

院系 _____ 年级 _____ 专业 _____

学号 _____ 姓名 _____ 成绩 _____

一、填空题：（在每题空白处写出必要的算式，结果必须标明单位）

1. 一质量为 2 kg 的物体沿 x 轴无摩擦地运动，设 $t=0$ 时物体位于原点，速率为零，如果物体在作用力 $F = (3 + 4x)$ (F 的单位为 N) 的作用下运动了 2 m ，则此时物体的加速度 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ，速度 $v = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 质量 $m=0.1\text{ kg}$ 的质点作半径为 $R=2\text{ m}$ 的匀速圆周运动，角速度 $\omega=1\text{ rad/s}$ ，当它走过 $\frac{1}{2}$ 圆周时，动量增量 $|\Delta p| = \underline{\hspace{2cm}}$ ，角动量增量 $|\Delta L| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 一飞轮以 600 转/分的转速旋转，转动惯量为 $2.5\text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ，现加一恒定的制动力矩使飞轮在 1 s 内停止转动，则该恒定制动力矩的大小 $M = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 质量为 M ，长为 L 的细棒，悬挂于离端点 $L/4$ 处的支点 P ，成为复摆，若摆角小于 5° ，那么该棒作简谐振动的周期 $T = \underline{\hspace{2cm}}$ ，相应于单摆的等值摆长 $l_e = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

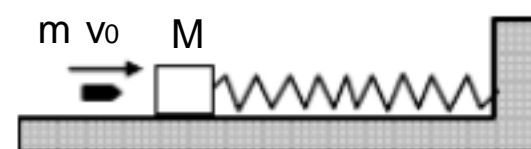
5. 一飞轮以角速度 ω_0 绕轴旋转，飞轮对轴的转动惯量为 I ；另一个转动惯量为 $2I$ 的静止飞轮突然被啮合到同一轴上，啮合后整个系统的角速度 $\omega = \underline{\hspace{2cm}}$ ；在此咬合过程中，系统的机械能损失 $\Delta E = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 均匀地将水注入一容器中，注入的流量为 $Q=100\text{ cm}^3/\text{s}$ ，容积底有面积 $S=0.5\text{ cm}^2$ 的小孔，使水不断流出，达到稳定状态时，容器中水的深度 $h = \underline{\hspace{2cm}}$ ；若底部再开一个同样大小的孔，则水的稳定深度变为 $h' = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（ g 取 10 m/s^2 ）

7. 地下室水泵为楼上的居民供水。若水泵的给水量为 $1000\text{cm}^3/\text{s}$, 均匀的管道截面为 5cm^2 。若顶楼到水泵的高度差为 50m , 则水泵至少提供多大的压强才能将水送到楼顶? $P = \underline{\hspace{2cm}}$; (打开的水龙头处压强为一个标准大气压)。

8. 某质点做简谐振动, 其振幅为 10cm , 周期为 2s 。在 $t=0$ 时刻, 质点刚好经过 5cm 处且向着 x 轴正向运动。(1) 试写出该振动的运动学方程 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) 求该质点运动的最大速度 $v_m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 如图所示, 在一光滑平面上置弹簧, 劲度系数为 k , 一端拴一质量为 M 物块, 另一端固定。现有一质量为 m 的子弹以速度 v_0 水平射入物块并与其一起振动。求 (1) 此系统的振动周期 $T = \underline{\hspace{2cm}}$; (2) 振幅 $A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



10. 两劲度系数分别为 k_1 、 k_2 的等长度弹簧串联起来后, 下挂一质量为 m 的重物, (1) 系统简谐振动周期为 $\underline{\hspace{2cm}}$; (2) 若并联后再下挂重物 m , 其简谐振动周期为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 两个同方向的简谐振动, 运动方程分别为 $x_1 = 4\cos(2\pi t + \pi/2)$, $x_2 = 3\cos(2\pi t)$. (长度单位为 m)。则其合振动的振幅 $A = \underline{\hspace{2cm}}$; 合振动的初相 $\phi = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、计算题: (每小题 10 分, 共 60 分)

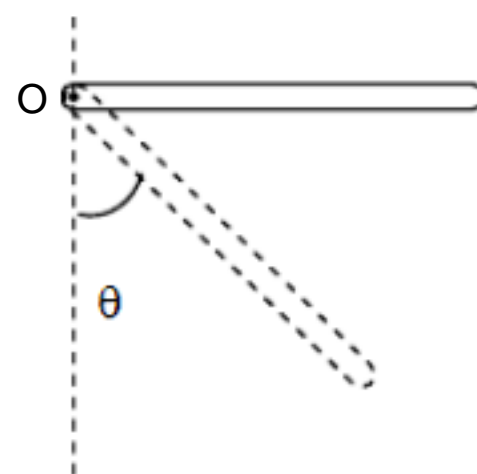
1. 某质点的位置矢量为 $\vec{r} = R \cos \omega t \vec{i} + R \sin \omega t \vec{j} + C t \vec{k}$, 其中 R, C, ω 均为大于零的常量。

(1) 试画出其运动轨道曲线。

(2) 求该质点运动的速度 \vec{v} 、加速度 \vec{a} 。

2. 一质点沿半径为 R 的圆周运动，运动学方程为 $s = v_0 t - \frac{1}{2} b t^2$ ，其中 v_0 、 b 都是常数，求：(1) 在时刻 t ，质点的加速度 a ；(2) 在何时刻加速度的大小等于 b ；

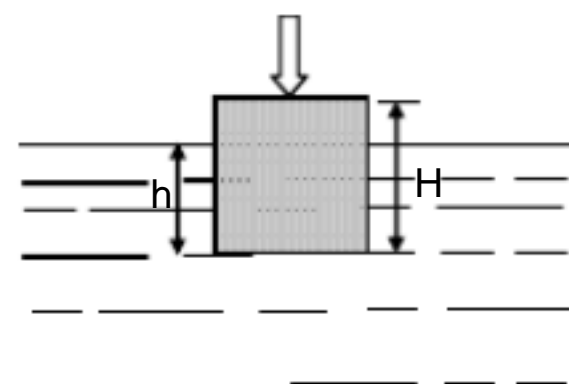
3. 长为 l ，质量为 m 均质细棒，可绕固定轴 O （棒的一个端点），在竖直平面内无摩擦转动，如图所示。棒原静止在水平位置，现将棒自由释放。（1）求棒转至与竖直线成 θ 角时，棒的角加速度和角速度；(2) 求棒转至竖直位置时的角速度。



4. 两个体重均为 50kg 的花样滑冰运动员以相同速率 10m/s 沿着相距为 1.2m 的两条平行轨道相向滑过来，当着两者擦肩而过时，两人伸出手拉住对方，间距仍为 1.2m 。之后两者沿共同的质心做圆周运动，忽略与冰面的摩擦。（1）求他们一起旋转的角速度；(2) 若两人将拉着的手臂弯曲使间距减半，求这时的角速度。（将每个人视为质点）

5. 一质量为 10g 的物体，沿 x 轴作简谐振动，其振动表达式为 $x = 2 \times 10^{-2} \cos[4\pi(t + \frac{1}{12})]$ ，式中， x 以 m 为单位， t 以 s 为单位。试求：(1)振动的诸特征量 (振幅 A 、频率 ν ，和周期 T 、初相 ϕ)；(2)在 $t=1.0\text{s}$ 时，振动的速度、加速度及物体所受的合力。

6. 如图所示，底面积为 s 高度为 H 的木块 (密度为 ρ)，漂浮在水中 (水密度 ρ_0)。浸入水中的深度为 h 。现在木块顶部以手用力向下压木块，使木块再向下移动一位移，然后放手。忽略水的粘滞阻力，(1) 试证明木块在水中的上下振动是简谐振动；(2) 求此简谐振动的频率。



期中考试参考答案

1. $a = 5.5\text{m/s}^2$, $v = \sqrt{14} \text{ m/s}$;

2. $t = 1\text{s}$, $\Delta t = 2\sqrt{\pi}$;

3. $|\Delta p| = 0.4\text{kgm/s}$, $|\Delta L| = 0$;

4. $M = 50 \pi \text{ N} \cdot \text{m}$;

5. $T = 2\pi \sqrt{\frac{7l}{12g}}$, $l_e = \frac{7}{12}l$;

6、 $= \omega/3$, 机械能损失 $\Delta E = I \omega^2/3$;

7、 $h = 0.2\text{m}$; $h' = 0.1\sqrt{2}$ (g 取 10m/s^2);

8、 $P = 5.82\text{atm}$;

9、 $x = 0.1\cos(\pi t - \pi/2)$, $v_m = 0.314\text{m/s}$;

10、 周期 $T = 2\pi \sqrt{\frac{m+M}{k}}$, 振幅 $A = \frac{mv_0}{\sqrt{k(m+M)}}$ 。

11、 (1) $2\pi \sqrt{\frac{(k_1+k_2)m}{k_1 k_2}}$; (2) $2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$ 。

二、计算题：(每小题 10 分 , 共 60 分)

1、 (1) 轨道 (略)

(2) $\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} = -R\omega \sin \omega t \vec{i} + R\omega \cos \omega t \vec{j} + C \vec{k}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -R\omega^2 \cos \omega t \vec{i} - R\omega^2 \sin \omega t \vec{j}$

2、 解 : (1) 由用自然坐标表示的运动学方程可得 $v = \frac{ds}{dt} = v_0 - bt$ $a_\tau = \frac{d^2 s}{dt^2} = -b$

故有 $a = \frac{(v_0 - bt)^2}{R} - b = -b$

(2) 令 $a = \sqrt{\left[\frac{(v_0 - bt)^2}{R}\right]^2 + b^2} = b$ 解得 $v_0 - bt = 0$ $t = \frac{v_0}{b}$

即 $t = \frac{v_0}{b}$ 时 , 加速度大小为 b 。

3、 $M = I \beta$, $mg \frac{l}{2} \sin \theta = \frac{1}{3} ml^2 \beta$, $\beta = \frac{mg \frac{l}{2} \sin \theta}{\frac{1}{3} ml^2} = \frac{3g}{2l} \sin \theta$

$\beta = \frac{3g}{2l} \sin \theta = -\frac{d\omega}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}$; $\int_0^\omega \omega d\omega = \int_{\pi/2}^\theta -\frac{3g}{2l} \sin \theta d\theta$

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l} \cos \theta}$$

4、角动量守恒： $2mv \frac{d}{2} = I\omega$; $I = 2m(\frac{d}{2})^2$; $\omega = \frac{50}{3} \text{ rad / s}$

$$I\omega = I'\omega' \Rightarrow \omega' = \frac{I}{I'}\omega = 4\omega = \frac{200}{3} \text{ rad / s}$$

5、解：(1)将题设的振动表达式写为标准形式

$$x = 2 \times 10^{-2} \cos(4\pi t + \frac{\pi}{3})$$

可得振幅为 $A = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$, 频率和周期分别为 , $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 2 \text{ Hz}$, $T = 0.5 \text{ s}$

初相 $\phi = \pi/3$

$$(2) \quad v = \frac{dx}{dt} = -2 \times 10^{-2} \times 4\pi \sin(4\pi t + \frac{\pi}{3}) = -21.8 \times 10^{-2} \text{ m / s}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -2 \times 10^{-2} \times 16\pi^2 \cos(4\pi t + \frac{\pi}{3}) = -1.58 \text{ m / s}^2$$

$$F = ma = -1.58 \times 10^{-2} \text{ N}$$

6、 $\rho_0 H s g = \rho h s g$; $\rho_0 H s g - \rho(h+x) s g = \rho_0 H s \frac{d^2 x}{dt^2}$

$$-\rho x s g = \rho_0 H s \frac{d^2 x}{dt^2} ; \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\rho g}{\rho_0 H} x = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho g}{\rho_0 H}} , \quad \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho g}{\rho_0 H}}$$