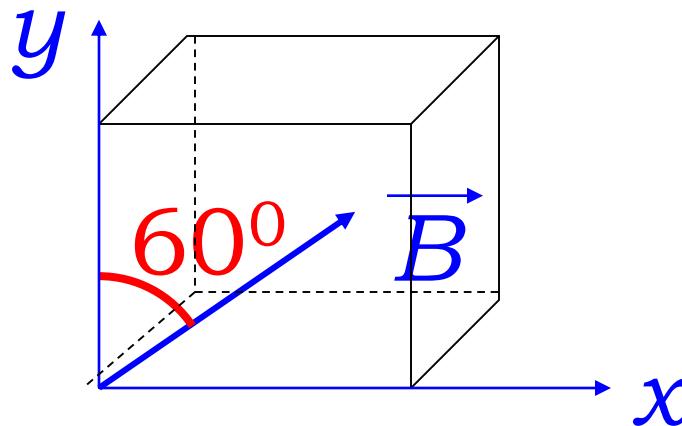


11-1 在地球北半球的某区域,磁感应强度的大小为 $4 \times 10^{-5}$  T,方向与铅直线成 $60^{\circ}$ 角求:

- (1) 穿过面积为 $1\text{m}^2$ 的水平面的磁通量;
- (2) 穿过面积为 $1\text{m}^2$ 的竖直平面的磁通量的最大值和最小值



已知:  $B = 4 \times 10^{-5}$  T     $\theta = 60^\circ$      $S = 1 m^2$

求:  $\Phi$

解: (1)  $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos 60^\circ$

$$= 4 \times 10^{-5} \times 1 \times 0.5$$

$$= 2 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

(2)  $\Phi' = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos 30^\circ$

$$= 4 \times 10^{-5} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 3.46 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

$$\Phi'' = -3.46 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

**11-2** 设一均匀磁场沿 $x$  轴正方向,其磁感应强度值 $B = 1 \text{ Wb/m}^2$ 。求: 在下列情况下, 穿过面积为 $2\text{m}^2$ 的平面的磁通量。

- (1) 面积与  $y\sim z$  平面平行;
- (2) 面积与  $x\sim z$  平面平行;
- (3) 面积与  $y$  轴平行又与  $x$  轴成 $45^\circ$ 角。

已知:  $B = 1 \text{ Wb/m}^2$   $S = 2 \text{ m}^2$

求:  $\Phi$

解:

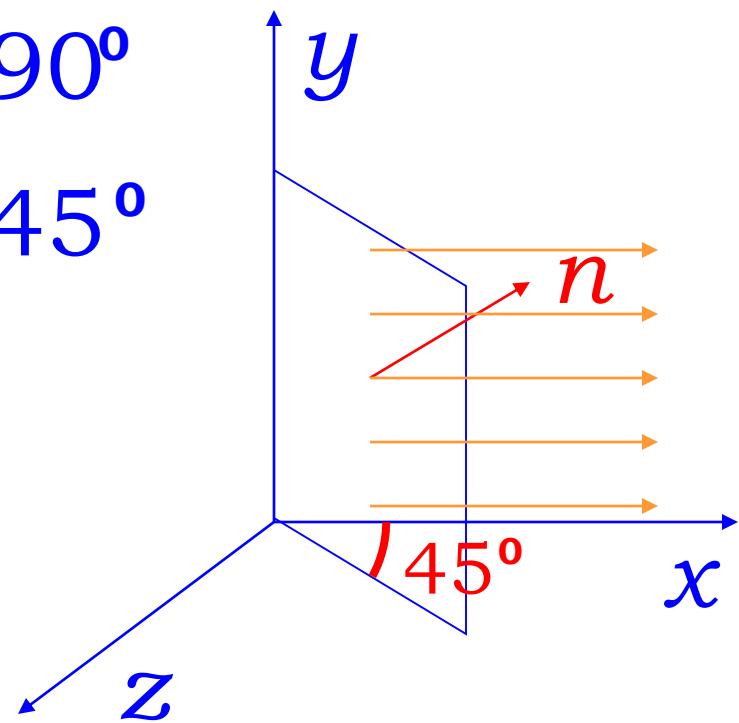
$$(1) \Phi_{yz} = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS = 1 \times 2 = 2 \text{ Wb}$$

$$(2) \Phi_{xz} = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos 90^\circ$$

$$(3) \Phi_y = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos 45^\circ$$

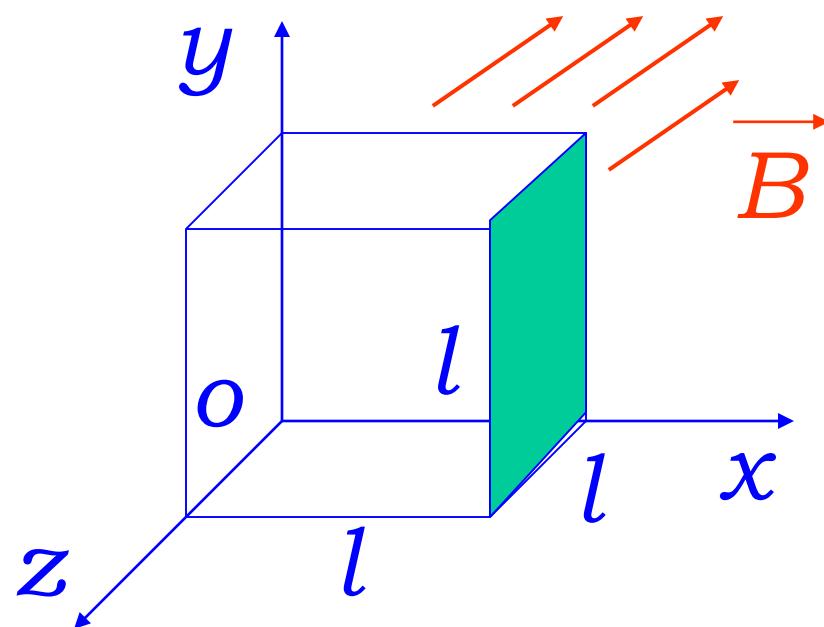
$$= 1 \times 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 1.41 \text{ Wb}$$



11-3 一边长为  $l = 0.15\text{m}$  的立方体如图放置，有一均匀磁场  $\mathbf{B} = (6\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 1.5\mathbf{k}) \text{ T}$  通过立方体所在区域，计算

- (1) 通过立方体上阴影面积的磁通量；
- (2) 通过立方体六面的总通量。



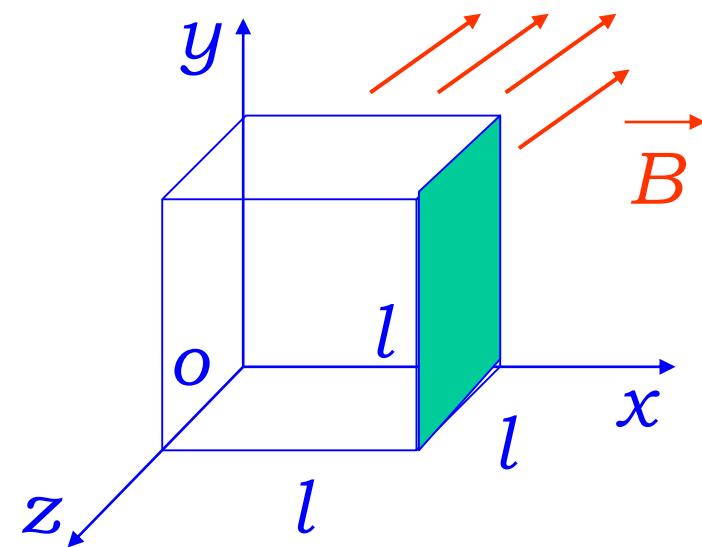
已知:  $l = 0.15\text{m}$   $\vec{B} = (6\vec{i} + 3\vec{j} + 1.5\vec{k}) \text{T}$

求:  $\Phi$

解: (1)  $\vec{B} = (6\vec{i} + 3\vec{j} + 1.5\vec{k})$

$$\vec{S} = l^2 \vec{i} = 0.15^2 \vec{i}$$

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$$

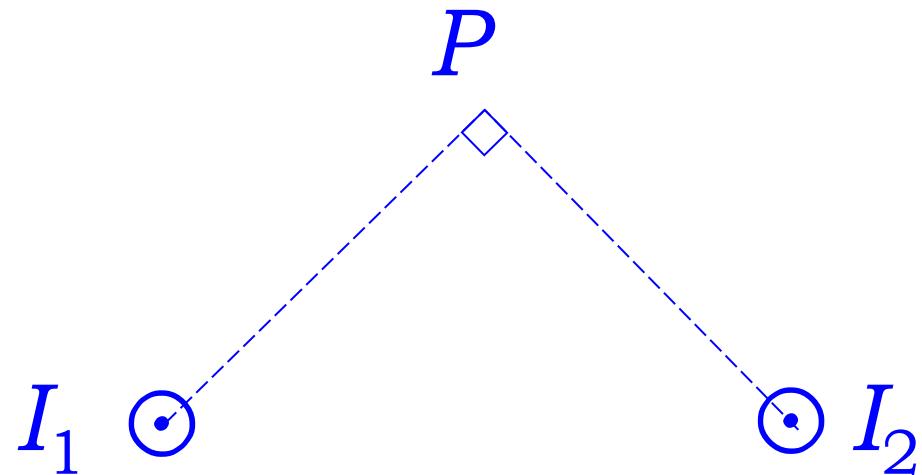


$$= (6\vec{i} + 3\vec{j} + 1.5\vec{k}) \cdot (0.15^2 \vec{i})$$

$$= 0.135 \text{Wb}$$

(2)  $\Phi' = 0$

11-4 两根长直导线互相平行地放置在真空中，如图所示，其中通以同向的电流  $I_1 = I_2 = 10A$ 。试求：P点的磁感应强度。已知  $PI_1 = PI_2 = 0.5m$ ,  $PI_1$  垂直于  $PI_2$ 。

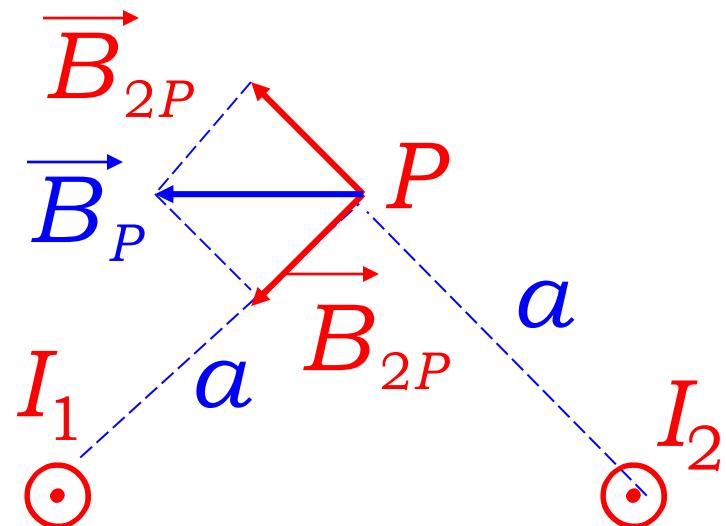


已知:  $I_1 = I_2 = 10\text{A}$      $PI_1 \perp PI_2$      $a = 0.5\text{m}$

求:  $\vec{B}_P$

解:

$$B_{1P} = B_{2P} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$$

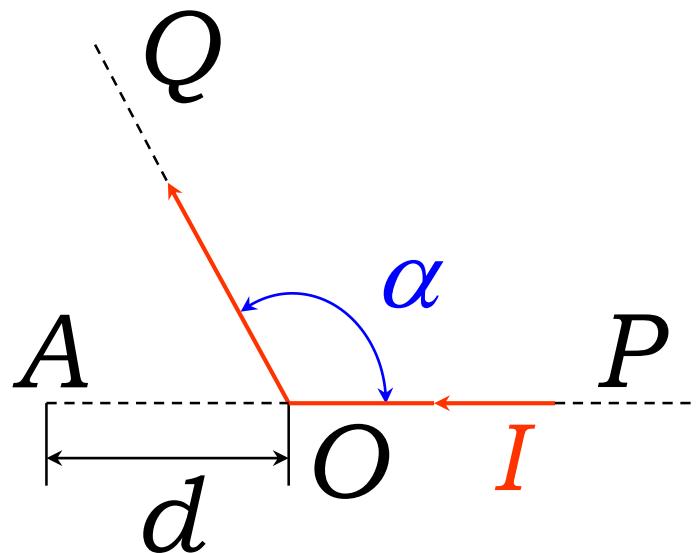


$$B_P = \sqrt{B_{1P}^2 + B_{2P}^2} = \sqrt{2} B_{1P}$$

$$= \frac{\sqrt{2} \times 4\pi \times 10^{-7} \times 10}{2\pi \times 0.50} = 5.66 \times 10^{-6} \text{ T}$$

$$\theta = \arctan \frac{B_{2P}}{B_{1P}} = 45^\circ$$

11-5 如图所示的被折成钝角的长导线中通有20A的电流。求： A点的磁感应强度。设  $d = 2\text{cm}$ ,  $\alpha = 120^\circ$



已知:  $I = 20\text{A}$   $d = 2\text{cm}$   $\alpha = 120^\circ$

求:  $\vec{B}_A$

解:

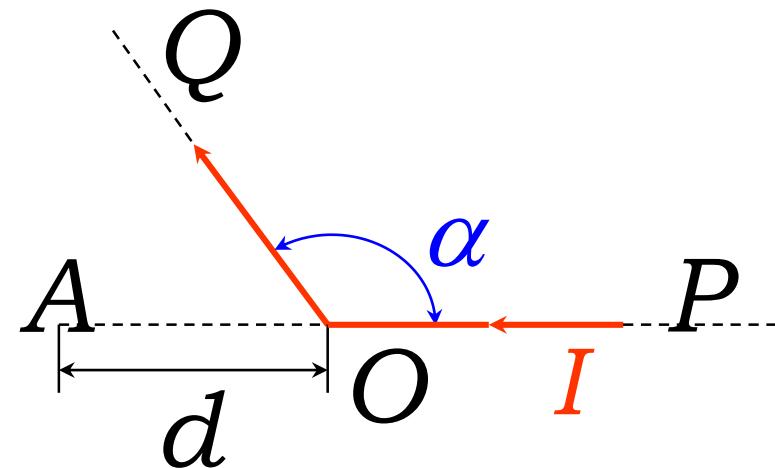
$$\vec{B}_A = \vec{B}_{OP} + \vec{B}_{OQ}$$

$$\vec{B}_{OP} = 0$$

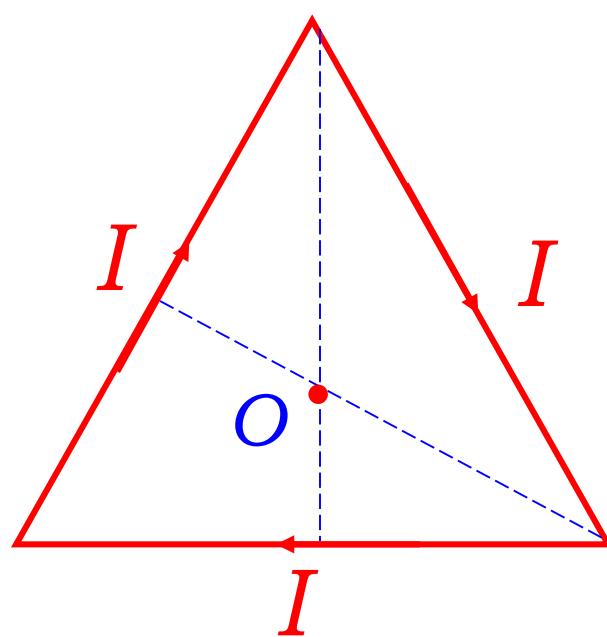
$$B_{OQ} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\sin \beta_2 - \sin \beta_1)$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 20}{4\pi \times 2.0 \times 10^{-2} \times 0.86} \left(1 - \frac{1}{2}\right)$$

$$= 1.73 \times 10^{-4} \text{ T}$$



11-6 高为  $h$  的等边三角形的回路载有电流  $I$ , 试求: 该三角形的中心处的磁感应强度。



已知:  $I$   $h$

求:  $B_0$

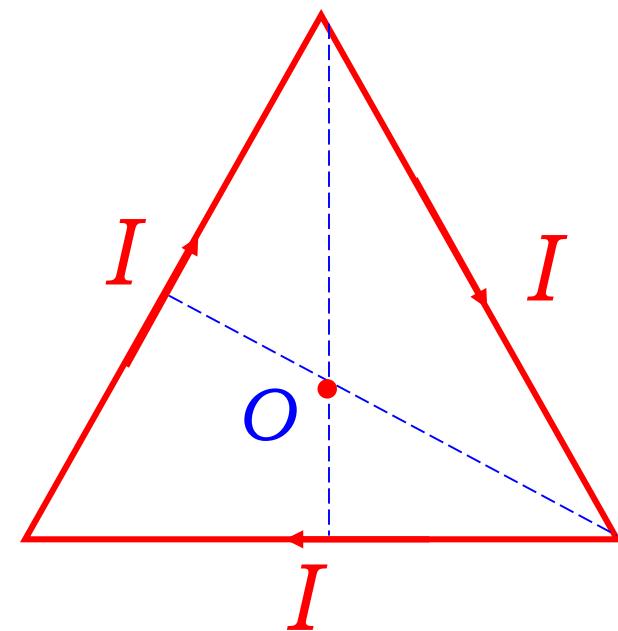
解:

$$r = \frac{h}{3}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\sin \beta_2 - \sin \beta_1)$$

$$B_1 = \frac{3\mu_0 I}{4\pi h} \left( \sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} \right) = \frac{3\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi h}$$

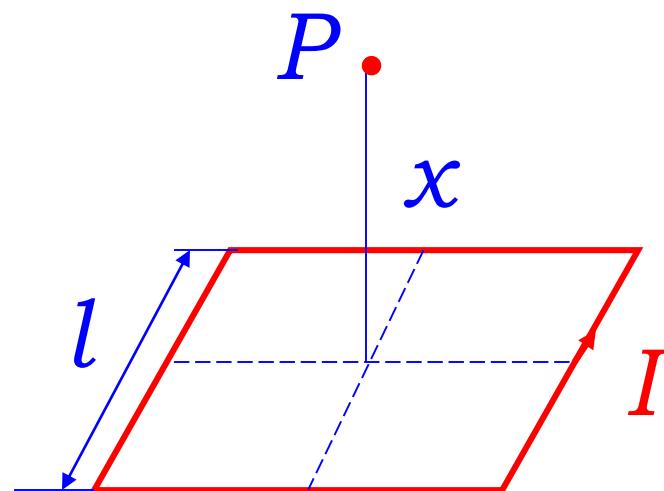
$$B_0 = 3B_1 = \frac{9\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi h}$$



11-7 一正方形的线圈边长为  $l$ , 载有电流  $I$

(1) 求线圈轴线上离线圈中心为  $x$  处的磁感应强度;

(2) 如果  $l = 8.0\text{cm}$ ,  $I = 5.0\text{A}$ ,  $x = 10\text{cm}$ , 则  $B$  值是多少?



已知:  $I$ ,  $l$ ,  $x$  求:  $\vec{B}_P$

解:

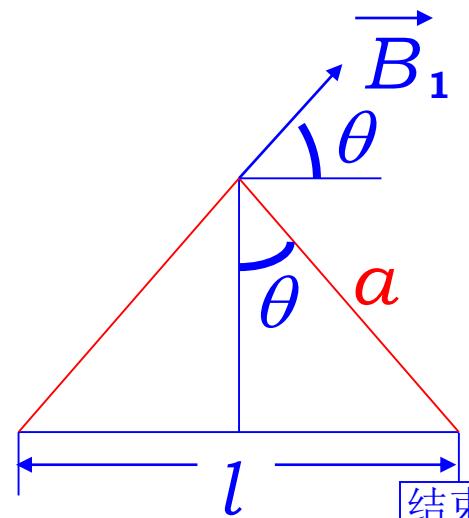
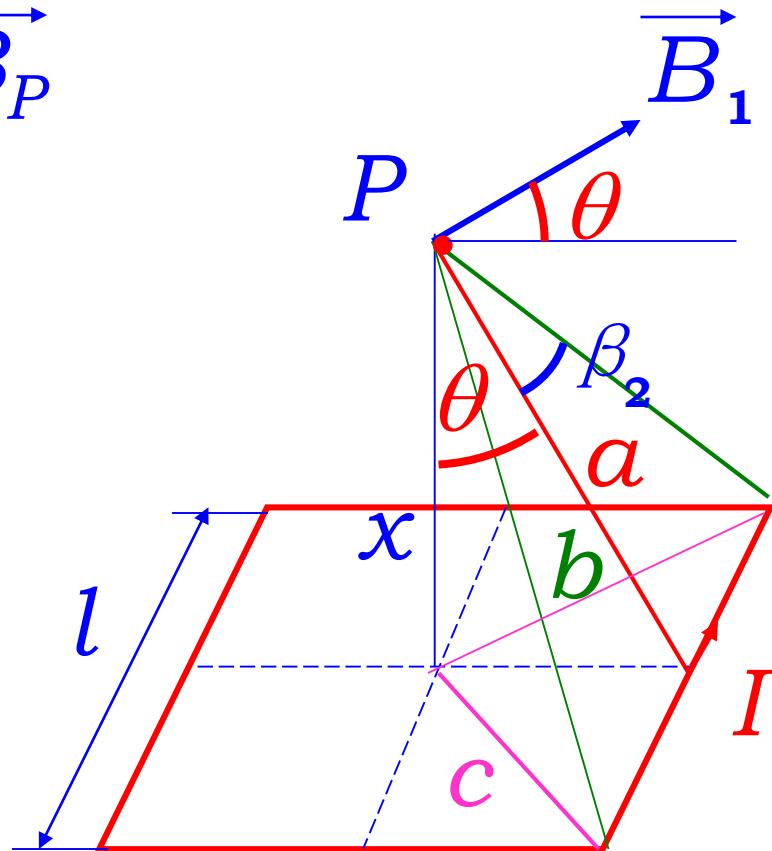
$$a = \sqrt{x^2 + l^2/4}$$

$$c = \sqrt{2} \cdot \frac{l}{2}$$

$$b = \sqrt{x^2 + c^2} = \sqrt{x^2 + l^2/2}$$

$$\sin \beta_2 = -\sin \beta_2$$

$$= \frac{l/2}{b} = \frac{l/2}{\sqrt{x^2 + l^2/2}}$$



结束

目录

由上面得到：

$$a = \sqrt{x^2 + l^2/4}$$

$$\sin \beta_2 = -\sin \beta_2 = \frac{l/2}{\sqrt{x^2 + l^2/2}}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sin \beta_2 - \sin \beta_1)$$

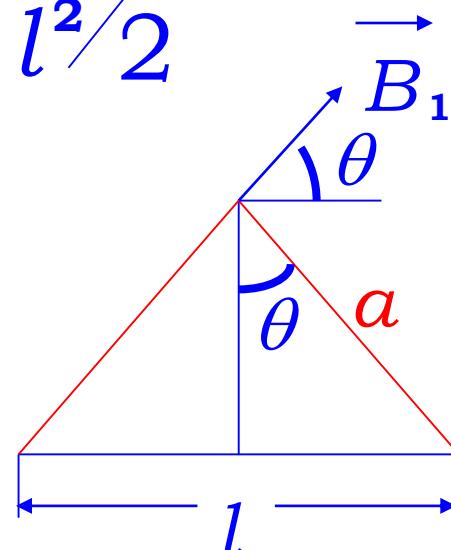
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{x^2 + l^2/4}} \times 2 \times \frac{l/2}{\sqrt{x^2 + l^2/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 I l}{4\pi \sqrt{x^2 + l^2/4} \cdot \sqrt{x^2 + l^2/2}}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I l}{4\pi \sqrt{x^2 + l^2/4} \cdot \sqrt{x^2 + l^2/2}}$$

$$\sin \theta = \frac{l/2}{a} = \frac{l/2}{\sqrt{x^2 + l^2/4}}$$

$$B = 4B_1 \sin \theta$$

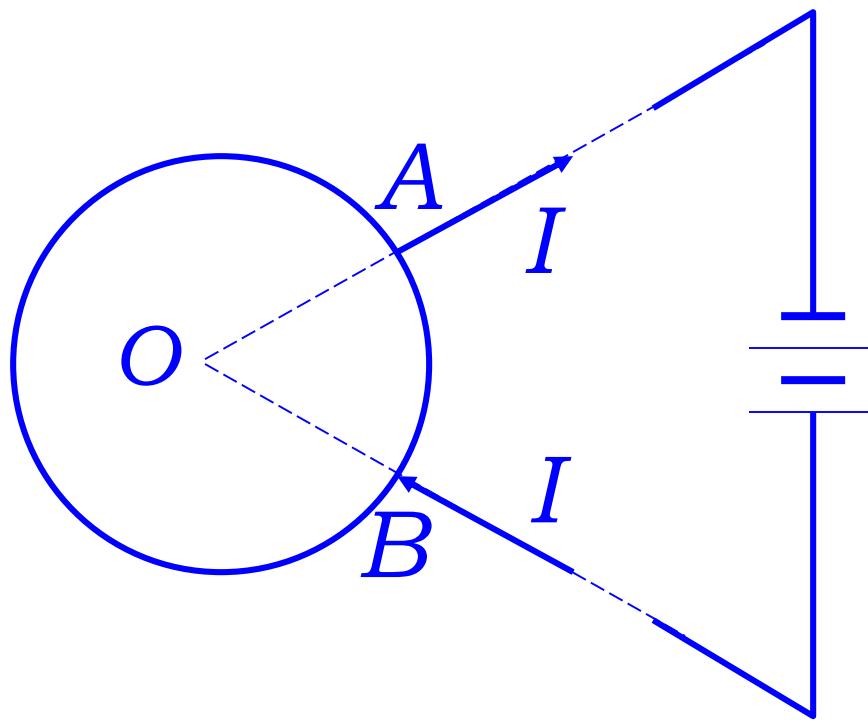


$$= 4 \times \frac{\mu_0 I l}{4\pi \sqrt{x^2 + l^2/4} \cdot \sqrt{x^2 + l^2/2}} \cdot \frac{l/2}{\sqrt{x^2 + l^2/4}}$$

$$= \frac{4\mu_0 I l^2}{\pi (4x^2 + l^2) \sqrt{4x^2 + 2l^2}}$$

$$\begin{aligned}B &= 4B_1 \sin\theta \\&= \frac{4\mu_0 I l^2}{\pi (4x^2 + l^2) \sqrt{4x^2 + 2l^2}} \\&= \frac{4 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 5 \times (8 \times 10^{-2})^2}{\pi(0.04 + 0.0064)(0.04 + 0.128)^{1/2}} \\&= 4.8 \times 10^{-6} \text{ T}\end{aligned}$$

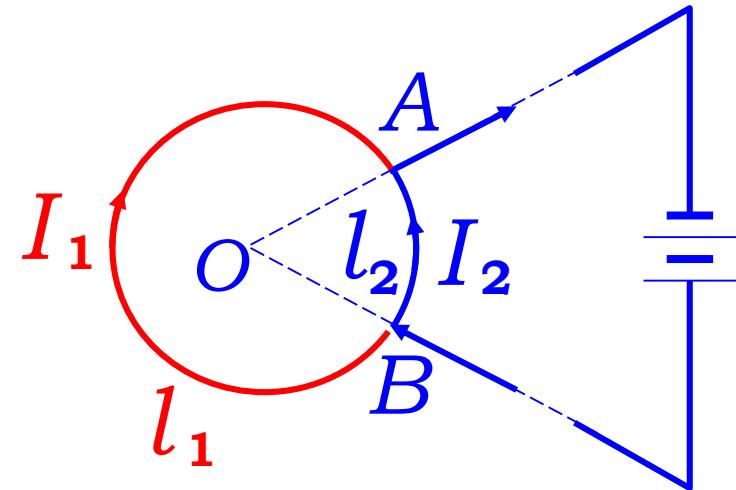
11-9 两根长直导线沿半径方向引到铁环上A、B两点，并与很远的电源相连，如图所示。求：环中心的磁感应强度。



解：

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi r^2} \int_0^{l_1} dl$$

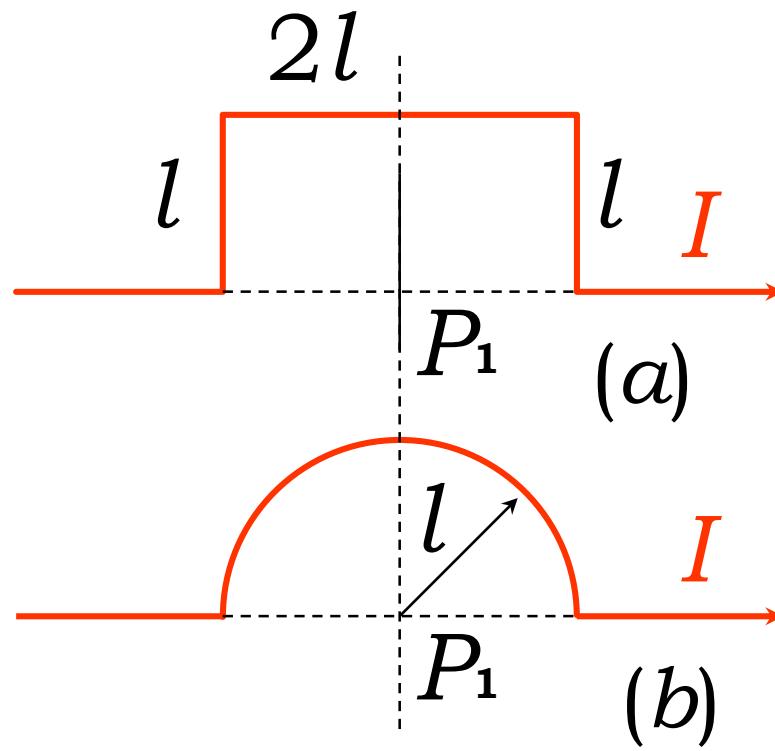
$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi r^2} \int_0^{l_2} dl$$



$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{l_2}{l_1} \quad \rightarrow \quad I_1 l_1 = I_2 l_2$$

$$B = B_1 - B_2 = 0$$

11-10 一段导线先弯成图 (a) 所示的形状，然后将同样长的导线再弯成图 (b) 所示的形状。当导线中通以电流  $I$  后，求： $P_1$  和  $P_2$  两点磁感应强度之比  $B_1 / B_2$ 。



$$\text{解: } B_1 = 4 \times \frac{\mu_0 I}{4\pi l} (\sin \beta_2 - \sin \beta_1)$$

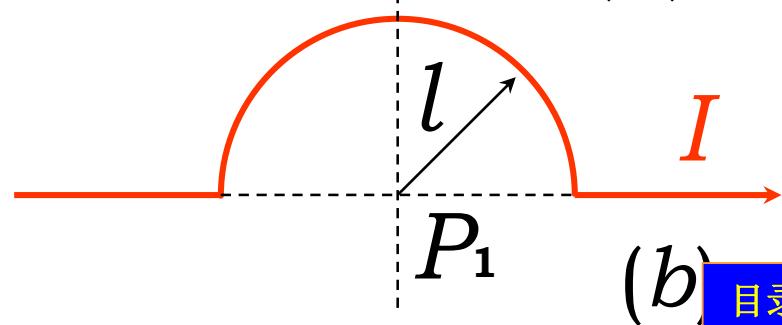
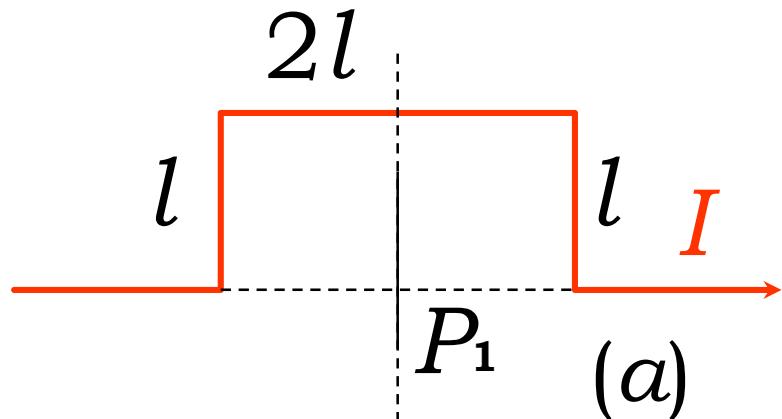
$$= \frac{\mu_0 I}{\pi l} \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2} \mu_0 I}{2\pi l}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Idl \sin 90^\circ}{R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_0^{\pi R} dl$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4 R}$$

$$\pi R = 4l \rightarrow \frac{R}{l} = \frac{4}{\pi}$$

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\sqrt{2} \mu_0 I}{2\pi l} \times \frac{4R}{\mu_0 I} = \frac{8\sqrt{2}}{\pi^2}$$



**11-11** 一密绕的圆形线圈，直径是0.4 m，线圈中通有电流 2.5A 时，在线圈中心处的  $B = 1.26 \times 10^{-4}$  T。问线圈有多少匝？

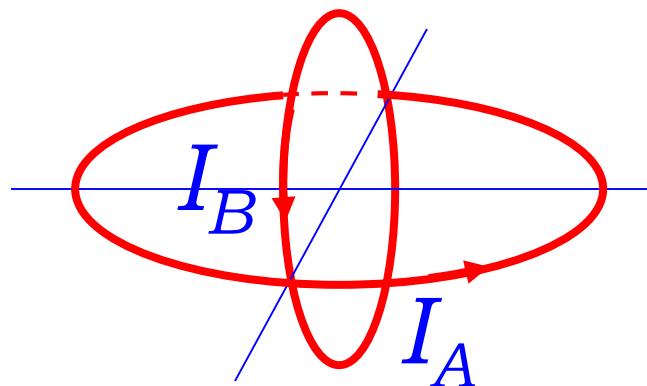
解：

$$B = \frac{N\mu_0 I}{2R}$$

$$N = \frac{2RB}{\mu_0 I}$$

$$= \frac{2 \times 0.2 \times 1.26 \times 10^{-4}}{4\pi \times 10^{-7} \times 2.5} = 16 \text{ 匝}$$

**11-12**  $A$ 和 $B$ 为两个正交放置的圆形线圈，其圆心相重合。 $A$ 线圈半径  $R_A=0.2\text{m}$ ,  $N_A=10$ 匝，通有电流  $I_A=10\text{A}$ 。 $B$ 线圈半径为  $R_B=0.1\text{m}$ ,  $N_B=20$ 匝。通有电流  $I_B=5\text{A}$ 。求两线圈公共中心处的磁感应强度。



解：

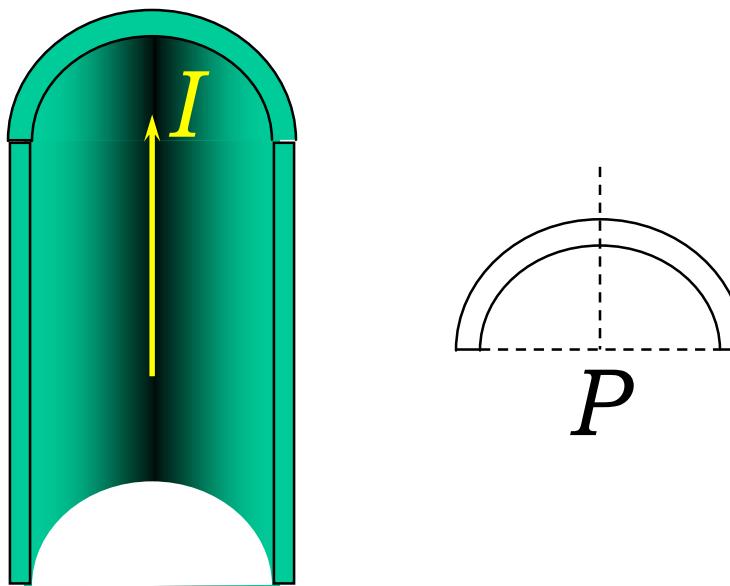
$$B_A = \frac{N_A \mu_0 I_A}{2R_A} = \frac{10 \times 10 \times 4 \pi \times 10^{-7}}{2 \times 0.2}$$
$$= 31.4 \times 10^{-5} \text{ T}$$

$$B_B = \frac{N_B \mu_0 I_B}{2R_A} = \frac{20 \times 5 \times 4 \pi \times 10^{-7}}{2 \times 0.1}$$
$$= 6.28 \times 10^{-5} \text{ T}$$

$$B = \sqrt{B_A^2 + B_B^2} = 7.0 \times 10^{-4} \text{ T}$$

$$\theta = \arctan \frac{B_A}{B_B} = 26.6^\circ$$

**11-14** 在半径  $R = 1\text{cm}$  的“无限长”的半圆柱形金属薄片中，有电流  $I = 5\text{A}$  自下而上通过。如图所示。试求：圆柱轴线上一点  $P$  的磁感应强度。

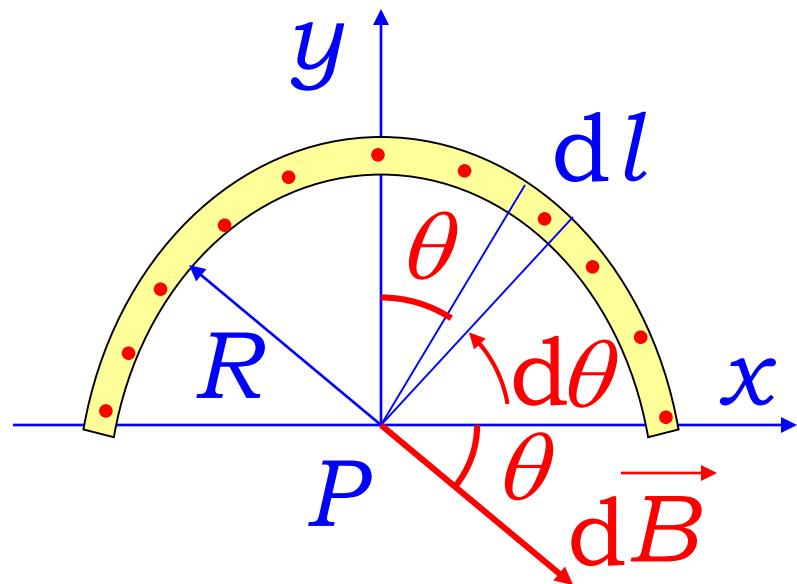


解：

由对称性  $B_y = 0$

$$dI = \frac{d\theta}{\pi} I$$

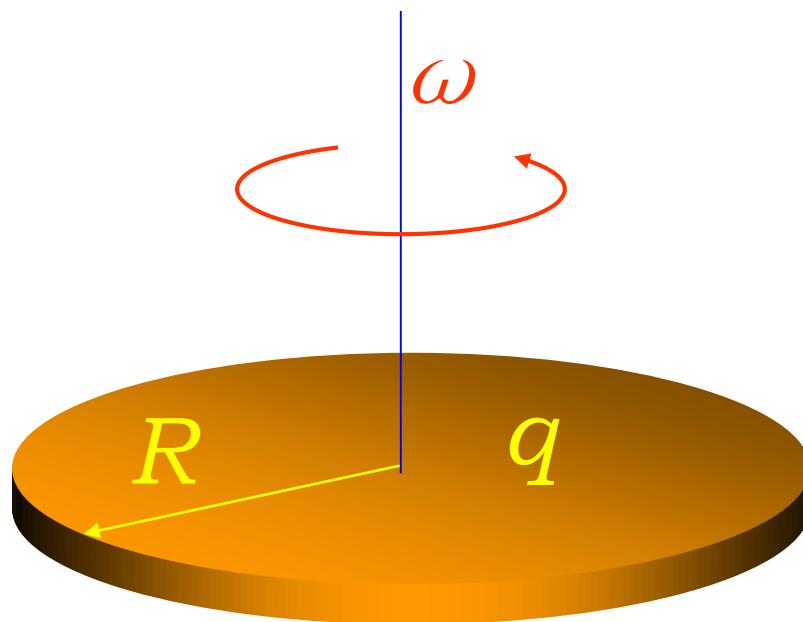
$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R} d\theta$$



$$B = B_x = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dB \cos \theta$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$

11-16 一个塑料圆盘，半径为  $R$ ，电荷  $q$  均匀分布在表面，圆盘绕通过圆心垂直盘面的轴转动，角速度为  $\omega$ 。求：圆盘中心处的磁感应强度。



解：

$$n = \frac{\omega}{2\pi} \quad \sigma = \frac{q}{\pi R^2}$$

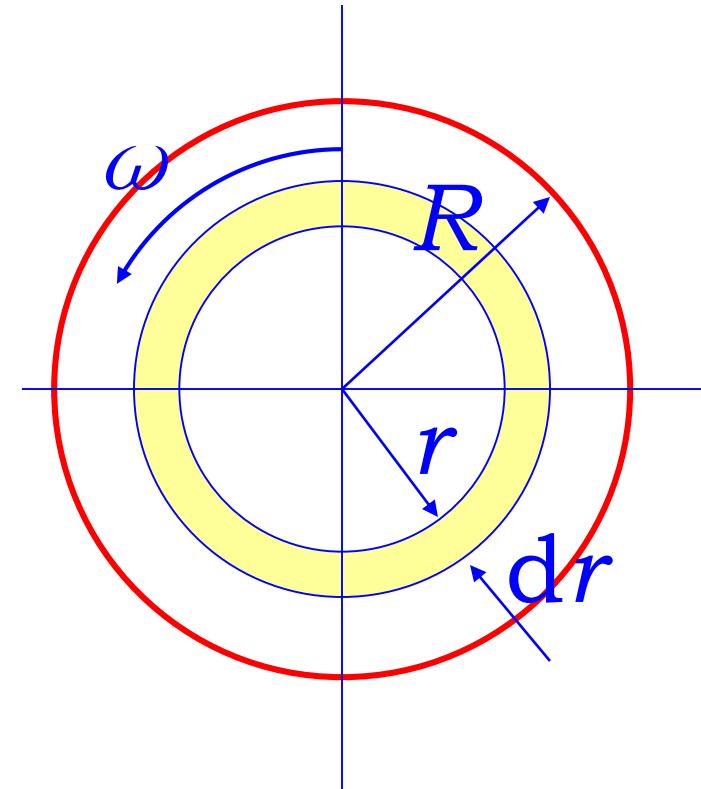
$$dq = \sigma 2\pi r dr$$

$$dI = n dq = n \sigma 2\pi r dr$$

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2r} = \mu_0 n \sigma \pi dr$$

$$B = \int_0^R \mu_0 n \sigma \pi dr = \mu_0 n \sigma \pi R$$

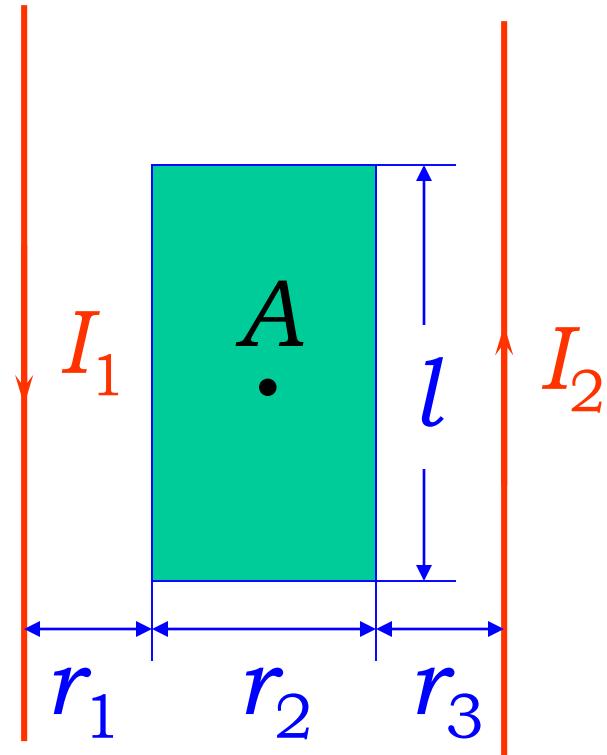
$$= \frac{\mu_0 \omega q}{2\pi R}$$



11-17 两平行直长导线相距  $d = 40 \text{ cm}$ , 每根导线载有电流  $I_1 = I_2 = 20 \text{ A}$  电流流向如图所示。求：

- (1) 两导线所在平面内与该两导线等距的一点  $A$  处的磁感应强度;
- (2) 通过图中斜线所示面积的磁通量.

$$(r_1 = r_3 = 10\text{cm}, l = 25\text{cm})$$



解(1):

$$B_A = B_{1A} + B_{2A}$$

$$B_A = \frac{2\mu_0 I_1}{2\pi(d/2)} = \frac{2\mu_0 I_1}{\pi d}$$

$$= \frac{2 \times 4 \pi \times 10^{-7} \times 20}{\pi \times 40 \times 10^{-2}}$$

$$= 4.0 \times 10^{-5} \text{ T}$$

解(2):

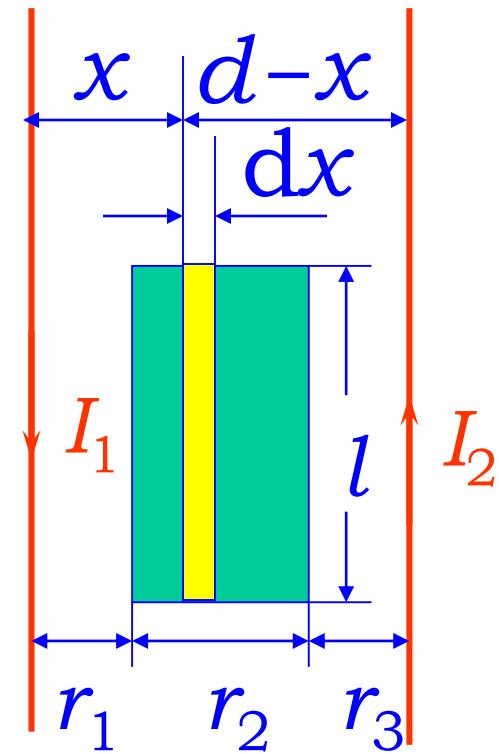
$$\Phi = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$= \int_{r_1}^{r_1+r_2} \left[ \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} + \frac{\mu_0}{2\pi(d-x)} I_2 \right] l dx$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 l}{\pi} \ln \left( \frac{d-r_1}{r_1} \right)$$

$$= \frac{4 \pi \times 10^{-7} \times 20 \times 25 \times 10^{-2}}{\pi} \ln \frac{30 \times 10^{-2}}{10 \times 10^{-2}}$$

$$= 2.2 \times 10^{-6} \text{Wb}$$

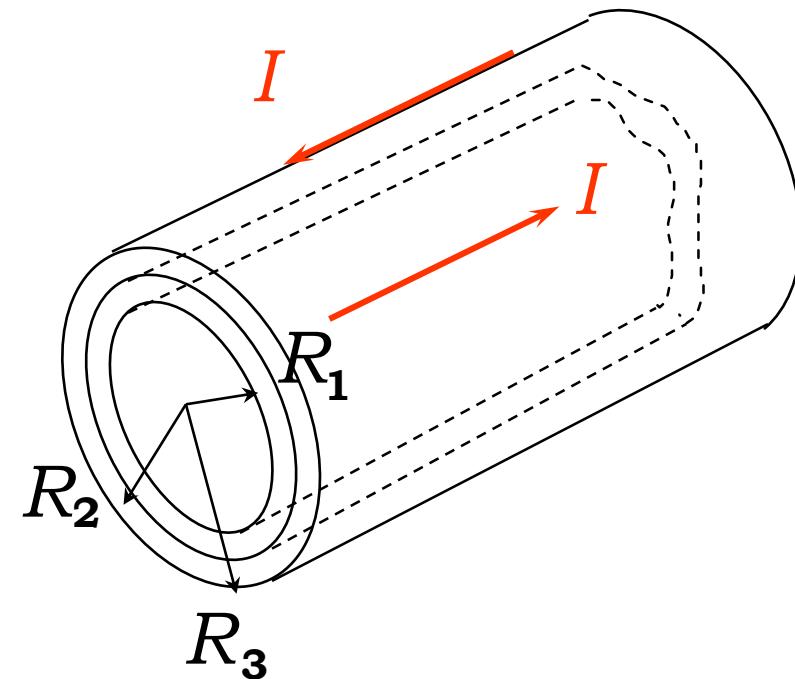


**11-20** 有一根很长的同轴电缆，由一圆柱形导体和一同轴圆筒状导体组成，圆柱的半径为  $R_1$ ，圆筒的内外半径分别为  $R_1$  和  $R_2$ ，如图所示。在这两导体中，载有大小相等而方向相反的电流  $I$ ，电流均匀分布在各导体的截面上。

(1)求圆柱导体内各点 ( $r < R_1$ ) 的磁感应强度；

(2)求两导体之间 ( $R_2 < r < R_3$ ) 的  $\mathbf{B}$ ；

(3)求电缆外 ( $r > R_3$ ) 各点的  $\mathbf{B}$ 。



解:  $r < R_2$

$$B_1 2\pi r = \frac{\mu_0 I}{\pi R_1^2} \pi r^2 \quad B_1 = \frac{\mu_0 I r}{2 \pi R_1^2}$$

$R_1 < r < R_2$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2 \pi r}$$

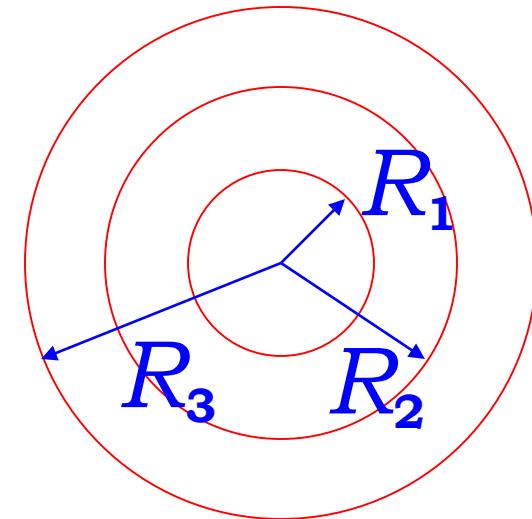
$R_2 < r < R_3$

$$B_3 2\pi r = \mu_0 \left( I - \frac{I(\pi r^2 - \pi R_2^2)}{\pi(R_3^2 - R^2)_2} \right)$$

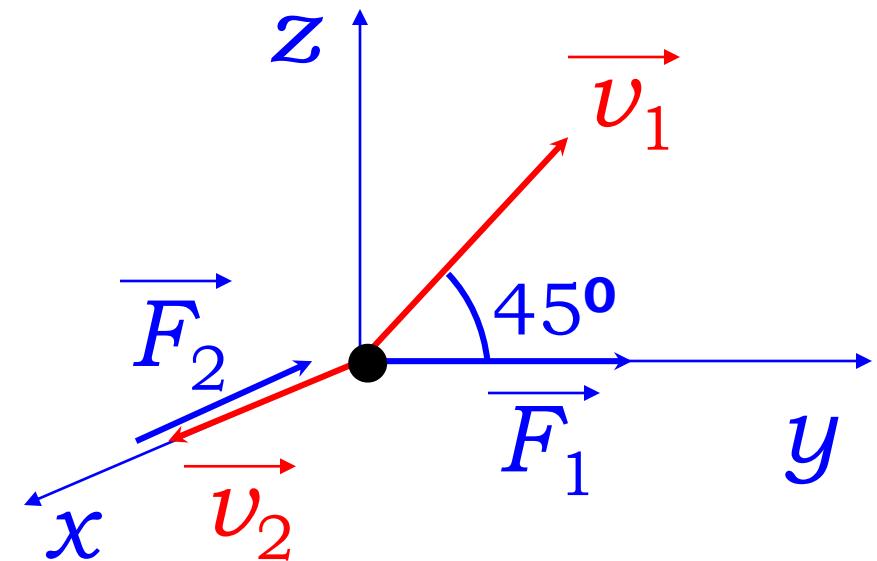
$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \left( 1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2} \right)$$

$r > R_3$

$$B_4 = 0$$



11-22 一 带有电荷量为  $4.0 \times 10^{-9}$  C 的粒  
子，在  $y$ - $z$  平面内沿着和  $y$  轴成  $45^\circ$  角的方向  
以速度  $v_1 = 3 \times 10^6$  m/s 运动，它受到均匀磁  
场的作用力  $F_1$  逆  $x$  轴方向；当这个粒子沿  $x$   
轴方向以速度  $v_2 = 2 \times 10^6$  m/s 运动时，它受到  
沿  $y$  轴方向的作用力  
 $F_2 = 4 \times 10^2$  N。求磁感  
应强度的大小和方向。



已知:  $\vec{v}_1 = 2 \times 10^6 \vec{i} \text{ m/s}$   $q = 4 \times 10^{-9} \text{ C}$   
 $\vec{F}_2 = 4 \times 10^2 \vec{j} \text{ N}$

求:  $\mathbf{B}$

解:  $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$   $\vec{B}$  沿  $x$  轴负方向

$$F = q v B$$

$$B = \frac{F}{q v}$$

$$= \frac{4 \times 10^2}{4 \times 10^{-9} \times 2 \times 10^6}$$

$$= 0.5 \times 10^5 \text{ T}$$

**11-23** 一个电子射入  $\mathbf{B} = (0.2 \mathbf{i} + 0.5 \mathbf{j}) \text{T}$  的非均匀磁场中，当电子速度为  $\mathbf{v} = 5 \times 10^6 \mathbf{j} \text{ m/s}$  时，求电子所受的磁力。

已知:  $\vec{v} = 5 \times 10^6 \vec{j} \text{ m/s}$

$$\vec{B} = (0.2 \vec{i} + 0.5 \vec{j}) \text{ T}$$

$$q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

求:  $\vec{F}$

解: 
$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

$$= q (0.2 \vec{i} + 0.5 \vec{j}) \times (5 \times 10^6 \vec{j})$$

$$= 1.6 \times 10^{-19} \times \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0.2 & 0.5 & 0 \\ 0 & 5 \times 10^6 & 0 \end{vmatrix}$$
$$= 1.6 \times 10^{-13} \vec{k} \text{ N}$$

**11-24** 在一个电视显象管的电子束中，电子能量为 $12000\text{eV}$ ，这个显象管的取向使电子水平地由南向北运动，该处地球磁场的垂直分量向下，大小为  $B = 5.5 \times 10^{-5} \text{T}$ 。问

- (1) 电子束受地磁场的影响将偏向什么方向？
- (2) 电子的加速度是多少？
- (3) 电子束在显象管内在南北方向上通过 $20\text{cm}$ 时将偏转多远？

已知:  $E = 12000\text{eV}$      $B = 5.5 \times 10^{-5} \text{T}$

解: (1) 电子束向东偏转

$$(2) v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1200 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.1 \times 10^{-31}}} \\ = 6.49 \times 10^7 \text{ m/s}$$

$$F = qvB$$

$$a_n = \frac{F}{m} = \frac{qvB}{m} \\ = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 6.49 \times 10^7 \times 5.5 \times 10^{-5}}{9.1 \times 10^{-31}} \\ = 6.2 \times 10^{14} \text{ m/s}^2$$

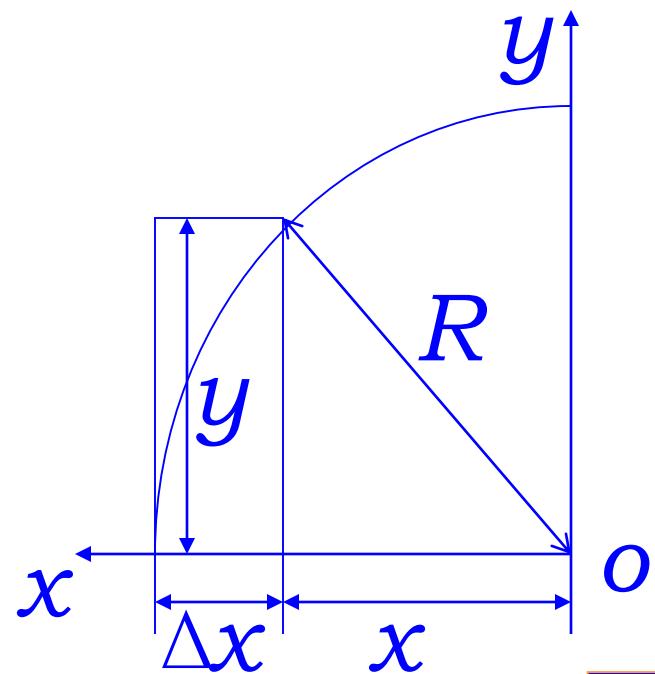
(3)电子的轨迹为一圆周

$$R = \frac{mv}{qB}$$

$$= \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 6.49 \times 10^7}{1.6 \times 10^{-19} \times 5.5 \times 10^{-5}} = 6.7 \text{ m}$$

偏转量为：

$$\begin{aligned}\Delta x &= R - x = R - \sqrt{R^2 - y^2} \\ &= R - R \left(1 - \left(\frac{y}{R}\right)^2\right)^{1/2} \\ &= \frac{y^2}{2R} = 3.0 \times 10^{-3} \text{ m}\end{aligned}$$



**11-25** 一电子以  $1.0 \times 10^6 \text{ m/s}$  的速度进入一均匀磁场，速度方向与磁场方向垂直。已知电子在磁场中作半径为  $0.1 \text{ m}$  的圆周运动。求磁感应强度的大小和电子的旋转角速度。

已知:  $v = 1.0 \times 10^6 \text{ m/s}$      $R = 0.1 \text{ m}$      $\vec{v} \perp \vec{B}$

求: (1)  $B$ , (2)  $\omega$

解:

$$e v B = m \frac{v^2}{R}$$

$$B = \frac{m v}{e R}$$

$$= \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 1.0 \times 10^6}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.1}$$

$$= 5.69 \times 10^{-5} \text{ T}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{eB}{m} = 10^7 \text{ s}^{-1}$$

**11-26** 一质子以 $1.0 \times 10^7 \text{ m/s}$ 的速度射入磁感应强度  $B = 1.5 \text{ T}$  的均匀磁场中，其速度方向与磁场方向成 $30^\circ$ 角。计算

- (1) 质子作螺旋运动的半径；
- (2) 螺距；
- (3) 旋转频率。

已知:  $B = 1.5 \text{ T}$      $v = 1.0 \times 10^7 \text{ m/s}$

$$\theta = 30^\circ$$

求: 半径  $R$  螺距  $h$  旋转频率  $\nu$

解:

$$R = \frac{mv_{\perp}}{eB} = \frac{mv \sin \theta}{eB}$$

$$= \frac{1.67 \times 10^{-27} \times 1.0 \times 10^7 \times 0.5}{1.6 \times 10^{-19} \times 1.5} = 3.5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$h = v_{\parallel} T = v \cos \theta \frac{2\pi m}{eB}$$

$$= \frac{1.0 \times 10^7 \times 0.866 \times 2 \times 3.14 \times 1.67 \times 10^{-27}}{1.6 \times 10^{-19} \times 1.5}$$
$$= 0.38 \text{ m}$$

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{eB}{2\pi m}$$
$$= \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 1.5}{2 \times 3.14 \times 1.67 \times 10^{-27}}$$
$$= 2.29 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$$

**11-27** 一电子在  $B = 2.0 \times 10^{-3}$  T 的均匀磁场中作半径  $R = 20\text{cm}$  的螺旋线运动，螺距  $h = 50\text{cm}$ ，已知电子的荷质比为  $e/m_e = 1.76 \times 10^{11}\text{C/kg}$ 。求这个电子的速度。

已知:  $e/m_e = 1.76 \times 10^{11} \text{C/kg}$   $h = 50\text{cm}$

$R = 20\text{cm}$   $B = 2.0 \times 10^{-3} \text{T}$

求:  $v$

解:

$$R = \frac{mv_{\perp}}{eB}$$

$$v_{\perp} = \frac{e}{m}BR$$

$$= 20 \times 10^{-2} \times 1.76 \times 10^{11} \times 2 \times 10^{-3}$$

$$= 7.0 \times 10^7 \text{ m/s}$$

$$h = v_{\parallel} T = v_{\parallel} \frac{2\pi}{\frac{e}{m}B}$$

$$h = v_{\parallel} T = v_{\parallel} \frac{2\pi}{\frac{e}{m} B}$$

$$v_{\parallel} = \frac{\frac{e}{m} B h}{2\pi}$$

$$= \frac{1.76 \times 10^{11} \times 2.0 \times 10^{-3} \times 50}{2 \times 3.14}$$

$$= 2.8 \times 10^7 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2} = 7.5 \times 10^7 \text{ m/s}$$

**11-28** 一束单价铜离子以 $1.0 \times 10^5$  m/s 的速度进入质谱仪的均匀磁场，转过 $180^\circ$ 后各离子打在照相底片上，如磁感应强度为 0.50 T。试计算质量为 $63\text{u}$ 和 $65\text{u}$ 的两个同位素分开的距离( $1\text{u}=1.66 \times 10^{-27}\text{kg}$ )。

已知:  $B = 0.50 \text{ T}$   $v = 1.0 \times 10^5 \text{ m/s}$

$$m_1 = 65 \text{ u} \quad m_2 = 63 \text{ u}$$

$$1 \text{ u} = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

求:  $\Delta x$

解:

$$\Delta x = 2(R_1 - R_2) = 2 \left( \frac{m_1 v}{q B} - \frac{m_2 v}{q B} \right)$$

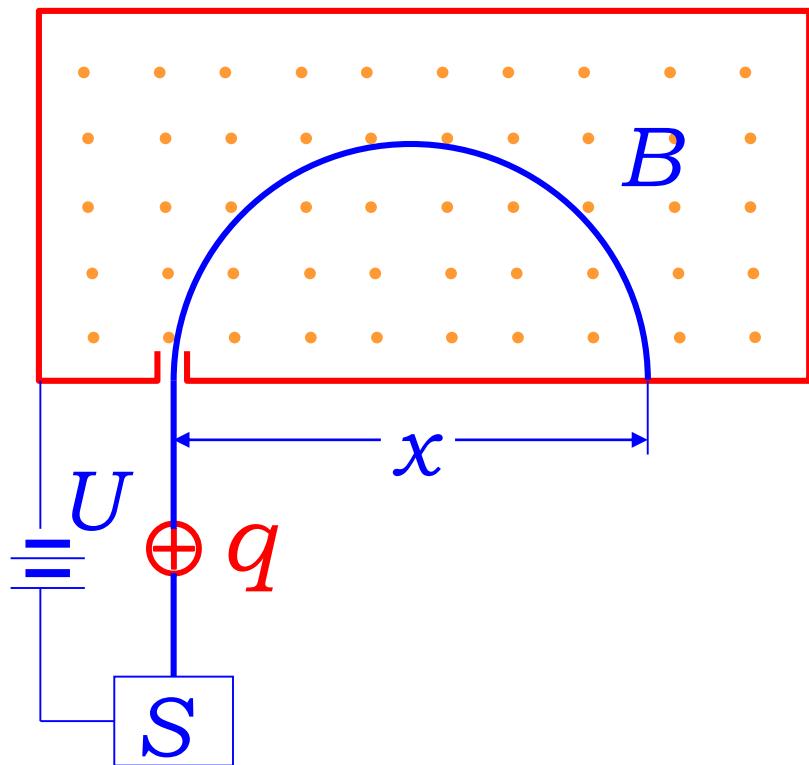
$$= \frac{2v}{qB} (m_1 - m_2)$$

$$= \frac{2 \times 1.0 \times 10^5}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.50} \times (65 - 63) \times 1.66 \times 10^{-27}$$

$$= 8.4 \times 10^{-3} \text{ m}$$

11-29 图示为测定离子质量所用的装置。离子源S产生一质量为 $m$ 、电荷量为 $+q$ 的离子。离子从源出来时的速度很小，可以看作是静止的。离子经电势差 $U$ 加速后进入磁感应强度为 $\mathbf{B}$ 的均匀磁场，在这磁场中，离子沿一半圆周运动后射到离入口缝隙 $x$ 远处的感光底片上，并予以记录。试证明离子的质量 $m$ 为

$$m = \frac{B^2 q}{8U} x^2$$



$$\text{证明: } m = \frac{B^2 q}{8U} x^2$$

证: 设离子进入磁场时的速度为  $v$

$$qU = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \frac{x}{2}$$

$$\therefore m = \frac{B^2 q}{8U} x^2$$

**11-30** 一回旋加速器  $D$  形电极圆壳的最大半径为  $R = 60\text{cm}$ , 用它来加速质量为  $1.67 \times 10^{-27}\text{kg}$ 、电荷量为  $1.6 \times 10^{-19}\text{C}$  的质子, 要把它从静止加速到  $4.0\text{MeV}$  的能量。

(1) 求所需的磁感应强度;

(2) 设两  $D$  形电极间的距离为  $1.0\text{cm}$  电压为  $2.0 \times 10^4\text{V}$  极间的电场是均匀的。求加速到上述能量所需的时间。

已知:  $E = 4.0 \text{ MeV}$        $U = 2.0 \times 10^4 \text{ V}$

$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$        $R = 60 \text{ cm}$

$m = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

求: (1)  $B$ , (2)  $t$

解: (1)

$$E = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m}$$

$$B = \sqrt{\frac{2mE}{q^2 R^2}} = 0.48 \text{ T}$$

(2) 质子每旋转一周增加能量为  $2U\text{eV}$   
提高到最大能量所需的旋转次数为  $\frac{E_k}{2U}$

旋转周期为:  $T = \frac{2\pi m}{qB}$

所需的时间为:

$$\begin{aligned} t &= \frac{E_k}{2U} \frac{2\pi m}{qB} \\ &= \frac{4.0 \times 10^6}{2 \times 2.0 \times 10^4} \cdot \frac{2\pi \times 1.67 \times 10^{-27}}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.48} \\ &= 1.37 \times 10^{-7}\text{s} \end{aligned}$$

11-31 设电子质量为 $m_e$ , 电荷量为 $e$ 以角速度 $\omega$ 绕带正电的质子作圆周运动, 当加上外磁场 $\mathbf{B}$ ( $\mathbf{B}$ 的方向与电子轨道平面垂直)时, 设电子轨道半径不变, 而角速度则变为 $\omega'$ . 证明: 电子角速度的变化近似等于

$$\Delta\omega = \omega' - \omega \approx \pm \frac{1}{2} \frac{e}{m_e} B$$

求证:  $\Delta\omega = \omega' - \omega \approx \pm \frac{1}{2} \frac{e}{m_e} B$

证明: 设在静电力作用下核作圆周运动的角速度为  $\omega$

$$F_E = ma_n = mr\omega^2$$

加上外磁场后, 其角速度为  $\omega'$

$$F_B = evB = e\omega' rB$$

$$F_n = F_E \pm F_B$$

$$F_n = ma_n = mr\omega'^2$$

$$mr\omega^2 \pm e\omega' rB = mr\omega'^2$$

$$mr\omega^2 \pm e\omega' rB = mr\omega'^2$$

$$\omega'^2 \mp \left(\frac{eB}{m}\right)\omega' - \omega^2 = 0$$

一般情况下有:  $F_B \ll F_E$ ,  $\omega$  与  $\omega'$  相差无几

$$\omega' = \omega + \Delta\omega \quad (\Delta\omega \ll \omega)$$

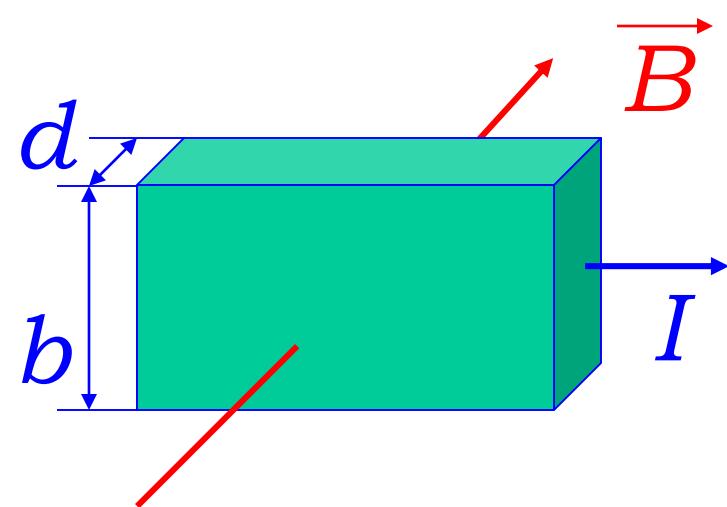
$$2\omega\Delta\omega = \pm \left(\frac{eB}{m}\right)(\omega + \Delta\omega)$$

$$\approx \pm \left(\frac{eB}{m}\right)\omega$$

$$\therefore \Delta\omega = \pm \left(\frac{eB}{2m}\right)$$

**11-32** 在霍耳效应的实验中，宽 $1.0\text{ cm}$ 、长 $4.0\text{ cm}$ 、厚 $1.0 \times 10^{-3}\text{ cm}$  的导体沿长度方向载有 $3.0\text{ A}$  的电流，当磁感应强度 $B = 1.5\text{ T}$  的磁场垂直地通过该薄导体时，产生 $1.0 \times 10^{-5}\text{ V}$ 的霍耳电压(在宽度两端)。试由这些数据求：

- (1)载流子的漂移速度；
- (2)每立方厘米的载流子数；
- (3)假设载流子是电子，试就一给定的电流和磁场方向在图上画出霍耳电压的极性。



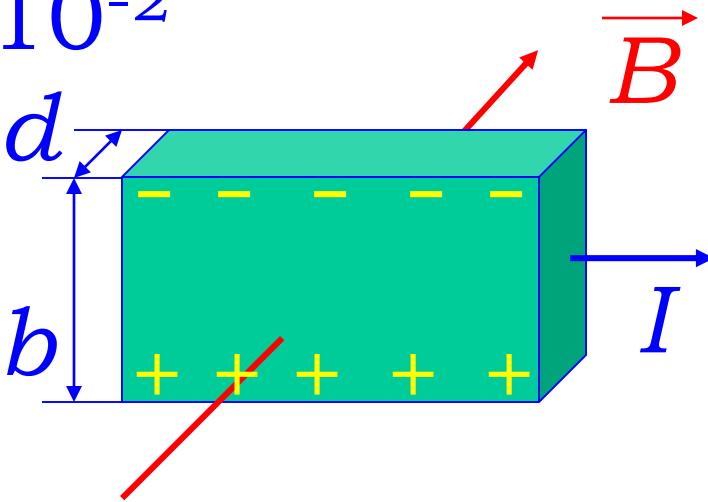
已知:  $b = 1.0 \times 10^{-2} \text{ cm}$   $U = 1.0 \times 10^{-5} \text{ V}$   
 $d = 1.0 \times 10^{-5} \text{ cm}$   $B = 3.0 \text{ T}$   $I = 3.0 \text{ A}$

求: (1)  $\bar{v}$ , (2)  $n$

解:

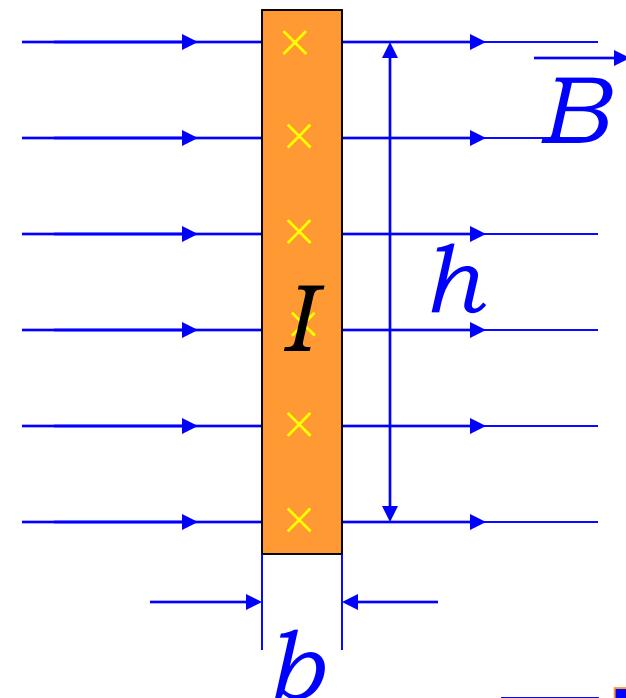
$$(1) \bar{v} = \frac{U}{Bb} = \frac{1.0 \times 10^{-5}}{1.5 \times 1.0 \times 10^{-2}}$$
$$= 6.7 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

$$(2) n = \frac{IB}{Uqd}$$
$$= \frac{3 \times 1.5}{1.0 \times 10^{-5} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.0 \times 10^{-5}}$$
$$= 2.8 \times 10^{29} \text{ m}^{-3}$$



11-33 高  $h$  宽  $b$  的铜条内有电流(电流方向在图中以 $\times$ 表示)在这铜片的垂直方向上施加磁感应强度为  $B$  的均匀磁场。

- (1) 试计算铜片中电子的漂移速率  $v_d$ 。
- (2) 作用在电子磁力  $\mathbf{F}$  的大小和方向如何?
- (3) 为了抵消磁场的效果, 铜片中应加均匀电场  $\mathbf{E}$  的大小和方向如何?



(4)为了产生此电场  $E$ , 那铜片导体两侧之间的电压应为多少? 电压应加于导体的哪两边?

(5)如果外界不施加电场, 则有些电子将被推到铜片的一边, 因而在铜片的高度方向上将产生一均匀电场  $E_H$  直到这个静电场  $E_H$  的力与在(2)中磁力达到平衡为止,  $E_H$  这个电场的大小和方向如何? 设单位体积内传导电子的数目  $n = 1.1 \times 10^{29} \text{ m}^{-3}$ ,  $b = 0.1 \text{ cm}$ ,  $I = 50 \text{ A}$ ,  $B = 2 \text{ T}$ .

已知:  $h$ 、 $b$ 、 $I$ 、 $n$ 、 $B$

求: (1) $v$ , (2) $F$ , (3) $E$ , (4) $U$ , (5) $E_H$

解:(1)  $I = neS \bar{v} = nehb \bar{v}$

$$\begin{aligned}\bar{v} &= \frac{I}{nehb} \\ &= \frac{50}{1.1 \times 10^{29} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 0.02 \times 0.001} \\ &= 1.4 \times 10^{-4} \text{m/s}\end{aligned}$$

(2)  $F = qvB$

$$= 1.6 \times 10^{-19} \times 1.4 \times 10^{-4} \times 2.0$$

$$= 4.5 \times 10^{-23} \text{ N}$$

$$(3) \quad E = \frac{F}{q} = \frac{4.5 \times 10^{-23}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.8 \times 10^{-4} \text{V/m}$$

$$(4) \quad U = Eh = 2.8 \times 10^{-4} \times 0.02 = 5.6 \times 10^{-6} \text{V}$$

$$(5) \quad E_H = \bar{v} B = 1.4 \times 10^{-4} \times 2 = 2.8 \times 10^{-4} \text{V/m}$$

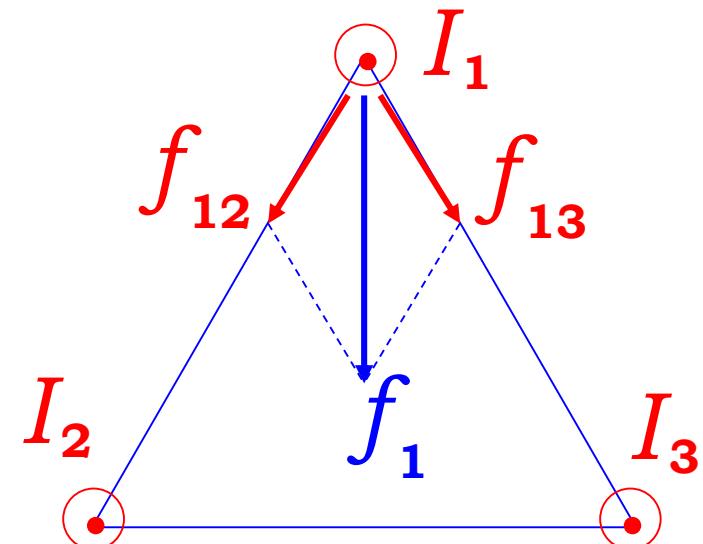
**11-34** 彼此相距10cm的三根平行的长直导线中各通有10A同方向的电流，试求各导线上每1cm上的作用力的大和方向。

已知:  $d = 10\text{cm}$ ,  $I = 10\text{A}$ ,  $l = 1\text{cm}$

求:  $\mathbf{F}$

解: 导线1给导线2单位  
长度的作用力为:

$$f_{12} = f_{13} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}$$

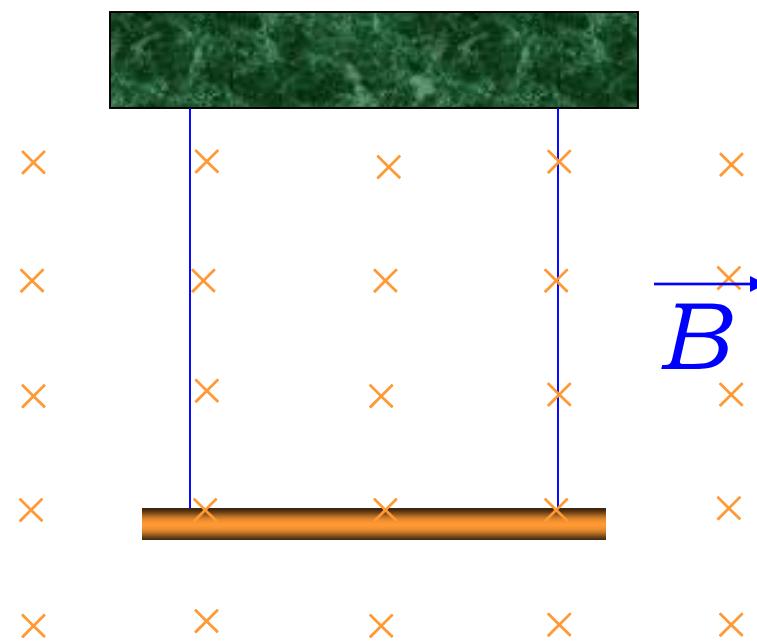


$$f_1 = 2f_{13} \cos 30^\circ = \frac{\mu_0 I^2}{\pi d} \cos 30^\circ$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10^2 \times 0.866}{\pi \times 10 \times 10^{-2}}$$

$$= 3.46 \times 10^{-4} \text{ N/m}$$

**11-35** 有一根长为50cm，质量为10g的直导线，用细线平挂在磁感应强度为1T的均匀磁场中，如图所示。问：在导线中通以多大电流、流向如何才能使线中张的力为零？



已知:  $l = 50\text{cm}$ ,  $m = 10\text{g}$ ,  $B = 1\text{T}$

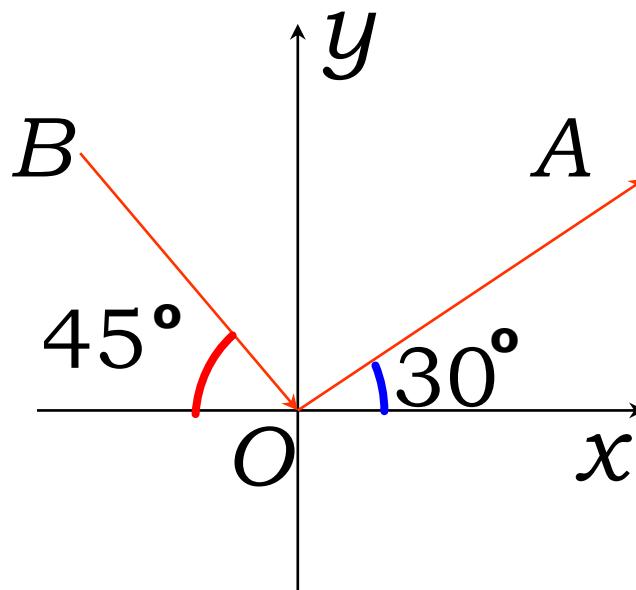
求:  $I$

解:

$$IBl = mg$$

$$I = \frac{mg}{Bl} = \frac{10 \times 10^{-3} \times 10}{1 \times 50 \times 10^{-2}} = 0.2\text{A}$$

**11-36** 如图, 载流导线段 $AO = 0.75\text{m}$ ,  $OB = 1.5\text{m}$ , 其中通有电流 $I = 0.5\text{A}$ 。已知导线段所在区域的均匀磁场为 $\mathbf{B} = 0.4\mathbf{i}\text{T}$ 。求载流导线段所受的安培力。



已知:  $\overline{AO} = 0.75\text{m}$ ,  $\overline{OB} = 1.5\text{m}$ ,  $I = 0.5\text{A}$   
 $\mathbf{B} = 0.4i \text{ T}$

求:  $\mathbf{F}$

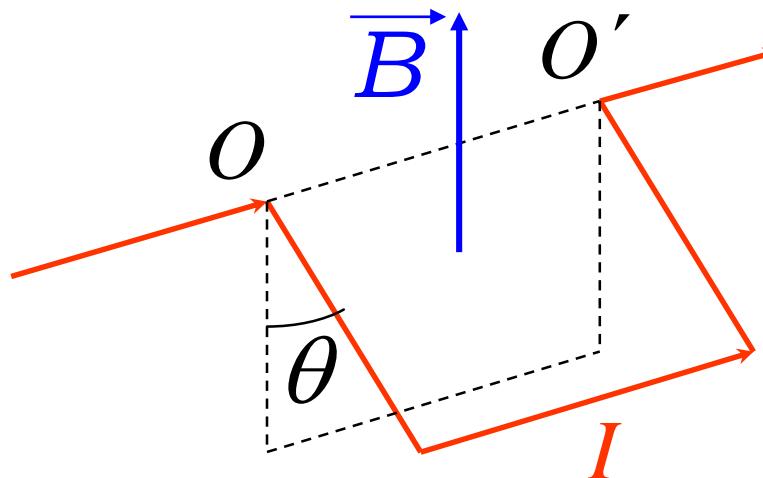
解:

$$F = IB (\overline{OB} \sin 30^\circ - \overline{AO} \sin 45^\circ)$$

$$= 0.044\text{N}$$

$$= 0.5 \times 0.4 (1.5 \times 0.5 - 0.75 \times 1.414)$$

**11-38** 截面积为  $S$ 、密度为  $\rho$  的铜导线被弯成正方形的三边，可以绕水平轴转动，如图所示。导线放在方向为竖直向上的匀强磁场中，当导线中的电流为  $I$  时，导线离开原来的竖直位置偏转一角度  $\theta$  而平衡。求磁感应强度。如  $S = 2 \text{ mm}^2$ ,  $\rho = 8.9 \text{ g/cm}^3$ ,  $\theta = 15^\circ$ ,  $I = 10\text{A}$ , 磁感应强度  $B$  应为多少？



已知:  $S = 2\text{mm}^2$ ,  $\rho = 8.9\text{g/cm}^3$ ,  $\theta = 15^\circ$ :

求:  $B$

解: 设正方形每一边质量为  $m$

重力力矩为  $M$

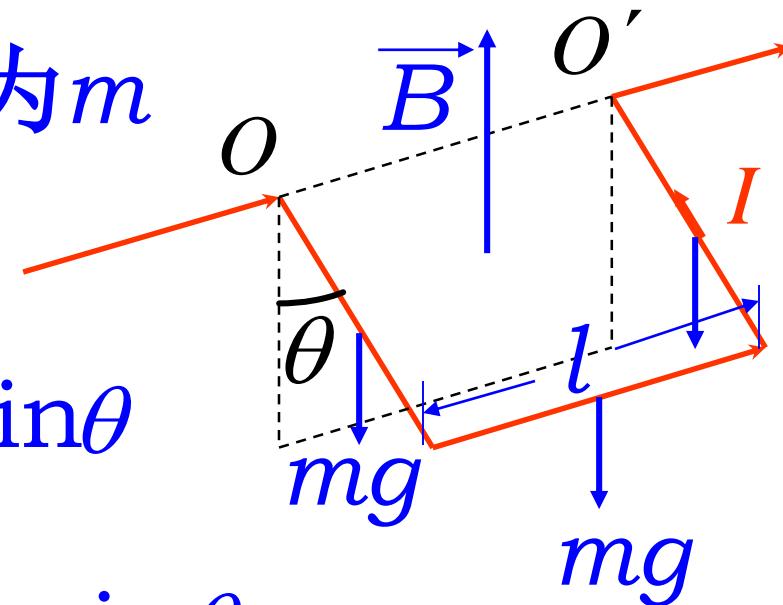
$$M = 2mg \frac{l}{2} \sin\theta + mg l \sin\theta$$

$$= 2mgl \sin\theta = 2lS\rho l g \sin\theta$$

$$= 2l^2 S \rho g \sin\theta$$

磁力矩为  $M'$

$$M' = BIl \cdot l \cos\theta$$



在平衡时重力力矩与磁力力矩相等

$$M' = M$$

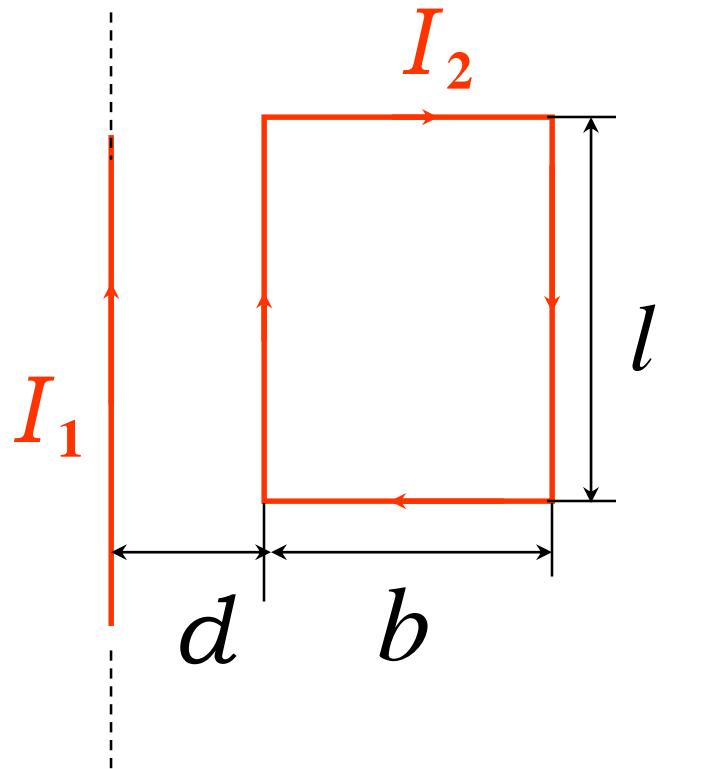
$$2l^2S\rho g \sin\theta = BIl \cdot l \cos\theta$$

$$B = \frac{2S\rho g \tan\theta}{I}$$

$$= \frac{2 \times 2.0 \times 10^{-6} \times 8.9 \times 10^3 \times 9.8}{10} \tan 15^\circ$$

$$= 9.35 \times 10^{-3} \text{ T}$$

11-39 如图所示，在长直导线旁有一矩形线圈，导线中通有电流  $I_1=20\text{A}$  线圈中通有电流  $I_2=10\text{A}$ 。已知  $d=1\text{cm}$ ,  $b=9\text{cm}$ ,  $l=20\text{cm}$ 。求矩形线圈受到的合力是多少？



已知:  $I_1 = 20\text{A}$ ,  $I_2 = 10\text{A}$ ,  $d = 1\text{cm}$ ,  
 $b = 9\text{cm}$ ,  $l = 20\text{cm}$

求:  $\mathbf{F}$

解:

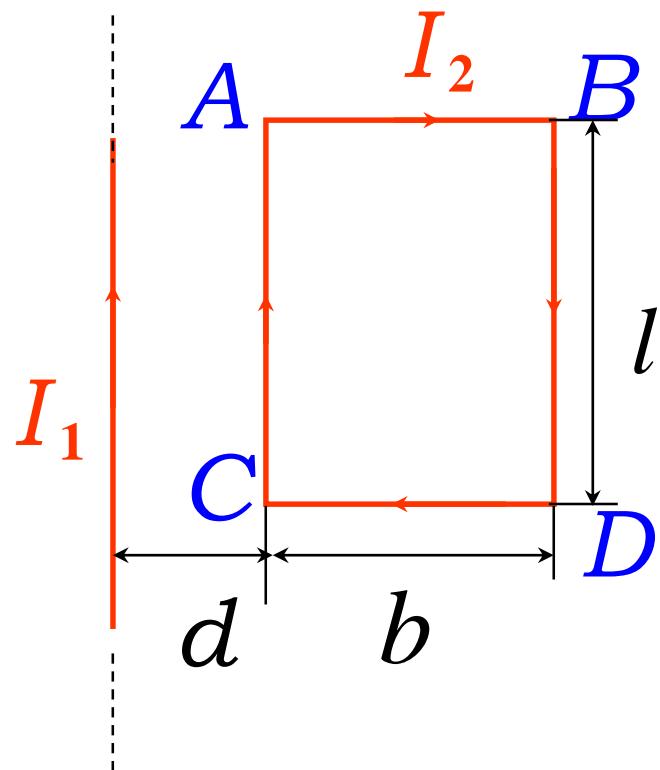
$$F_{AB} - F_{CD} = 0$$

$$F = F_{AC} - F_{BD}$$

$$= B_C I_2 l - B_D I_2 l$$

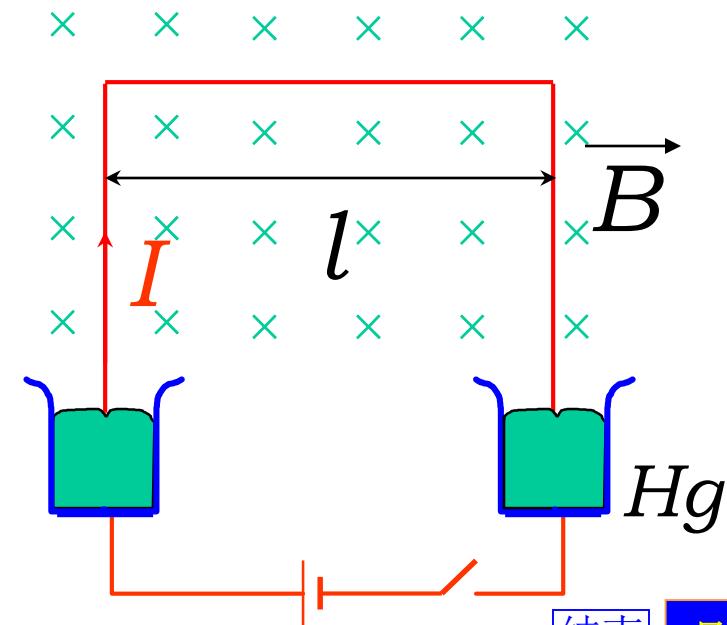
$$= \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} I_2 l - \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d+b)} I_2 l$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{d+b} \right)$$



$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{d+b} \right)$$
$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 20 \times 10 \times 0.2}{2\pi}$$
$$\times \left[ \frac{1}{1.0 \times 10^{-2}} - \frac{1}{1.0 \times 10^{-2} + 9.0 \times 10^{-2}} \right]$$
$$= 7.0 \times 10^{-4} \text{ N}$$

11-41 有一根U形导线，质量为 $m$ ，两端浸没在水银槽中，导线的上段长 $l$ ，处在磁感应强度为 $\mathbf{B}$ 的均匀磁场中，如图所示。当接通电源时，这导线就会从水银槽中跳起来。假定电流脉冲的时间同导线上升的时间相比非常小。(1)试由导线跳起所达到的高度 $h$ 计算电流脉冲的电荷量 $q$ ；(2)如 $B = 0.1\text{T}$ ， $m = 10\text{g}$ ， $h = 0.3\text{m}$ 。计算 $q$ 的值（提示利用动量原理，找出 $\int I dt$ 与 $\int F dt$ 的关系）



已知:  $B=0.1\text{T}$ ,  $m=10\text{g}$ ,  $l=20\text{cm}$ ,  $h=0.3\text{m}$

求:  $q$

解:

$$\int_0^t f dt = \int_0^t i Bl dt = Bl \int_0^t i dt = Bl q$$

由动量原理:

$$\int_0^t f dt = mv - mv_0 \quad (v_0=0)$$

$$\therefore mv = Blq$$

上跳过程机械能守衡

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

$$q = \frac{m}{Bl} \sqrt{2gh}$$

**11-42** 一永磁式电表中的线圈面积为 $6.0\text{cm}^2$ 共50匝，线圈摆动区域中的 $B$ 值为 $0.01\text{T}$ ，并沿径向分布。设游丝的扭转常量为 $0.01 \times 10^{-7}\text{N.m}/(\text{°})$ ，若线圈中通以 $1\text{mA}$ 的电流。求线圈的偏转角。

已知:  $S = 6.02\text{cm}^2$ ,  $N = 50$ ,  $B = 0.01\text{T}$   
 $k = 0.1 \times 10^{-7} \text{ N.m/}^\circ$ ,  $I = 1\text{mA}$

求:  $\theta$

解:

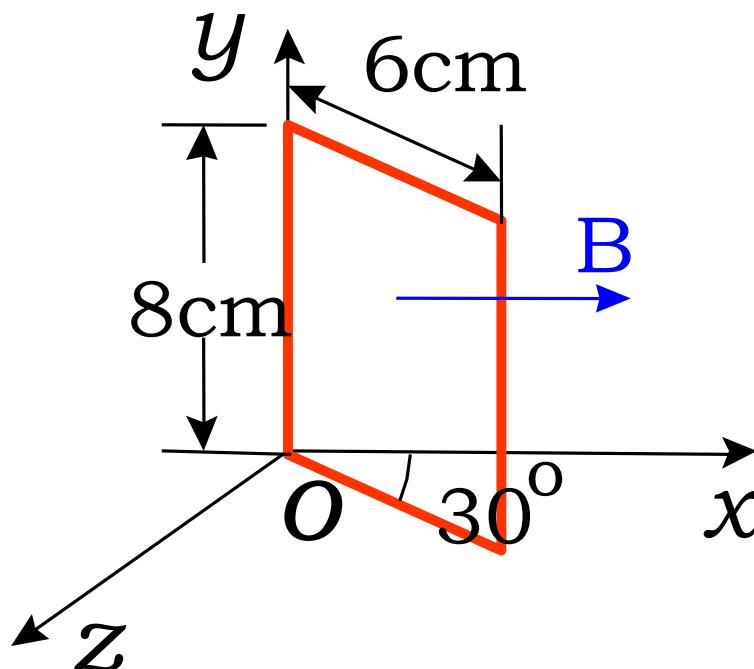
$$I = \frac{k\theta}{NBS}$$

$$\theta = \frac{INBS}{k}$$

$$= \frac{1.0 \times 10^{-3} \times 50 \times 0.01 \times 6.02 \times 10^{-4}}{0.1 \times 10^{-7}}$$

$$= 30^\circ$$

11-43 如图所示，一矩形线圈可绕  $y$  轴转动，线圈中载有电流  $0.10\text{A}$ ，放在磁感应强度为  $B = 0.50\text{T}$  的均匀磁场中， $\mathbf{B}$  的方向平行于  $x$  轴。求维持线圈在图示位置时的力矩。



已知:  $I = 0.1\text{A}$ ,  $B = 0.5\text{T}$ ,  $\theta = 60^\circ$

求: 磁力矩  $M$

解:

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$$

$$M = p_m B \sin 60^\circ$$

$$= I S B \sin 60^\circ$$

$$= 0.1 \times 0.5 \times 6 \times 10^{-2} \times 8 \times 10^{-2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 2.08 \times 10^{-4} \text{ N.m}$$

**11-44** 一螺线管长为 30cm，直径为 15mm，由绝缘的细导线密绕而成，每厘米绕有 100 匝，当导线中通以 2.0A 的电流后，把这螺线管放到  $B = 4.0\text{T}$  的均匀磁场中。求

- (1) 螺线管的磁矩；
- (2) 螺线管所受力矩的最大值。

已知:  $l = 30\text{cm}$ ,  $D = 15\text{mm}$ ,  $n = 100/\text{cm}$ ,  
 $I = 2.0\text{A}$ ,  $B = 4.0\text{T}$

求: (1) $p_m$ , (2) $M_{\max}$

解:

$$p_m = NIS$$

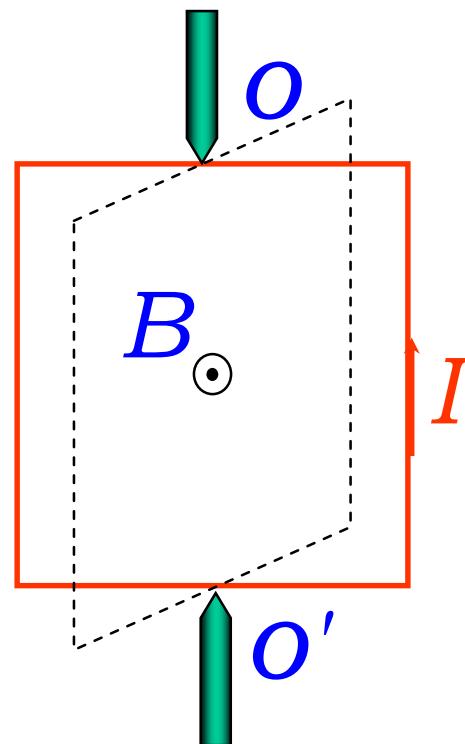
$$= 30 \times 10^{-2} \times 100 \times \pi \left( \frac{15 \times 10^{-3}}{2} \right)^2 \times 2$$

$$= 1.06 \text{ A.m}$$

$$M_{\max} = p_m B \sin \frac{\pi}{2} = p_m B$$

$$= 0.11 \times 4 = 0.44 \text{N.m}$$

11-45 一边长为  $l$  的正方形线圈载有电流  $I$ ，处在均匀外磁场  $\mathbf{B}$  中， $\mathbf{B}$  垂直图面向向外，线圈可以绕通过中心的竖直轴  $OO'$  转动（见图），其转动惯量为  $J$ 。求线圈在平衡位置附近作微小振动的周期  $T$ 。



已知:  $l, I, B, J$

求:  $T$

解: 设磁力矩为  $M'$

$$M' = p_m B \sin \theta = I S B \sin \theta$$

$$= I l^2 B \sin \theta \approx I l^2 B \theta$$

由转动定律:

$$M = J \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \rightarrow -I l^2 B \theta = J \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

式中的负号是因为磁力矩和  $\theta$  角符号相反

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{Il^2B}{J} \theta = 0 \quad \rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2 \theta = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{Il^2B}{J} \theta = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2 \theta = 0$$

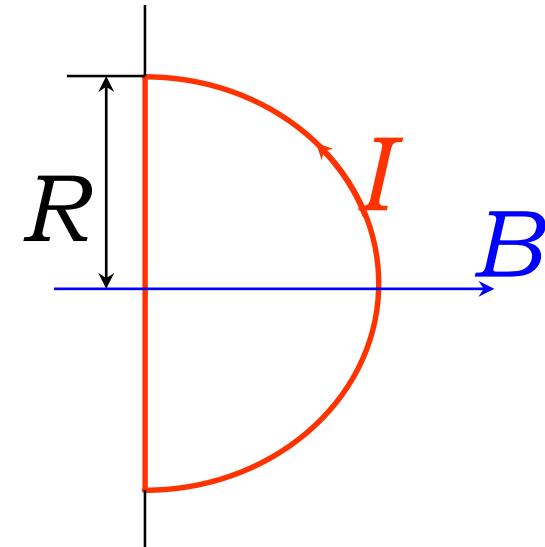
$$\omega^2 = \frac{Il^2B}{J} \quad \rightarrow \quad \omega = l \sqrt{\frac{IB}{J}}$$

$$T = \frac{2\pi}{l} \sqrt{\frac{J}{IB}}$$

**11-46** 一半径为  $R = 0.1\text{m}$  的半圆形闭线圈，载有电流  $I = 10\text{A}$ ，放在均匀磁场中，磁场方向与线圈面平行，如图所示。已知  $B = 0.5\text{T}$ 。求

(1) 线圈所受力矩的大小和方向（以直径为转轴）；

(2) 若线圈受力矩的作用转到线圈平面与磁场垂直的位置，则力矩作功多少？



已知:  $R = 0.1\text{m}$ ,  $I = 10\text{A}$ ,  $B = 0.5\text{T}$

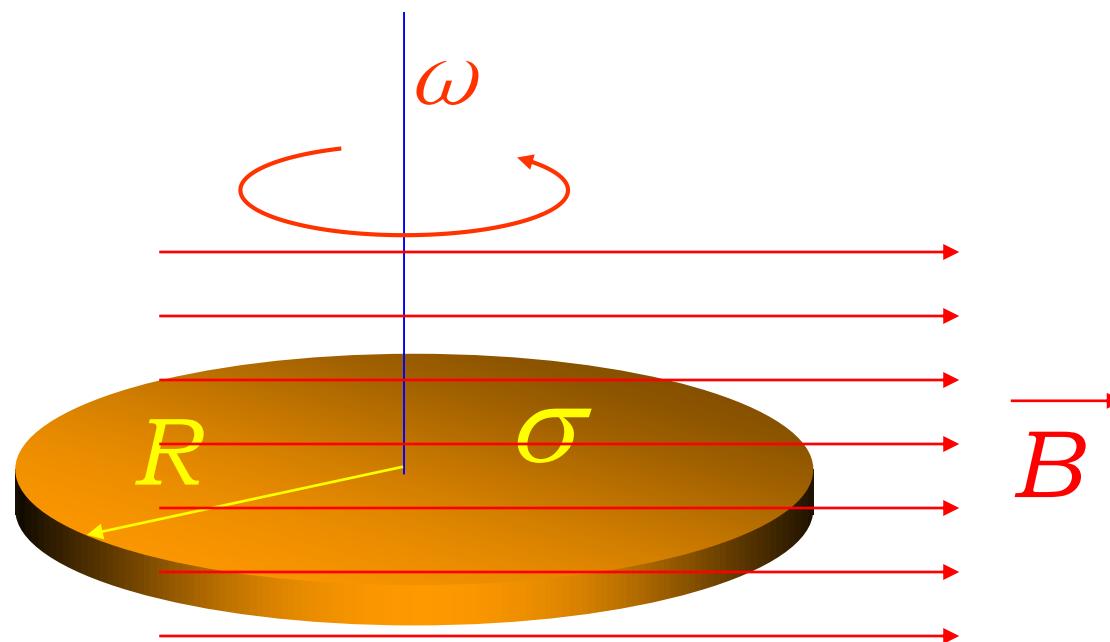
求: (1)  $M$ , (2)  $A$

解:

$$\begin{aligned}(1) \quad M &= p_m B = \frac{1}{2} \pi R^2 I B \\ &= \frac{\pi}{2} (0.1)^2 \times 10 \times 0.5 \\ &= 7.85 \times 10^{-2} \text{ N.m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad A &= I \Delta \Phi = I \frac{1}{2} \pi R^2 B \\ &= 7.85 \times 10^{-2} \text{ J}\end{aligned}$$

51 在一磁感应强度为  $B$  的水平的均匀磁场中，有一水平放置的均匀带电的圆盘，电荷面密度为  $\sigma$ ，半径为  $R$ 。它围绕其铅直轴线以角速度  $\omega$  旋转。求它所受到的磁力矩。



已知:  $B, R, \sigma, \omega$

求:  $M$

解:

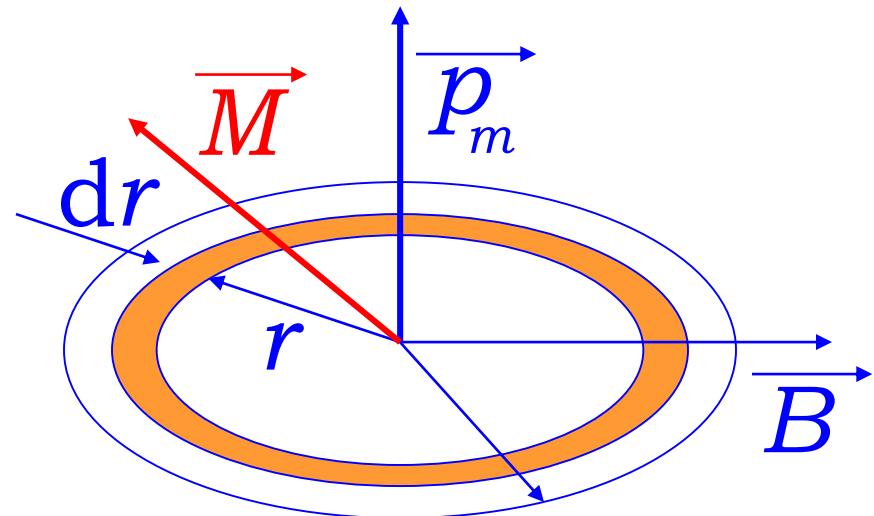
$$dq = \sigma 2\pi r dr$$

$$\begin{aligned} dI &= n dq = \frac{\omega}{2\pi} \sigma 2\pi r dr \\ &= \omega \sigma r dr \end{aligned}$$

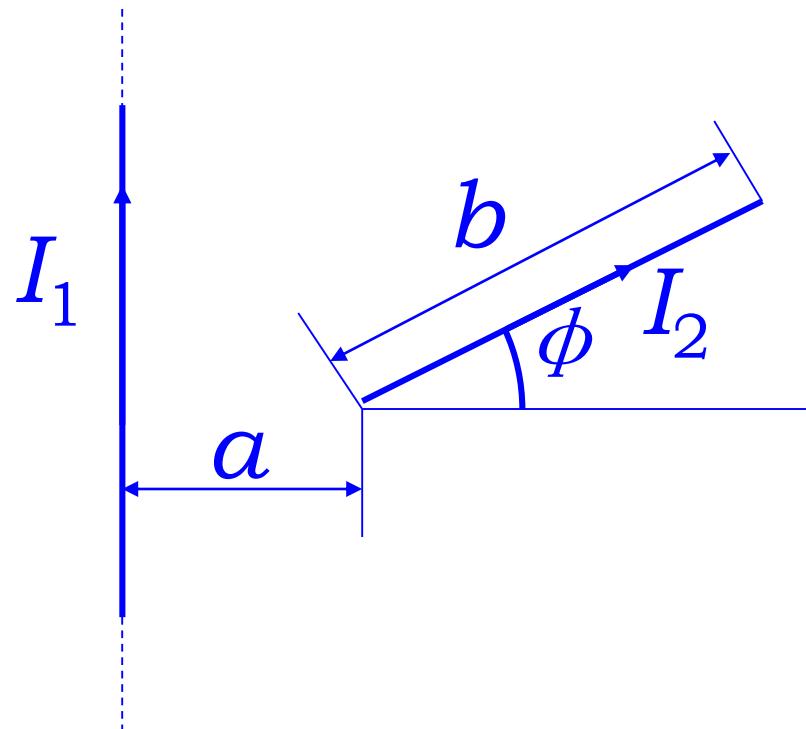
$$dp_m = dI \pi r^2 = \omega \sigma r dr \pi r^2$$

$$p_m = \omega \sigma \pi \int_0^R r^3 dr = \omega \sigma \pi \frac{R^4}{4}$$

$$|\vec{M}| = p_m B \sin 90^\circ = \frac{1}{4} \omega \sigma \pi R^4 B$$



**52** 在同一平面上有一条无限长载流直导线和一有限长载流直导线，它们分别通有电流  $I_1$  及  $I_2$ 。尺寸及位置如图所示。求有限长导线所受的安培力。



已知:  $I_1, I_2, a, b, \phi$

求:  $F_{12}$

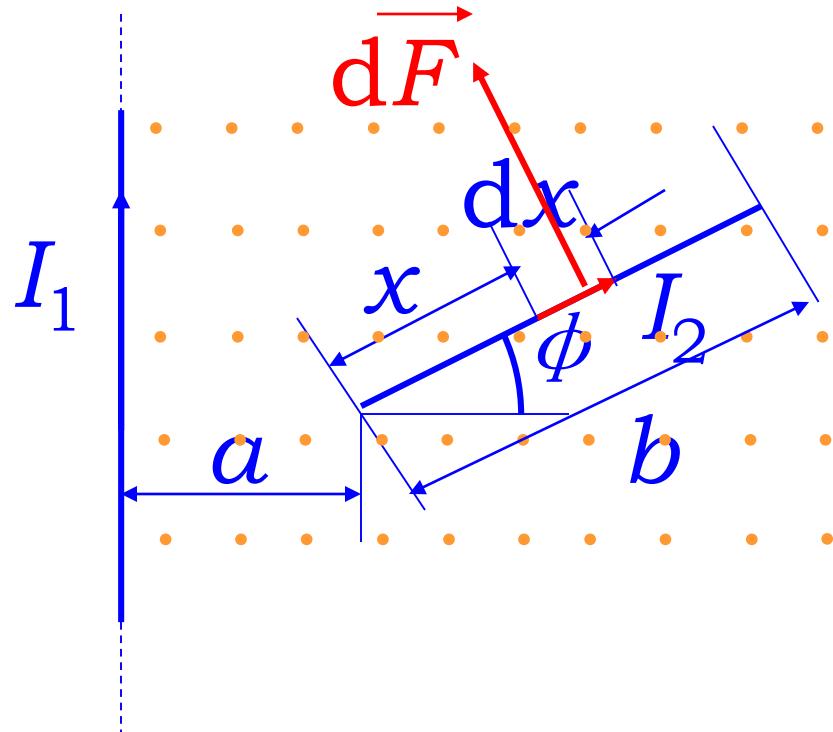
解:

$$dF = I_2 dx B_1 \sin 90^\circ$$

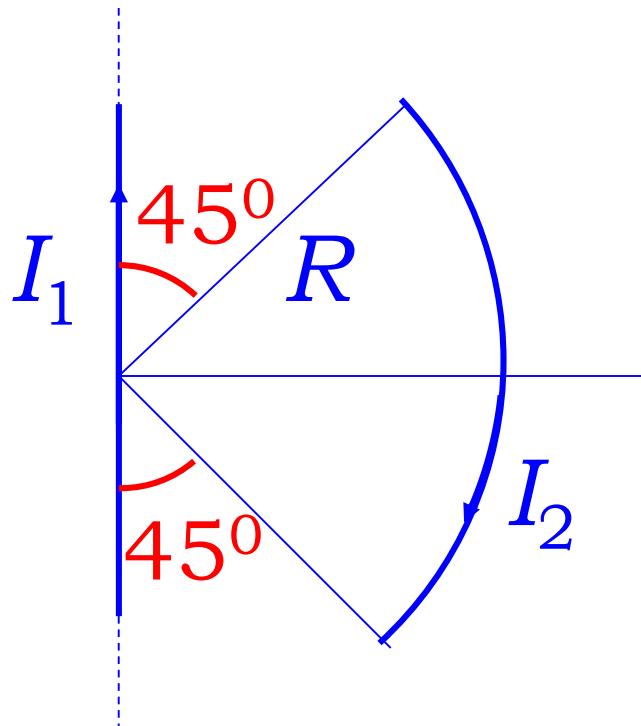
$$= I_2 dx \frac{\mu_0 I_1}{(a + x \cos \phi)}$$

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \int_0^b \frac{dx}{(a + x \cos \phi)}$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi \cos \phi} \ln \frac{(a + b \cos \phi)}{a}$$



53 在同一平面上有一条无限长载流直导线和一四分之一圆周载流导线，它们分别通有电流  $I_1$  及  $I_2$ 。尺寸及位置如图所示。求圆形导线所受的安培力。



已知:  $I_1, I_2, R, 45^\circ$

求:  $F_{12}$

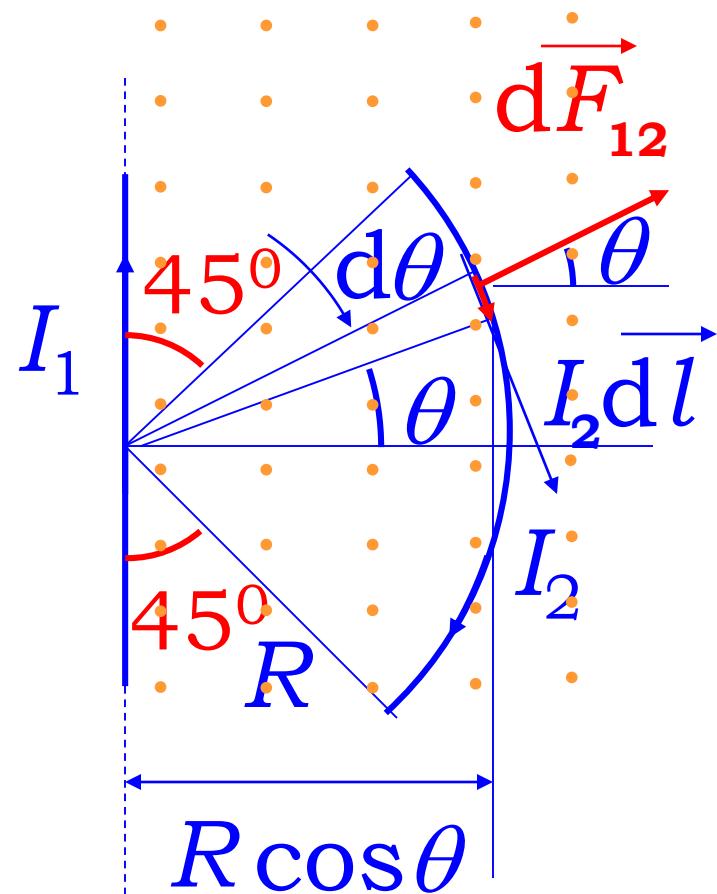
解:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R \cos \theta}$$

$$dF_{12} = I_2 dl B_1 \sin 90^\circ$$

$$= I_2 R d\theta \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R \cos \theta}$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi \cos \theta} d\theta$$



$$dF_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi \cos\theta} d\theta$$

由对称性  $F_y = 0$

$$F_{12} = F_x = \int dF_{12} \cos\theta$$

$$= \int \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi \cos\theta} \cos\theta d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} d\theta = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4}$$