苏 州 大 学

——普通物理学（上）大题答案

制作人：田浩

联系邮箱：2815094335@qq.com

目录

第一章 质点运动学

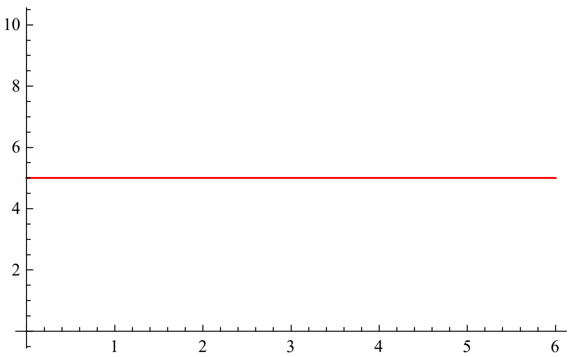
第一讲 质点运动的描述

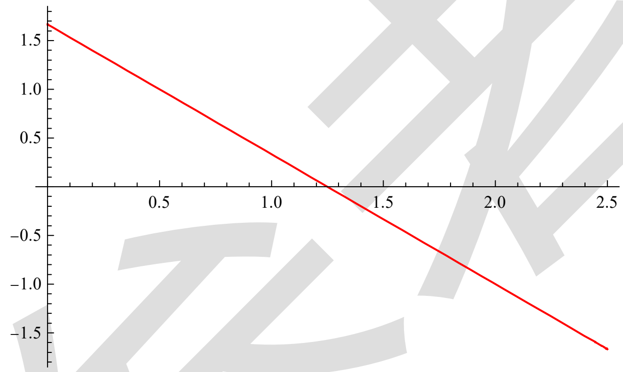
1. 质点的运动方程为

(1).$r = (3 + 2\,t)\,i + 5\,j$　　(2).$r = (2 - 3\,t)\,i + (4\,t - 1)\,j$　　求质点的轨道方程并作图表示

(1).$x = 3 + 2\,t,\ y = 5 \ \Rightarrow$ 轨道方程为 $y = 5$

(2).$\begin{cases} x = 2 - 3\,t \\ y = 4\,t - 1 \end{cases}$ 消去时间参量 t 得：$3\,y + 4\,x - 5 = 0$





2. 一质点 $x\,O\,y$ 平面内运动, 运动方程为 $\begin{cases} x = 2\,t \\ y = 19 - 2\,t^2 \end{cases}$

(1).计算质点的运动轨道

(2).求 $t = 1\,s$ & $t = 2\,s$ 时质点的位置矢量，并求此事件间隔内质点的平均速度

(3).求 $t = 1\,s$ & $t = 2\,s$ 时质点的瞬时速度和瞬时加速度

(4).在什么时刻，质点的位置矢量正好与速度矢量垂直？此刻，它们的 $x,\,y$ 分量各位多少？

(5).在什么时刻，质点距远点最近？最近距离是多少？

(1).$\begin{cases} x = 2\,t \\ y = 19 - 2\,t^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad y = -\dfrac{x^2}{2} + 19$

(2). $\because \vec{r} = 2\,t\,\vec{i} + \left(19 - 2\,t^2\right)\vec{j}$

$\therefore \vec{r}(1\,s) = 2\,\vec{i} + 17\,\vec{j} \qquad \vec{r}(2\,s) = 4\,\vec{i} + 11\,\vec{j}$

$\therefore \bar{v} = \dfrac{\Delta\,\vec{r}}{\Delta\,t} = 2\,\vec{i} - 6\,\vec{j}$

(3). $\because \vec{v} = \dfrac{d\,\vec{r}}{d\,t} = 2\,\vec{i} - 4\,t\,\vec{j}$

$\therefore \vec{v}(1\,s) = 2\,\vec{i} - 4\,\vec{j} \qquad \vec{v}(2\,s) = 2\,\vec{i} - 8\,\vec{j}$

$\because \vec{a} = \dfrac{d\,\vec{v}}{d\,t} = -4\,\vec{j}$

$\therefore \vec{a}(1\,s) = \vec{a}(2\,s) = -4\,\vec{j}$

(4). $\because \vec{r} = 2\,t\,\vec{i} + \left(19 - 2\,t^2\right)\vec{j}$ & $\vec{v} = 2\,\vec{i} - 4\,t\,\vec{j}$ & $\vec{r}\cdot\vec{v} = 0$

$\therefore 4\,t - 4\,t\left(19 - 2\,t^2\right) = 0$

$\therefore t = 0$ 或 $t = 3$

$\therefore t = 0$ 时，$v_x = 2$，$v_y = 0$

$\therefore t = 3$ 时，$v_x = 2$，$v_y = -12$

(5).$|\vec{r}| = 4\,a + (19 - 2\,a)^2 = 4\,(a - 9)^2 + 37$

$\therefore t = 3\,s$ 时，距离 O 最近，为 $\sqrt{37}\ m$

Designed by Tian Hao

第二讲 直线运动 抛体运动

1. 一小球以 $12\,m/s$ 的速率竖直上抛，$1\,s$ 后，第二个小球以 $16\,m/s$ 的速率在同一地点竖直上抛。问
(1).在什么时刻，两球相遇？
(2).相遇时高度是多少？
(3).相遇时第一个球是上升还是下降？

(1).令向上为正，则有

$$\begin{cases} x_1 = 12\,t + \frac{1}{2}\,g\,t^2 \\ x_2 = 16\,(t-1) + \frac{1}{2}\,g(t-1)^2 \\ x_1 = x_2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad t = 1.5\,s$$

(2).$h = x_1 = 12\times 1.5 + \dfrac{1}{2}(-9.8)\times 1.5^2$

$\quad = 6.75\,m$

(3).$v_t = 12 + g\,t = -3\,m/s$

$\therefore$ 第一个球下降

2. 一轰炸机与竖直方向成 $53°$ 角向下俯冲，在 $800\,m$ 的高空投下一炸弹，$5\,s$ 后炸弹着地，求
(1).轰炸机的速度
(2).炸弹水平飞行的距离
(3).炸弹着地时的速度

(1).由 $h = v_0\,t\cos\theta + \dfrac{1}{2}\,g\,t^2 \quad \Rightarrow \quad v_0 = 225\,m/s$

(2).$S = v_0\,t\sin\theta = 899\,m$

(3).$v_x = v_0\sin\theta = 180\,m/s$

$v_y = v_0\cos\theta + g\,t = 184\,m/s$

第三讲 圆周运动的加速度

1. 一质点沿半径为 $R = 4\,m$ 的圆周运动，路程和时间的关系为 $s = 2\,t$，求：
(1).质点的运动速度
(2).质点的加速度
(3).质点运动 1 周所需要的时间

(1).$v = \frac{ds}{dt} = 2\,m/s$

(2).$a_n = \frac{v^2}{R} = 1\,m/s$

(3).$t = \frac{c}{v} = 4\,\pi(s)$

2. 一物体从静止出发沿半径 $R = 3.0\,m$ 的圆周运动，切向加速度 $\alpha_t = 3.0\,m/s$，问
(1).经过多少时间它的总速度 α 恰与它所在处的半径成 45 °角
(2).在上述时间内物体所通过的路程 S 等于多少

(1).总的加速度 α 与半径成 45 ° 时，α 与切向加速度 α_t 和法向加速度 α' 的夹角都为 45 °

$\because \alpha' = \alpha\,t$

$\therefore \alpha' = \frac{V^2}{r} = \frac{(\alpha\,t \cdot t)^2}{r}$

$\therefore t = 1\,s$

(2).$S = \frac{1}{2}\alpha\,t^2 = 1.5\,m$(*切向加速度对运动的路程没有影响*)

第四讲 圆周运动的角量表示 相对运动

1. 一飞轮的角速度在 $5\,s$ 内由 $900\,r/\min$ 均匀地减到 $800\,r/\min$，求：
(1).飞轮的角加速度
(2).飞轮在此 $5\,s$ 内共转了多少圈
(3).再过多长时间，飞轮停止转动

(1).$\beta = (800-900)\times 2\pi \div 5 = -\dfrac{2\pi}{3}\,\text{rad}\cdot s^{-2}$

(2). $\because\ \omega^2-\omega_0^2 = 2\beta(\theta-\theta_0)$

$$\therefore\ \theta-\theta_0 = \frac{\omega^2-\omega_0^2}{2\beta}$$

$$\therefore\ \theta-\theta_0 = \frac{425\pi}{3}\,\text{rad}$$

$$\therefore\ N = \frac{\theta-\theta_0}{2\pi} = 70.8\ \text{圈}$$

(3). $\because\ \dfrac{2\pi}{3}t = 30\pi$

$\therefore\ t = 45\,s$

$\therefore\ t' = 40\,s$

2. 两辆汽车在相互垂直的道路上行驶, 一车朝北, 一车朝东, 他们对地面的速率分别是 $60\,\text{km}/h$ 和 $80\,\text{km}/h$
(1).求第一车相对于第二车的速度
(2).上小题中的相对速度与汽车在道路上的位置有无关系
(3).如果第二辆车朝西运动, 再做(1) & (2)

(1). $\because\ v_1 = 60\,\text{km}/h\ \&\ v_2 = 80\,\text{km}/h$

$\therefore\ v = 100\,\text{km}/h$ (方向北偏西$53.1°$)

(2).无关系

(3).$v = 100\,\text{km}/h$ (北偏东$53.1°$)

无关系

第二章 质点动力学

第一讲 惯性定律 质量 动量 牛顿定律

1. 一木块静止在一斜面上，斜面与水平面的夹角为θ，动摩擦因数为0.50，静摩擦因数是0.75，求
(1).逐渐增大θ角，求木块开始滑动的最小角度
(2).按此角度，求木块一旦运动后的加速度
(3).木块沿斜面滑动6.1 m，要多长时间

(1).受力分析，得

$f_{静} = m g \sin\theta$，$F_N = m g \cos\theta$

当木块开始滑动时，$m g \sin\theta > \mu_{静} F_N$

$\Rightarrow \tan\theta > 0.75$

$\Rightarrow \theta \geq 36.8°$

即最小角度为36.8°

(2).当木块运动时，$m\alpha = m g \sin\theta - \mu_{动} m g \cos\theta$

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{3}{5} \quad \cos\theta = \frac{4}{5}$$

$\Rightarrow \alpha = 1.95\, m \cdot s^{-2}$ 方向沿斜面向下

(3).$x = v_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 6.1$ & $v_0 = 0$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\times 6.1}{0.95}} = 2.5\, s$$

2. 一人在平地上拉一个质量为M的木箱匀速地前进，木箱与地面间的动摩擦因数为0.6.设此人前进时，跨在肩上的绳的支撑点距地面的高度为1.5 m，问绳长等于多少时最省力？

设绳子与水平面成θ角，木箱匀速前进时合外力为0

$$\therefore \begin{cases} F\cos\theta - f = 0 \\ F\sin\theta + N - M g = 0 \\ f = \mu N \end{cases}$$

$$\Rightarrow F = \frac{\mu M g}{\cos\theta + \mu\sin\theta}$$

$$\text{let } \frac{dF}{d\theta} = -\frac{\mu M g(-\sin\theta + \mu\cos\theta)}{(\cos\theta + \mu\sin\theta)^2} = 0$$

$\Rightarrow \tan\theta = \mu = 0.6$ 时最省力

$$\because \tan\theta = \frac{h}{\sqrt{l^2 - h^2}} = 0.6$$

$\therefore l = 2.92\, m$

第二讲 冲量 动量定理

1. 一质量为 150 g 的球以 40 m/s 的速率运动，被球棒打击后，以 60 m/s 的速率沿反方向运动，如果击球时间为 0.005 s，求球棒对球的平均作用力的大小

$$\overline{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{150\times10^{-3}\times(60+40)}{0.005} = 3\times10^{3}\text{ 牛}$$

2. 质量为 m 的小球从高为 h 处沿水平方向以速率 v 抛出，与地面碰撞后跳起的最大高度为 $\frac{1}{2}h$，水平速率为 $\frac{1}{2}v$

求碰撞过程中

(1).地面对小球的垂直冲量的大小

(2).地面对小球的水平冲量的大小

$$\text{碰撞前}\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = -\sqrt{2\,g\,y_0} \end{cases}$$

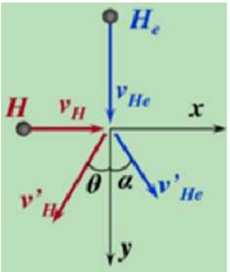
$$\text{碰撞后}\begin{cases} v_x = v_0/2 \\ v_y = \sqrt{2\,g\cdot y_0/2} = \sqrt{g\,y_0} \end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases} \text{竖直方向：}\left(1+\sqrt{2}\right)m\sqrt{g\,y_0} \\ \text{水平方向：}1/2\,m\,v_0 \end{cases}$$

第三讲 质点系的动量定理和动量守恒定律

1. 一质子$(m_H = 1\,u$、$v_H = 6\times10^5\,m/s)$和一氦核$(m_{He} = 4\,u$、$v_{He} = 4\times10^5\,m/s)$相碰撞若碰撞后质子速率 $v'_H = 6\times10^5\,m/s$，角度为37°求碰撞后氦核的速度 v'_{He}

以质子和氦核为系统，碰撞过程中外力不计，由动量守恒定律



$$\begin{cases} x\text{ 方向：} m_H\, v_H = -m_H\, v'_H \sin\theta + m_{He}\, v'_{He} \sin\alpha \\ y\text{ 方向：} m_{He}\, v_{He} = -m_H\, v'_H \cos\theta + m_{He}\, v'_{He} \cos\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow v'_{He}\sin\alpha = \frac{m_H}{m_{He}}(v_H + v'_H \sin 37°) = 2.4\times10^5\,m/s$$

$$v'_{He}\cos\alpha = v_{He} - \frac{m_H}{m_{He}}\cdot v'_H \cos 37° = 2.8\times10^5\,m/s$$

$$\Rightarrow v'_{He} = \sqrt{(v'_{He}\sin\alpha)^2 + (v'_{He}\cos\alpha)^2} = 3.7\times10^5\,m/s$$

$$\alpha = 40°33'$$

2. 一质量为 M 的平板车沿无摩擦的水平轨道向右运动, 起初, 一质量为 m 的人站在车上, 车以速度 v_0 向右运动现在此人已相对于车的速率 u 向右快跑，试问在人离开平板车前，车速的变化是多少？

选人和车整体为研究对象，且规定水平向右为正方向
由于无摩擦，无水平外力，所以系统水平方向动量守恒
初始状态总动量：$(M+m)\,V_0$
设人离开车时，车的速度为 V，则人相对地面得速度为 $V-u$
末状态总能动量：$M\,V_0 + m(V-u)$
水平动量守恒：$(M+m)\,V_0 = M\,V - m(V-u)$
解得：$V = \dfrac{(M+m)\,v_0 - m\,u}{M-m}$
所以车的速度变化(增加)为：$\dfrac{2\,m\,v_0 - m\,u}{M-m}$

V向左
u向右
可以解释

第四讲 质点的角动量 角动量定理

1. 哈雷彗星绕太阳的轨道是以太阳的焦点的一个椭圆，它离太阳最近的距离是 $r_1 = 8.75\times10^{10}\ m$，此时它的速率是 $v_1 = 5.46\times10^4\ m/s$。它离太阳最远时的速率是 $v_2 = 9.08\times10^2\ m/s$，求这时它离太阳的距离 r_2

根据开普勒第二定律，在 Δt 时间内

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_1\Delta t\, r_1 = \frac{1}{2}v_2\Delta t\, r_2$$

$$\Rightarrow r_2 = \frac{v_1}{v_2}r_1 = \frac{5.46\times10^4}{9.08\times10^2}\times8.75\times10^{10} = 5.26\times10^{12}\ m$$

即 r_2 为 $5.26\times10^{12}\ m$

2. 两个滑冰运动员的质量都是 70 kg，以 6.5 m/s 的速率沿相反方向滑行，滑行路线间的垂直距离是 10 m。当彼此交错时，各抓住同一根 10 m 长绳索的一端，然后相对旋转

(1).抓住绳索后各自对绳中心角动量的大小

(2).当他们各自收拢绳索，到绳长为 5 m 时，各自的速率

(1) 角动量 $L = \vec{r}\times\vec{p}$

$$= \vec{r}\times m\times\vec{v}$$

$$= 5\times70\times6.5$$

$$= 2275\quad \mathrm{kg}\cdot m\cdot s^{-2}$$

(2).根据角动量守恒

$$\Rightarrow L = L'$$

$$\Rightarrow 2\,m\,v_0\frac{d}{2} = 2\,m\,v\frac{d}{4}$$

$$\Rightarrow v = 2\,v_0 = 13\ m/s$$

$\Rightarrow$ 两人均为 $13\ m/s$

第三章 机械能守恒

第一讲 功 功率

1. 质量为 m 的子弹以速度 v_0 水平射入沙土中, 设子弹所受阻力与速度反向, 大小与速度成正比，比例系数为 k，忽略子弹的重力，求
(1).子弹射入沙土后，速度随时间变化的函数式
(2).子弹进入沙土的最大深度

(1).由题意，子弹射入沙土中的阻力表达式为：$f=-kv$

又由牛顿第二定律可得：$f=m\dfrac{dv}{dt}$，则 $-kv=m\dfrac{dv}{dt}\quad\Rightarrow\quad\dfrac{dv}{v}=-\dfrac{k}{m}dt$

Integrate on both sides : $\displaystyle\int_{v_0}^{0}\frac{1}{v}dv=\int_0^t-\frac{k}{m}dt$

所以：$v=v_0e^{-\frac{k}{m}t}$

(2).子弹进入沙土的最大深度也就是 $v=0$ 的时候子弹的位移，则 $\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{dv}{dx}\dfrac{dx}{dt}\ \&\ v=\dfrac{dx}{dt}$

$\Rightarrow dx=-\dfrac{m}{k}dv$

Integrate on both sides : $x=-\displaystyle\int_{v_0}^{0}\frac{m}{k}dv=\frac{m}{k}v_0$

2. 一质量为 m 的物体，在力 $F=at\vec{i}+bt^2\vec{j}$ 的作用下，由静止开始运动，求在任一时刻 此力所做功的功率？

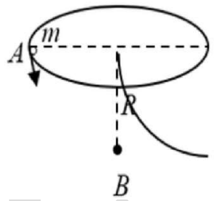
由 $P=F\cdot v$，要求功率就必须求力和速度

由题意：$v=\displaystyle\int\frac{F}{m}dt=\frac{1}{m}\int\left(at\vec{i}+bt^2\vec{j}\right)dt=\frac{1}{m}\left(\frac{1}{2}at^2\vec{i}+\frac{1}{3}bt^3\vec{j}\right)$

所以功率为：$P=F\cdot v=\left(at\vec{i}+bt^2\vec{j}\right)\cdot\dfrac{1}{m}\left(\dfrac{1}{2}at^2\vec{i}+\dfrac{1}{3}bt^3\vec{j}\right)=\dfrac{1}{m}\left(\dfrac{1}{2}a^2t^3+\dfrac{1}{3}b^2t^5\right)$

第二讲 动能 动能定理

1. 如图，一质量为 m 的质点，在半径为 R 的半球形容器中，由静止开始自边缘上的 A 点滑下，到达最低点 B 时它对容器的正压力数值为 N，求质点自 A 滑倒 B 的过程中，摩擦力对其做的功。



B 点速度：$N-G=m\cdot\frac{v^2}{R}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}(N-G)R$

根据动能定理：$mgR+A_f=\frac{1}{2}mv^2-0$

$\Rightarrow W_f=\frac{1}{2}(N-G)R-mgR=\frac{1}{2}(N-3mg)R$

2. 一链条放置在光滑桌面上，用手揿住一端，另一端有四分之一长度由桌边下垂，设链条长为 L，质量为 m 试问将链条全部拉上桌面要做多少功？

$A=\Delta E_P=\frac{1}{4}mg\times\frac{1}{8}l=\frac{1}{32}mgl$

第三讲 重力势能 弹性势能

1. 在光滑水平面上，平放一轻弹簧，弹簧一端固定，另一端连一物体 A，A 边上再放一物体 B，它们质量分别为 m_A 和 m_B，弹簧劲度系数为 k，原长为 l. 用力推 B，使弹簧压缩 x_0，然后释放。求
(1).当 A 与 B 开始分离时，它们的位置和速度
(2).分离之后，A 还能往前移动多远?

(1).当 A 与 B 开始分离时，两者具有相同的速度，但 A 的加速度为零
此时弹簧和 B 都不对 A 产生作用力，即为弹簧原长位置时刻

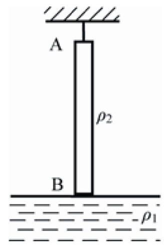
根据能量守恒：$\frac{1}{2}(m_A+m_B)v^2 = \frac{1}{2}k x_0^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{k}{m_A+m_B}}\, x_0 \;\&\; x = l$

(2).分离之后，A 的动能又逐渐的转化为弹性势能

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m_A v^2 = \frac{1}{2}k x_A^2$$

$$\Rightarrow x_A = \sqrt{\frac{m_A}{m_A+m_B}}\, x_0$$

2. 在密度为 ρ_1 的液面上方，悬挂一根长为 l，密度为 ρ_2 的均匀棒 AB，棒的 B 端刚和液面接触如图所示，今剪断细绳，设细棒只在浮力和重力作用下运动，在 $\frac{\rho_1}{2} < \rho_2 < \rho_1$ 的条件下求细棒下落过程中的最大速度 $v_{\max}$ 以及细棒能进入液体的最大深度 H



(1).分析可知，棒下落的最大速度是受合力为零的时候

$$\Rightarrow G = F_{浮}$$

$$\Rightarrow \rho_2 l s g = \rho_1 h s g$$

$$\Rightarrow h = \frac{\rho_2}{\rho_1} l$$

根据功能原理 : $m g h = \frac{1}{2} m v^2 + A_{浮}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho_2 s l v_{\max}^2 = \rho_2 s g l h - \int_0^h \rho_1 g s y\, dy$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1} g l}$$

(2).当均匀棒完全进入液体中时, 浮力不变, 到最大深度 H 时, 速度为零, 设 : $H = l + h'$

由能量守恒 : $\rho_2 l s g H = \int_0^l \rho_1 y s g\, dy + \rho_1 l s g h'$

$$\Rightarrow \rho_2 l s g H = \int_0^l \rho_1 y s g\, dy + \rho_1 l s g (H - l)$$

$$\Rightarrow H = \frac{\rho_1 l}{2(\rho_1 - \rho_2)}$$

第四讲 引力势能 保守力

1. 已知地球对一个质量为 的质点的引力为 $F=-\dfrac{G\,m_e\,m}{r^3}\,\vec{r}\left(m_e、R_e\text{ 为地球的质量和半径}\right)$

(1).若选取无穷远处势能为零，计算地面处的势能

(2).若选取地面处势能为零，计算无穷远处的势能．比较两种情况下的势能差

(1).取无穷远处势能为零, 地面处的势能为

$$E_P=\int_{R_e}^{\infty}F\,dr=-G\,m_e\,m\int_{R_e}^{\infty}\frac{1}{r^2}\,dr=-G\,m_e\,m\,\frac{1}{R_e}$$

(2).若选取地面处势能为零, 计算无穷远处的势能

$$E_\infty=\int_{\infty}^{R_e}F\,dr=-G\,m_e\,m\int_{\infty}^{R_e}\frac{1}{r^2}\,dr=G\,m_e\,m\,\frac{1}{R_e}$$

2. 一弹簧并不遵守胡克定律，其弹力与形变的关系为 $F=\left(-52.8\,x-38.4\,x^2\right)\vec{i}$，其中 F 和 x 单位分别为 N 和 m

(1).计算当将弹簧由 $x_1=0.522\,m$ 拉伸至 $x_2=1.34\,m$ 过程中，外力所做之功

(2).此弹力是否为保守力?

(1).由做功的定义可知

$$A=\int_{x_1}^{x_2}F\,dx=\int_{0.522}^{1.34}\left(-52.8\,x-38.4\,x^2\right)dx$$
$$=\left[-26.4\,x^2-12.8\,x^3\right]_{0.522}^{1.34}$$
$$=-69.1878\,J$$
$$\approx-69.2\,J$$

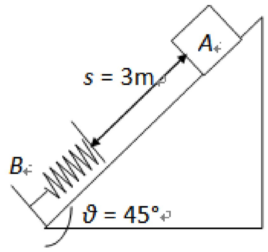
(2).$\vec{F}(x)=F(x)\cdot\vec{i}$

$$\Rightarrow\oint\vec{F}(x)\cdot d\vec{l}=\int_A^B F(x)\,\vec{i}\cdot d\vec{r}+\int_B^A F(x)\,\vec{i}\cdot d\vec{r}$$
$$=\int_A^B F(x)\,\vec{i}\cdot\left(dx\,\vec{i}+dy\,\vec{j}+dz\,\vec{k}\right)-\int_A^B F(x)\,\vec{i}\cdot\left(dx\,\vec{i}+dy\,\vec{j}+dz\,\vec{k}\right)$$
$$=0$$

$\Rightarrow$ 该弹力为保守力

第五讲 功能原理 机械能守恒定律

1. 如图, 物体 A 的质量 $m = 0.5$ kg, 静止于光滑斜面上 . 它与固定在斜面底 B 端的弹簧 M 相距 $s = 3$ mm, 弹簧的倔强系数 $k = 400\ N \cdot m^{-1}$, 斜面倾角为45°, 求当物体A由静止下滑时, 能使弹簧长度产生的最大压缩量是多大



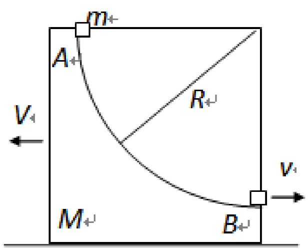
取弹簧自然伸长处为重力势能和弹性势能的零势点, 由于物体 A 和弹簧组成的系统只有保守力作功
根据机械能守恒, 当弹簧压缩量最大时

$$\Rightarrow m g s \sin\theta = -m g x \sin\theta + \frac{1}{2} k x^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} k x^2 - m g x \sin\theta + m g s \sin\theta = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{m g \sin\theta \pm \sqrt{(m g \sin\theta)^2 + 2 k m g \sin\theta}}{k} = 0.24\ m$$

2. 一质量为 m 的物体，从质量为 M 的圆弧形槽顶端由静止滑下，设圆弧形槽的半径为 R，张角为 $\frac{\pi}{2}$, 如图所示
所有摩擦都忽略，求
(1).物体刚离开槽底端时，物体和槽的速度各是多少？
(2).在物体从 A 滑到 B 的过程中，物体对槽所做的功 W
(3).物体到达 B 时对槽的压力



(1).物体运动到槽底时, 根据机械能定律守恒得

$$\Rightarrow m g R = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} M V^2$$

根据动量守恒定律 : $m v + M V = 0$

$$\Rightarrow m g R = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2M} (M V)^2$$

$$= \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2M} (m v)^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 M g R}{M + m}}$$

$$\Rightarrow V = -m \sqrt{\frac{2 g R}{M(M + m)}}$$

(2).物体对槽所作的功等于槽的动能的增量

$$W = \frac{1}{2} M V^2 = \frac{m^2 g R}{M + m}$$

(3).物体在槽底相对于槽的速度为

$$\begin{aligned} v' = v - V &= \left(1 + \frac{m}{M}\right) v \\ &= \frac{m + M}{M} v \\ &= \sqrt{\frac{2 (M + m) g R}{M}} \end{aligned}$$

物体受槽的支持力为 N

$$\Rightarrow N - m g = m \frac{v'^2}{R}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow N' &= m g + m \frac{v'^2}{R} \\ &= \left(3 + \frac{2 m}{M}\right) m g \end{aligned}$$

第六讲 碰撞

1. 在实验室内观察到相距很远的一个质子(质量为 m_p) 和一个氦核(质量为4 m_p) 沿一直线相向运动速率都是v_0 求两者能达到的最近距离.

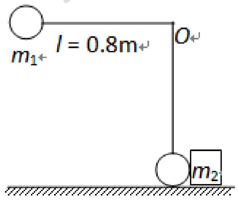
当两个粒子相距最近时，速度相等，根据动量守恒定律得

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_P v_0^2 + \frac{1}{2} (4 m_P) v_0^2 = \frac{1}{2} (5 m_P) v^2 + k \frac{2 e^2}{r_m}$$

$$\Rightarrow k \frac{2 e^2}{r_m} = \frac{5}{2} m_P (v_0^2 - v^2) = \frac{8}{5} m_P v_0^2$$

$$\Rightarrow r_m = \frac{4 k e^2}{4 m_p v_0^2}$$

2. 如图所示，质量为1 .0 kg的钢球 m_1 系在长为0 .8 m 的绳的一端，绳的另一端 O 固定，把绳拉到水平位置后，再把它由静止释放，球在最低点处与质量为5 .0 kg的钢块 m_2 作完全弹性碰撞求碰撞后钢球继续运动能达到的最大高度



钢球下落后、碰撞前的速率为：$v_1 = \sqrt{2 g l}$

钢球与钢块碰撞之后的速率分别为为 v_1' 和v_2'，根据机械能守恒和动量守恒得方程

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \\ m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 (v_1^2 - v_1'^2) = m_2 v_2'^2 \\ m_1 (v_1 - v_1') = m_2 v_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_1 + v_1' = v_2'$$

$$\because m_1 (v_1 - v_1') = m_2 v_2$$

$$\Rightarrow m_1 v_1 - m_1 v_1' = m_2 v_1 + m_2 v_1'$$

$$\Rightarrow v_1' = \frac{(m_1 - m_2) v_1}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow h_{\max} = \frac{v_1'^2}{2 g} = \frac{1}{2 g} \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 v_1^2$$

$$= \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 l$$

$$= 0.36\, m$$

第四章 刚体的运动

第二讲 刚体的角速度

1. 细棒长为 l, 质量为 m, 设转轴通过棒上离中心为 h 的一点并与棒垂直.求棒对此轴的转动惯量

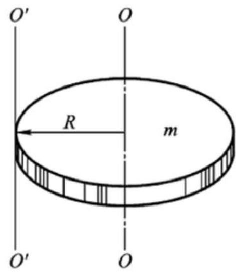
$$J_{O'} = \int_m (x')^2 \, dm = \int_{-\left(\frac{1}{2}+d\right)}^{\frac{1}{2}-d} (x^2)' \left(\frac{m}{l} \, dx'\right)$$

$$= \frac{1}{12} m l^2 + m d^2$$

2. 如图所示，圆盘的质量为 m，半径为 R，求

(1).以 O 为中心，将半径为 $\frac{R}{2}$ 的部分挖去，剩余部分对OO轴的转动惯量

(2).剩余部分对 $O'O'$ 轴的转动惯量



(1).整个圆盘对OO轴的转动惯量为：$J_1 = \frac{1}{2} m R^2$

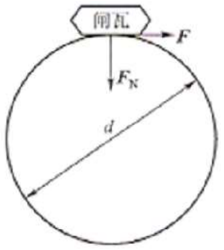
挖去的小圆盘对OO轴转动惯量：$J_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{m}{\pi R^2} \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2\right]\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{1}{32} m R^2$

剩余部分对OO轴的转动惯量为：$J_0 = J_1 - J_2 = \frac{15}{32} m R^2$

(2).由平行轴定理，剩余部分对 $O'O'$ 轴的转动惯量：$J_{0'} = \frac{15}{32} m R^2 + \left[m - \frac{m}{\pi R^2} \cdot \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2\right] R^2 = \frac{39}{32} m R^2$

第三讲 力矩 刚体转动定理

1. 如图，某飞轮的直径为$0.5\ m$，转动惯量为$2.4\ kg\cdot m^2$，转速为$1.0\times 10^3\ r/\min$。如果制动时闸对轮的压力为$490\ N$，闸瓦与轮之间的滑动摩擦因数为0.4，求制动后飞轮转多少圈才停止。



$$\omega_0 = \frac{2\pi\times 1\times 10^3}{60} = 105\ \text{rad}/s$$

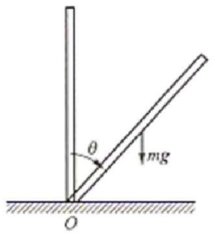
$$M = -\mu F_n R = -0.4\times 490\times 0.25 = -49\ N\cdot m$$

$$\alpha = \frac{M}{J} = \frac{-49}{2.4} = -20.4\ \text{rad}/s^2$$

$$\Delta\theta = \frac{-\omega_0^2}{2\alpha} = \frac{-105^2}{2\times(-20.4)} = 270\ \text{rad}$$

$$N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{270}{2\pi} = 43.0\ r$$

2. 如图，长为1，质量为m的均匀细棒可绕点O转动，此棒原先静止在竖直位置，受微笑扰动面倒下。若不计摩擦和空气阻力，求细棒倒至与竖直位置成θ角时的角加速度和角速度.



由题意得：$\frac{1}{2}I\omega^2 + mg\frac{l}{2}\cos\theta = mg\frac{l}{2}$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{3}ml^2$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{3\frac{g}{l}(1-\cos\theta)}$$

$$\Rightarrow mg\frac{l}{2}\sin\theta = I\cdot\alpha$$

$$\alpha = \frac{3g}{2l}\sin\theta$$

第四讲 刚体角动量定理 角动量守恒定律

1. 质量为 m'，半径为 R 的转台，可绕过中心的竖直轴转动，质量为 m 的人站在转台的边缘，最初人和站台都静止，后来人在转台的边缘开始跑动，设人的角速度(相对于地面) 为ω，求转台转动的角速度 (转台可看作是质量分布均匀的圆盘，并忽略转轴处的摩擦力和空气阻力。

$$I\,\omega_1 + m\,R^2\,\omega = 0$$

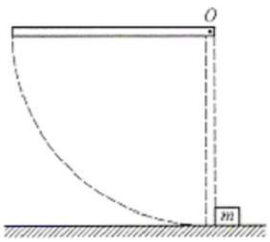
$$\Rightarrow I = \frac{1}{2}\,m'\,R^2$$

$$\Rightarrow \omega_1 = \frac{-2\,m\,\omega}{m'}\ (\text{反向与人转动方向相反})$$

2. 如图，一均匀细棒长为 l、质量为 m，可绕经过端点O的水平轴转动.棒被拉到水平位置由静止轻轻放开， 下落至竖直位置时，下端与放在地面上的静止物体相撞。若物体的质量也为 m, 物体与地面间的摩擦因数为μ，物体滑动 S 距离后停止，求

(1).棒与物体碰撞后, 物体的速度

(2).棒与物体碰撞后, 棒的角速度



题3－23图

$$(1).-\mu\,m\,g\,S = 0 - \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2\,\mu\,g\,S}$$

$$(2)\ \frac{.1}{2}\,L\,\omega_0^2 = m\,g\,\frac{l}{2}$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{3}\,m\,l^2$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{3\,g}{l}}$$

$$\Rightarrow I\,\omega + m\,v\,l = I\,\omega_0$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3\,g}{l}} - \frac{3\sqrt{2\,\mu\,g\,S}}{l}$$

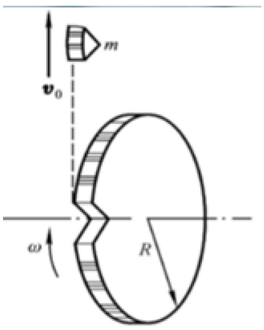
$$\Rightarrow \begin{cases} \omega > 0 & \text{细棒向右} \\ \omega < 0 & \text{细棒向左} \end{cases}$$

第五讲 刚体转动动能 力矩的功 刚体动能定理

1. 一质量为 m'、半径为 R 的均匀圆盘，通过其中心且与盘面垂直的水平轴以角速度ω转动，若在某时刻，一质量为 m 的小碎块从盘边缘裂开，且恰好沿垂直方向上抛，问

(1).它可能达到的高度是多少？

(2).破裂后圆盘的角动量为多大？



(1).碎块抛出时的初速度为：$v_0 = \omega R$

由于碎块竖直上抛运动，它所能到达的高度为：$h = \dfrac{v_0^2}{2g} = \dfrac{\omega^2 R^2}{2g}$

(2).圆盘在裂开的过程中，其角动量守恒

$$\Rightarrow L = L_0 - L'$$

$$\Rightarrow L = \left(\frac{1}{2} m' - m\right) R^2 \omega$$

2. 一质量为 1.12kg，长为 1.0 m 的均匀细棒，
 支点在棒的上端点，开始时棒自由悬挂.以100 N 的力打击它的下端点，打击时间为0 .02 s

(1). 若打击前棒是静止的，求打击时其角动量的变化

(2). 棒的最大偏转角

(1).由刚体的角动量定理得

$$\Rightarrow \Delta L = J\,\omega_0$$

$$= \int M\,dt$$

$$= F\,l\,\Delta t$$

$$= 2.0\ \mathrm{kg}\cdot m^2\cdot s^{-1}$$

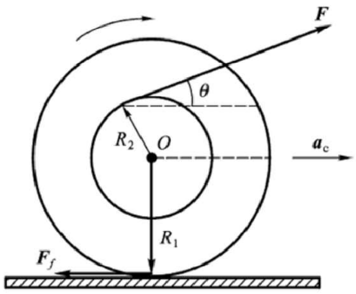
(2).取棒和地球为一系统，并选 O 处为重力势能零点。在转动过程中，系统得机械能守恒

$$\Rightarrow \frac{1}{2} J\,\omega_0^2 = \frac{1}{2} m\,g\,l\,(1-\cos\theta)$$

$$\Rightarrow \theta = \arccos\left[1 - \frac{3F^2(\Delta t)^2}{m^2 g\,l}\right] = 88^\circ 38'$$

第六讲 刚体的平面平行运动

1. 如图所示，一绕有细绳的大木轴放置在水平面上，木轴质量为 m，外轮半径为 R_1，内柱半径为 R_2，木轴对中心轴O 的转动惯量为 I_C，现用一恒定外力 F 拉细绳一端，设细绳与水平面夹角 θ 保持不变，木轴滚动时与地面无相对滑动。求木轴滚动时的质心加速度 α_C 和木轴绕中心轴 O 的角加速度 β



设木轴所受静摩擦力 F_f 如图所示，则有

$$\Rightarrow \begin{cases} F\cos\theta - F_f = m\,\alpha_c \\ F\,R_2 + F_f\,R_1 = J_C\,\alpha \\ \alpha_c = R_1\,\alpha \end{cases}$$

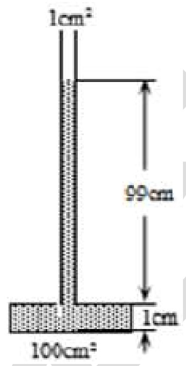
$$\Rightarrow \alpha_c = \frac{R_1^2\cos\theta + R_1 R_2}{J_C + m\,R_1^2}F$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\alpha_c}{R_1} = \frac{R_1\cos\theta + R_2}{J_C + m\,R_1^2}F$$

第五章 流体力学

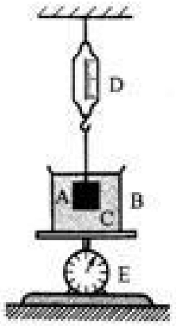
第一讲 静止流体压强

1. 一根横截面积为 1 cm^2 的管子, 连在一个容器上面, 容器高度为 1 cm, 横截面积为100cm^2, 往管内注水, 使水对容器底部的深度为 100 cm，如图所示，求：
(1).水对容器底面的作用力是多少　(2).系统内水受的重力是多少　(3).解释(1)、(2) 求得的数值为什么不同



(1).$F = P S = \rho g h S$
$= 1\times 10^3 \times 9.8 \times 1 \times 100 \times 10^{-4}$
$= 98\ N$
(2).$G = m g h = v \cdot \rho \cdot g h$
$= (1\times 99 + 1\times 100)\times 10^{-6} \times 1 \times 10^3 \times 9.8 \times 1$
$= 1.95\ N$
(3).水的压强是任意方向的，重力只是向下

2. 在弹簧测力计 D 下端系一物块 A, 使 A 浸没在烧杯 B 的液体 C 中, 如图所示, 烧杯重 7.3 N，液体重 11.0 N, 弹簧测力计的读数是 18.3 N, 台秤 E 的读数是 54.8 N, 物体 A 的体积是 $2.83\times 10^{-3}\ m^3$, 问



(1).设 A 中立 G_A，烧杯 + 液体重 G_1，拉力为 T
$\Rightarrow T + f - G_A + G = 0$
$\Rightarrow N = F + G$
$F_{浮} = \rho g v = N - G$
$$\Rightarrow \rho = \frac{N - G}{g v} = \frac{54.8 - (7.3 + 11.0)}{9.8 \times 2.83 \times 10^{-3}} = 1.30 \times 10^3\ \mathrm{kg}/m^3$$
(2) $F > 0\ \ \&\ N = F + G$
$\Rightarrow N' = G$
$\Rightarrow W = T + N + G$
$= 18.3 + 54.8 - (7.3 + 11.0)$
$= 54.8\ N$

第二讲 流体的运动

1. 自来水龙头流出的水流，水流往下是越来越粗还是越来越细？为什么？

越来越细
因为水做自由落体运动，水越落越快，单位时间内出水量不变，速度越快，长度越长，半径减小

2. 一水平管子，其中一段的横截面积为 0.1 m^2，另一段的横截面积为 0.05 m^2，第一段中水的流速为5m$/s$，第二段中的压强为 2.0×10^5 Pa，求：
(1).第二段中水的流速，和第一段中水的压强
(2).通过管子的流量

(1).$v_1 s_1 = v_2 s_2$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{0.1\times5}{0.05} = 10\,m/s$$

$$P_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

$$= 2.0\times10^5 + \frac{1}{2}\times1\times10^3\times10^2 - \frac{1}{2}\times1\times10^3\times5^2$$

$$= 2.375\times10^5\ \text{Pa}$$

(2).$Q = s_1 v_1 = 0.1\times5 - 0.5\,m^3/s$

第三讲 伯努利方程的应用

1. 直径为 $0.10\,m$，高为 $0.20\,m$ 的圆筒形容器底部有 $1\,\text{cm}^2$ 的小孔，水流入容器内的流量为 $1.4\times10^{-4}\,m^3/s$，求
(1).容器内水面能上升多高
(2).达最高水位后停止注水，水流完需时多少

(1).由伯努利方程：$v=\sqrt{2gh}$

当水面升至最高时：$Q_v=vS=S\sqrt{2gh_m}$

$$\Rightarrow h_m=\frac{Q_v^2}{2gS^2}=0.10\,m$$

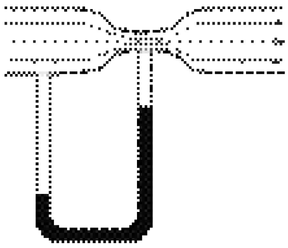
(2).容器内水的总体积：$V=\frac{1}{4}\pi D^2\times h$

因为单位时间内容器内水的减少等于从小孔流出的流量

$$\Rightarrow \frac{dV}{dt}=\frac{1}{4}\pi D^2\times\frac{dh}{dt}=-S\sqrt{2gh}$$

integrate on both sides : $t=\dfrac{\pi D^2}{2S}\sqrt{\dfrac{h_m}{2g}}=11.2\,s$

2. 如图所示，水平管的横截面积在粗处为 $40\,\text{cm}^2$，细处为 $10\,\text{cm}^2$，两处接一U形管，内装水银。当水平管内水的流量为 $3000\,\text{cm}^3\cdot s^{-1}$ 时，求
(1).粗处和细处的流速　(2).粗细两处的压强差　(3).U形管内水银柱的高度差



(1).$Sv=Q$

$$\Rightarrow v_1=\frac{Q}{S_1}=\frac{3000\times10^{-6}}{40\times10^{-4}}=0.75\,m/s$$

(2).$P_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=P_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2$

$$\Rightarrow \Delta P=P_1-P_2=\frac{1}{2}\rho v_2^2-\frac{1}{2}\rho v_1^2$$
$$=500\left(3^2-0.75^2\right)$$
$$=4218.75\,\text{Pa}$$

(3).根据题意：$P_{左}+\rho_{水}gh=P_A+\rho_{水银}gh$

$$\therefore h=\frac{P_B-P_A}{g(\rho_{水银}-\rho_{水})}=\frac{4.22\times10^3}{9.8\times(13.6-1)\times10^3}=3.42\,\text{cm}$$

第六章 振动

第一讲 简谐运动的运动学

1. 一简谐振子的运动方程为 $x = 4\cos(0.1t + 0.5)$ (x、t的单位分别为m、s)

(1).求振动的振幅、周期、频率和初相

(2).求振动速度和加速度的表达式

(3).求 $t = 0$ 时的位移、速度和加速度

(4) 求 $t = 5\,s$ 时的位移、速度和加速度

(5) 画出位移、速度和加速度作为时间的函数曲线

(1).$x = A\cos(\omega t + \varphi) = 4\cos(0.1t + 0.5)$

$$\Rightarrow A = 4\,m \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 0.1 \qquad T = 20\pi \qquad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20\pi}\,\text{Hz} \qquad \varphi = 0.5\,\text{rad}$$

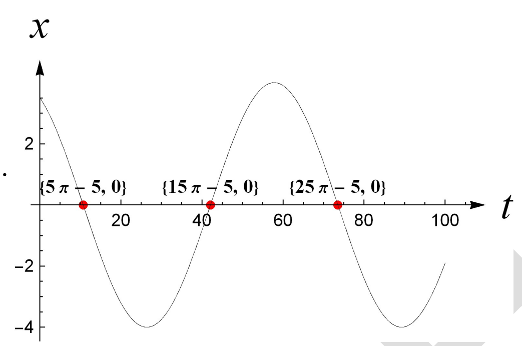
(2).$v = -0.4\sin(0.1t + 0.5)\,m/s$

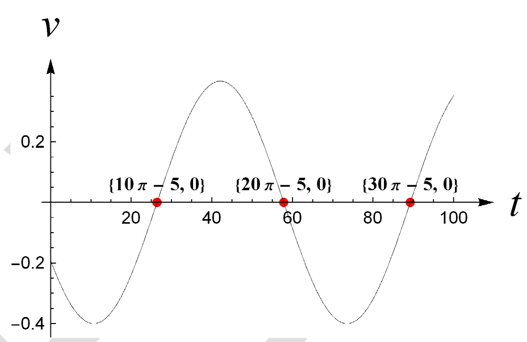
$\alpha = -0.04\cos(0.1t + 0.5)\,m/s^2$

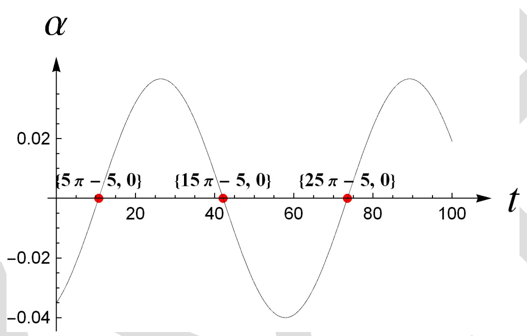
(3).$t = 0$ 时：$x = 4\cos 0.5 = 3.51\,m \qquad v = -0.4\sin 0.5 = -0.192\,m/s \qquad \alpha = -0.04\cos 0.5 = -0.035\,m/s^2$

(4) $t = 5$ 时：$x = 4\cos 1 = 2.16\,m \qquad v = -0.4\sin 1 = -0.336\,m/s \qquad \alpha = -0.04\cos 1 = -0.022\,m/s^2$

(5).







2. 一物体作简谐运动，振幅为 15 cm，频率为 4 Hz，试计算

(1).物体的最大速度和最大加速度　　　　(2).位移为 9 cm 时物体的速度和加速度

(3).物体从平衡位置运动到相距平衡位置 12 cm 处所需要的最短时间

(1).$|v_{max}| = \omega A = 2\pi\nu A = 2\pi \times 4 \times 15 = 377\,\text{cm}/s$

$|\alpha_{max}| = \omega^2 A = (2\pi\nu)^2 A = 9.47 \times 10^3\,\text{cm}/s^2$

(2).$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2} = \pm 2\pi \times 4 \times \sqrt{15^2 - 9^2} = \pm 302\,\text{cm}/s$

$\alpha = \mp\omega^2 x = \mp(2\pi \times 4)^2 \times 9 = \mp 5.68 \times 10^3\,\text{cm}/s^2$

(3).设 $\varphi_0 = 0$

$$x = A\sin\omega t \qquad \Rightarrow \qquad t = \frac{1}{8\pi}\arcsin\frac{12}{15} = 0.0369\,s$$

第二讲 简谐运动动力学

1. 一质量 1×10^{-3} kg 的质点做简谐运动, 振幅为 $2\times10^{-4}\,m$, 质点在其轨道末端的加速度的大小为 $8.0\times10^{3}\,m\cdot s^{-2}$
(1).试计算该质点的振动频率
(2).求当质点通过平衡位置和位移为1 .2 $\times10^{-4}$ m时的速度
(3).写出作用在该质点上的力作为坐标 x 的函数和作为时间 t 的函数

(1).$\omega^2=\dfrac{\alpha_{\max}}{A}=\dfrac{8\times10^3}{2\times10^{-4}}=4\times10^{-7}\quad\Rightarrow\quad\omega=6.324\times10^3$

$\nu=\dfrac{\omega}{2\pi}=1.004\times10^3\text{ Hz}$

(2).平衡位置处：$v=v_{\max}=\omega A=6.324\times10^3\times2\times10^{-4}=1.26\,m/s$

$\because 1.2\times10^{-4}=2\times10^{-4}\cos\theta\quad\Rightarrow\cos\theta=0.8\quad\sin\theta=0.6$

$\therefore |v|=A\,\omega\sin\theta=1.008\,m/s$

(3).设 $F=-k\,x$

$k=\omega^2 m=4\times10^7\times10^{-3}=4\times10^4$

$F=-4\times10^4\,x\ (N)$

$\because x=A\cos\omega\,t=2\times10^{-4}\cos6324\,t$

$\therefore F=-8\cos6324\,t\ (N)$

2. 一棒长 1 m，一端悬挂，构成一复摆
(1).求振动周期和等值摆长
(2).在棒上取一悬挂点, 此悬挂点距棒的一端的距离等(1) 中求出的等值摆长, 求棒以该悬挂点作为复摆的周期

(1).$T=2\pi\sqrt{\dfrac{I}{m\,g\,b}}=2\pi\sqrt{\dfrac{\frac{1}{3}m\,L^2}{m\,g\,\frac{L}{2}}}=2\pi\sqrt{\dfrac{2\,L}{3\,g}}=1.64\,s$

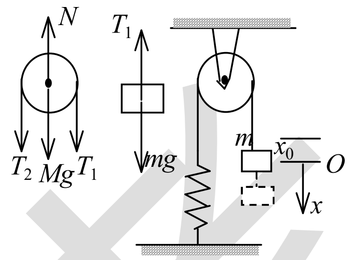
$\therefore L'=\dfrac{I}{m\,b}=\dfrac{2}{3}\,m$

(2).$I=\dfrac{1}{12}m\,L^2+m\left(\dfrac{L}{2}-\dfrac{L}{3}\right)^2=\dfrac{1}{9}m\,L^2$

$T=2\pi\sqrt{\dfrac{\frac{1}{9}m\,L^2}{m\,g\left(\frac{L}{2}-\frac{L}{3}\right)}}=2\pi\sqrt{\dfrac{2\,L}{3\,g}}=1.64\,s$

第三讲 简谐运动的能量

1. 一定滑轮的半径为 R，转动惯量为 I，其上挂一轻绳，绳的一端系一质量为 m 的物体，另一端与一固定的轻弹簧相连，如图所示。设弹簧的劲度系数为 k，绳与滑轮间无相对滑动，忽略轴的摩擦力及空气阻力，现将物体 m 从平衡位置向下拉一微小距离后放手，证明物体作简谐运动，并求其振动的圆频率



取如图 x 坐标，平衡位置为原点 O，向下为正，m 在平衡位置时弹簧已伸长 x_0

$\Rightarrow mg = kx_0$

设 m 在 x 位置，分析受力，这时弹簧伸长 $x + x_0$

$\Rightarrow T_2 = k(x + x_0)$

由牛顿第二定律和转动定律列方程

$$\Rightarrow \begin{cases} mg - T_1 = m\alpha \\ T_1 R - T_2 R = J\beta \\ \alpha = R\beta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{-kx}{m + \frac{J}{R^2}}$$

由于 x 系数为一负常数，故物体做简谐振动，其角频率为

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m + \frac{J}{R^2}}} = \sqrt{\frac{kR^2}{J + mR^2}}$$

2. 质量为 0.10 kg 的物体，以振幅 $1.0 \times 10^{-2}\ m$ 做简谐运动，其最大加速度为 $4.0\ m/s^2$，求

(1).振动的周期

(2).物体通过平衡位置时的总能量与动能

(3).物体的动能与势能相等时的位置

(4).当物体的位移为振幅的一半时，其动能、势能与总能量的比例。

(1).根据分析得振动周期：$T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{A}{\alpha_{max}}} = 0.314\ s$

(2).当物体处于平衡位置时，系统势能为0，根据机械能守恒可得系统得动能等于总能量

$$\Rightarrow E_k = E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}mA\alpha_{max} = 2.0 \times 10^{-3}\ J$$

(3).振子在位移 x_0 处动能与势能相等，则 $\dfrac{kx_0^2}{2} = \dfrac{kA^2}{4} \quad \Rightarrow \quad x_0 = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}A = \pm 7.07 \times 10^{-3}\ m$

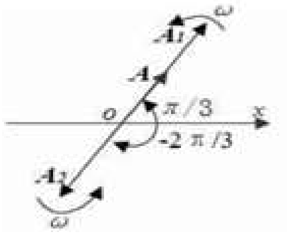
(4).物体位移的大小为振幅一半时势能为 $E_p = \dfrac{1}{2}kx^2 = \dfrac{1}{2}k\dfrac{A}{2} = \dfrac{E}{4}$

动能为 $E_k = E - E_p = \dfrac{3}{4}E$

第四讲 同方向简谐运动的合成

1. 一质点同时参与两个同方向的简谐运动，振动方程分别为 $x_1 = 5\times10^{-2}\cos\left(4t+\frac{\pi}{3}\right)$, $x_2 = 3\times10^{-2}\sin\left(4t-\frac{\pi}{6}\right)$,

(1).画出两振动的旋转矢量图　　　(2).求合振动的振动方程



(2).$x_2 = 3\times10^{-2}\sin\left(4t-\frac{\pi}{6}\right) = 3\times10^{-2}\cos\left(4t-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{2}\right) = 3\times10^{-2}\cos\left(4t-\frac{2\pi}{3}\right)$

$\because A = (5-3)\ \mathrm{cm} = 2\ \mathrm{cm} \quad \varphi = \frac{\pi}{3}$

$\therefore x = 2\times10^{-2}\cos\left(4t+\frac{\pi}{3}\right)$

2. 有两个同方向、同频率简谐运动，其合成振动的振幅为 $0.20\,m$，合振动与第一振动相位差为 $\pi/6$，已知第一振动的振幅为 $0.173\,m$，求第二振动振幅以及第一、第二振动之间的相位差

$$A_2^2 = A_1^2 + A^2 - 2A_1 A\cos\frac{\pi}{6} = 0.173^2 + 0.2^2 - 2\times0.173\times0.2\times\cos 30° = 0.01$$

$$\Rightarrow A_2 = 0.1\,m$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)$$

$$\Rightarrow \cos(\varphi_2-\varphi_1) = \frac{A^2-\left(A_1^2-A_2^2\right)}{2A_1A_2} = 0$$

$$\Rightarrow \varphi_2-\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$$

第五讲 相互垂直简谐运动的合成 振动的分解

1. 质量为 0.4 kg 的质点同时参与互相垂直的两个振动：$x = 0.08\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$，$y = 0.06\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)$，式中 x 和 y 以 m 计，t 以 s 计

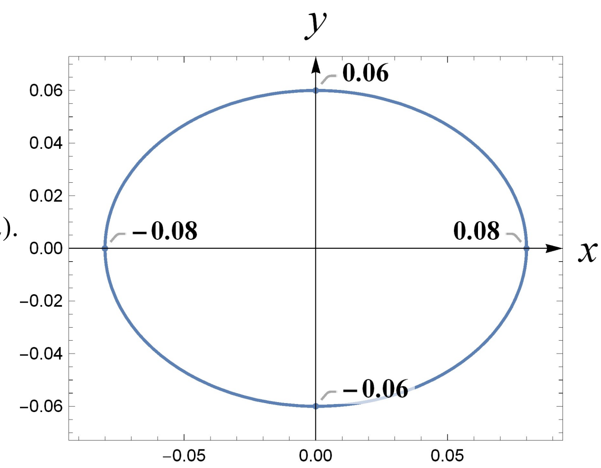
(1).求运动的轨道方程

(2).出合成振动的轨迹，并指明是顺时针运动还是逆时针运动

(3).求质点在任一位置所受的力

(1).由振动方程消去时间因子得：$\frac{x^2}{0.08^2} + \frac{y^2}{0.06^2} = 1$

(2).



(3).$\alpha = \frac{d^2x}{dt}i + \frac{d^2y}{dt}j = -0.08\left(\frac{\pi}{3}\right)^2\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)i - 0.06\left(\frac{\pi}{3}\right)^2\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)j$

$\Rightarrow F = m\alpha = -\left[32\left(\frac{\pi}{3}\right)^2\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)i + 24\left(\frac{\pi}{3}\right)^2\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)j\right] \times 10^{-3}\ (N)$

第六讲 阻尼振动 受迫振动 共振

1. 一台大座钟的摆长为 0.994 m，摆锤质量为 1.20 kg，当摆作阻尼振动时，在 15.0 min 内其振幅减小了一半，求此摆的阻尼因数 β 和振动周期 T

第七章 波动

第一讲 平面简谐波

1. 频率为 $\nu = 12.5\,\text{kHz}$ 的平面余弦纵波沿细长的金属棒传播，棒的杨氏模量为 $Y = 1.9\times10^{11}\,N/m^2$，棒的密度 $\rho = 7.6\times10^3\,\text{kg}/m^3$。如以棒上某点取为坐标原点，已知原点处质点振动的振幅为 $A = 0.1\,\text{mm}$，试求

(1). 原点处质点的振动表式　(2). 波动表式　(3). 离原点10cm处质点的振动表式

(4). 离原点 20 cm 和 30 cm 两点处质点振动的相位差　(5).在原点振动 0.0021 s 时的波形

棒中的波速：$u = \sqrt{\dfrac{Y}{\rho}} = \sqrt{\dfrac{1.9\times10^{11}\,N\cdot m^{-2}}{7.6\times10^3\,\text{kg}\cdot m^{-3}}} = 5.0\times10^3\,m/s$

波长：$\lambda = \dfrac{u}{\nu} = \dfrac{5.0\times10^3\,m\cdot s^{-1}}{12.5\times10^3\,s^{-1}} = 0.40\,m$

周期：$T = \dfrac{1}{\nu} = 8\times10^{-5}\,s$

(1).设原点处质点的振动表式

$y_0 = A\cos\omega t = 0.1\times10^{-3}\cos(2\pi\times12.5\times10^3\,t)\,m = 0.1\times10^{-3}\cos25\times10^3\,\pi t\,m$

(2).波动表式

$y = A\cos\omega\left(t-\dfrac{x}{u}\right) = 0.1\times10^{-3}\cos25\times10^3\,\pi\left(t-\dfrac{x}{5\times10^3}\right)m$

(3).离远点 10 cm 处质点的振动表式

$y = 0.1\times10^{-3}\cos25\times10^3\,\pi\left(t-\dfrac{1}{5\times10^4}\right)m = 0.1\times10^{-3}\cos\left(25\times10^3\,\pi t-\dfrac{\pi}{2}\right)m$

$\Rightarrow$ 可见此点的振动相位比原点落后，相位差为 $\dfrac{\pi}{2}$，或落后 $\dfrac{T}{4}$，即 $2\times10^{-5}\,s$

(4).该两点间的距离 $\Delta x = 10\,\text{cm} = 0.10\,m = \dfrac{\lambda}{4}$, 相应的相位差为 $\Delta\phi = \dfrac{\pi}{2}$

(5).$t = 0.0021\,s$ 时的波形为 $y = 0.1\times10^{-3}\cos25\times10^3\,\pi\left(0.0021-\dfrac{x}{5\times10^3}\right)m$

$= 0.1\times10^{-3}\sin5\,\pi\,x\,m$

2. 一正弦横波沿一张紧的弦从左向右传播, $A = 10\,\text{cm}$, $\lambda = 200\,\text{cm}$, $u = 100\,\text{cm}/s$。$t = 0$ 时, 弦左端经平衡位置向下运动。求

(1). 弦左端振动方程　(2). 波函数　(3). $x = 150\,\text{cm}$处质元的振动方程

(4). 弦上质点的最大振动速度　(5). $t = 3.25\,\text{s}$时，$x = 150\,\text{cm}$处质元的位移和速度

(1).设弦左端的振动方程：$y_0 = A\cos(2\pi\nu t+\varphi)$

$\Rightarrow \nu = \dfrac{u}{\lambda} = 0.5\,\text{Hz}\quad \varphi = \dfrac{\pi}{2}\qquad \Rightarrow y_0 = 0.1\cos\left(2\pi\cdot\dfrac{1}{2}t+\dfrac{1}{2}\pi\right) = -0.1\sin\pi t\,m$

(2).波函数：$y = A\cos\left[2\pi\left(\nu t-\dfrac{x}{\lambda}\right)+\varphi\right] = 0.1\cos\left[2\pi\left(\dfrac{t}{2}-\dfrac{x}{2}\right)+\dfrac{\pi}{2}\right] = -0.1\sin\pi(1-x)\,m$

(3).$x = 150\,\text{cm}$ 处质元的振动方程为：$y|_{x=1.5\,m} = -0.1\sin\pi(t-1.5)\,m$

(4).弦上质点的最大振动速度：$v_{max} = A\omega = 2\pi\nu A = 0.1\pi = 0.314\,m/s$

(5).$t = 3.25\,s$, $x = 150\,\text{cm}$ 处质元的位移和速度为

$y|_{x=1.5\,m,t=3.25\,s} = -0.1\sin1.75\,\pi = 7.07\times10^{-2}\,m\qquad v|_{x=1.5\,m,t=3.25\,s} = -0.1\,\pi\cos1.75\,\pi = -0.22\,m/s$

第二讲 波的能量 能流密度

1. 一平面简谐波频率为300Hz，波速为340m$/s$，在截面面积为$3.00\times 10^{2}\,m^{2}$的管内空气中传播，若 10 s 内通过截面的能量为$2.70\times 10^{-2}\,J$，求
(1). 通过截面的平均能流
(2). 波的平均能流密度
(3). 波的平均能量密度

$$(1).P=\frac{W}{t}=2.70\times 10^{-3}\,J/s$$
$$(2).I=\frac{P}{S}=9.00\times 10^{-2}\,J/\left(s\cdot m^{2}\right)$$
$$(3).I=\overline{w}\cdot u\quad\Rightarrow\quad\overline{w}=\frac{I}{u}=2.65\times 10^{-4}\,J/m^{3}$$

2. 离一点声源 10 m 的地方，声音的声强级为 20 dm，求
(1). 离声源 5 m 处的声强级
(2). 离声源多远的地方，就听不见1000Hz 的声音了

已知 $L_1=20\,\text{dB}$

$$(1).\ L_2-L_1=20\lg\frac{x_1}{x_2}=20\lg 2\approx 6$$
$$\Rightarrow L_2=26\,\text{dB}$$
$$(2).\text{由 } L_1-L_2=20\lg\frac{x_2}{x_1}$$
$$\Rightarrow 20-0=20\lg\frac{x_2}{10}$$
$$\Rightarrow x_2=100\,m$$

第三讲 波的叠加 波的干涉 驻波

1. A、B 为两平面简谐横波波源，振动表达式为： $x_1 = 0.2\times10^{-2}\cos 2\pi t\, m$、$x_2 = 0.2\times10^{-2}\cos(2\pi t+\pi)\, m$ 两列波在 P 点相遇，$u = 0.2\, m/s$，$\text{PA} = 0.4\, m$，$\text{PB} = 0.5\, m$。求
(1). 两列波在 P 点处的相位差
(2). P 点合振动的振幅
(3). 若两列波振动方向相互垂直，则 P 点合振动的振幅多大

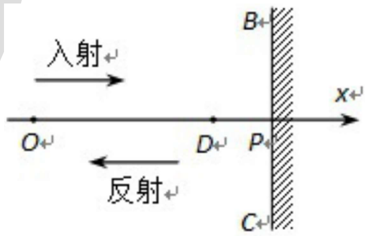
(1).$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 + 2\pi\dfrac{\overline{\text{BP}}-\overline{\text{AP}}}{\lambda} = \phi_2-\phi_1+\dfrac{\omega}{u}\left(\overline{\text{BP}}-\overline{\text{AP}}\right)$

$= \pi + \dfrac{2\pi}{0.2}(0.50-0.40) = 2\pi$ (同相)

(2).$A = A_1 + A_2 = 0.4\times10^{-2}\, m$

(3).$A = \sqrt{A_1^2+A_2^2} = \sqrt{2}\, A_1 = 0.283\times10^{-2}\, m$

2. 如图, 一平面简谐波沿 x 轴正方向传播, BC 为波密介质的反射面, 波由 P 点反射, $\text{OP} = \dfrac{3\lambda}{4}$，$\text{DP} = \dfrac{\lambda}{6}$，$t = 0$ 时入射波在 O 点处引起的振动经平衡位置向负方向运动, 设入射波和反射波振幅都为 A, 频率为 v, 求:
(1).入射波的表达式
(2).反射波的表达式
(3).入射波和反射波在 D 点处引起的合振动方程



(1).选 O 点为坐标原点，设入射波表达式为 $y_1 = A\cos\left[2\pi\left(v t-\dfrac{x}{\lambda}\right)+\phi\right] = -A\sin\left[2\pi\left(v t-\dfrac{x}{\lambda}\right)\right]$

(2).$y_2 = A\cos\left[2\pi\left(v t-\dfrac{\overline{\text{OP}}+\overline{\text{DP}}-x}{\lambda}\right)+\phi+\pi\right] = A\sin\left[2\pi\left(v t-\dfrac{\overline{\text{OP}}+\overline{\text{DP}}-x}{\lambda}\right)\right]$

(3).合成波表达式(驻波)为: $y = 2A\cos\left(\dfrac{2\pi x}{\lambda}\right)\cos(2\pi v t+\phi)$

$\because t = 0, x = 0$ 处的质点 $y_0 = 0, \dfrac{\partial y_0}{\partial t} < 0$

$\therefore \phi = \dfrac{1}{2}\pi$

$\therefore y = 2A\cos\left(2\pi\dfrac{3\lambda/4-\lambda/6}{\lambda}\right)\cos\left(2\pi v t+\dfrac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3}\, A\sin 2\pi v t$

第四讲 多普勒效应

1. 一艘潜艇向一固定的超声波探测器驶来，为测量潜艇的速率，探测器在海水中发出一束频率$\nu = 30\,000$ Hz 的超声波，被潜艇反射回来的超声波与原来的波合成后，得到频率为 241 Hz 的拍频，求潜艇的速率
注：超声波在海水中的波速为1500m/s

根据多普勒效应，潜艇接收到的超声波频率为

$$\nu_R = \frac{u+v}{u}\nu s$$

式中，v 为潜艇相当于观察者接近固定波源时的速率

根据题意，潜艇作为波源以速率v接近固定探测器并反射超声波，探测器接收到的频率为

$$V_R' = \frac{u}{u-v}\nu_R = \frac{u}{u-v}\cdot\frac{u+v}{u}\nu_S = \frac{u+v}{u-v}\nu_S$$

反射波与发射波的合振动为拍，拍频为

$$\Delta\nu = |\nu_R' - \nu_S| = \frac{u+v}{u-v}\nu_S - \nu_S = \frac{2v}{u-v}\nu_S$$

可得潜艇速率为

$$v = \frac{u\,\Delta\nu}{2\nu_S + \Delta\nu} = \frac{1500\times 241}{2\times 30\,000 + 241}\,m/s = 6\,m/s$$

2. 车上一警笛发射频率为 1500 Hz 的声波，该车以 20 m/s 的速度向某方向运动，某人以 5 m/s 的速度跟踪其后已知空气声速为 330 m/s。求该人听到的警笛发声频率以及在警笛后方空气中声波的波长

由题意得

$\nu_S = 1500$ Hz　　$u = 330\,m/s$

$V_R = 5\,m/s$　　$V_S = -20\,m/s$

人听到得频率为

$$\nu_R = \frac{u+\nu_R}{u-\nu_S}\nu_S = \frac{330+5}{330+20}\times 1500 = 1436\text{ Hz}$$

警笛后方得空气不随波前进，即有 $\nu_R = 0$

$$\nu_R = \frac{u+\nu_R}{u-\nu_S}\nu = \frac{330+o}{330+20}\times 1500 = 1414\text{ Hz}$$

空气中波长为

$$\lambda' = \frac{u}{\nu_R} = \frac{330}{1414} = 0.233\,m$$

第八章 静电场

第一讲 电荷库仑定律

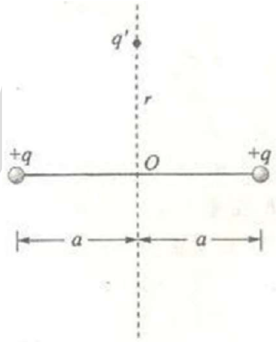
1. 玻尔氢原子模型中，质量为 9.11×10^{-31} kg 的电子沿半径为 $5.3\times10^{-11}\ m$ 的圆轨道绕核运动，求
(1).电子的加速度的大小 (2).电子的速度的大小 (3).电子的角速度的大小

$$(1).F_e=\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}=m_e a_n \Rightarrow a_n=\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2 m_e}=\frac{9\times10^9\times(1.6\times10^{-19})^2}{(5.29\times10^{-11})^2\times9.11\times10^{-31}}=9.1\times10^{22}\ m/s^2$$

$$(2).a_n=\frac{v^2}{r} \Rightarrow v=\sqrt{a_n r}=\sqrt{9.11\times10^{22}\times5.29\times10^{-11}}=2.19\times10^6\ m/s$$

$$(3).\omega=\frac{v}{r}=\frac{2.19\times10^6}{5.29\times10^{-11}}=4.15\times10^6\ \mathrm{rad}/s$$

2. 图示两个固定的点电荷，电量都是 $+q$，相距 $2a$，现在它们的中垂线上离 O 点为 r 处放一点电荷 q'
(1).求 q' 所受的力
(2).r 取何值时，q' 受的力为最大
(3).若 q' 在所放的位置上从静止释放，任其自由运动，试分别就 q' 与 q 同号或异号两种情形讨论 q' 的运动



$$(1).F_1=F_2=\frac{q\,q'}{4\pi\epsilon_0(a^2+r^2)}$$

$$\Rightarrow F=F_{1y}+F_{2y}=(F_1+F_2)\sin\theta=\frac{2\,q\,q'\,r}{4\pi\epsilon_0(a^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$(2).\text{let}\ \frac{dF}{dr}=0 \Rightarrow r=\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 时 F 最大

(3).当 q' 与 q 同号时，精致释放后 q' 将沿中垂线作加速运动走向无穷远
当 q' 与 q 异号时，q' 将以 O 点为中心作周期性振动，但不是简谐运动

第二讲 电场强度

1. 两点电荷 $+q$ 和 $+4q$，相距 l，现放上第三个点电荷，使系统平衡。求第三个点电荷的位置，电量以及符号

设第三个点电荷为 q'，与 q 距离 x，由题意，整个系统处于平衡状态

$$\Rightarrow \frac{q\,q'}{4\pi\epsilon_0 x^2} = \frac{4\,q\,q'}{4\pi\epsilon_0 (l-x)^2} = \frac{4\,q\,q}{4\pi\epsilon_0 l^2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{l}{3} \;\&\; q' = -\frac{4}{9}q$$

2. 两块带有等量异号电荷的平行板之间有一均匀电场，在带负电的板面上有一个电子从静止被释放出来，经过 $1.5\times10^{-8}\,s$ 的时间间隔后，到达相距 2 cm 的带正电的板上，求两板间的电场强度

$$F_e = e\,E = m\,\alpha \;\&\; E = \frac{m\,\alpha}{e} \;\&\; \alpha = \frac{2\,s}{t^2}$$

$$\Rightarrow E = \frac{2\,m\,s}{e\,t^2} = \frac{2\times9.1\times10^{-31}\times2\times10^{-2}}{1.6\times10^{-19}\times\left(1.5\times10^{-8}\right)^2} = 1.01\times10^{3}\,N/C$$

第三讲 场强叠加原理及其应用

1. 如图所示, 电荷 q 均匀分布在长为 l 的细棒上, 求在棒的延长线上离棒的中点距离为$\left(r>\frac{l}{2}\right)$的 P 点的电场强度

取 P 点为坐标原点，X轴水平向左为正

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{\lambda\,dx}{x^2} \;\&\; \lambda = \frac{q}{l}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\int_{r-\frac{l}{2}}^{r+\frac{l}{2}}\frac{1}{x^2}\,dx = \frac{q}{\pi\epsilon_0}\cdot\frac{2\,r}{l\left(4\,r^2-l^2\right)} = \frac{2\,r\,q}{\pi\epsilon_0\,l\left(4\,r^2-l^2\right)}$$

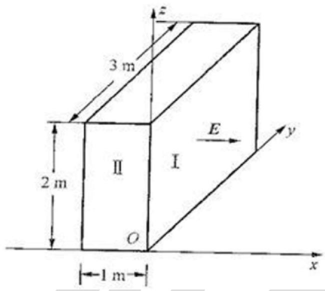
2. 总电量为 q 的均匀带电细棒，弯成半径为 a 的圆弧，设圆弧对中心所张的角为 θ_0，求圆心处的电场强度

$$dE = \frac{\lambda\,a\,d\theta}{4\pi\epsilon_0 a^2} = \frac{\lambda\,d\theta}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$E = \int dE\cos\theta = \int_{-\frac{\theta_0}{2}}^{\frac{\theta_0}{2}}\frac{\lambda\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 a}\,d\theta = \frac{\lambda\sin\frac{\theta_0}{2}}{2\pi\epsilon_0 a} = \frac{q\sin\frac{\theta_0}{2}}{2\pi\epsilon_0 a^2\theta_0}$$

第四讲 高斯定理

1. 图示空间的电场强度 E 处处平行于 x 轴且 E 在垂直于 x 轴的任一平面上各点都具有相同的量值。已知在 yOz 平面内E $= 400\ V/m$
(1).求图中面 I 及面 II 的电通量的大小
(2).在此闭合面内，有 $26.6\times10^{-9}\ C$ 的正电荷，求与面 I 相对的面上 E 的大小和方向



(1).$\Phi_1 = E\,S_1 = 400\times2\times3 = 2.4\times10^3\ N\,m^2\big/C \quad \Phi_2 = 0$
(2).通过闭合的通量，按照高斯定理有

$$\Rightarrow E\,S_1 + E'\,S_1 + o + o = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\because S_1 = 6\,m^2$$

$$\Rightarrow E' = \frac{q}{\epsilon_0\,S_1} - E = \frac{26.6\times10^{-9}}{8.85\times10^{-12}\times6} - 400 = 100\ N/C\ \left(\text{方向指向 } x \text{ 轴负方向}\right)$$

2. (1).地球表面附近的电场强度约为 $200\ V/m$，方向指向地球中心，求地球带电的电量
(2).离地面 $1400\ m$ 处高空，测得场强为$20\ V/m$，指向地球中心，计算在 $1400\ m$ 下大气层的平均体电荷密度

(1).$-4\pi R_0^2 E = \dfrac{Q}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow Q = -4\pi\epsilon_0 R_0^2 E = -\dfrac{200\times\left(6370\times10^3\right)^2}{9\times10^9} = -9.02\times10^5\ C$

(2). $\because \oiint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \dfrac{1}{\epsilon_0}\sum Q$

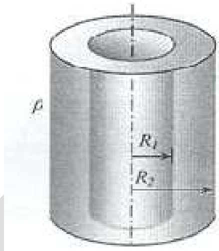
$$\therefore 4\pi R_0^2 E_2 - 4\pi(R_0+h)^2 E_1 = \frac{1}{\epsilon_0}\cdot 4\pi R_0^2\times h\times\rho$$

$$\therefore \rho = \frac{\epsilon_0}{h}(E_2 - E_1) = \frac{8.85\times10^{-12}}{1400}\times(200-20) = 1.14\times10^{-12}\ C\big/m^3$$

第五讲 高斯定理的应用

1. 一均匀带电无限长圆柱壳，体电荷密度为 ρ，内半径为 R_1，外半径为 R_2。求下例三个区域内，距离该圆柱壳为 r 的一点的电场强度

(1).$r < R_1$　　(2).$R_1 < r < R_2$　　(3).$r > R_2$



$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot 2\pi \cdot 2h = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q$$

(1).$r < R$, $\sum q = 0 \quad \Rightarrow \quad E = 0$

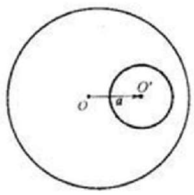
(2).$R_1 < r < R_2$, $\sum q = \left(r^2 - R_1^2\right) \pi h \rho \quad \Rightarrow \quad E = \dfrac{\left(r^2 - R_1^2\right) \rho}{2 q_0 r}$

(3).$r > R_2$, $\sum q = \left(R_2^2 - R_1^2\right) \pi h \rho \quad \Rightarrow \quad E = \dfrac{\left(R_2^2 - R_1^2\right) \rho}{2 q_0 r}$

2. 均匀带电球体，电荷体密度为 ρ，设 $\vec{r}$ 是从球心指向球内一点 P 的矢径

(1).证明 P 处的电场 $\vec{E} = \dfrac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{r}$

(2).从该球体内挖去一球形空腔，如图，应用场强叠加原理，证明空腔内所有点的电场为 $\vec{E} = \dfrac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{r}$，即空腔内为均匀电场，其中矢量 $\vec{a}$ 是从球心指向空腔中心的矢径



(1).以 r 为半径作球形高斯面，由高斯定理得

$$\Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \rho$$

$$\therefore \vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{r}$$

(2).与球形空腔同体积的均匀带电(体电荷密度 ρ)球在 P 点产生的电场强度为 $\dfrac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{r'}$

根据叠加原理：$\dfrac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{r'} + \vec{E} = \dfrac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{r}$

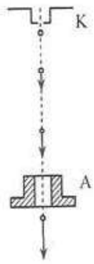
$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(\vec{r} - \vec{r'}\right) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{a}$$

第六讲 环路定理 电势

1. 电子束焊接机中的电子枪如图所示，图中 K 为阴极，A 为带小孔的阳极。电子束在阴极和阳极间电场的作用下，以极高的速率穿过阳极上的小孔，射到被焊接的金属上，使两块金属融化而焊接在一起。已知阴极和阳极间的电势差为 $2.5\times 10^{4}\ V$，并设电子从阴极发射时的初速度为零，求

(1).电子到达被焊接的金属时具有的动能(用 eV 表示)

(2).电子射到金属上时的速率



(1).由动能定理得：$e\,U_{AK} = E_k - 0$

$\Rightarrow E_k = e\times 2.5\times 10^{4}\ V = 2.5\times 10^{4}\ \mathrm{eV}$

(2).电子动能：$E_k = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\,E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2\times 2.5\times 10^{4}\times 1.6\times 10^{-19}}{9.1\times 10^{-31}}} \approx 9.4\times 10^{7}\ m/s$$

2. 如图放置两点电荷, $q_1 = 3.0\times 10^{-8}\ C$, $q_2 = -3.0\times 10^{-8}\ C$,

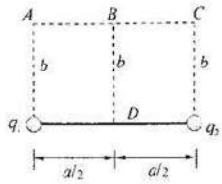
A, B, C, D为电场中四个位置，图中 $a = 8\ \mathrm{cm}$, $b = 6\ \mathrm{cm}$

(1).将点电荷 从无穷远处移到A点，电场力做多少功？电势能增加多少

(2).将此点电荷从C移到D，电场力做功多少？电势能增加多少

(3).将此点电荷从A移到B，电场力做功多少？电势能增加多少

(4).这对点电荷原有电势能为多少



$$U_A = \frac{q_1}{4\,\pi\,\epsilon_0\,b} + \frac{q_2}{4\,\pi\,\epsilon_0\,\sqrt{a^2+b^2}} = 9\times 10^{9}\left(\frac{3.0\times 10^{-8}}{0.06} - \frac{3.0\times 10^{-8}}{\sqrt{0.06^2+0.08^2}}\right) = 1.8\times 10^{3}\ V \qquad U_B = 0$$

$$U_C = \frac{q_1}{4\,\pi\,\epsilon_0\,\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{q_2}{4\,\pi\,\epsilon_0\,b} = -1.8\times 10^{3}\ V$$

(1).$q_3(U_\infty - U_A) = 2\times 10^{-9}\left(0 - 1.8\times 10^{3}\right) = -3.6\times 10^{-6}\ J$, 电场力做负功，电势能增加，$\Delta\,W = 3.6\times 10^{-6}\ J$

(2).$q_3(U_C - U_D) = 2\times 10^{-9}\left(-1.8\times 10^{3} - 0\right) = -3.6\times 10^{-6}\ J$, 电场力做负功，电势能增加，$\Delta\,W = 3.6\times 10^{-6}\ J$

(3).$q_3(U_A - U_B) = 2\times 10^{-9}\left(1.8\times 10^{3} - 0\right) = 3.6\times 10^{-6}\ J$, 电场力做正功，电势能减少，$\Delta\,W = -3.6\times 10^{-6}\ J$

(4).$W = \dfrac{q\,q'}{4\,\pi\,\epsilon_0\,a} = 9\times 10^{9}\times \dfrac{3.0\times 10^{-8}\times\left(-3.0\times 10^{8}\right)}{0.08} = -1.01\times 10^{-4}\ J$

Designed by Tian Hao

第七讲 电势叠加原理 电势和电场强度的关系

1. 一均匀带电细杆，长 $l = 15.0\ \mathrm{cm}$，线电荷密度 $\lambda = 2.0\times10^{-7}\ C/m$，求
(1).细杆延长线上与细杆的一端相距 $a = 5\ \mathrm{cm}$ 处的电势
(2).细杆中垂线上与细杆相距 $b = 5\ \mathrm{cm}$ 处的电势

(1).沿杆取作 x 轴，杆的 x 轴反向一端为原点，由电势叠加原理可得，a 点电势为

$$\Rightarrow \varphi_1 = \int_0^l \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0(l+a-x)}dx = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\ln\frac{a+l}{a} = 2.5\times10^3\ V$$

(2).坐标系不变，由电势跌加原理可得，b 点电势为

$$\Rightarrow \varphi_2 = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0(x^2+b^2)^{1/2}}dx = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\ln\frac{\sqrt{b^2+l^2/4}+l/2}{\sqrt{b^2+l^2/4}-l/2} = 4.3\times10^3\ V$$

2. 两个同轴安置的金属薄圆筒，内筒半径为 r_a，外筒半径为r_b。设它们长度均可以作为无穷长，内筒上每单位长度的正电荷为 $+\lambda$，外筒上单位长度的负电荷为 $-\lambda$，试证明两圆筒的电势差为 $U = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\lambda\ln\frac{r_b}{r_a}$

两筒间场强 $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$

$$U_{\mathrm{ab}} = \int_{r_a}^{r_b} R\,dr = \int_{r_a}^{r_b}\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\frac{r_b}{r_a}$$

第九章 静电场中的导体与电介质

第一讲 静电场中的导体

1. 两个带电金属同心球壳，内球半径 $R_1 = 5.0\,\text{cm}$，带电 $q = 0.6\times10^{-8}\,C$。外球壳的内半径 $R_2 = 7.5\,\text{cm}$，外半径 $R_3 = 9.0\,\text{cm}$，所带总电荷量 $q_2 = -2.0\times10^{-8}\,C$。求

(1).离球心距离分别为 3 cm，6 cm，8 cm，10 cm各点的电场强度 E 以及电势 U

(2).用导线把两球壳连接起来，再求上述各点的 E 和 U

(1)

当 $r < R_1$ 时

$U = U_1 + U_2 + U_3 =$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{R_1} - \frac{q_1}{R_2} + \frac{q_1+q_2}{R_3}\right) = 9\times10^9\times\left(\frac{0.6\times10^{-8}}{0.05} - \frac{0.6\times10^{-8}}{0.075} + \frac{0.6\times10^{-8} - 2\times10^{-8}}{0.09}\right) = -1040\,V$$

$E = 0$，导体内部场强为零

当 $R_1 < r < R_2$ 时

$$E = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{9\times10^9\times0.6\times10^{-8}}{(0.06)^2} = 1.50\times10^4\,V/m$$

$U = U_1 + U_2 + U_3 =$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{R_1} - \frac{q_1}{R_2} + \frac{q_1+q_2}{R_3}\right) = 9\times10^9\times\left(\frac{0.6\times10^{-8}}{0.06} - \frac{0.6\times10^{-8}}{0.075} + \frac{0.6\times10^{-8} - 2\times10^{-8}}{0.09}\right) = -1220\,V$$

当 $R_2 < r < R_3$ 时

$E = 0$

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r} - \frac{q_1}{r} + \frac{q_1+q_2}{R_3}\right) = 9\times10^9\times\left(\frac{0.6\times10^{-8} - 2\times10^{-8}}{0.09}\right) = -1400\,V$$

当 $r > R_3$ 时

$$E = \frac{q_1+q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 9\times10^9\times\frac{(0.6-2.0)\times10^{-8}}{(0.1)^2} = -1.26\times10^4\,V/m$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r} - \frac{q_1}{r} + \frac{q_1+q_2}{r}\right) = 9\times10^9\times\frac{(0.6-2.0)\times10^{-8}}{0.1} = -1260\,V$$

(2)

当 $r < R_3$ 时，$E = 0$，$U = \dfrac{q_1+q_2}{4\pi\epsilon_0 R_3} = -1400\,V$

当 $r > R_3$ 时，$E = \dfrac{q_1+q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = -1.26\times10^4\,V/m$，$U = \dfrac{q_1+q_2}{4\pi\epsilon_0 r} = -1260\,V$

2. 充分大的带电导体板 A 和 B，

A 板单位面积带电荷量 $+3\times10^{-6}\,C/m^2$、B板单位面积带电荷量 $+7\times10^{-6}\,C/m^2$

现把两板平行放置，这将引起导体板上电荷的重新分布，求最终四个表面上电荷密度的大小？

$$\begin{cases}\sigma_1 = \sigma_4\\ \sigma_2+\sigma_3 = 0\\ \sigma_1+\sigma_2 = 3\times10^{-6}\\ \sigma_3+\sigma_4 = 7\times10^{-6}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\sigma_1 = 5\times10^{-6}\,C/m^2\\ \sigma_2 = -2\times10^{-6}\,C/m^2\\ \sigma_3 = 2\times10^{-6}\,C/m^2\\ \sigma_4 = 5\times10^{-6}\,C/m^2\end{cases}$$

第二讲 电容和电容器

1. 电容为 $1\,\mu F$ 和 $2\,\mu F$ 的两电容器串联，接在 $1200\,V$ 的直流电源上
(1).求每个电容器上的电量以及电压
(2).将充了电的两个电容器与电源断开，彼此之间也断开，再重新将同号的两端相连接，试求每个电容器上最终的电量和电压。

(1) $C_{1,2} = \dfrac{C_1\,C_2}{C_1 + C_2} = \dfrac{1\times 2}{1+2} = \dfrac{2}{3}\,\mu F$

$Q = C_{1,2}\,U_{1,2} = \dfrac{2}{3}\times 10^{-6}\times 1.2\times 10^{3} = 8\times 10^{-4}$

$U_1 = \dfrac{Q}{C_1} = \dfrac{8\times 10^{-4}}{1\times 10^{-6}} = 800\,V$

$U_2 = \dfrac{Q}{C_2} = \dfrac{8\times 10^{-4}}{2\times 10^{-6}} = 400\,V$

(2) $C_{1,2} = C_1 + C_2 = 3\,\mu F$

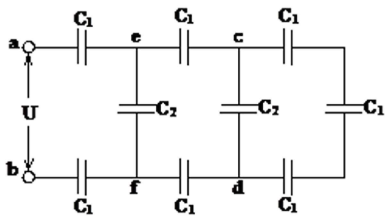
$Q = Q_1 + Q_2 = 2\,Q = 1.6\times 10^{-3}\,C$

$U_1 = U_2 = \dfrac{Q}{C_{1,2}} = \dfrac{1.6\times 10^{-3}}{3\times 10^{-6}} = 5.33\times 10^{2}\,V$

$Q_1 = C_1\,U_1 = 1\times 10^{-6}\times 5.33\times 10^{2} = 5.33\times 10^{-4}\,C$

$Q_2 = C_2\,U_2 = 2\times 10^{-6}\times 5.33\times 10^{2} = 1.066\times 10^{-3}\,C$

2. 图示电路中，每个电容 $C_1 = 3\,\mu\mathrm{F}$，$C_2 = 2\,\mu\mathrm{F}$，$a\,b$ 两点电压 $U = 900\,V$。求
(1).电容器组合的等效电容
(2).c、d 间的电势差 U_{cd}



(1) $C' = \dfrac{1}{3}\,C_1 = 1\,\mu F$

$C_{cd} = 2\,\mu F + 1\,\mu F = 3\,\mu F$

同理 $C_{ef} = 2\,\mu F + 1\,\mu F = 3\,\mu F$、$C_{ab} = \dfrac{1}{3}\times 3\,\mu F = 1\,\mu F$

(2) $U_{ef} = \dfrac{1}{3}\,U = \dfrac{100}{3}\,V$

$U_{cd} = \dfrac{1}{3}\,U_{ef} = \dfrac{100}{9}\,V$

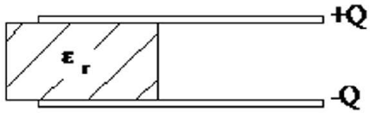
第三讲 有介质时的高斯定理

1. 金属平板面积 S，间距 d 的空气电容器带有电量 $\pm Q$，现插入面积 $\frac{S}{2}$ 的电介质板(相对介电常数为ϵ_r)，求

(1).空气内的电场强度

(2).介质板内的电场强度

(3).两极板的电势差



等效电容：$C = \frac{1}{2}\frac{\epsilon_0 s}{d} + \frac{\epsilon_r \epsilon_0 s}{2d} = \frac{\epsilon_0 s}{2d}(1+\epsilon_r)$

(1).$E_0 = \frac{U}{d} = \frac{2Q}{\epsilon_0 (1+\epsilon_r) s}$

(2).$E = \frac{U}{d} = \frac{2Q}{\epsilon_0 (1+\epsilon_r) s}$

(3).$U = \frac{Q}{C} = \frac{2dQ}{\epsilon_0 (1+\epsilon_r) s}$

2. 两个同轴金属圆柱面，长度为 l，半径分别为 a 和 b，两圆柱面间充有相对介电常数为ϵ_r 的均匀电介质，当这两个圆柱面带有等量异号电荷 $\pm Q$ 时，求

(1).离轴线距离 r（$a<r<b$） 处的电场强度

(2).两圆柱面间的电势差?

(1).取半径为 r 的同轴圆柱面 (S)，则

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = 2\pi r l D$$

当 $R_1 < r < R_2$ 时，$\sum q = Q$

$$\therefore D = \frac{Q}{2\pi r l}$$

(2).$U = \int dU$

$$= \int_a^b \frac{Q^2}{4\pi r l} dr$$

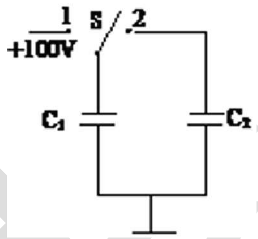
$$= \frac{Q^2(\ln b - \ln a)}{4\pi l}$$

第四讲 电场的能量

1. 图示电路，开始时 C_1 和 C_2 均未带电，开关 S 倒向1对 C_1 充电后，再把开关 S 拉向 2，如果 $C_1 = 5\,\mu F$，$C_2 = 1\,\mu F$，求

(1).两电容器的电压为多少

(2).开关 S 从 1 倒向 2，电容器储存的电场能损失多少



(1).等效电容 $C = C_1 + C_2 = 5 + 1 = 6\,\mu F$，带电 $Q = 5\times 100\,\mu C = 500\,\mu C \;\Rightarrow\; V' = \dfrac{Q}{C} = \dfrac{500}{6} = 83.3\,V$

(2).$\Delta W = \dfrac{1}{2}\left(C_1 U^2 - C U'^2\right) = \dfrac{1}{2}\left(5\times 100^2 - 6\times 83.3^2\right)\times 10^{-6} = 4.168\times 10^{-3}\,J$

2. 一个平行板电容器，极板面积为 S，极板间距为 d。求

(1).充电后保持其电荷量 Q 不变，将一块厚度为 b 的金属板平行于两极板插入。与金属板插入前相比，电容器储能增加多少

(2).如果充电后保持电容器的电压 U 不变，则 (1) 问的结果又如何

(1).$C_1 = \dfrac{\epsilon_0 S}{d}$

插入金属板后 $C_2 = \dfrac{\epsilon_0 S}{d-b}$

插入金属板之前电容器能量 $W_{\epsilon 1} = \dfrac{Q^2}{2C_1} = \dfrac{Q^2 d}{2\epsilon_0 S}$

插入金属板之后电容器能量 $W_{\epsilon 2} = \dfrac{Q^2}{2C_1} = \dfrac{Q^2(d-b)}{2\epsilon_0 S}$

储能减少了 $W_e = \dfrac{Q^2}{2C_1} = \dfrac{Q^2 b}{2\epsilon_0 S}$

(2).插入金属板之前电容器能量 $W_{\epsilon 1} = \dfrac{1}{2}C_1 U^2 = \dfrac{\epsilon_0 S U^2}{2d}$

插入金属板之后电容器能量 $W_{\epsilon 2} = \dfrac{1}{2}C_2 U^2 = \dfrac{\epsilon_0 S U^2}{2(d-b)}$

储能增加了 $W_e = \dfrac{\epsilon_0 S U^2}{2}\left(\dfrac{1}{d-b} - \dfrac{1}{d}\right)$

第十章 直流电路

第一讲 恒稳电流 欧姆定理

1. 有半径为 a 的半球形电极与大地接触，大地的电阻率为 ρ，假设电流通过接地电极均匀地向无穷远处流散，试求接地电阻

$$dR = \rho \frac{dr}{2\pi r^2}$$

$$\therefore R = \int_a^{\infty} \frac{\rho}{2\pi r^2} dr = \frac{\rho}{2\pi a}$$

2. 边长为 1 mm 的正方形截面的铜导线，假定导线中每立方米自由电子数为 1×10^{29} 个，导线中电流为 10 A，求
(1).导线中的电流密度
(2).电场强度
(3).电子通过全长 100 m 的导线所需的时间

(1).$j = \frac{I}{S} = \frac{10}{10^{-6}} = 10^7\ A/m^2$

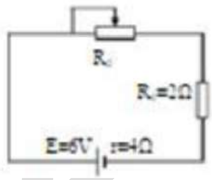
(2).$E = \rho\, j = 1.6\times 10^{-8}\times 10^7 = 0.16\ V/m$

(3).$V = \frac{I}{n\, e\, S} = 6.25\times 10^{-4}\ m/s$

$t = \frac{l}{v} = \frac{100}{6.25\times 10^{-4}} = 1.6\times 10^5\ s$

第二讲 电流的功 电动势

1. 如图所示，$E=6\,V$，$r=4\,\Omega$，$R_1=2\,\Omega$，R_2 的阻值变化范围是 $0\sim10\,\Omega$，求
(1).电源的最大输出功率
(2).R_1 上消耗的最大功率
(3).R_2 上消耗的最大功率

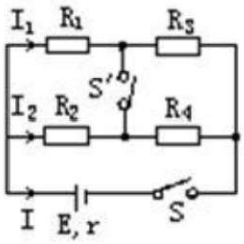


(1).$r=R$ 时，电源的输出功率最大，$P_{\max}=\dfrac{E^2}{4r}=2.25\,W$

(2).$R_2=0$ 时，R_1 上消耗功率最大，$P_{\max}=\left(\dfrac{E}{r+R_1}\right)^2R_1=2\,W$

(3).$R_2=r+R_1$ 时，R_2 上消耗功率最大，$P_{\max}=\left(\dfrac{E}{r+R_1+R_2}\right)^2R_2=1.4\,W$

2. 如图所示的电路中，已知四个电阻的阻值为 $R_1=1\,\Omega$、$R_2=2\,\Omega$、$R_3=3\,\Omega$、$R_4=4\,\Omega$，电源电动势 E$=4\,V$，内阻 $r=0.2\,\Omega$，试求
(1).S 闭合，S' 断开时，通过 R_1 和 R_2 的电流之比 $\dfrac{I_1}{I_2}$;
(2).S 和 S' 都闭合时的总电流 I'



(1).当 S 闭合，S' 断开时，R_1 与 R_3 串联 $R_{13}=4\,\Omega$，R_1 与 R_4 串联，$R_{24}=6\,\Omega$

$$\therefore \frac{I_1}{I_2}=\frac{R_{24}}{R_{13}}=\frac{3}{2}$$

(2).S 与 S' 均闭合，$R_1\,R_2$ 并联，$R_3\,R_4$ 并联，且两部分串联

$$\therefore R_{总}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}=\frac{50}{21}\,\Omega$$

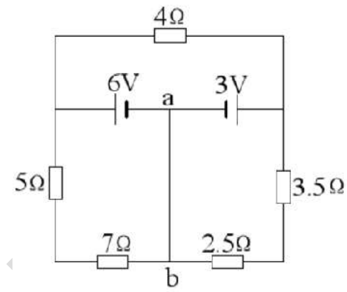
$$\therefore I=\frac{E}{R+r}=1.55\,A$$

第三讲 基尔霍夫第二定律 复杂电路

1. 图示网络中各已知量已标出。求

(1).通过两个电池中的电流各为多少

(2).连线 $a\,b$ 中的电流



$$I_1 = \frac{6}{5+7} = 0.5\,A$$

$$I_2 = \frac{3}{3.5+2.5} = 0.5\,A$$

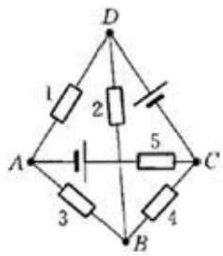
$$I_3 = \frac{6-3}{4} = 0.75\,A$$

(1) .6 V 中电流：$I_1 + I_3 = 1.25\,A$

3 V 中电流：$I_3 - I_2 = 0.25\,A$

(2).$a\,b$ 中电流：$I_1 + I_2 = 1.0\,A$

2. 如图所示，电路构成四面体的棱，各电阻均为 $R = 2\,\Omega$，各电源电动势均为 $E = 2\,V$，内阻均为 $r = 1\,\Omega$，求节点 B、C 间的电压



在回路 ACDA 中：$2\,E = I_2(R+r) + I_1\,r + (I_1 - I_3)\,R$

$\Rightarrow 4 = 3\,I_1 + 3\,I_2 - 2\,I_3$

在回路 ACBA 中：$E = I_2(R+r) + (I_2 - I_1 + I_3)\,R + (I_2 - I_1)\,R$

$\Rightarrow 2 = -4\,I_1 + 7\,I_2 + 2\,I_3$

在回路 CDBC 中：$E = I_3\,R + I_1\,r + (I_1 - I_2)\,R$

$\Rightarrow 2 = 3\,I_1 - 2\,I_2 + 2\,I_3$

$$\begin{cases} 3\,I_1 + 3\,I_2 - 2\,I_3 = 4 \\ -4\,I_1 + 7\,I_2 + 2\,I_3 = 2 \\ 3\,I_1 - 2\,I_2 + 2\,I_3 = 2 \end{cases} \Rightarrow \quad I_1 = \frac{54}{61}\,A、I_2 = \frac{42}{61}、I_3 = \frac{22}{61}\,A$$

$$\therefore U_{a\,c} = (I_1 - I_2)\,R = \frac{24}{61}\,V$$

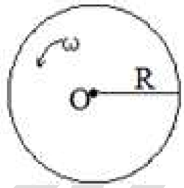
第十一章 恒稳磁场

第一讲 磁感应强度定义

1. 一个塑料圆盘半径为 R，电量 q 均匀分布于表面，圆盘绕通过圆心垂直盘面的轴转动，角速度为ω，试证明

(1).圆盘中心处的磁感应强度 $B=\dfrac{\mu_0\,\omega\,q}{2\pi R}$

(2).圆盘的磁极矩为 $P_m=\dfrac{1}{4}q\,\omega\,R^2$



(1).圆盘上取一个半径为为 r，宽为 dr 的椭圆环

其所带电量为：$dq=\delta\cdot 2\pi r\,dr=\dfrac{q}{\pi R^2}2\pi r\,dr$

圆盘转动后相当于圆电流 $dI=n\,dq=\dfrac{\omega}{2\pi}\dfrac{q}{\pi R^2}\cdot 2\pi r\,dr=\dfrac{\omega\,q\,r\,dr}{\pi R^2}$

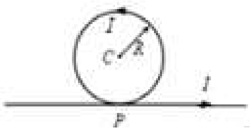
若干个圆电流在圆心产生的磁感应强度为：$B=\displaystyle\int dB=\int\frac{\mu_0}{2r}dI=\int_0^R\frac{\mu_0}{2r}\cdot\frac{\omega\,q\,r}{\pi R^2}dr=\frac{\mu_0\,\omega\,q}{2\pi R}$

(2).细圆环的磁矩为 $dP_m=S\,dI=\pi r^2\cdot\dfrac{\omega\,q\,r}{\pi R^2}dr=\dfrac{\omega\,q\,r^3}{R^2}dr$

转动圆盘的总磁矩为 $P_m=\displaystyle\int_0^R\frac{\omega\,q\,r^3}{R^2}dr=\frac{1}{4}q\,\omega\,R^2$ (方向沿轴向)

第二讲 毕奥萨伐尔定律的应用

1. 一无限长载流(电流为 I)直导线在某处弯成一半径为 R 的圆环，试求圆环中心点的磁感应强度的大小和方向

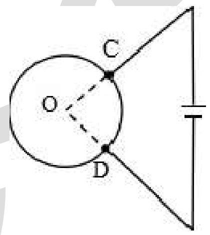


$\because$ 直线部分：$B_1 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$ 向外

圆环部分：$B_2 = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$ 向里

$\therefore B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}\left(1 - \dfrac{1}{\pi}\right)$

2. 两根导线沿半径方向被引到铁环上 C, D 两点，电流方向如图所示，电源很远。求环中心 O 处的磁感应强度



如图设有两段圆弧电流对 O 的磁感应强度大小分别为 B_1 和 B_2，导线长度分别为 l_1 和 l_2，导线横截面积为 S 电阻率 ρ，则电流 I_1 和 I_2 的关系为

$$\Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho \frac{l_2}{S}}{\rho \frac{l_1}{S}} = \frac{l_2}{l_1}$$

$$\Rightarrow I_1 l_1 = I_2 l_2$$

两圆弧电流对 O 点的磁感应强度的大小分别为

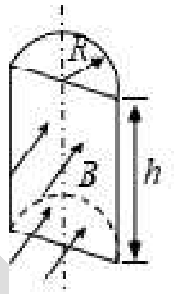
$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \int_{L_1} \frac{1}{r^2} dl = \frac{\mu_0 I_1 l_1}{4\pi r^2}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi} \int_{L_2} \frac{1}{r^2} dl = \frac{\mu_0 I_2 l_2}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 I_1 l_1}{4\pi r^2}$$

$$\therefore B = B_1 - B_2 = 0$$

第三讲 磁场的高斯定理和安培环路定理

1. 如图所示，一半径为 R，高度为 h 的半圆柱面竖直放置，匀强磁场 B 的方向水平向里且与构成半柱面边界的矩形面垂直，试求通过该半圆柱面的磁通量

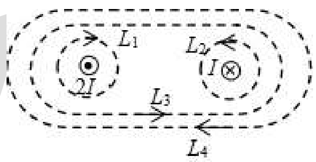


$$\because d\Phi = \vec{B}\, d\vec{S}$$

$$\because d\vec{S} = 2\sqrt{R^2 - r^2}\; h\, dr$$

$$\therefore \Phi = \int_0^R 2\sqrt{R^2 - r^2}\; h\, dr = \frac{1}{2} h \pi R^2$$

2. 如图所示，两根无限长载流导线垂直于纸面，$2I$ 电流向外，I 电流向内。围绕此二导线分别选四个安培环路是分别针对此四个环路写出安培环路定理的表达式



$$\oint_{L_1} B \cdot dl = -2\mu_0 I$$

$$\oint_{L_2} B \cdot dl = -\mu_0 I$$

$$\oint_{L_3} B \cdot dl = \mu_0 I$$

$$\oint_{L_4} B \cdot dl = -\mu_0 I$$

第四讲 安培环路定理的应用

1. 半径为 R 的无限长均匀载流薄圆筒，通有沿轴方向的电流 I。试求圆筒内、外的磁感应强度分布（以 r 表示任意点到柱体轴线的距离）

$$\oint_L B\,dl = \oint_L B\,dl = B\oint_L dl = 2\pi r B$$

2. 内外径分别为 a 和 b 的中空导体圆柱，载有电流 I，电流均匀分布于截面，求出在 $r < a$, $a < r <$ b和 $r > b$ 区域的磁感应强度的大小

由安培环电路定律 $\oint B\,dl = B\cdot 2\pi r = \mu_0 \sum I$

当 $r < a$ 时，$\sum I = 0$， $\Rightarrow B = 0$

当 $a < r < b$ 时，$\sum I = \dfrac{I(r^2 - a^2)}{b^2 - a^2}$， $\Rightarrow B = \dfrac{\mu_0 I(r^2 - a^2)}{2\pi r(b^2 - a^2)}$

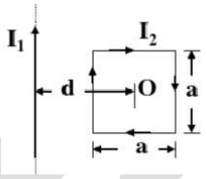
当 $r > b$ 时，$\sum I = I$， $\Rightarrow B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

第五讲 磁场对载流导体的作用

1. 一长直导线与正方形线圈在同一平面内，分别载有电流 I_1 和 I_2。正方形的边长为 a，它的中心到直导线的垂直距离为 d，如图所示。已知电流 I_1 形成的不均匀磁场为：$B=\dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$，$\left(r\text{ 为任意点到长直导线的距离}\right)$ 求

(1).正方形载流线圈所受 I_1 的磁场力的合力的大小和方向

(2).当 $I_1=3\,A, I_2=2\,A, a=4\,\text{cm}, d=4\,\text{cm}$ 时，合力的数值



(1).依题意可以求各边磁力

$$F_1=I_a B_1=\frac{\mu_0 a I_1 I_2}{2\pi\left(d-\frac{a}{2}\right)}\left(\text{向左}\right)$$

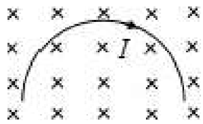
$$F_2=I_a B_2=\frac{\mu_0 a I_1 I_2}{2\pi\left(d+\frac{a}{2}\right)}\left(\text{向右}\right)$$

$$F_3=\int_{d-\frac{a}{2}}^{d+\frac{a}{2}}\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}\,dr=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln\frac{d+\frac{a}{2}}{d-\frac{a}{2}}\left(\text{向上}\right)$$

$$F_4=\int_{d-\frac{a}{2}}^{d+\frac{a}{2}}\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}\,dr=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln\frac{d+\frac{a}{2}}{d-\frac{a}{2}}\left(\text{向下}\right)$$

(2).$F=F_1-F_2=\dfrac{2\mu_0 a^2 I_1 I_2}{\pi\left(4d^2-a^2\right)}=\dfrac{2\times4\pi\times10^{-7}\times\left(4\times10^{-2}\right)^2\times3.0\times2.0}{\pi\left[4\times\left(4\times10^{-2}\right)^2-\left(4.0\times10^{-2}\right)^2\right]}=1.6\times10^{-6}\,N$

2. 如图所示，一条半径为 R 半圆形载流导线位于均匀磁场中，电流为 I，磁感应强度 B 与圆环面垂直。试求此环所受的安培力的大小和方向



如图所示，在导线上任取一电流元 $I\,dl$.根据安培定律，电流元 $I\,dl$ 所受元安培力的大小为

$dF=I\,dl\,B\sin\theta=I\,dl\,B$

将 dF 分解为沿 y 方向和 x 方向的分量 dF_y 和 dF_x

$\Rightarrow dF_y=dF\sin\alpha$，$dF_x=dF\cos\alpha$

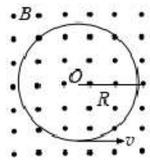
由于导线关于 y 轴对称，x 方向上的分量 dF_x 相互抵消

$\Rightarrow F_x=\displaystyle\int dF_x=0$

于是，半圆形导线在均匀磁场中所受的安培力 $2IBR$ $\left(\text{方向为 } y \text{ 轴正方向}\right)$

第六讲 磁场对运动电荷的作用-洛伦兹力

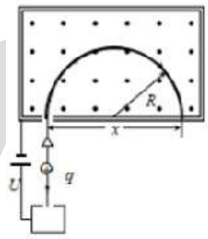
1. 一电子在垂直于均匀磁场的方向做半径为 $R = 1.2$ cm 的圆周运动，
电子速度 $v = 104\ m \cdot s^{-1}$。求圆轨道内所包围
的磁通量是多少？



$$m v^2 = e v B$$

$$\phi = \mathrm{BS} = \pi R^2 B = \pi R^2 \frac{m v}{e R} = \frac{3.14 \times 1.2 \times 10^{-2} \times 9.11 \times 10^{-31} \times 10^4}{1.6 \times 10^{-19}} = 21.5 \times 10^{-10}\ T$$

2. 图示为测定离子质量所用的装置。离子源 S 产生一质量为 m，电荷量和 $+q$ 的离子。离子从源出来时的速度很小，可以看作静止的。离子经电势差 U 加速后进入磁感应强度为 B 的均匀磁场，在这磁场中，离子沿一半圆周运动后射到离入口缝隙 x 远处的感光底片上，并予以记录。试证明离子的质量 $m = \dfrac{q B^2}{8 U} x^2$



离子进入磁场的速度可由 $q u = \dfrac{1}{2} m v^2$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 q u}{M}}$$

$$\because q v B = M \frac{v^2}{R}$$

$$\therefore v = \frac{q B R}{M} = \frac{q B \frac{x}{2}}{M} = \frac{q B x}{2 M}$$

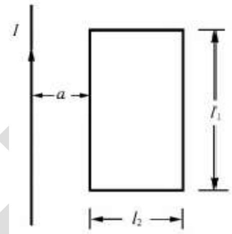
$$\therefore \frac{q B x}{2 M} = \sqrt{\frac{2 q u}{M}}$$

$$\therefore M = \frac{q B^2}{8 U} x^2$$

第十二章 电磁感应

第一讲 电磁感应定律

1. 如图所示，长直导线旁有一矩形线圈，其长 $l_1 = 0.20\,m$、宽 $l_2 = 0.10\,m$，矩形线圈的左边与导线相距 $a = 0.10\,m$，线圈共1000匝.当在长直导线中通有交变电流 $I = 100\sin\pi t$（I 的单位为 A，t 以 s 计）时，求线圈中的感应电动势



$$\because d\phi = B\,ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l_1\,dx$$

$$\therefore \phi = \int d\phi = \int_a^{a+l_2} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l_1\,dx = \frac{50\,\mu_0\,l_1}{\pi}\ln\left(\frac{a+l_2}{a}\right)\sin\pi t$$

$$\therefore \epsilon = -N\frac{d\phi}{dt} = -50\,\mu_0\,l_1\,N\ln\left(\frac{a+l_2}{a}\right)\cos\pi t$$

$$= 50\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 0.2\cdot 1000\cdot \ln 2\cos\pi t$$

$$= -8.7\times 10^{-3}\cos\pi t$$

2. 如果通过匝数为 N 的线圈的磁通量，由 Φ_1 改变到 Φ_2，试证该线圈内通过的电荷量 q 为 $q = \dfrac{N(\Phi_2-\Phi_1)}{R}$ 式中 R 为线圈的总电阻

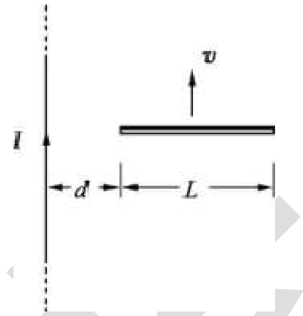
$$\because E = N\cdot\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = N\cdot\frac{\Phi_2-\Phi_1}{\Delta t}$$

$$\because I = \frac{E}{R}\ \&\ q = I\,\Delta t$$

$$\therefore q = \frac{N(\Phi_2-\Phi_1)}{R}$$

第二讲 动生电动势和感生电动势

1. 长为 L 的金属棒以匀速 v 平行于载流长直导线运动, 金属棒与长直导线共面且垂直. 若导线中的电流为 I, 求金属棒中动生电动势的大小和方向



$$d\epsilon = (v\times B)\,dI = v\cdot\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,dr$$

$$\therefore \epsilon = -\frac{\mu_0 v I}{2\pi}\int_d^{d+l}\frac{1}{r}\,dr = -\frac{\mu_0 v I}{2\pi}\ln\frac{d+l}{d}$$ 方向向右

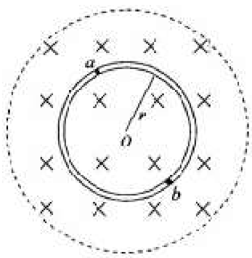
2. 在如图所示的虚线圆内, 有均匀磁场, 它正以 $\frac{dB}{dt} = 0.1\ T/s$ 在减小. 设某时刻 $B = 0.5\ T$

(1) 求在半径 $r = 10$ cm 的导体圆环的任一点上涡旋电场 E 的大小和方向

(2) 如果导体圆环的电阻为 2 Ω, 求环内电流

(3) 求环上两点 a 和 b 之间的电势差

(4) 如果将环上某一点切开, 并把两端点稍许分开, 则两端间电势差为多少



(1).$\epsilon = \oint E_r\,dS = -\frac{d\varphi}{dt}$

$$\because 2\pi r E = \left|\frac{d\phi}{dt}\right|$$

$$\therefore E = \frac{1}{2\pi r}\left|\frac{d\phi}{dt}\right| = \frac{S}{2\pi r}\cdot\frac{dB}{dt} = \frac{\pi r^2}{2\pi r}\cdot\frac{dB}{dt} = \frac{r}{2}\cdot\frac{dB}{dt} = \frac{0.1\times 0.1}{2} = 5\times 1-^{-3}\ V/m$$

(2).$I = \frac{\epsilon}{R} = -\frac{1}{R}\cdot\frac{d\varphi}{dr} = \frac{S}{R}\cdot\frac{dB}{dt} = 1.57\ mA$

(3)

(4).$U = 2\pi r E = 3.14\times 10^{-3}\ V$

第三讲 互感和自感

1. 圆形小线圈的面积 $S_1 = 4\ \mathrm{cm}^2$, 匝数 $N_1 = 50$ 匝, 将此小线圈放在另一个半径 $R = 20\ \mathrm{cm}$ 的大线圈的中心, 两者同轴, 大线圈 $N_2 = 100$ 匝

(1).求这两线圈的互感 M;

(2).当小线圈中的电流以 $\frac{dl}{dt} = 50\ A/\mathrm{s}$变化率减小时, 求大线圈中的感应电动势

(1).$B = N_1 \times \frac{\mu_0 I_1}{2R}$

$$C = N_2 B S = \mu_0 N_1 N_2 I_1 \frac{S}{2R}$$

$$\therefore M = \frac{C}{I_1} = 6.29 \times 10^{-6}$$

(2).$\epsilon = -M \frac{dI}{dt} = 3.2 \times 10^{-4}\ V$

2. 在一长直螺线管的线圈中通有 10.0 A 的恒定电流时, 通过该螺线管每匝线圈的磁通量为20 μ Wb, 当电流以 4.0 A/s的速率变化时, 产生的自感电动势为 3.2 mV.求此螺线管的自感系数 L 和总匝数 N

(1).$L = \frac{\epsilon}{dI/dt} = \frac{3.2 \times 10^{-3}}{4.0} = 0.8 \times 10^{-3}\ H$

(2).$\because L = \frac{N\Phi}{I}$

$$\therefore N = \frac{LI}{\Phi} = \frac{0.8 \times 10^{-3} \times 10}{20 \times 10^{-6}} = 400\ 匝$$

第四讲 磁场能量

1. 横截面积为圆的长直导线, 均匀载有电流 I.试证每单位长度导线内部所储存的磁场能等于 $\frac{\mu_0 I^2}{16\pi}$

设导线半径为 R，有安培环路定律可得长直线内的磁场 $B = \frac{\mu_0 r}{2\pi R^2} I$

导线内的磁能密度 $w_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{\mu_0 r}{2\pi R^2} I\right)^2 = \frac{\mu_0 I^2 r^2}{8\pi^2 R^4}$

$\because dV = 2\pi r\, dr$

$\therefore dW_m = w_m\, dV = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi R^4} r^3\, dr$

$\therefore W_m = \int dW_m = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi R^4}\int_0^R r^3\, dr = \frac{\mu_0 I^2}{16\pi}$

2. 横截面积为圆的长直导线中的一段, 长度为 l.试证这段导线与内部的磁通量相联系的自感为 $\frac{\mu_0 l}{8\pi}$

设导线半径为 R，有安培环路定律可得长直线内的磁场 $B = \frac{\mu_0 r}{2\pi R^2} I$

$\therefore dW_B = \frac{B^2}{2\mu_0}\cdot l\cdot 2\pi r\, dr$

$\therefore$ 每单位长导线内部储能 $\frac{W_B}{l} = \int \frac{B^2}{2\mu_0}\cdot 2\pi r\, dr = \frac{\mu_0 I^2}{16\pi}$

$\because W_m = \frac{1}{2} L I^2$

$\therefore L = \frac{\mu_0 l}{8\pi}$

第十三章 物质的磁性

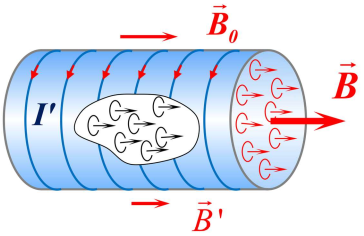
第一讲 磁介质的分类

1. 试说明顺磁介质与铁磁介质的异同

顺磁质：$\overrightarrow{B'}, \overrightarrow{B_0}$ 同方向，但 $B' << \mathrm{B}_0, B \approx B_0$

铁磁质：$\overrightarrow{B'}, \overrightarrow{B_0}$ 同方向，但 $B' >> \mathrm{B}_0, B >> \mathrm{B}_0$

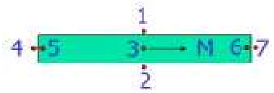
2. 试定性解释顺磁介质磁化的微观机制



1. 由具有固有磁矩的分子形成的物质
2. 在外场作用下，每个磁矩都受到一个力矩，使分子磁矩转向外磁场方向
3. 各分子磁矩在一定程度上沿外场排列
4. 热运动对磁矩排列起破坏干扰作用，温度越高顺磁效应越弱

第二讲 物质的磁性 磁介质的磁化及其规律

1. 如图所示, 细长磁棒均匀磁化, 磁化强度矢量为 M, 方向向右, 试计算3、4、5 点的磁感应强度 B 和磁场强度



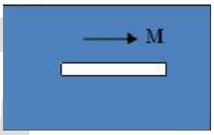
(1).$B_3 = \mu_0 n I = \mu_0 i = \mu_0 M$ $\qquad B_4 = B_5 = \dfrac{\mu_0 M}{2}$

(2).$H_3 = \dfrac{B_3}{\mu_0} - M = 0$

$$H_4 = \frac{B_4}{\mu_0} - M = \frac{1}{2} M$$

$$H_5 = \frac{B_5}{\mu_0} - M = -\frac{1}{2} M$$

2. 如图所示，在磁化强度为 M 的均匀磁化大块介质中挖去一个细长的空腔，试证明：空腔中点的磁场强度 H 与介质中的磁场强度相等



对于细长情况，可求出磁化电流：$I' = M$

于是磁化电流形成的磁场为：$B' = \mu_0 I' = \mu_0 M$ $\left(B'\text{ 方向向左}\right)$

设原来的磁感应强度为 B_0，向右，则

$$H_{中点} = \frac{B}{\mu_0 - M} = \frac{B_0 - B'}{\mu_0} - 0 = \frac{B_0}{\mu_0} - M = H_{介}$$

第三讲 有介质的磁场高斯定理及安培环路定理

1. 一个圆柱形棒，沿棒长方向均匀磁化，磁化强度 $10^7\ A/m$，棒内部轴线上的磁感应强度 $0.1\ \mathrm{wb}/\mathrm{cm}^2$，求棒内磁场强度

2. 螺绕环中心轴线长 10 cm，环上均匀的密绕线圈200匝，线圈中通以电流 100 mA，求
(1).环内中心轴线上的磁感应强度和磁场强度
(2).若环内放上 $\mu_r = 4200$ 的材料，环内中心轴线上的磁感应强度和磁场强度
(3).按(2) 的条件，求磁化强度

(1).$H = nI = 0.1 \times \dfrac{200}{0.1} = 200\ A/m$

$B = \mu_r \mu_0 H = 4\pi \times 10^{-7} \times 200 = 2.5 \times 10^{-4}\ T$

(2).$H = 200\ A/m$

$B = \mu_r \mu_0 H = 4200 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 200 = 1.06\ T$

(3).

第四讲 铁磁介质的磁化及应用

1. 定性介质铁磁介质磁化中的饱和现象

起始磁化曲线：B 随 H的变化是非线性的，当 $H = H_S$ 时，B几乎不再增大，成为磁饱和
H_S 称为饱和磁场强度

2. 试说明软铁和硬铁在工程上的应用

软铁：变压器、电磁铁、电机的铁芯
硬铁：适用于做计算机的记忆元件(磁鼓)

第十五章 麦克斯韦方程组和电磁波

第一讲 位移电流

1. 平行板电容器的极板是半径为 5 cm 的圆片，

充电时其电场强度的变化率为 $\frac{dE}{dt} = 1.0 \times 10^{12}\ V/m \cdot s$。求两极板间的位移电流 I_d

根据安培环路定理，电容器极板间的位移电流

$$I_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_0 \frac{dE \cdot \pi R^2}{dt}$$

$$= \epsilon_0 \pi R^2 \frac{dE}{dt} = 0.07\ A$$

2. 平行板电容器的极板是半径为 5 cm 的圆片，

充电时其电场强度的变化率为 $\frac{dE}{dt} = 1.0 \times 10^{12}\ V/m \cdot s$。求极板边缘的磁感应强度 B

极板间位移电流均匀分布，磁场具有轴对称性。B 与 E 的方向满足右旋关系。对极板间半径为 r 的环路，有

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 \epsilon_0 \frac{dE}{dt} \iint dS$$

(1).$r < R$，$\iint dS = \pi r^2$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 \epsilon_0}{2} \cdot r \cdot \frac{dE}{dt}$$

(2).$r > R$，$\iint dS = \pi R^2$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 \epsilon_0}{2} \cdot \frac{R^2}{r} \cdot \frac{dE}{dt}$$

(1).$r = R$，$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0}{2} \cdot R \cdot \frac{dE}{dt} = 2.78 \times 10^{-7}\ T$

第二讲 麦克斯韦方程组

1. 写出真空中麦克斯韦方程组的积分形式，并指出每个方程的实验基础

(1).电场高斯定理：$\oiint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0}\iiint_V \rho\, dv$

实验基础：库仑扭秤实验、静电平衡导体表明电荷分布

(2).磁场高斯定理：$\oiint \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$

实验基础：孤立磁极未发现

(3).推广的安培环路定理：$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\, i_0 + \mu_0\, \epsilon_0 \iint_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$

实验基础：载流导线的磁效应、光的速率可以根据电磁测定来计算

(4).法拉第电磁感应定律：$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$

实验基础：电磁感应现象

2. 说明麦克斯韦方程组的物理意义

(1). 麦克斯韦方程组反映了一般情况下电流电荷激发的电磁场以及电磁场内部矛盾运动的规律，即使在没有电荷、电流的区域，变化的电场、磁场可以通过自身相互激发而运动传播。电磁场的内部矛盾是它存在和运动的主要因素，而电荷和电流则以一定形式作用于电磁场

(2). 麦克斯韦方程组最重要的特点是揭示了电磁场的内在作用和运动，不仅电荷和电流可激发电磁场，而且变化的电磁场也可相互激发，因此只要某处发生电磁扰动，电磁场就互相激发，就会在空间传播，形成电磁波 。麦克斯韦首先从这方程组在理论上预言了电磁波的存在，并论证了光是电磁波。

第三讲 电磁波及电磁波篇

1. 太阳每分钟垂直入射于地球表面上每平方厘米的能量约为 8.4 J。求地面上日光中电场强度 E 和磁场强度 H 的方均根值

(1). $\because \overline{S} = \dfrac{8.4}{60 \times 10^{-4}} = 1.4 \times 10^3\ J \big/ m^2 \cdot s$

$\because \overline{S} = \dfrac{E_m B_m}{2\mu_0}$ & $B_m = \dfrac{E_m}{C}$

$\therefore$ 方根均值：$\dfrac{E_m}{\sqrt{2}} = 7.3 \times 10^2\ V/m$

(2). $\because B_m = \dfrac{E_m}{C} = \dfrac{1.024 \times 10^3}{3 \times 10^8} = 3.3 \times 10^{-6}\ T$

$\because H_m = \dfrac{B_m}{\mu_0} = \dfrac{3.3 \times 10^{-6}}{4\pi \times 10^{-7}} = 2.68\ A/m$

$\therefore$ 方根均值：$\dfrac{H_m}{\sqrt{2}} = \dfrac{2.68}{\sqrt{2}} = 1.9\ A/m$

2. 一平面电磁波的波长为 3 cm，E 的幅值为 30 V/m，问
(1).该电磁波的频率为多少
(2).B 的振幅为多少
(3).该电磁波的平均能流密度为多大

(1). $f = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{3 \times 10^8}{3 \times 10^{-2}} = 1 \times 10^{10}$ Hz

(2). $B = \dfrac{E}{c} = \dfrac{30}{3 \times 10^8} = 1 \times 10^{-7}\ T$

(3). $\overline{S} = \dfrac{1}{2} E \cdot H = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{\epsilon_0}{\mu_0}}\ E^2 = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{30^2}{377} = 1.19\ W \big/ m^2$