

习题4-24 质量 0.05kg 的物块系于绳的一端，绳的另一端从光滑水平面上的小孔穿过，物块和小孔的距离原为 0.2m 并以角速度 3rad/s 绕小孔旋转。现向下拉绳使物块运动半径减为 0.1m ，求：(1)物块旋转的角速度大小；(2)物块动能的变化。

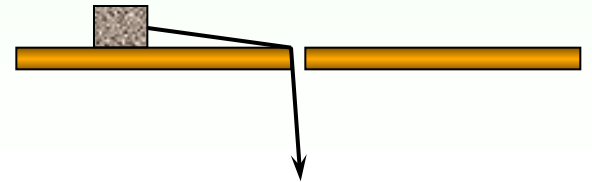
(1) 由角动量守恒：

$$(mr_1^2)\omega_1 = (mr_2^2)\omega_2$$

$$\omega_2 = \left(\frac{r_1^2}{r_2^2}\right)\omega_1 = 12 \text{ rad/s}$$

(2) 物块动能的增加：

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}m(r_2^2\omega_2^2 - r_1^2\omega_1^2) = 0.027 \text{ J}$$



力矩有没有做功？物块动能增加来自哪里？

习题4-26 一匀质木棒 $l = 0.40\text{m}$ ， $M = 1.00\text{kg}$ ，可绕轴 o 在竖直面内无摩擦转动，开始棒处于竖直位置，一质量 $m = 8\text{g}$ ， $v = 200\text{m/s}$ 的子弹从 A 点射入棒中。 $AO = 3l/4$ ，求：(1)棒开始运动时的角速度；

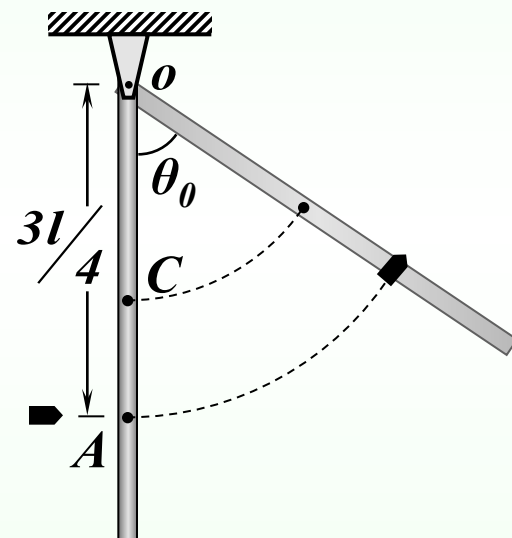
(1)棒和子弹的转动惯量：

$$I_M = \frac{1}{3} Ml^2, \quad I_m = m\left(\frac{3}{4}l\right)^2 = \frac{9}{16} ml^2$$

由角动量守恒：

$$\frac{9}{16} ml^2 \times \frac{v}{\frac{3}{4}l} = \left(\frac{1}{3} Ml^2 + \frac{9}{16} ml^2\right) \omega$$

$$\text{求得：} \omega = \frac{36mv}{(16M + 27m)l} = 8.88 \text{ (rad / s)}$$



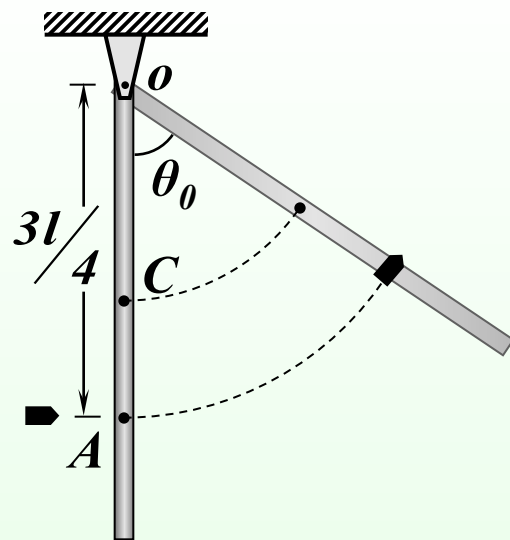
习题4-26 一匀质木棒 $l = 0.40\text{m}$, $M = 1.00\text{kg}$, 可绕轴 o 在竖直面内无摩擦转动, 开始棒处于竖直位置, 一质量 $m = 8\text{g}$, $v = 200\text{m/s}$ 的子弹从 A 点射入棒中。 $AO = 3l/4$, 求: (2)棒的最大偏转角。

(2)设棒的最大偏转角为 θ_0 , 由机械能守恒:

$$\frac{1}{2}(I_M + I_m)\omega^2 = Mg \frac{l}{2}(1 - \cos \theta_0) + mg \frac{3l}{4}(1 - \cos \theta_0)$$

$$\Rightarrow \cos \theta_0 = 1 - \frac{2(I_M + I_m)\omega^2}{(2M + 3m)gl}$$

求得: $\theta_0 = 94^\circ 16'$



习题4-30 质量 M 、半径 R 的飞轮，以角速度 ω 绕中心水平轴转动。某瞬时一质量为 m 的碎片从轮缘飞出，飞出的方向竖直向上。求：(1) 碎片的飞行高度；(2) 缺损飞轮的角速度、角动量和转动动能。

(1) 由机械能守恒：

$$mgh = \frac{1}{2} mR^2 \omega^2 \Rightarrow h = \frac{R^2 \omega^2}{2g}$$

(2) 缺损飞轮的转动惯量：

$$I' = \frac{1}{2} MR^2 - mR^2$$

缺损飞轮的角速度仍为 ω

角动量： $L' = I' \omega = (\frac{1}{2} M - m) R^2 \omega$

转动动能： $E_k = \frac{1}{2} (\frac{1}{2} M - m) R^2 \omega^2 = \frac{1}{4} (M - 2m) R^2 \omega^2$

