第五章 流 体 力 学

流体是液体和气体的总称。流体的特点是流动性，流体与固体的一个重要区别是它在静态时不可能维持剪切应力。因此静止流体作用于流体内任一面元上只有法向力或正压力。

主要内容:

（1）流体静力学—帕斯卡原理、阿基米德原理；

（2）流体动力学—伯努利方程及其应用。

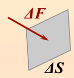
§5-1 流 体 静 力 学

1、 静止流体中的压强:

流体内单位面元上所受正压力的大小称为压强。

平均压强： $\bar{p} = \dfrac{\Delta F}{\Delta S}$

某点处的压强： $p = \lim\limits_{\Delta S \to 0} \dfrac{\Delta F}{\Delta S} = \dfrac{dF}{dS}$

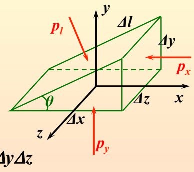


单位：帕斯卡 $\left(1p_a = \dfrac{1N}{1m^2}\right)$

可以证明：流体中某点处的压强与面元的取向无关，而是各向同性的。

证：在流体中某点处取直角三角柱形体积元。

因流体静止，所以：



x方向： $p_l \Delta l \Delta z \sin\theta = p_l \Delta y \Delta z = p_x \Delta y \Delta z$

$\therefore \quad p_l = p_x$

y方向： $p_y \Delta x \Delta z = p_l \Delta l \Delta z \cos\theta + \frac{1}{2}\rho g \Delta x \Delta y \Delta z$

$= p_l \Delta x \Delta z + \frac{1}{2}\rho g \Delta V$

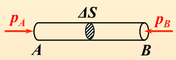
当$\Delta V=0$时： $p_y = p_l$

➢无论流体时静止还是流动，以上结论都成立。

2、 静止流体中压强的分布:

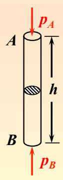
(1) 静止流体中同一水平面上压强相等。

$p_A = p_B$



(2) 静止流体中高度相差h的两点间压强差为ρgh。

$p_B - p_A = \rho g h$



(3) 帕斯卡原理：作用在封闭容器中流体上的压强等值地传到流体各处和器壁上。

由 (2)： $\rho g h = p_B - p_A = (p_B + \Delta p) - (p_A + \Delta p)$

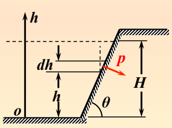
例题5-1：大坝迎水面与水平方向夹角$\theta=60°$，水深$H=10m$，求每米长大坝受水的总压力和水平压力有多大?

取大坝底部为坐标原点，h轴竖直向上，则高h处的压强为:

$$p = \rho g (H - h)$$

大坝上宽为1m，高为dh的面元受到水的压力为:

$$df = pdS = \frac{\rho g}{\sin\theta}(H - h)dh$$



积分得大坝所受总压力为:

$$f = \frac{1}{2}\rho g H^2 \frac{1}{\sin\theta} = 5.66 \times 10^5 \ N$$

水平压力为： $f_{水平} = \frac{1}{2}\rho g H^2 = 4.90 \times 10^5 \ N$

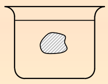
本题可以不考虑大气对坝的压力，为什么？

3、流体中的浮力、阿基米德原理：

物体部分或全部浸于液体中时，因压强随深度增加而增加，物体下方所受向上的压力大于物体上方所受向下的压力。其总效果为物体受到一个竖直向上的作用力，称为浮力。

对于静止流体中的一团流体，因其静止，所以该团液体所受重力与浮力相等，即：

$$\boxed{F_{浮力}=\rho g V}$$



其中：ρ为该液体的密度，V为该团液体的体积。

阿基米德原理：物体在流体中所受浮力等于该物体排开之同体积流体的重力。

§5-2 流体的流动：

1、理想流体：

完全不可压缩的无粘滞流体称为理想流体。

液体不易被压缩，而气体的可压缩性大。但当气体可自由流动时，微小的压强差即可使气体快速流动，从而使气体各部分的密度差可以忽略不计。

流体内各部分间实际存在着内摩擦力，它阻碍着流体各部分间的相对运动，称为粘滞性。但对于很“稀”的流体，可近似看作是无粘滞的。

忽略内摩擦的作用，实际上是假定流体流动时无能量的损耗。很多实际流体（水、酒精、气体等）可近似看作无粘滞流体。

2、流线和流管：

流动的流体中每一点的流速矢量 $\vec{v}$ 构成一个流速场。

一般，空间各点的流速随时间变化：

$$\vec{v}=\vec{v}(x、y、z、t)$$

称为流体的不定常流动。

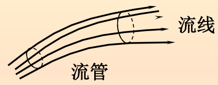
特殊情况下，流速不随时间变化：

$$\vec{v}=\vec{v}(x、y、z)$$

称为流体的定常流动，或稳定流动。

为直观描述流体流动的情况，引入流线的概念：在流速场中画出一系列曲线，曲线上每一点的切线方向即为该点流速矢量的方向。

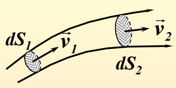
➢流速场中每一点都有确定的流速方向，所以流线不会相交。



在流体内某点附近取垂直于流线的面元，则通过该面元边界的流线围成一细管，称为流管。

➢由于流线不相交，所以流管内、外的流体都不会穿过流管壁。

3、流体的连续性原理：



在定常流动的理想流体内任取一流管。

因为流体不可压缩，所以流体密度 ρ 不变。

单位时间内从流管一端流入的流体等于从另一端流出的流体：

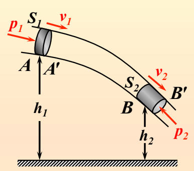
$$\boxed{\rho v_1 dS_1=\rho v_2 dS_2=常量} \quad 流体的连续性原理$$

其中 $\rho v ds$ 为单位时间内流过流管任一横截面的流体质量，称为质量流量。

$$\boxed{v_1 dS_1=v_2 dS_2=常量} \quad 流体的连续性原理$$

其中 vds 为单位时间内流过流管任一横截面的流体体积，称为体积流量。

§5-3 伯努利方程：



在作定常流动的理想流体中任取一流管，用截面S_1、S_2截出一段流体。

在Δt时间内，S_1由A移至A'，S_2由B移至B'。

令：　$AA'=\Delta l_1$，$BB'=\Delta l_2$。

则：　$\Delta V_1=S_1\Delta l_1$，$\Delta V_2=S_2\Delta l_2$。

因流体不可压缩，所以：　$\Delta V_1=\Delta V_2=\Delta V$。

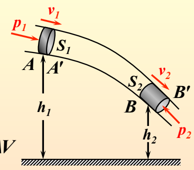
$A'B$段内流体在Δt时间内运动状态不变（定常流动），能量也不变。所以要计算Δt时间内整段流体的能量变化，只需要计算体积元ΔV_2与ΔV_1之间的能量差。

动能增量：$\Delta E_k = \frac{1}{2}\rho\Delta V \cdot v_2^2 - \frac{1}{2}\rho\Delta V \cdot v_1^2$

势能增量：$\Delta E_p = \rho g(h_2 - h_1)\Delta V$

外力作功：

$$\Delta W = p_1 S_1 \Delta l_1 - p_2 S_2 \Delta l_2 = p_1\Delta V - p_2\Delta V$$



因理想流体无能量损耗，根据功能原理：

$$p_1\Delta V - p_2\Delta V = \frac{1}{2}\rho\Delta V \cdot v_2^2 - \frac{1}{2}\rho\Delta V \cdot v_1^2 + \rho g h_2\Delta V - \rho g h_1 \Delta V$$

即：$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$

或：$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = 常量$　　称为伯努利方程。

➢伯努利方程对定常流动的流体中的任一流线也成立。

例题5-2：一大容器中装满水，水面下方h处有一小孔，水从孔中流出。求：水的流速。

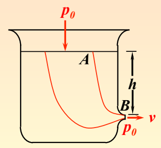
取一根从水面到小孔的流线AB，在A端水的流速近似为0，此流线两端压强均为大气压。

由伯努利方程：

$$p_0 + \rho g h = p_0 + \frac{1}{2}\rho v^2$$

由上式求得：

$$v = \sqrt{2gh}$$



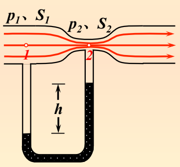
例题5-3：文丘里流量计。U形管中水银密度为ρ'，流量计中通过的液体密度为ρ，其他数据如图所示。求流量。

取水平管道中心的流线。

由伯努利方程：$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

由连续性方程：$v_1 S_1 = v_2 S_2$

由压强关系：$p_1 - p_2 = (\rho' - \rho)gh$



由以上三个方程得：

$$Q = v_1 S_1 = v_2 S_2 = \sqrt{\frac{2(\rho' - \rho)gh}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}} \cdot S_1 S_2$$