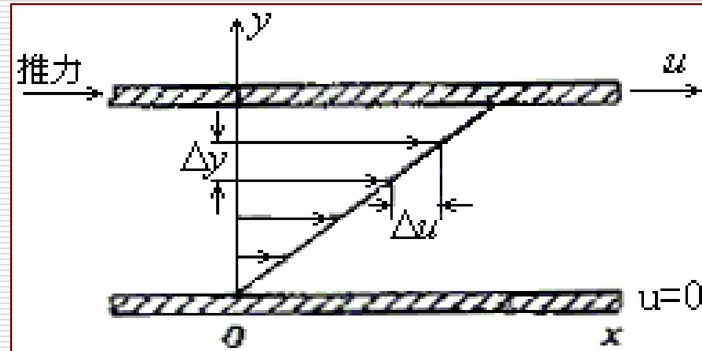


图1－25 平板间液体速度分布图

$$F \propto -A \cdot \frac{du}{dy} \qquad F = -\mu \cdot A \frac{du}{dy}$$

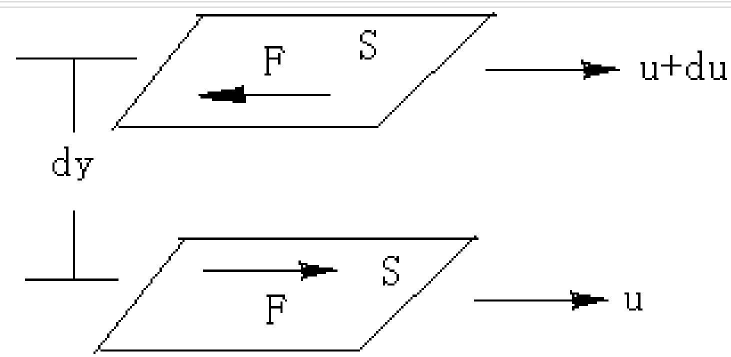
剪应力[$N \cdot m^{-2}$]

速度梯度 s^{-1}

$$\tau = \frac{F}{A} = -\mu \frac{du}{dy}$$

方向

粘度或动力粘度



2. 流体的粘度

(1) 物理意义：促使流体产生与流动垂直方向上产生单位速度梯度的剪应力

$$\tau = \mu \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} \Rightarrow \mu = \frac{\tau}{\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}}$$

粘度—物性参数

(2) 单位：

SI制：

$$[\mu] = \frac{[\tau]}{\left[\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}\right]} = \frac{\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{\dfrac{\mathrm{m/s}}{\mathrm{m}}} = \mathrm{Pa \cdot s}$$ 或 kg/(m·s)

CGS制：

$$[\mu] = \frac{[\tau]}{\left[\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}\right]} = \frac{\dfrac{\mathrm{dyn}}{\mathrm{cm}^2}}{\dfrac{\mathrm{cm/s}}{\mathrm{cm}}} = \frac{\dfrac{\mathrm{g \cdot cm/s^2}}{\mathrm{cm}^2}}{\dfrac{\mathrm{cm/s}}{\mathrm{cm}}} = \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm \cdot s}} = \mathrm{P}$$

1Pa·s＝10P(泊)＝1000cP(厘泊)

2. 流体的粘度

(3) 影响因素：

流体种类　$\mu_L >> \mu_g$

压力：液体影响可忽略不计；气体：压力极高或极低时才考虑这一影响

温度：液体：T↑，μ↓；气体：T↑，μ↑

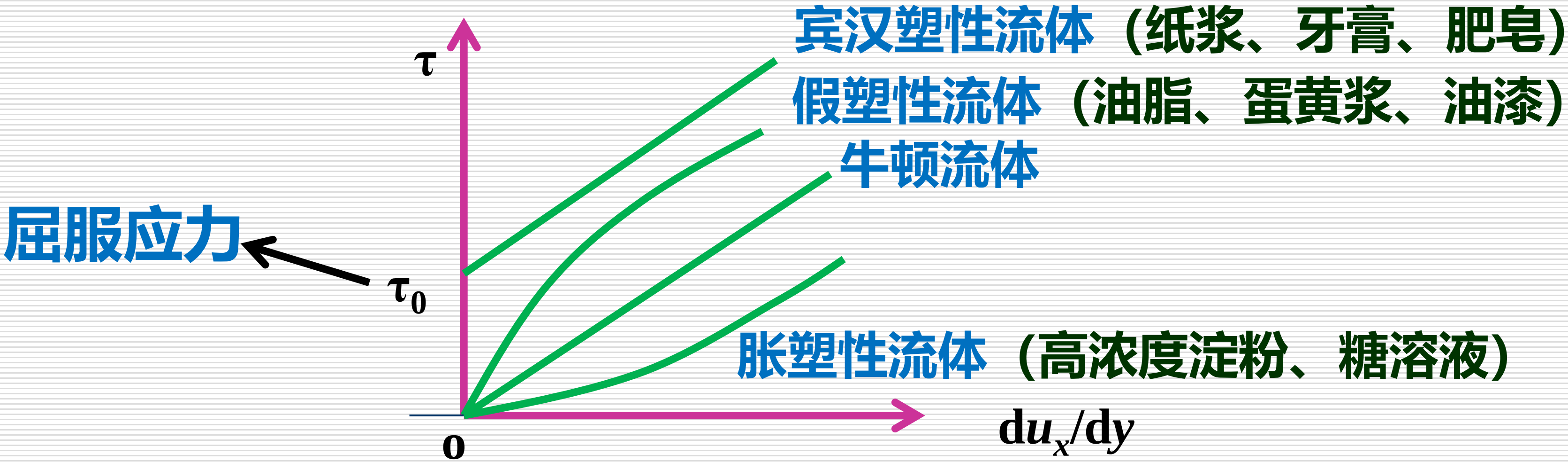
(4) 运动粘度

$$\gamma = \frac{\mu}{\rho} \text{—} \begin{cases} \text{SI制：} \mathrm{m^2/s} \\ \text{CGS制：} \mathrm{cm^2/s} = \mathrm{St}\text{(斯托克斯)} \end{cases}$$

1St = 100cSt	$1\,m^2/s = 10^4 St = 10^6 cSt$

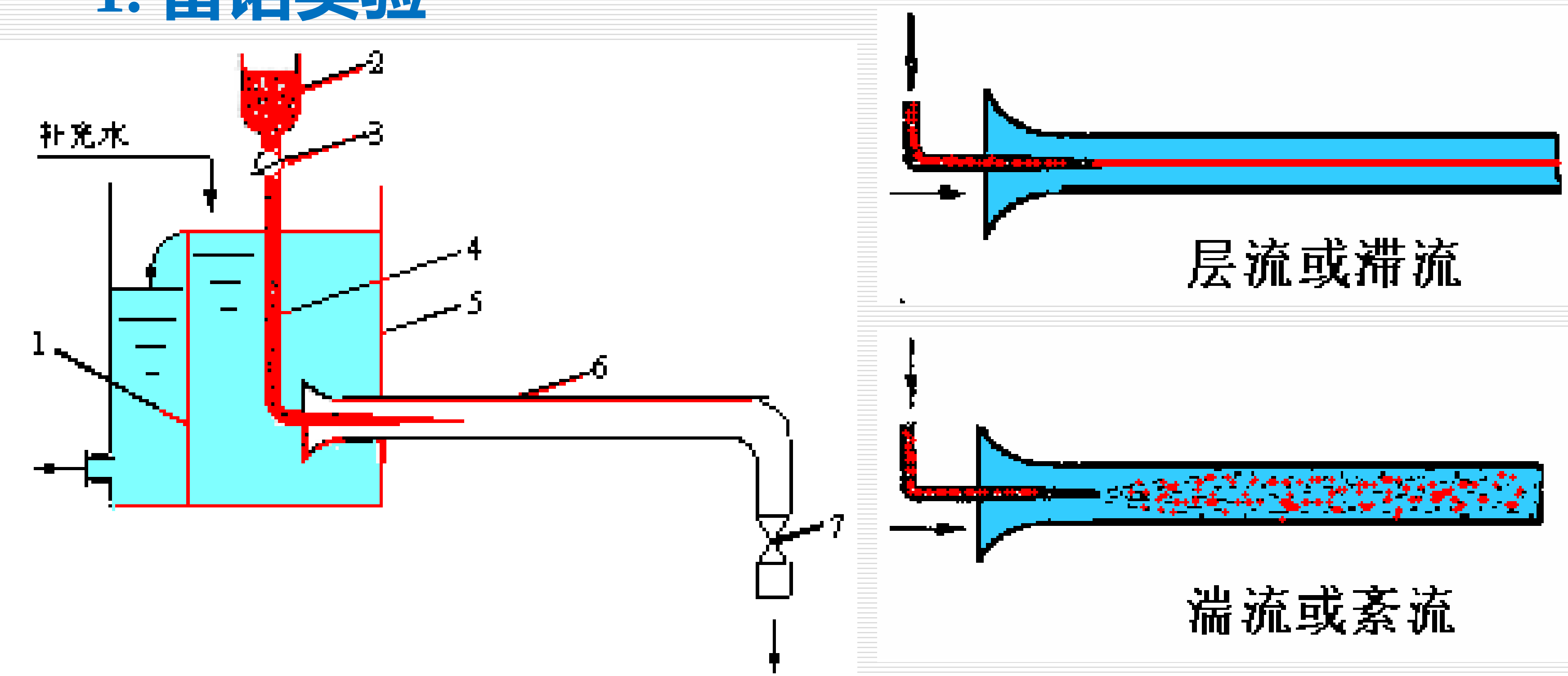
2. 流体的粘度

- **牛顿型流体**：服从牛顿粘性定律的流体。所有气体和大多数液体。
- **非牛顿型流体**：不符合牛顿粘性定律的流体。



1.4.2 流体的流动类型

1. 雷诺实验



雷诺（Reynolds）实验示意图

1. 雷诺实验

1.4.2 流体的流动类型

- **层流**（或滞流）：laminar flow：流体质点仅沿着与管轴平行的方向作直线运动，质点无径向脉动，质点之间互不混合。

- **湍流**（或紊流）turbulent flow：流体质点除了沿管轴方向向前流动外，还有径向脉动，各质点的速度在大小和方向上都随时变化，质点互相碰撞和混合。

2. 流型的判据—雷诺数

雷诺将u、d、μ、ρ组合成一个复合数群。

$$\boxed{Re = \frac{du\rho}{\mu}}$$ —无因次数群

- $Re \le 2000$时，流动为层流，此区称为层流区；
- $Re \ge 4000$时，湍流，此区称为湍流区；
- 2000< Re <4000 时，过渡状态，可能是层流，也可能是湍流，取决于外界干扰条件，该区称为不稳定的过渡区。

$$Re = \frac{\rho u^2}{\mu u / d} = \frac{\text{惯性力}}{\text{粘滞力}} = \frac{du\rho}{\mu}$$

物理意义：Re反映了流体流动中惯性力与粘性力的对比关系，标志着流体流动的湍动程度。

例题：内径25mm的水管，水流速为1m/s，水温20度，求：1. 水的流动类型；2. 当水的流动类型为层流时的最大流速?

解：1. 20 ℃ μ=0.001Pa•s ρ= 998.2kg/m³

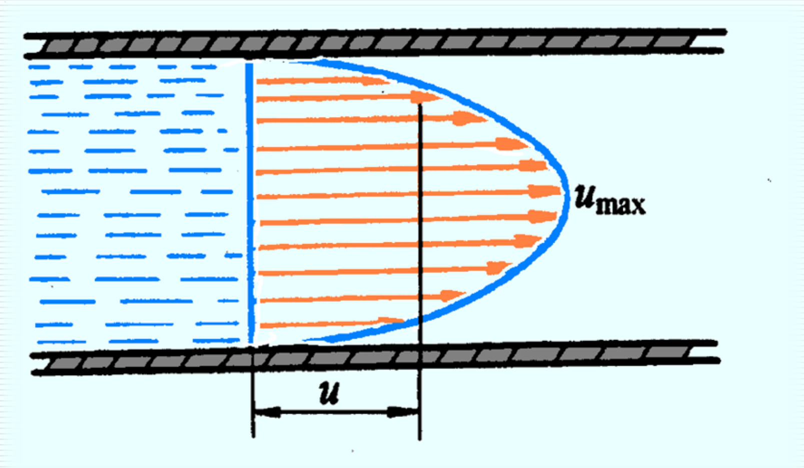
$$\mathrm{Re}=\frac{du\rho}{\mu}=\frac{0.025\times1\times998.2}{0.001}=25000$$ >4000，湍流

2. $$\mathrm{Re}_{2000}=\frac{du_{\max}\rho}{\mu}=\frac{0.025\times u_{\max}\times998.2}{0.001}$$

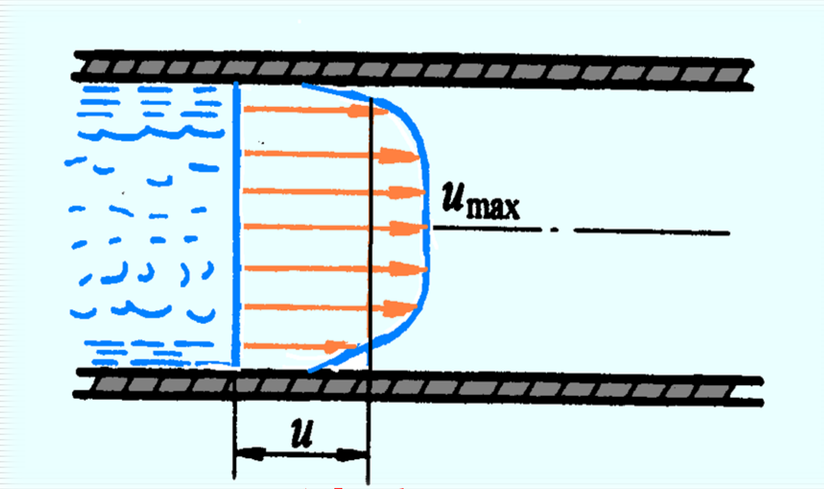
$$u_{\max}=0.08m/s$$

1.4.3 流体在圆管内的速度分布

- **速度分布**：流体在圆管内流动时，管截面上质点的速度随半径的变化关系。



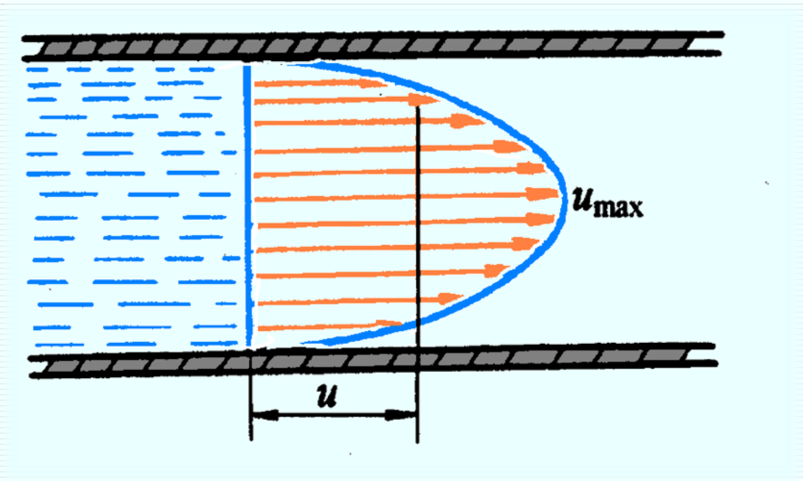
层流

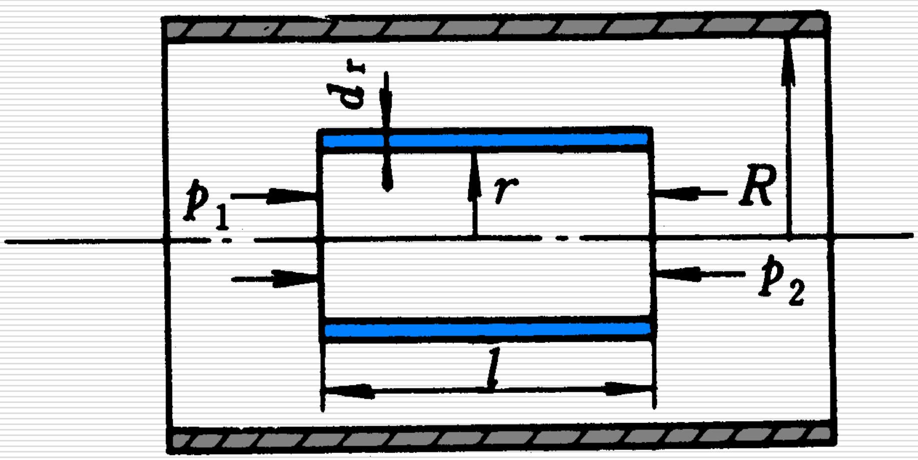


湍流

无论层流还是湍流，离开管壁速度逐渐增大，至中心处速度达到最大值。

1. 流体在圆管内层流时的速度分布





在水平圆管中心处取一半径为r、长为l的流体微元柱，对其受力分析：

1. 流体在圆管内层流时的速度分布

由压力差产生的推力 $(p_1 - p_2)\pi r^2$

流体层间内摩擦力 $F = -\mu A \dfrac{d\dot{u}}{dr} = -\mu(2\pi rl)\dfrac{d\dot{u}}{dr}$

定态匀速运动，合力为零： $(p_1 - p_2)\pi r^2 - \mu(2\pi rl)\dfrac{d\dot{u}}{dr} = 0$

$$\frac{d\dot{u}}{dr} = -\frac{(p_1 - p_2)}{2\mu l} r$$

管壁处$r = R$时，u = 0，可得速度分布方程 $\dot{u} = \dfrac{(p_1 - p_2)}{4\mu l}(R^2 - r^2)$

1. 流体在圆管内层流时的速度分布

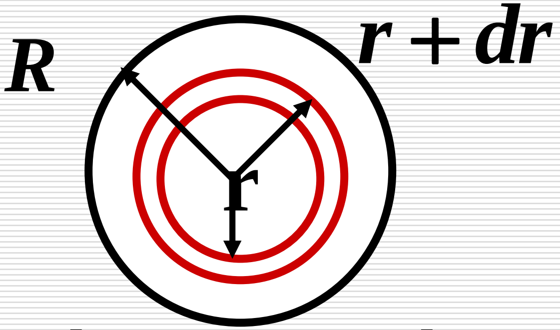
管中心流速为最大，即$r=0$时，$u=u_{max}$

$$u_{max}=\frac{(p_1-p_2)}{4\mu l}R^2 \qquad \dot{u}=u_{max}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

即流体在圆形直管内层流流动时，其速度呈抛物线分布。

管截面上的平均速度：

$$\bar{u}=\frac{q_v}{A}=\frac{\int_0^R \dot{u}\,2\pi r dr}{\pi R^2}=\frac{1}{2}u_{max}$$



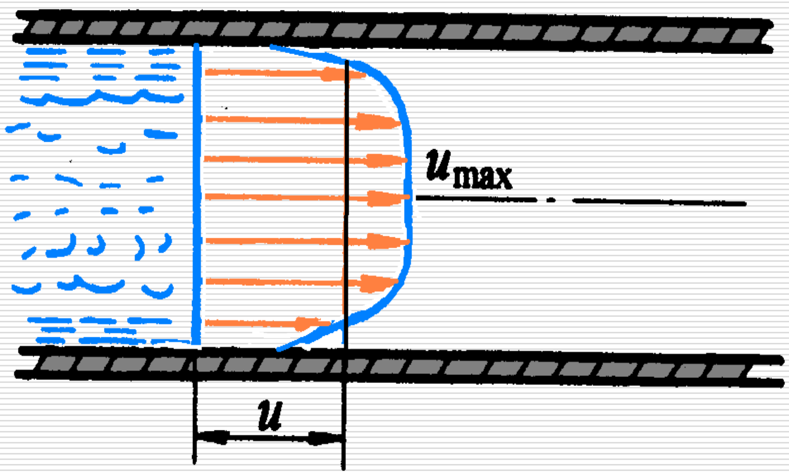
$$dq_V=u\cdot 2\pi r dr$$

即层流流动时的平均速度为管中心最大速度的1/2。

2. 流体在圆管内湍流时的速度分布

不服从黏性定律　　剪应力：$\tau = (\mu + e)\dfrac{d\bar{u}}{dy}$

e为湍流粘度，与流体的流动状况有关。



湍流速度分布的经验式：

$$\bar{u} = u_{max}\left(1 - \frac{r}{R}\right)^{n}$$

2. 流体在圆管内湍流时的速度分布

n与Re有关，取值如下：

$$4\times10^4 < \mathrm{Re} < 1.1\times10^5, \qquad n=\frac{1}{6}$$

$$1.1\times10^5 < \mathrm{Re} < 3.2\times10^6, \qquad n=\frac{1}{7} \longrightarrow \text{1/7次方定律}$$

$$\mathrm{Re} > 3.2\times10^6 \qquad n=\frac{1}{10}$$

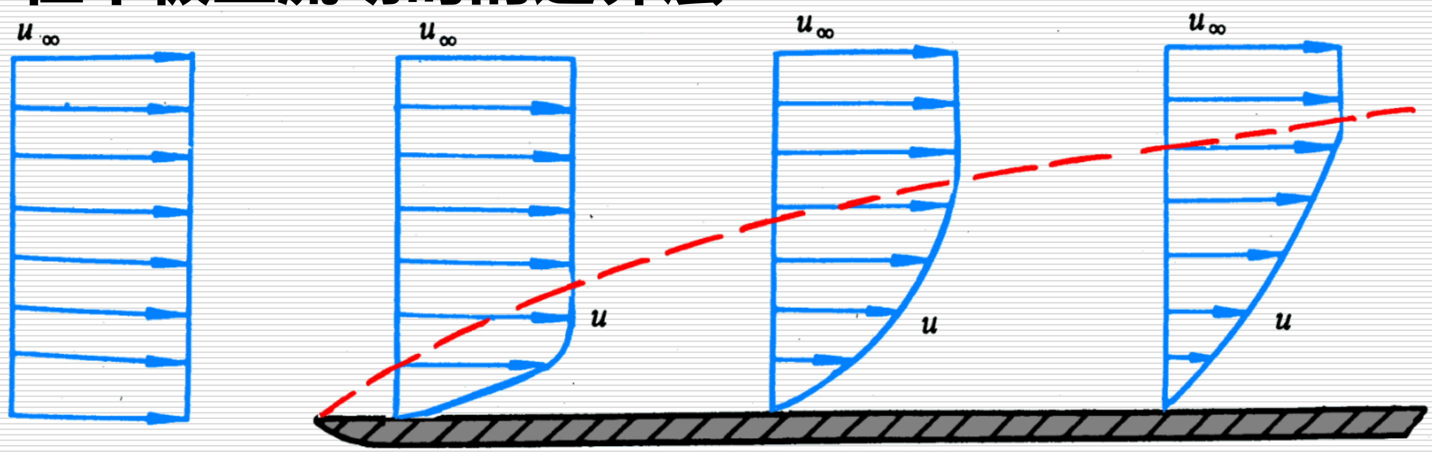
当 $n=\frac{1}{7}$ 时，流体的平均速度：

$$\boxed{\bar{u}=\frac{q_v}{A}\approx 0.82u_{max}}$$

1.4.4 边界层概念

1. 边界层的形成与发展

流体在平板上流动时的边界层：



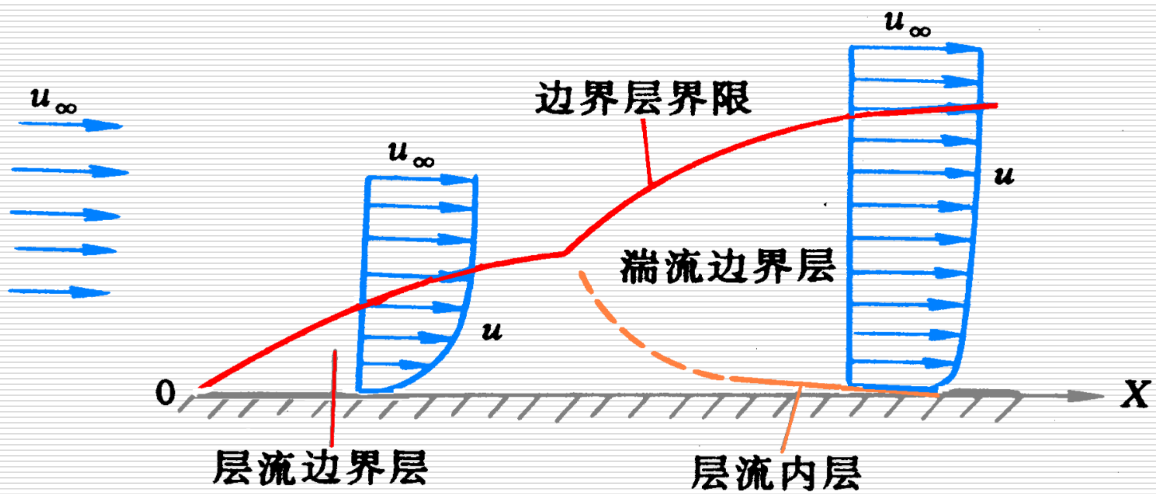
◆**定义**：通常把从流速为0的壁面处至流速等于主体流速的99%处之间的区域称为边界层。

◆ **边界层厚度**：边界层外缘与壁面间的垂直距离。

1. 边界层的形成与发展

◆ 边界层区（边界层内）：沿板面法向的速度梯度很大，需考虑粘度的影响，剪应力不可忽略。

◆ 主流区（边界层外）：速度梯度很小，剪应力可以忽略，可视为理想流体 。

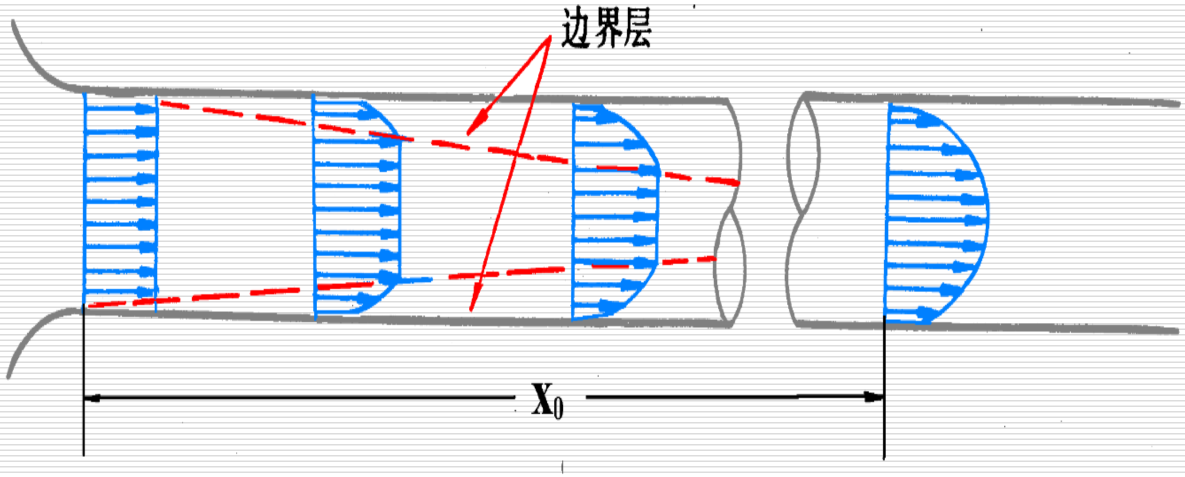


◆层流边界层：在平板的前段，边界层内的流型为层流。

◆湍流边界层：离平板前沿一段距离后，边界层内的流型转为湍流。

1. 边界层的形成与发展

流体在圆管内流动时的边界层



- 充分发展的边界层厚度为圆管的半径；
- 进口段长度：边界层外缘与圆管中心线汇合时的距离x_0；
- 进口段内有边界层内外之分。

进口段长度：

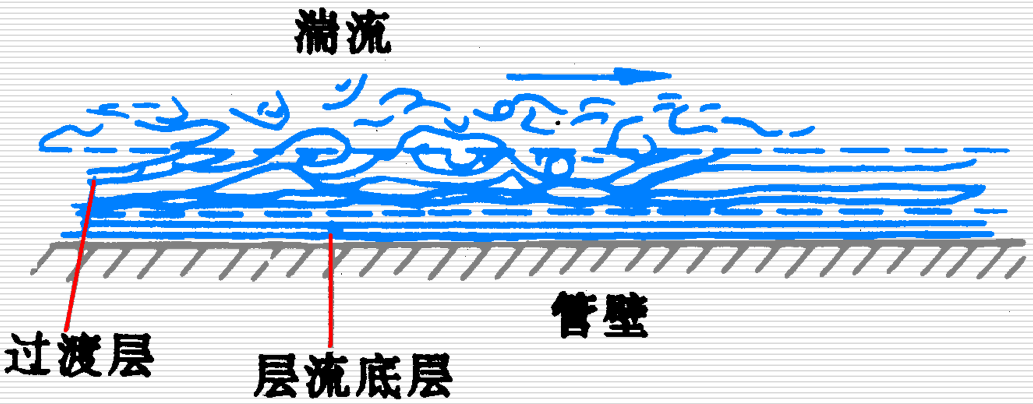
层流：$x_0/d = 0.05\,Re$

湍流：$x_0/d = 40 \sim 50$

1. 边界层的形成与发展

流体湍流流动时的边界层

- **湍流主体**：速度脉动较大，以湍流粘度为主，径向传递因速度的脉动而大大强化；



- **过渡层**：分子粘度与湍流粘度相当；

——层流内层为传递过程的主要阻力

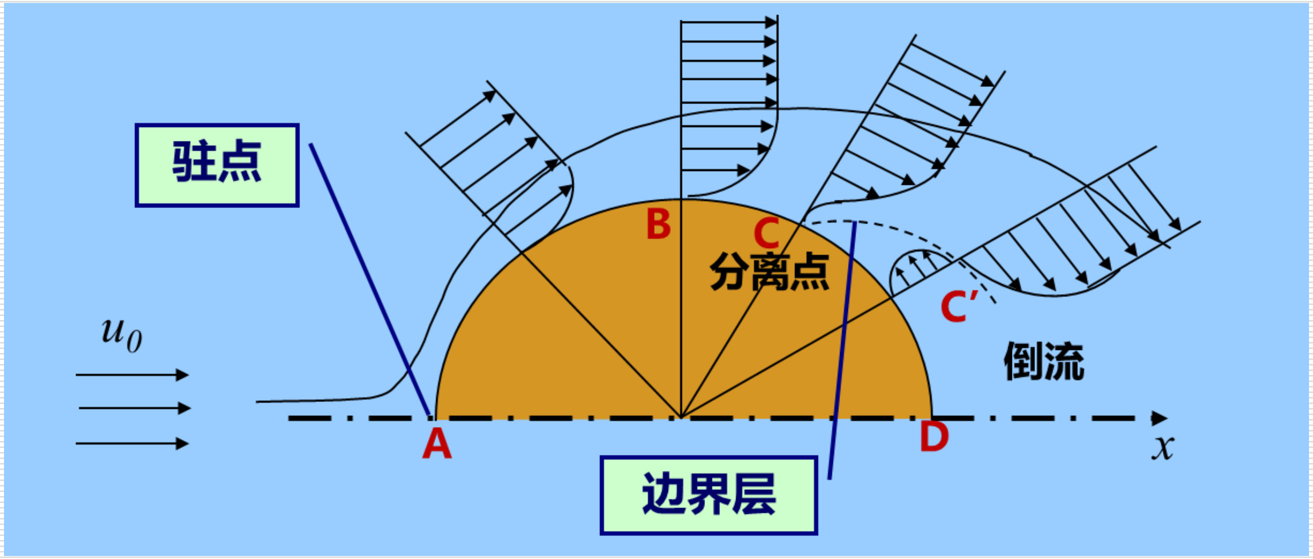
- **层流内层**：速度脉动较小，以分子粘度为主，径向传递只能依赖分子运动。

Re越大，湍动程度越高，层流内层厚度越薄。

边界层及雷诺数


Thanks to CuriosityStream for sponsoring this video.
感谢 CuriosityStream 赞助此视频。

2. 边界层的分离



A →B：流道截面积逐渐减小，流速逐渐增加，压力逐渐减小（顺压梯度）；

B →C：流道截面积逐渐增加，流速逐渐减小，压力逐渐增加（逆压梯度）；

C点：物体表面的流体质点在逆压梯度和粘性剪应力的作用下，速度降为0。

CC'以下：边界层脱离固体壁面，在逆压强梯度的推动下倒流回来，形成涡流，出现边界层分离。

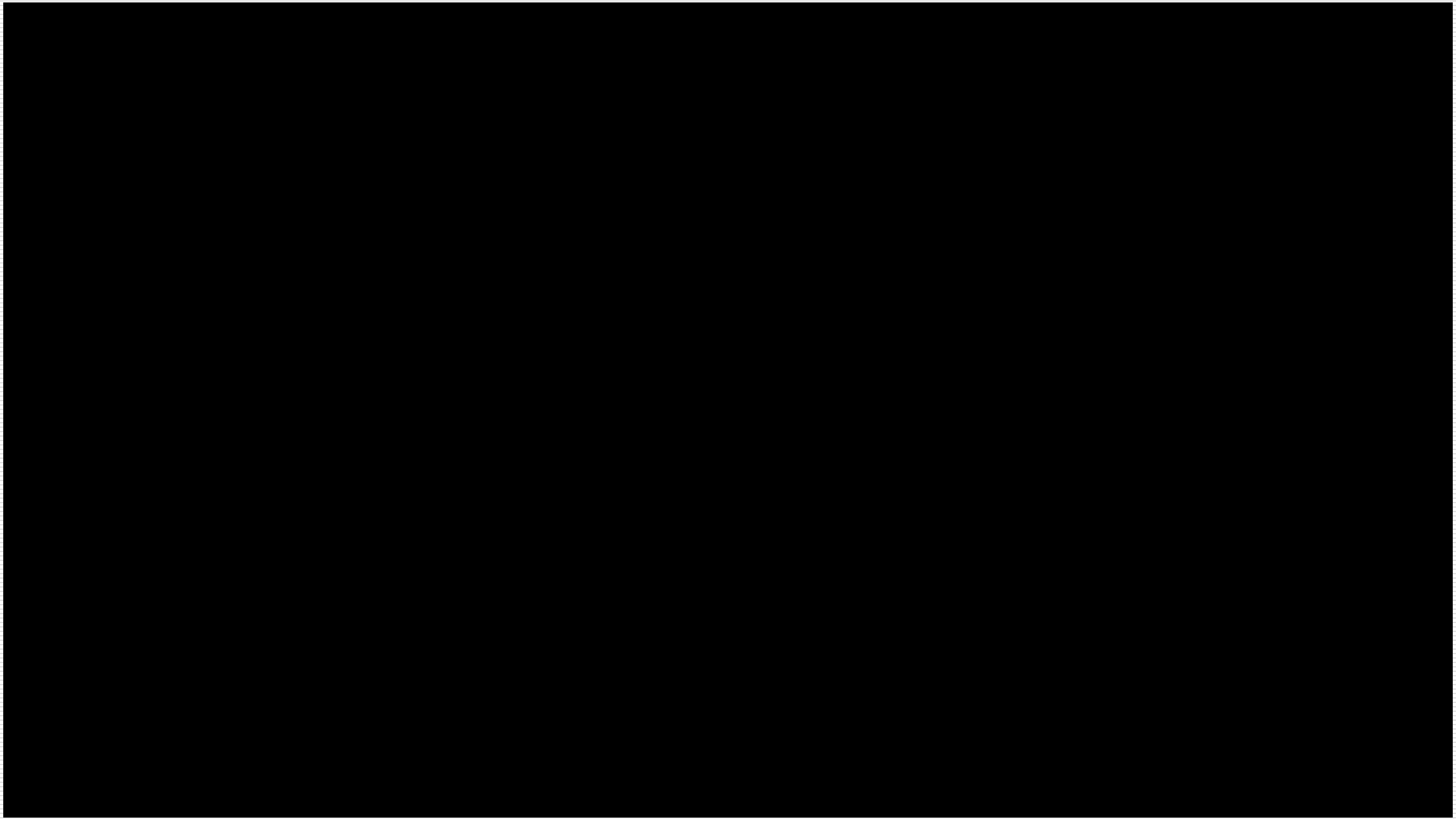
2. 边界层的分离

- 边界层分离的必要条件：
  - 流体具有粘性；
  - 流动过程中存在逆压梯度。
- 边界层分离的后果：
  - 产生大量旋涡；
  - 造成较大的能量损失。

2. 边界层的分离

- 粘性流体绕过固体表面的阻力分为**摩擦阻力**与**形体阻力**，两者之和又称为**局部阻力**。流体流经管件、阀门、管子进出口等局部的地方，由于流动方向和流道截面的突然改变，都会发生边界层分离的情况。

边界层的分离现象



边界层的分离现象