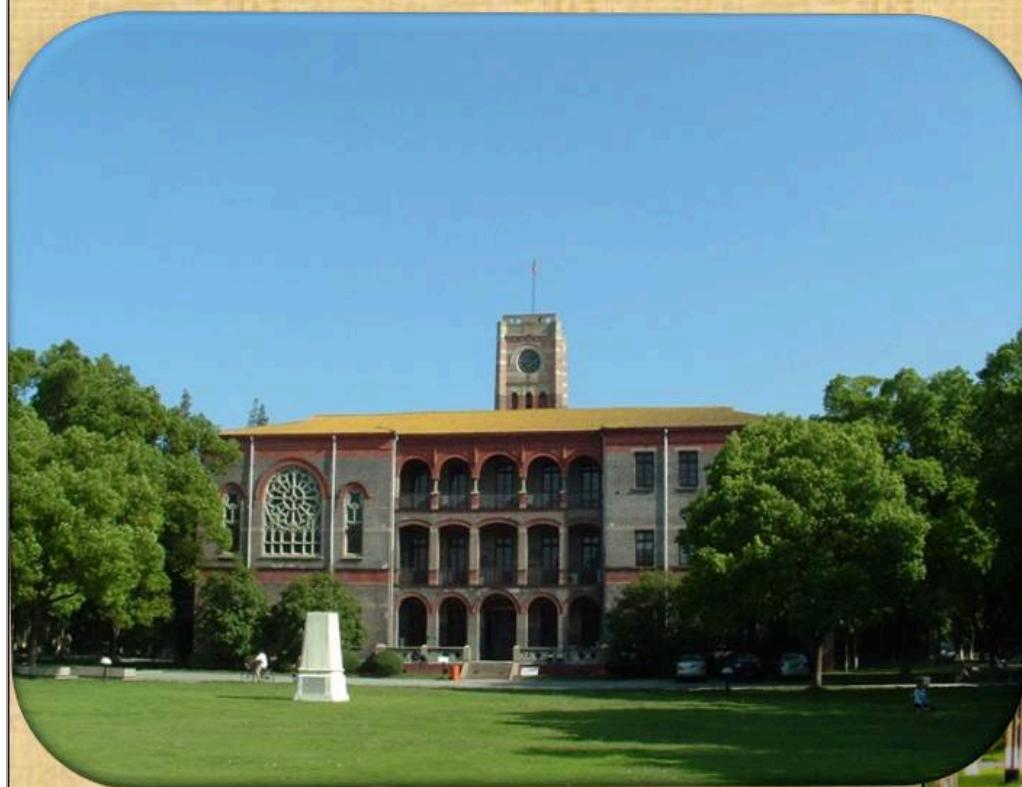




结构化学

# 结构化学习题参考答案



2025/3/12





## 结构化学

13. 在电视机显像管中运动的电子，假定加速电压为1000V，电子运动速度的不确定量 $\Delta v$ 为速度 $v$ 的10%，判断电子的波动性对荧光屏上成像有无影响？

解：经电场加速后，电子获得的动能为：

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1000}{9.1 \times 10^{-31}}} = 1.88 \times 10^7 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned}\Delta x &\geq \frac{h}{4\pi m \Delta v} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{4 \times 3.14 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 1.88 \times 10^7 \times 10\%} \\ &= 3.08 \times 10^{-11} (\text{m})\end{aligned}$$

电子的波动性人眼观察不到，所以对荧光屏上成像没有影响。



## 结构化学

14、下列函数，哪个是算符 $d^2/dx^2$ 的本征函数？若是，求出相应本征值。

$$\frac{d^2}{dx^2}(e^{imx}) = \frac{d}{dx}(ime^{imx}) = i^2 m^2 e^{imx} = -m^2 e^{imx}$$

是本征函数，本征值为 $-m^2$ 。

$$\frac{d^2}{dx^2}(\sin x) = \frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

是本征函数，本征值为-1。



## 结构化学

$$\frac{d^2}{dx^2}(x^2 + y^2) = \frac{d}{dx}(2x + 0) = 2$$

不是本征函数。

$$\frac{d^2}{dx^2}((a-x)e^{-x}) = \frac{d}{dx}(-e^{-x} - (a-x)e^{-x}) = (2+a-x)e^{-x}$$

不是本征函数。



## 结构化学

15、 $\psi = xe^{-ax^2}$  是算符  $(\frac{d^2}{d_x^2} - 4a^2x^2)$  的本征函数，求出相应本征值。

$$\begin{aligned}(\frac{d^2}{d_x^2} - 4a^2x^2)\psi &= (\frac{d^2}{d_x^2} - 4a^2x^2)xe^{-ax^2} \\&= \frac{d^2}{d_x^2}(xe^{-ax^2}) - 4a^2x^3e^{-ax^2} \\&= \frac{d}{d_x}(e^{-ax^2} - 2ax^2 \cdot e^{-ax^2}) - 4a^2x^3e^{-ax^2} \\&= -6axe^{-ax^2} + 4a^2x^3e^{-ax^2} - 4a^2x^3e^{-ax^2} \\&= -6axe^{-ax^2} = -6a\psi\end{aligned}$$



## 结构化学

16、 $e^{im\phi}$  和  $\sin m\phi$  是否为算符  $i \frac{d}{d\phi}$  的本征函数，若是，求出相应本征值。

$$i \frac{d}{d\phi} e^{im\phi} = i \cdot e^{im\phi} \cdot im = i^2 m e^{im\phi} = -m e^{im\phi}$$

是本征函数，本征值为-m。

$$i \frac{d}{d\phi} \sin m\phi = i \cdot m \cos m\phi$$

不是本征方程。



II、子弹（质量0.01kg，速度1000m/s），做布朗运动的花粉（质量 $10^{-13}$ kg，速度1m/s），氢原子中的电子（速度 $10^6$ m/s）等，速度的不确定量均为速度的10%，判断在确定这些质点位置时，不确定关系是否具有实际意义。

解：测不准关系： $\Delta x \Delta P \geq h / 4\pi$

$$\Delta x = \frac{h}{4\pi\Delta P} = \frac{h}{4\pi m\Delta v}$$

$$\Delta x_1 = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{4\pi \times 0.01 \times 1000 \times 0.01} = 5.275 \times 10^{-35} m$$

子弹的位置不确定度相对于子弹本身的线度可以忽略不计，不确定关系不具有实际意义。



## 结构化学

$$\Delta x_2 = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{4\pi \times 10^{-13} \times 1 \times 0.1} = 5.275 \times 10^{-21} m$$

花粉的位置不确定度相对于花粉本身的线度可以忽略不计，不确定关系不具有实际意义。

$$\Delta x_3 = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{4\pi \times 9.1 \times 10^{-31} \times 10^6 \times 10\%} = 5.791 \times 10^{-10} m$$

电子运动的位置不确定度与原子大小相当，不确定关系具有实际意义。



# 结构化学

2025/3/12

9



# 结构化学

Page. 17 节  
(3)

$$\begin{aligned} & \int x^2 \cos kx dx \quad k = \frac{2n\pi}{l} \\ &= \frac{1}{k} \int x^2 d \sin kx \\ &= \frac{1}{k} [x^2 \cdot \sin kx - \int \sin kx \cdot 2x dx] \\ &= \frac{1}{k} \sin^2 x [\sin kx + \frac{2}{k} \int x d \cos kx] \\ &= \frac{1}{k} [\sin^2 x \cdot \sin kx + \frac{2}{k} (\cos x \cdot \cos kx - \int \cos x \cdot dx)] \\ &= \frac{1}{k} [\sin^2 x \cdot \sin kx + \frac{2}{k} (\cos x \cdot \cos kx - \frac{1}{k} \sin x)] \\ &= \frac{1}{k} [\sin^2 x \cdot \sin kx + \frac{2x}{k} \cos kx - \frac{2}{k^2} \sin x] \Big|_0^l \\ & x=l \quad f = \frac{1}{k} [\frac{2l}{k} \cos 2n\pi - \frac{2}{k^2} \sin l] = \frac{2l}{k^2} = \frac{2l}{2n^2 \pi^2} = \frac{l^3}{2n^2 \pi^2} \\ & x=0 \quad \cancel{\Phi} = 0 \\ \\ & \therefore \int_0^l \psi(x) \cdot x^2 \cdot \psi(x) dx \\ &= \frac{1}{l} \left[ \int_0^l x^2 dx - \int_0^l x^2 \cdot \cos 2x dx \right] \\ &= \frac{1}{l} \left[ \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^l - \frac{l^3}{2n^2 \pi^2} \right] \\ &= \frac{1}{l} \left[ \frac{l^3}{3} - \frac{l^3}{2n^2 \pi^2} \right] \\ &= \frac{l^2}{3} - \frac{l^3}{2n^2 \pi^2} \end{aligned}$$

2025/3/12

10