附录　微积分初步与矢量

这里简单地介绍微积分和矢量中最基本的概念和简单的计算方法，不求严格和完整，更系统深入的学习可以在高等数学、线性代数等课程中完成.

1　函数、导数与微分

1.1　函数及其图形

两个相互联系的变量 x 和 y，如果 x 取定了某个数值后，按照一定的规律可以确定 y 的对应值，就称 y 是 x 的函数，并记作

$$y=f(x),$$

其中 x 叫作自变量，y 叫作因变量，f 是一个函数记号，表示 y 和 x 之间的数值对应关系.

如果 y 是 z 的函数，$y=f(z)$，而 z 又是 x 的函数，$z=g(x)$，则称 y 为 x 的复合函数，记作

$$y=\varphi(x)=f[g(x)],$$

其中 $z=g(x)$ 称作中间变量.

有时，函数中的自变量不止一个，多个自变量的函数称多元函数. 下面只讨论一个自变量的函数，称一元函数.

x 和 y 两个变量之间的关系，可以用平面上的曲线来表示. 取一个平面直角坐标系，横轴代表自变量 x，纵轴代表因变量(即函数值)$y=f(x)$，所有满足 $y=f(x)$ 的坐标点 (x,y) 的集合就构成一条曲线，称为函数的图形，也称函数的轨迹. 例如，$y=f(x)=2x+1$，函数的图形是一条直线，此类函数称线性函数. 再如，$y=f(x)=\frac{1}{2}x^2$，函数的图形是一条抛物线.

1.2　导数

当自变量 x 由 x_0 变化到 x_1 时，x_1 与 x_0 之差称自变量 x 的增量，记作 Δx.

$$\Delta x=x_1-x_0.$$

与此对应，因变量 y 的数值由 $y_0=f(x_0)$ 变到 $y_1=f(x_1)$，于是 y 的增量为

$$\Delta y=y_1-y_0=f(x_1)-f(x_0)=f(x_0+\Delta x)-f(x_0),$$

增量比

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x},$$

称函数在 $x=x_0$ 到 $x=x_0+\Delta x$ 这一区间的平均变化率. 在函数图形上，它就是由 P_0 和 P 两坐标点决定的割线的斜率(图 A-1).

$\Delta x\to 0$ 时的极限，叫作函数 $y=f(x)$ 对 x 的导数，记作 y' 或 $f'(x)$，

$$y'=f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}.$$

导数还常常记作 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$，$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$ 或 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}f(x)$ 等形式.

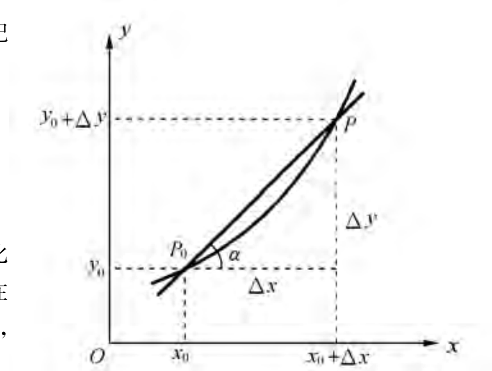

图 A-1

函数的导数 $f'(x)$ 代表函数 $f(x)$ 在某一点处的变化率. 在图 A-1 中，当 $\Delta x\to 0$ 时，P 点趋于 P_0，割线将变为在 P_0 处的切线. 所以，函数 $f(x)$ 在 x_0 处的导数等于点 $[x_0, f(x_0)]$ 处函数曲线切线的斜率.

如果函数 $f(x)$ 在某处的导数 $f'(x)>0$，表示函数曲线在该处是上升的，即函数值随着 x 的增大而增大；如果 $f'(x)<0$，表示函数曲线在该处是下降的，即函数值随着 x 的增大而减少；如果 $f'(x)=0$，表示函数曲线在该处的切线与 x 轴平行，函数值在该处有极大值或极小值(图A-2).

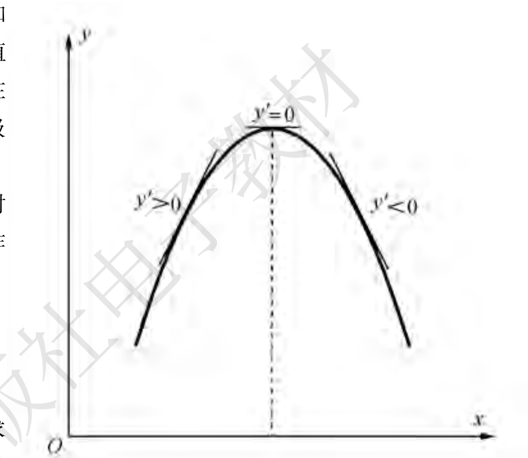

图 A-2

函数 $f(x)$ 的导数 $f'(x)$ 仍旧是 x 的函数，$f'(x)$ 对 x 的导数 $[f'(x)]'$ 称作 $f(x)$ 对 x 的二阶导数，记作 $f''(x)$ 或 $\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}$.

▶ 1.3 导数的运算

根据导数的定义，可以把一些常见函数的导数求出来.

表 A.1 给出这些函数的导数公式，读者可以直接引用.

表 A-1 基本导数公式

函数 $y=f(x)$	导数 $y'=f'(x)$
c(任意常数)	0
x^n(n 为任意数)	$n\,x^{n-1}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\cot x$	$-\csc x$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x

导数运算有以下几个基本法则，其中 u，v 均为 x 的函数.

(1) $(u+v)'=u'+v'$.

(2) $(uv)'=u'v+uv'$，$(cu)'=cu'$(c 为常数).

(3) $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$($v\neq 0$).

(4) $f'(u)=\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}u}\cdot\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}$.

▶ 1.4　微分

自变量 x 的一个无限小的增量称 x 的微分，用 $\mathrm{d}x$ 表示. 函数 $y=f(x)$ 的导数 $f'(x)$ 乘以自变量的微分 $\mathrm{d}x$，叫作这个函数的微分，用 $\mathrm{d}y$ 或 $\mathrm{d}f(x)$ 表示，即

$$\mathrm{d}y=\mathrm{d}f(x)=f'(x)\mathrm{d}x,$$

又

$$f'(x)=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x},$$

两式相比较，可以把导数 $f'(x)$ 看成是微分 $\mathrm{d}y$ 与 $\mathrm{d}x$ 之商，故导数 $f'(x)$ 也称微商.

2　积　　分

▶ 2.1　原函数

若函数 $F(x)$ 的导数是 $f(x)$，即

$$F'(x)=f(x),$$

则称 $F(x)$ 为 $f(x)$ 的原函数. 例如，$(x^2)'=2x$，x^2 是 $2x$ 的原函数；$(\sin x)'=\cos x$，$\sin x$ 是 $\cos x$ 的原函数.

因为常数的导数为零，所以如果 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的原函数，那么 $F(x)+c$ 也是 $f(x)$ 的原函数. 因此，如果函数 $f(x)$ 有原函数，它就有一个原函数族.

▶ 2.2　不定积分

求函数 $f(x)$ 的所有原函数叫作 $f(x)$ 的不定积分，记作 $\int f(x)\mathrm{d}x$. 用 $F(x)+c$ 表示 $f(x)$ 的一个原函数，则 $f(x)$ 的不定积分可表达为

$$\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+c,$$

其中 $f(x)$ 称被积函数，x 称积分变量，c 为积分常数.

很明显，求不定积分实际上是求导数的逆运算，我们可以从导数的逆运算直接求得一些较简单函数的不定积分. 对一些较复杂的积分，需要借助基本的积分公式、不定积分运算法则及运算技巧. 以下是一些常见函数的基本积分公式，c 为积分常数.

(1) $\int a\mathrm{d}x=ax+c$，a 为常数.

(2) $\int x^n\mathrm{d}x=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+c$.

(3) $\int \sin x\mathrm{d}x=-\cos x+c$.

(4) $\int \cos x\mathrm{d}x=\sin x+c$.

(5) $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+c$.

(6) $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln x+c$.

▶ 2.3 定积分

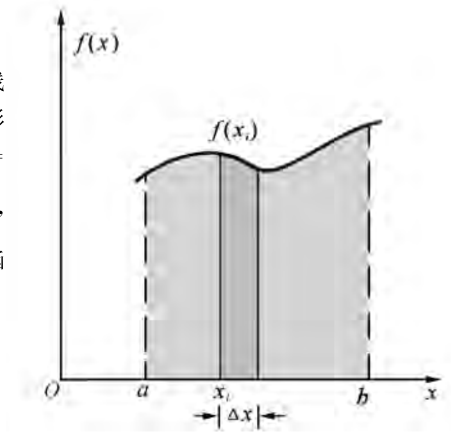

图 A-3

图 A-3 中的阴影部分是由函数 $f(x)$ 的曲线以及直线 $x=a, x=b$ 和 x 轴所围成的曲边梯形，为了求这个曲边梯形的面积，可以将区间 $[a,b]$ 分为 n 个等分，每个等分 $\Delta x=\frac{b-a}{n}$，每一个 Δx 对应一狭长条面积. 如果把 Δx 取得很小，这个狭长条近似于一个矩形，用 $f(x_i)$ 表示第 i 个 Δx 处函数 $f(x)$ 的值，狭长条面积 ΔS_i 可以表示为

$$\Delta S_i=f(x_i)\Delta x.$$

对所有的矩形面积求和，就近似等于图中阴影部分的面积，

$$S\approx\sum_{i=1}^{n}f(x_i)\Delta x.$$

显然，n 越大，狭长条分得越细，S 越接近于曲边梯形面积. 当 $n\to\infty$，$\Delta x\to 0$ 时的极限，S 就是曲边梯形的面积，我们把它称作函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 的定积分，记作 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$，即

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\lim_{\substack{\Delta x\to 0\\ n\to\infty}}\sum_{i=1}^{n}f(x_i)\Delta x,$$

其中 $f(x)$ 为被积函数，x 为积分变量，b，a 为积分的上限和下限.

定积分有以下几个性质：

(1) 对调积分上下限，定积分改变符号，

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=-\int_b^a f(x)\mathrm{d}x.$$

(2) 被积函数的常数因子可以提到积分符号外，

$$\int_a^b kf(x)\mathrm{d}x=k\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\quad(\text{常数 }k\neq 0).$$

(3) 两个函数的和(或差)在 $[a,b]$ 上的积分，等于这两个函数在 $[a,b]$ 上的积分的和(或差)，

$$\int_a^b[f(x)\pm g(x)]\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\pm\int_a^b g(x)\mathrm{d}x.$$

(4) 如果把区间 $[a,b]$ 分为两个连续区间 $[a,c]$ 和 $[c,b]$，则

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x.$$

按定积分的定义式求定积分往往比较麻烦，以下定理提供了计算定积分的基本方法.

如果被积函数 $f(x)$ 的原函数是 $F(x)$，即 $F'(x)=f(x)$，那么

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a).$$

上式称牛顿-莱布尼兹公式.

3 矢　　量

▶ 3.1 矢量及其解析表示

物理学中有各种物理量，像质量、能量、温度、电阻等，在选定单位制后只需用数字来表示其大小，这类物理量叫作标量；像位移、速度、加速度、动量、电场强度等，除了数量的大小外还具有一定的方向，这类

物理量叫作矢量.通常在手写时用一个带箭头的字母来表示一个矢量(如$\overrightarrow{A}$),在印刷中则常用黑体字(如 **A**)来表示.作图时,用一个有向线段来表示矢量,线段的长度正比于矢量的大小,箭头方向表示矢量的方向(图 A-4).

图 A-4

用直角坐标系来描述空间和表示其中的矢量是最基本的方法.图 A-5 表示在直角坐标系 O-xyz 中矢量 $\boldsymbol{A}$ 在三个坐标轴上的投影,分别记为 A_x,A_y 和 A_z.用 $\boldsymbol{i}$,$\boldsymbol{j}$,$\boldsymbol{k}$ 表示三个坐标轴的基矢量,也称单位矢量,矢量 $\boldsymbol{A}$ 可以写成解析形式

$$\boldsymbol{A}=A_x\boldsymbol{i}+A_y\boldsymbol{j}+A_z\boldsymbol{k}.$$

矢量 $\boldsymbol{A}$ 的大小称矢量的模,记作$|\boldsymbol{A}|$或 A,

$$A=|\boldsymbol{A}|=\sqrt{A_x{}^2+A_y{}^2+A_z{}^2}.$$

其中 $A_x=A\cos\alpha$,$A_y=A\cos\beta$,$A_z=A\cos r$.

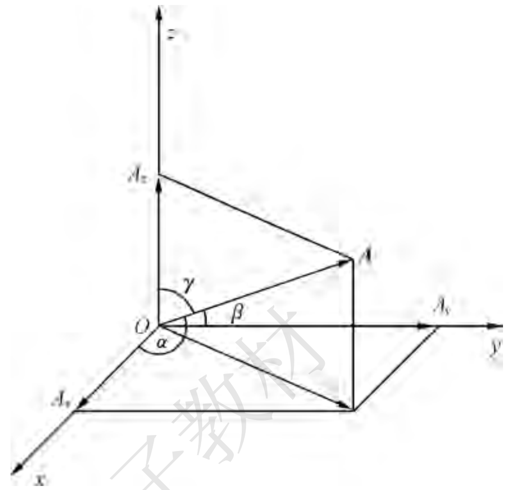

图 A-5

▶ 3.2　矢量的加减法

若矢量 $\boldsymbol{C}$ 是矢量 $\boldsymbol{A}$ 与矢量 $\boldsymbol{B}$ 的和,

$$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}.$$

可以用解析的办法来计算 $\boldsymbol{C}$.如果 $\boldsymbol{A}=A_x\boldsymbol{i}+A_y\boldsymbol{j}$,$\boldsymbol{B}=B_x\boldsymbol{i}+B_y\boldsymbol{j}$,则

$$\boldsymbol{C}=(A_x+B_x)\boldsymbol{i}+(A_y+B_y)\boldsymbol{j},\qquad (\text{A. 3-1})$$

即矢量和的分量等于各矢量分量的和.

也可以用几何的方法来求两矢量之和.以 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 为一平行四边形相邻的两边,所夹的对角线就是它们的和[图 A-6(a)],这种方法称平行四边形法.也可以把矢量 $\boldsymbol{B}$ 移到 $\boldsymbol{A}$ 的矢端,使它们首尾相连,连接 $\boldsymbol{A}$ 的始端与 $\boldsymbol{B}$ 的终端,就是它们的和[图 A-6(b)],这种方法称三角形法.用三角形法求多个矢量之和特别方便(图 A-7).

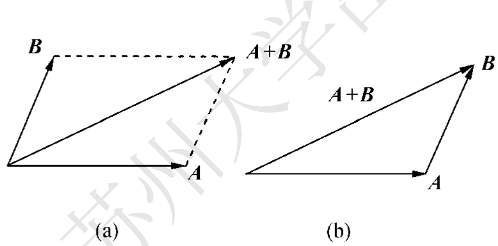

图 A-6

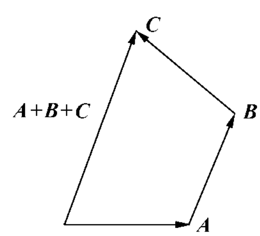

图 A-7

用解析法表示,矢量之差的分量为各矢量分量之差.若 $\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$,则

$$\boldsymbol{C}=(A_x-B_x)\boldsymbol{i}+(A_y-B_y)\boldsymbol{j}.$$

用几何的方法,$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$ 可以理解为 $\boldsymbol{A}+(-\boldsymbol{B})$,同样可以用平行四边形法或三角形法来求(图 A-8).

矢量加法满足交换律和结合律,

$$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A}\ (\text{交换律}),$$

$$\boldsymbol{A}+(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C})=(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})+\boldsymbol{C}\ (\text{结合律}).$$

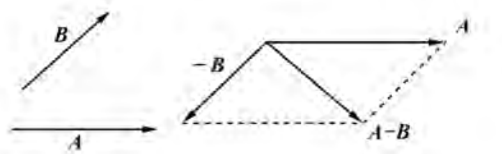

图 A-8

▶ 3.3　矢量的标积

矢量 $\boldsymbol{A}$ 和矢量 $\boldsymbol{B}$ 的标积用 $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$ 表示,故标积也称点积.它被定义为一个标量,等于 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的大小与这两个矢量夹角余弦的乘积,即

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=AB\cos\theta.$$

显然，如果 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 平行，$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=AB$，尤其是 $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}=A^2$. 如果 $\boldsymbol{A}\perp\boldsymbol{B}$，则 $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=0$，因此，常用 $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=0$ 表示两矢量垂直的条件. 根据定义，标积服从交换律，即

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A}.$$

这是因为在 $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A}$ 中 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ 的夹角相同. 标积对于矢量和也满足分配律，即

$$\boldsymbol{C}\cdot(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})=(\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{A}+\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{B}).$$

单位矢量 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ 之间的标积为

$$\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{i}=\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{j}=\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{k}=1,$$
$$\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{j}=\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{k}=\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{i}=0.$$

运用单位矢量标积关系，标积的解析式为

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z. \tag{A. 3-2}$$

▶ 3.4 矢量的矢积

矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的矢积用 $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$ 表示，故矢积也称叉积. 矢积被定义为一个矢量，

$$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B},$$

其大小由下式决定

$$C=AB\sin\theta,$$

式中 θ 为 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的夹角. 矢量 $\boldsymbol{C}$ 垂直于 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 决定的平面，其方向与 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ 构成右手螺旋系（图 A-9）.

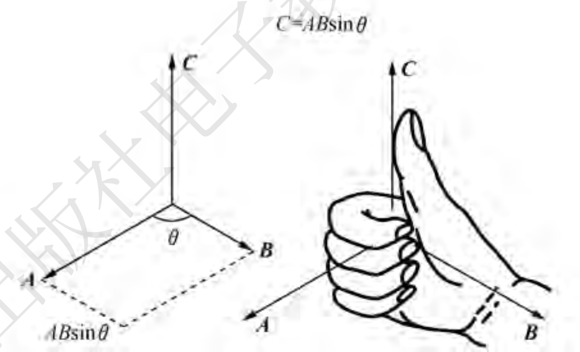

图 A-9

由矢积定义可以看出

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=-\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{A},$$

所以矢积是反交换的. 如果两个矢量平行，$\theta=0$，其矢积为 0. 因此，$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=0$ 是矢量平行的条件. 显然 $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{A}=0$.

矢积对于矢量和满足分配律，即

$$\boldsymbol{C}\times(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})=\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{A}+\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{B}.$$

单位矢量 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ 之间的矢积为

$$\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{j}=-\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{i}=\boldsymbol{k},$$
$$\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{k}=-\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{j}=\boldsymbol{i},$$
$$\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{i}=-\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{k}=\boldsymbol{j},$$
$$\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{i}=\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{j}=\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{k}=0.$$

矢积的解析式可以表达为

$$\boldsymbol{C}=(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})=(A_x\boldsymbol{i}+A_y\boldsymbol{i}+A_z\boldsymbol{k})\times(B_x\boldsymbol{i}+B_y\boldsymbol{j}+B_z\boldsymbol{k}).$$

上式可以更简洁地表达为行列式的形式

$$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}. \tag{A. 3-3}$$

习题参考答案

第 1 章　质点运动学

1-1～1-9　(略).

1-10　(1) $y=5$,(图略);(2) $4x+3y-5=0$,(图略).

1-11　(1) $y=19-\frac{1}{2}x^2(x>0)$;(2) $2\boldsymbol{i}+17\boldsymbol{j}$,$4\boldsymbol{i}+11\boldsymbol{j}$;6.32 m/s,与 x 轴夹角为 $-71°34'$;(3) 4.47 m/s,$-63°26'$;8.25 m/s,$-75°58'$;$a=a_y=-4\ \mathrm{m/s^2}$;(4) $t=0$,$x=0$,$y=19$ m,$v_x=2$ m/s,$v_y=0$;$t=3$ s,$x=6$ m,$y=1$ m,$v_x=2$ m/s,$v_y=-12$ m/s;(5) $t=3$ s,6.08 m.

1-12　(1) $\Delta x=-0.5$ m,$\bar{v}=-0.5$ m/s;(2) $v_1=3$ m/s,$v_2=-6$ m/s;(3) 2.25 m;(4) $-9\ \mathrm{m/s^2}$,$3\ \mathrm{m/s^2}$,$-3\ \mathrm{m/s^2}$.

1-13　$v=(4t-\frac{1}{3}t^3-1)$ m/s,$x=(2t^2-\frac{1}{12}t^4-t+\frac{3}{4})$ m.

1-14　$\Delta x\approx3.82$ m.

1-15　(1) $t=1.5$ s;(2) $h=6.75$ m;(3) 下降.

1-16　(1) 2.3×10^4 m;(2) 151.45 s;(3)(略).

1-17　$v=\frac{(h^2+s^2)^{\frac{1}{2}}v_0}{s}$,$a=\frac{h^2{v_0}^2}{s^3}$.

1-18　(1) 76°;(2) $\frac{n}{2}\sqrt{2gh}$.

1-19　0 m,10 次.

1-20　(1) 3.18×10^4 m;(2) 1.38×10^4 m;(3) 375.4 m/s,1.12×10^4 m;(4) 404.9 m,25.3 s 和 80.5 s.

1-21　(1) 1 084 m/s;(2) 1 533 m/s;(3) $t_1=t_2=110$ s.

1-22　(1) 225 m/s;(2) 898 m;(3) $v_x=180$ m/s,$v_y=184$ m/s.

1-23　$\theta=\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}$.

1-24　先落地小石块的抛射角为 26°34′,后落地小石块的抛射角为 63°26′.

1-25　6 402 km.

1-26　(1) 2 m/s;(2) $a_n=1\ \mathrm{m/s^2}$;(3) 12.6 s.

1-27　(1) 1.0 s;(2) 1.5 m.

1-28　(1) 600 r/s;(2) 188 m/s.

1-29　(1) $-2.1\ \mathrm{rad/s^2}$;(2) 70.8 r;(3) 40 s.

1-30　(1) $v=4.65\times10^2$ m/s,$a_n=3.37\times10^{-2}\ \mathrm{m/s^2}$;(2) $v=3.56\times10^2$ m/s,$a_n=2.58\times10^{-2}\ \mathrm{m/s^2}$.

1-31　(1) $a_t=4.8\ \mathrm{m/s^2}$,$a_n=230.4\ \mathrm{m/s^2}$;(2) $\theta=3.15$ rad;(3) $t=0.55$ s.

1-32　(1) 14.1 km/h;(2) 81.2 km/h.

1-33　(1) 100 km/h,北偏西 53.1°;(2) 无;(3) 100 km/h,北偏东 53.1°;无.

1-34　(1) $l=200$ m;(2) $v=\frac{1}{3}$ m/s,与河岸夹角 53°8′(逆水);(3) $u=0.2$ m/s,沿河岸方向.

1-35　5.0 km/h.

1-36　(1) $\alpha=\arcsin\left(\frac{v_1}{v_2}\sin\theta\right)$;

(2) $t=\frac{L}{\sqrt{{v_2}^2-{v_1}^2\sin^2\theta}+v_1\cos\theta}$.

第 2 章　质点动力学

2-1～2-11　(略).

2-12　$v=4.0$ m/s.

2-13　(1) 1.86×10^{-1} m/s,$\theta=-27°$;(2) $\Delta\boldsymbol{p}_1=(-4.9\times10^{-2}\boldsymbol{i}+2.6\times10^{-2}\boldsymbol{j})$ kg·m/s,$\Delta\boldsymbol{p}_2=-\Delta\boldsymbol{p}_1$.

2-14　(1) $\theta=36.8°$;(2) $a=1.95\ \mathrm{m/s^2}$;(3) $t=$

2.5 s.

2-15 2.9 m.

2-16 (1) $a=2.70\ \mathrm{m/s^2}$；(2) $T_1=112.5\ \mathrm{N}$；(3) $T_2=87.5\ \mathrm{N}$.

2-17 (1) $a=1.5\ \mathrm{m/s^2}$，$v=2.7\ \mathrm{m/s}$；(2) $a=1.5\ \mathrm{m/s^2}$，$v=2.3\ \mathrm{m/s}$.

2-18 $f=0.15\ \mathrm{N}$.

2-19 $r_{\max}=0.67\ \mathrm{m}$，$r_{\min}=0.57\ \mathrm{m}$.

2-20～2-22 （略）.

2-23 (1)（略）；(2) 6 N/s，15 N；(3) 3 m/s.

2-24 3 000 N.

2-25 1.5 N.

2-26 32 N.

2-27 (1) $I_{\perp}=(1+\sqrt{2})m\sqrt{gh}$；(2) $I_{/\!/}=\dfrac{1}{2}mv$.

2-28 $v_{\mathrm{He}}'=3.7\times10^5\ \mathrm{m/s}$，$\alpha=40°33'$.

2-29 $\dfrac{mu}{M+m}$.

2-30 （略）.

2-31 (1) $1\ \mathrm{kg\cdot m^2/s}$；(2) 1 m/s.

2-32 5.26×10^{12} m.

2-33 (1) $2\ 275\ \mathrm{kg\cdot m^2/s}$；(2) 均为 13 m/s.

第 3 章　机械能守恒

3-1～3-9 （略）.

3-10 (1) 530 J；(2) 12 W.

3-11 (1) $\dfrac{1}{2}m\dfrac{v_0{}^2}{t_0{}^2}t^2$；(2) $\dfrac{mv_0{}^2}{t_0{}^2}t$.

3-12 (1) 3 035 J；(2) 水平力做功 1 504 J，斜面平行力做功 2 000 J，摩擦力做功 −200 J，重力做功 −268 J.

3-13 拉力做的功 $W_F=mgR\left[1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}(1-\mu)\right]$，重力做的功 $W_G=-mgR\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$，摩擦力做的功 $W_f=-\dfrac{\sqrt{2}\mu mgR}{2}$.

3-14 (1) 4 800 N·s；5.904×10^5 J.

3-15 7.84 kW.

3-16 (1) $-\dfrac{3}{8}mv_0{}^2$；(2) $\dfrac{3v_0{}^2}{16\pi rg}$；(3) $\dfrac{4}{3}$圈.

3-17 (1) m_0v_0；(2) $m_0v_0{}^2$；(3) $\dfrac{E_{\mathrm{k}}}{E}=50\%$.

3-18 (1) $E_{\mathrm{k}}=\dfrac{Gmm_E}{6R}$；(2) $E_{\mathrm{p}}=-\dfrac{Gmm_E}{3R}$；(3) $E=-\dfrac{Gmm_E}{6R}$.

3-19 1.6×10^{24} J，1.6×10^6 倍.

3-20 2.8 m/s.

3-21 $\dfrac{\Delta x_1}{\Delta x_2}=\dfrac{k_2}{k_1}$，$\dfrac{E_{\mathrm{p1}}}{E_{\mathrm{p2}}}=\dfrac{k_2}{k_1}$；$\Delta x=\dfrac{2(k_1+k_2)}{k_1k_2}mg$，$F_{\max}=2mg$.

3-22 (1) 31.8 m，22.5 m/s；(2) 不会.

3-23 (1) 子弹可以穿过木块；(2) 子弹速度为 40 m/s，木块速度为 15 m/s.

3-24 $\dfrac{M}{m\cos\alpha}\sqrt{2gl\sin\alpha}$.

3-25 (1) 4.1 m；(2) 4.5 m/s.

3-26 (1) $F\geqslant(m_1+m_2)g$；(2) 不变.

3-27 (1) $\Delta x=0.06$ m；(2) 非弹性碰撞，$e=0.65$；(3) $\Delta x=0.04$，$e=0$.

3-28 $mv_0\left[\dfrac{M}{k(m+M)(m+2M)}\right]^{\frac{1}{2}}$.

3-29 $v_1=\sqrt{v_0{}^2+2ghe^2}$，$\tan\theta=\dfrac{e\sqrt{2gh}}{v_0}$.（证明略）

3-30 $v=\dfrac{5}{13}v_0$.

第 4 章　刚体的定轴转动

4-1～4-7 （略）.

4-8 (1) $\dfrac{11}{16}mL^2$；(2) $\dfrac{11}{16}mL^2+\dfrac{7}{48}ML^2$.

4-9 $\dfrac{1}{3}mb^2$，$\dfrac{1}{3}ma^2$，$\dfrac{1}{12}m(a^2+b^2)$.

4-10 (1) $4\times10^{-2}\ \mathrm{kg\cdot m^2}$；(2) $2.5\times10^{-2}\ \mathrm{kg\cdot m^2}$；(3) $2\times10^{-2}\ \mathrm{kg\cdot m^2}$.

4-11 (1) $8.7\ \mathrm{rad/s^2}$；(2) $4.4\ \mathrm{m/s^2}$；(3) 54.5 N；(4)（略）.

4-12 $7.61\ \mathrm{m/s^2}$，$T_1=380.5\ \mathrm{N}$，$T_2=438.0\ \mathrm{N}$.

4-13 (1) $3.5\times10^{-2}\ \mathrm{kg\cdot m^2}$；(2) $0.82\ \mathrm{m/s^2}$，$1.64\ \mathrm{m/s^2}$，1.56 s；(3) 21.2 N，16.3 N.

4-14 $\dfrac{11}{8}mg$.

4-15 (1) $\tau=\dfrac{3}{4}mgl$（顺时针）；(2) $I=\dfrac{37}{48}ml^2$；(3) $\beta=\dfrac{36g}{37l}$.

4-16 (1) $I=17.316\ \mathrm{kg\cdot m^2}$；(2) $M=1.818\ \mathrm{N\cdot m}$；(3) 91.7 r.

4-17 $I=191\ \mathrm{kg\cdot m^2}$.

4-18 $\mu=0.20$.

4-19 (1) 6 r/min；(2) 6 r/min.

4-20 (1) -0.05 rad/s，与人相对地面角速度方向相反；(2) 32.7°；(3) 36.1°.

4-21 $\dfrac{2mv_1}{2m+M}$.

4-22 $\dfrac{3v}{4l}$.

4-23 (1) 43 $\mathrm{kg\cdot m^2/s}$；(2) 8 rad/s；(3) 107.5 J，172.8 J(其他略).

4-24 (1) 12 rad/s；(2) 0.027 J.

4-25 (1) $4.02\times10^{-3}\ \mathrm{kg\cdot m/s}$，$4.53\times10^{-3}\ \mathrm{kg\cdot m/s}$；$2.52\times10^{-2}$ J，0.95×10^{-2} J；(2) 6.11 rad/s，2.61×10^{-2} J；(3) 0.36 rad/s，0.93×10^{-4} J.

4-26 (1) 8.89 rad/s；(2) 94°12′.

4-27 $\omega_B=\dfrac{I_0\omega_0}{I_0+mR^2}$，$v_B=\sqrt{2gR+\dfrac{I_0{\omega_0}^2R^2}{mR^2+I_0}}$；$\omega_C=\omega_0$，$v_C=\sqrt{4gR}$.

4-28 (1) $\dfrac{3}{4}g$；(2) $\dfrac{1}{4}mg$，向上.

4-29 $\omega=\sqrt{\dfrac{4g}{3R}}$.

4-30 (1) $\dfrac{R^2\omega^2}{2g}$；(2) ω，$(\dfrac{1}{2}M-m)\omega R^2$，$\dfrac{1}{4}(M-2m)\omega^2R^2$.

4-31 (1) $a_C=\dfrac{4F_0}{3M}$；(2) $f_r=\dfrac{1}{3}F_0$.

4-32 (1) 向右运动；(2) $a=4.52\ \mathrm{m/s^2}$，$f_r=5.30\times10^3$ N；(3) $\mu=0.54$.

4-33 (1) $a=\dfrac{2}{3}g$；(2) $T=\dfrac{1}{6}Mg$.

4-34 54°.

4-35 $a=\dfrac{F-\mu(m_1+m_2)g}{m_1+\dfrac{1}{3}m_2}$.

第 5 章 流体力学

5-1～5-4 (略).

5-5 (1) 98 N；(2) 1.95 N；(3) p 与容器形状无关.

5-6 (1) $1.32\times10^3\ \mathrm{kg/m^3}$；(2) 54.8 N.

5-7 (1) 3.7×10^5 N；(2) 6.1×10^5 N·m；(3) 3.1×10^5 N·m；(4) 5.5×10^5 N·m.

5-8 46 cm.

5-9 (1) $2\sqrt{(H-h)h}$；(2) $H-h$；(3) $\dfrac{H}{2}$，H.

5-10 (1) 10 m/s，$2.375\times10^5\ \mathrm{N/m^2}$；(2) 30 $\mathrm{m^3/min}$ 或 3×10^4 kg/min.

5-11 (1) 0.10 m；(2) 11.2 s.

5-12 0.026 8 $\mathrm{m^3}$.

5-13 $5.35\times10^{-4}\ \mathrm{m^2}$.

5-14 (1) 0.75 m/s，3 m/s；(2) 4.22×10^3 Pa；(3) 3.25 cm.

5-15 8.04 Pa.

5-16 (略).

5-17 0.326 cm/s，54.1 cm/s.

5-18 (1) 0.77 cm/s；(2) 1.88 cm/s.

第 6 章 振 动

6-1～6-9 (略).

6-10 (1) 4 m，20π s，$\dfrac{1}{20\pi}$ Hz，0.5 rad；(2) $v=-0.4\sin(0.1t+0.5)$ m/s，$a=-0.04\cos(0.1t+0.5)\ \mathrm{m/s^2}$；(3) 3.51 m，$-0.192$ m/s，$-0.035\ \mathrm{m/s^2}$；(4) 2.16 m，-0.336 m/s，$-0.022\ \mathrm{m/s^2}$；(5) (略).

6-11 (1) 3.77 m/s，94.7 $\mathrm{m/s^2}$；(2) ±3.02 m/s，$\mp56.8\ \mathrm{m/s^2}$；(3) 0.036 9 s.

6-12 (1) 1.007 kHz；(2) 1.26 m/s，1.01 m/s；(3) $F=-4\times10^4x$ N，$F=-8\cos(6\ 324t)$ N.

6-13 (1) $x=A\cos(\dfrac{2\pi}{T}t+\pi)$；(2) $x=A\cos(\dfrac{2\pi}{T}t-\dfrac{\pi}{2})$；(3) $x=A\cos(\dfrac{2\pi}{T}t+\dfrac{\pi}{3})$；(4) $x=A\cos(\dfrac{2\pi}{T}t+\dfrac{5}{4}\pi)$.

6-14 (1) 0，$\dfrac{\pi}{3}$，$\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{2\pi}{3}$，$\dfrac{4\pi}{3}$；(2) $x=0.05\cos\left(\dfrac{5\pi}{6}t-\dfrac{\pi}{3}\right)$.

6-15 (1) 2.72 s；(2) ±10.8 cm.

6-16 (证明略)，$\omega^2=\dfrac{kR^2}{I+mR^2}$.

6-17 (1) $\dfrac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0$，其中 $\omega^2=\dfrac{2S\rho g}{m}$；(2) 1.09 s.

6-18　4.4 s.

6-19　(1) 1.64 s, $\frac{2}{3}$ m; (2) 1.64 s.

6-20　$T_0=\infty$, $T_{R/4}=1.043$ s, $T_{R/2}=0.852$ s, $T_{3R/4}=0.828$ s, $T_R=0.852$ s.

6-21　(1) 0.94, 1.15; (2) 0 或 $\frac{2}{3}$.

6-22　(1) 5 N/m; (2) 1×10^{-3} J; (3) 1×10^{-3} J.

6-23　31.8 Hz.

6-24　(1) 0.08 m; (2) $\pm0.056\,6$ m; (3) ±0.8 m/s.

6-25　(1) $8\frac{2}{3}\pi$, $16\frac{2}{3}\pi$, $40\frac{2}{3}\pi$, $80\frac{2}{3}\pi$; (2)(略); (3) $F_{\max}=0.63$ N, $E=3.16\times10^{-2}$ J, $\overline{E}_k=1.58\times10^{-2}$ J, $\overline{E}_p=1.58\times10^{-2}$ J.

6-26　(1) 0.1π s; (2) 2×10^{-3} J, 2×10^{-3} J; (3) 0.707×10^{-2} m; (4) $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$.

6-27　$A=1$, $\varphi=\frac{\pi}{6}$.

6-28　(图略), $x=2\times10^{-2}\cos\left(4t+\frac{\pi}{3}\right)$ (SI).

6-29　$x=0.05\cos(2\pi t+2.21)$ (SI).

6-30　0.10 m, $\frac{\pi}{2}$.

第7章　波　动

7-1～7-6　(略).

7-7　(1) $A=0.05$ m, $v=2.5$ m/s, $\nu=5$ Hz, $\lambda=0.5$ m; (2) 1.57 m/s, 49.3 m/s^2; (3) $\frac{46\pi}{5}$, 0.92 s, 0.825 m, 1.45 m; (4)(略).

7-8　(1) $y=0.1\cos2\pi(2t-0.1x)$; (2)(略).

7-9　$y=2\cos(0.25\pi t-\pi x)$.

7-10　(略).

7-11　$y=0.001\cos\left[(3\,300\pi t+10\pi x)+\frac{\pi}{2}\right]$.

7-12　(1) $y=-10\sin\pi t$; (2) $y=-10\sin\pi\left(t-\frac{x}{100}\right)$; (3) $y=-10\sin\pi(t-150)$; (4) 31.4 cm/s; (5) 7.07 cm, -22.2 cm/s.

7-13　(1) $y_O=A\cos\left(\omega t+\omega\frac{l}{u}+\frac{\pi}{2}\right)$; (2) $y=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\omega\frac{l}{u}+\frac{\pi}{2}\right]$.

7-14　(1) $y=A\cos\left[2\pi\left(250\,t+\frac{x}{200}\right)+\frac{\pi}{4}\right]$;

(2) $y_{x=100\text{ m}}=A\cos\left(500\pi\,t+\frac{5\pi}{4}\right)$,

$v_{x=100\text{ m}}=-500\pi A\sin\left(500\pi\,t+\frac{5\pi}{4}\right)$.

7-15　(1) 200 m/s, 20 m; (2) 14.1 Hz.

7-16　(1) 6×10^{-5} J/m^3, 12×10^{-5} J/m^3; (2) 9.24×10^{-7} J.

7-17　(1) 2.70×10^{-3} J/s; (2) 9.00×10^{-2} J/s·m^2; (3) 2.65×10^{-4} J/m^3.

7-18　4.0×10^{-5} W.

7-19　(1) 26.02 dB; (2) 100 m.

7-20　6.41×10^{-6} J/m^3, 2.18×10^{-3} J·m^{-2}·s.

7-21　(1) 同相; (2) 0.4×10^{-2} m; (3) 0.283×10^{-2} m.

7-22　2.00×10^{-3} m.

7-23　1.7×10^3 Hz.

7-24　$2\left[\sqrt{4(H+h)^2+d^2}-\sqrt{4H^2+d^2}\right]$.

7-25　(1) 3π; (2) 0.

7-26　以 A 为原点, $x=(2k+15)$ m, $k=0,\pm1,\cdots\pm7$; AB 之外都是加强.

7-27　(1) $y=A\cos2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$; (2) $y=2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\frac{2\pi t}{T}$, 波腹 $x=k\cdot\frac{\lambda}{2}$, $k=0,1,2,\cdots$; 波节 $x=(2k+1)\frac{\lambda}{4}$, $k=0,1,2,\cdots$.

7-28　(1) 1.0 cm, 4.7×10^3 cm/s; (2) 19.6 cm;

7-29　41.67×10^{-2} m.

7-30　(1) $y=A\cos\left[2\pi\left(\nu t-\frac{x}{\lambda}\right)+\frac{\pi}{2}\right]$;

(2) $y=A\cos\left[2\pi\left(\nu t+\frac{x}{\lambda}\right)+\frac{\pi}{2}\right]$;

(3) $y=\sqrt{3}A\sin2\pi\nu t$.

7-31　A 每秒 30 拍, B 每秒 29 拍.

7-32　约 204 Hz.

7-33　6 m/s.

第8章　静电场

8-1～8-6　(略).

8-7　(1) 9.1×10^{22} m/s^2; (2) 2.19×10^6 m/s;

（3）4.15×10^6 rad/s.

8-8 （1）$Q=-2\sqrt{2}q$；（2）不能.

8-9 $-\frac{4}{9}q$，位于离$+q$所在点$\frac{l}{3}$.（系统是不稳定平衡）

8-10 （1）$\frac{qq'r}{2\pi\varepsilon_0(r^2+a^2)^{3/2}}$；（2）$r=\frac{\sqrt{2}}{2}a$；（3）$q'$与$q$同号，$q'$沿中垂线做加速运动，走向无穷远；$q'$与$q$异号时，$q'$以$O$点为中心沿中垂线做周期性振动（注意不是简谐运动）.

8-11 $Q'=-\frac{2\sqrt{2}+1}{4}Q$；与正方形边长无关，是不稳定平衡.

8-12（略）.

8-13 $E=1.01\times10^3$ V/m.

8-14 $\frac{3ql^2}{2\pi\varepsilon_0 r^4}$.

8-15 $E=\frac{rq}{4\pi\varepsilon_0(r^2+R^2)^{3/2}}$，$E$沿$r$轴方向，$\frac{r}{R}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$时，$E(r)$最大.

8-16 $\frac{q}{\pi\varepsilon_0}\ \frac{1}{(4r^2-l^2)}$.

8-17 $E=\frac{q}{2\varepsilon_0(\pi R)^2}$，方向沿半圆的平分线.

8-18 $E=\frac{q\sin\frac{\theta_0}{2}}{2\pi\varepsilon_0 a^2\theta_0}$.

8-19 $E=\frac{q}{\pi^2\varepsilon_0 a^2}$，方向竖直向下.

8-20 $E=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 a^2}\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}\right)$，方向沿$x$轴方向.

8-21 $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{r}{(r^2+a^2)^{1/2}}$.

8-22 （1）$\Phi_{\text{I}}=2.4\times10^3$ V·m，$\Phi_{\text{II}}=0$；（2）$E=100$ V/m，方向沿$-x$轴.

8-23 （1）$\Phi=\frac{q}{6\varepsilon_0}$；（2）$\Phi_1=\Phi_2=\Phi_3=0$，$\Phi_4=\Phi_5=\Phi_6=\frac{q}{24\varepsilon_0}$.

8-24 $\Phi=\frac{q}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\right)$.

8-25 （1）$Q=-9.1\times10^5$ C；（2）$\rho=1.14\times10^{-12}$ C/m^3.

8-26 （略）.

8-27 $\sigma=5.0\times10^{-9}$ C/m^2.

8-28 $\frac{\lambda^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$.

8-29 （略）.

8-30 （1）$E=0$（$r<R_1$）；（2）$E=\frac{(r^2-R_1{}^2)\rho}{2\varepsilon_0 r}$（$R_1<r<R_2$）；（3）$E=\frac{(R_2{}^2-R_1{}^2)\rho}{2\varepsilon_0 r}$（$r>R_2$）.

8-31 $E=\frac{e}{8\pi\varepsilon_0 b^2 r^2}[2b^2-(r^2+2br+2b^2)e^{-r/b}]$，$1.2\times10^{-21}$ N/C.

8-32 （1）3.0×10^{10} J；（2）833 户.

8-33 （1）2.5×10^4 eV；（2）9.4×10^7 m/s.

8-34 （1）$v(\infty)=\sqrt{\frac{1}{\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qq'}{ma}}$；（2）$v(x)=\sqrt{\frac{1}{\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qq'}{m}\cdot\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}\right)}$；（3）$x=\sqrt{15}a$.

8-35 （1）电场力做功-3.6×10^{-6} J，电势能增加$+3.6\times10^{-6}$ J；（2）电场力做功-3.6×10^{-6} J，电势能增加$+3.6\times10^{-6}$ J；（3）电场力做功$+3.6\times10^{-6}$ J，电势能增加-3.6×10^{-6} J；（4）$W=-1.01\times10^{-4}$ J.

8-36 （1）2.5×10^3 V；（2）4.3×10^3 V.

8-37 （略）.

8-38 （1）$v=0.999\ 999\ 996c$；（2）$v=4.8\times10^{10}$ m/s.

8-39 $r_{\min}=2.28\times10^{-14}$ m.

8-40 （1）（略）；（2）$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{|x|}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$.

第 9 章 静电场中的导体和电介质

9-1～9-9 （略）.

9-10 （1）$E_1=0$，$E_2=1.50\times10^4$ V/m，$E_3=0$，$E_4=-1.26\times10^4$ V/m；$U_1=-1\ 040$ V，$U_2=-1\ 220$ V，$U_3=-1\ 400$ V，$U_4=-1\ 260$ V；（2）$E_1=E_2=E_3=0$，$E_4=-1.26\times10^4$ V/m；$U_1=U_2=U_3=-1\ 400$ V，$U_4=-1\ 260$ V.

9-11 $\sigma_1=5\times10^{-6}$ C/m^2，$\sigma_2=-2\times10^{-6}$ C/m^2，$\sigma_3=2\times10^{-6}$ C/m^2，$\sigma_4=5\times10^{-6}$ C/m^2.

9-12 $\sigma_1=0$，$\sigma_2=3\times10^{-6}\ \mathrm{C/m^2}$，$\sigma_3=-3\times10^{-6}\ \mathrm{C/m^2}$，$\sigma_4=0$.

9-13 (1) $q_B=-1.0\times10^{-7}$ C，$q_M=-2.0\times10^{-7}$ C；(2) $U_A=2.27\times10^3$ V；(3) $q_B=-2.14\times10^{-7}$ C，$q_M=-0.86\times10^{-7}$ C，$U_A=970$ V.

9-14 (1) 9.15 cm；(2) 2.93 kW；(3) $2.00\times10^{-5}\ \mathrm{C/m^2}$，$1.13\times10^6$ V/m.

9-15 $C=\dfrac{\pi\varepsilon_0}{\ln\dfrac{b-a}{a}}$.

9-16 0.152 mm.

9-17 (a) $C=3\times\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$；(b) $C=2\times\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$.

9-18 (1) 25 μF；(2) $U_1=U_2=U_3=50$ V，$Q_1=2.5\times10^{-3}$ C，$Q_2=1.5\times10^{-3}$ C，$Q_3=1.0\times10^{-3}$ C.

9-19 (1) $C_{ab}=1$ μF；(2) $Q=9\times10^{-4}$ C；(3) $U_{cd}=100$ V.

9-20 (1) $Q_1=Q_2=8\times10^{-4}$ C，$U_1=800$ V，$U_2=400$ V；(2) $Q_1'=5.33\times10^{-4}$ C，$Q_2'=10.66\times10^{-4}$ C，$U_1'=U_2'=533$ V.

9-21 (1) $Q_1=1.2\times10^{-3}$ C，$Q_2=2.4\times10^{-3}$ C，$U_1=U_2=1\,200$ V；(2) $U_1'=U_2'=400$ V，$Q_1'=4\times10^{-4}$ C，$Q_2'=8\times10^{-4}$ C.

9-22 (1) $U_{ab}=66.7$ V；(2) $U_b'=+100$ V；(3) 3×10^{-4} C.

9-23 $\dfrac{C}{C_0}=2$，$\dfrac{C}{C_0}=\dfrac{2\varepsilon_r}{1+\varepsilon_r}$.

9-24 增加一倍.

9-25 $C=\dfrac{(\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2})\varepsilon_0 S}{2d}$.

9-26 (1) $C=\dfrac{\varepsilon_0 S}{\dfrac{d_1}{\varepsilon_{r1}}+\dfrac{d_2}{\varepsilon_{r2}}}$；(2) $C=93.2$ pF.

9-27 (1) 9.8×10^6 V/m；(2) 51 mV.

9-28 (1) $Q_1=1.6\times10^{-2}$ C，$Q_2=0.4\times10^{-2}$ C；(2) $\Delta W=3.6$ J.

9-29 (1) 不会被击穿；(2) 玻璃片插入后，电容器会被击穿.

9-30 (略).

9-31 带电孤立导体球电场能量的一半储存在 $R\to2R$ 的球壳内.

9-32 $W=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{3q^2}{5a}$.

9-33 (1) $w=\dfrac{Q^2}{8\pi^2\varepsilon_0\varepsilon_r r^2 l^2}$；(2) $W=\dfrac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r l}\cdot\ln\left(\dfrac{b}{a}\right)$；(3) $C=\dfrac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r l}{\ln\left(\dfrac{b}{a}\right)}$.

9-34 (1) $E=5\times10^3$ V/m，$W=2.21\times10^{-7}$ J；(2) $E'=5\times10^3$ V/m，$W'=4.42\times10^{-7}$ J.

9-35 (1) $W=\dfrac{q^2x}{2\varepsilon_0 S}$；(2) $W=\dfrac{q^2(x+\mathrm{d}x)}{2\varepsilon_0 S}$；(3) (略).

9-36 (1) $\Delta W=-\dfrac{Q^2b}{2\varepsilon_0 S}$；(2) $A=-\dfrac{Q^2b}{2\varepsilon_0 S}$，吸入；(3) $\Delta W=\dfrac{\varepsilon_0 SbU^2}{2d(d-b)}$，$A=-\dfrac{\varepsilon_0 SbU^2}{2d(d-b)}$，吸入.

第 10 章　直流电路

10-1～10-6 (略).

10-7 (1) $I=20$ mA；(2) $v=2.75\times10^{-6}$ m/s.

10-8 (1) 每秒需将 1×10^{-4} C 电荷量喷射在传送带上；(2) $\sigma=4\times10^{-6}\ \mathrm{C/m^2}$.

10-9 (1) $j=10^7\ \mathrm{A/m^2}$；(2) $E=0.16$ V/m；(3) $t=1.6\times10^5$ s.

10-10 (1) $Q=603$ C；(2) $I=120.7$ A.

10-11 (略).

10-12 $R=\dfrac{\rho}{2\pi a}$.

10-13 (1) $I=9.09\times10^{-4}$ A；(2) $R=1.1\times10^5\ \Omega$.

10-14 (1) (略)；(2) $j=\dfrac{U_{ab}r_a r_b}{\rho\, r^2(r_b-r_a)}$.

10-15 $\dfrac{1}{35}$.

10-16 $R_T=223.76\ \Omega$.

10-17 (略).

10-18 $R=10\ \Omega$.

10-19 (1) $R_{AB}=\dfrac{1}{2}R$；(2) $R_{AB}'=\dfrac{R_0R}{R_0+R}$.

10-20 $a=1\ \Omega$，$b=3\ \Omega$，$c=4\ \Omega$，$d=5\ \Omega$，$e=2\ \Omega$，$f=6\ \Omega$.

10-21 (a) 3 A；(b) $\dfrac{12}{7}$ A.

10-22 (1) $U_{ab}=-6$ V；(2) $U_b=6$ V，流经 S 的电荷量为 5.4×10^{-5} C.

10-23 (1) $U_{ab}=18$ V；(2) $U_b=6$ V，$\Delta q_3=$

-3.6×10^{-5} C，$\Delta q_6=-3.6\times10^{-5}$ C.

10-24 $\mathscr{E}_1=18$ V，$\mathscr{E}_2=7$ V，$U_{ab}=13$ V.

10-25 (1) $U_{ab}=0.22$ V；(2) 12 V 电池中流过的电流为 0.464 A.

10-26 (a) $I_{16}=1.18$ A，$I_2=2.56$ A，$I_{18}=1.38$ A；(b) I_{16}，I_2，I_{18} 同上题，$I_{24}=0.25$ A，$I_{36}=0.167$ A.

10-27 $I_{10}=I_{14}=0.5$ A，$I_7=I_5=0.5$ A，$I_{ba}=1$ A，$I_8=0.75$ A.

10-28 0.156 A，0.125 A，0.281 A.

10-29 $I_{3\,\mathrm{V}}=0.6$ A，$I_{6\,\mathrm{V}}=2.4$ A，2 Ω 中电流分别为 1.2 A，1.8 A，0.6 A.

第 11 章　恒定磁场

11-1～11-5 （略）.

11-6 8.3×10^{-3} m.

11-7 (1) $E_p=E_d=\frac{1}{2}E_\alpha$；(2) $R_d=R_\alpha=14$ cm.

11-8 $T=3.6\times10^{-10}$ s，$h=0.17$ mm，$r=1.5$ mm.

11-9 中子在磁场中以 $v=1.49\times10^8$ m/s 做直线运动；质子在磁场中做圆周运动，$R=1.0$ m.

11-10 （略）.

11-11 $\dfrac{e}{m}=\dfrac{8\pi^2n^2}{B^2l^2}U$.

11-12 (1) $v=8.45\times10^{-4}$ m/s；(2) $E=1.25\times10^{-3}$ V/m；(3) $U=2.54\times10^{-5}$ V.

11-13 $q=3.8$ C.

11-14 $B=1.32$ T，$E_k=6.76\times10^{-13}$ J，$v=2.01\times10^7$ m/s.

11-15 0.48 T.

11-16 9.35×10^{-3} T.

11-17 (1)（略）；(2) 338 A/cm^2.

11-18 (1) 1.8×10^5 倍；(2) 2.9×10^6 A；(3) 3.0 MkW.

11-19 (1) $M=8.3\times10^{-3}$ N·m；(2) $M=4.8\times10^{-3}$ N·m；(3) 所需转矩相同.

11-20 (1) $M_{max}=0.18$ N·m；(2) 线圈的法线方向与 $\boldsymbol{B}$ 方向成 30°角.

11-21 $\alpha=1.2°$.

11-22、11-23 （略）.

11-24 (1) $I_2=2$ A，方向与 I_1 反向；(2) $B_Q=2.14\times10^{-6}$ T，方向垂直于 QP 连线向右；(3) $B_S=1.62\times10^{-6}$ T，方向与 SI_1 连线成 $\theta=66°$ 并指向 PQ 连线.

11-25 8×10^4 N 向左，8×10^{-15} N 向右，9.2×10^{-5} N 向上，9.2×10^{-5} N 向下；合力 $F=7.2\times10^{-4}$ N，方向向左.

11-26 $B=8.0\times10^{-5}$ T，方向向上.

11-27 $\dfrac{\mu_0 i}{4R}$，$\dfrac{\mu_0 i}{8R}$，0，0；$\dfrac{u_0 i}{8R}$，方向垂直纸面向里.

11-28 (a) $\dfrac{\mu_0 i}{2R}-\dfrac{\mu_0 i}{2\pi R}$（方向略）；(b) $\dfrac{\mu_0 i}{2R}+\dfrac{\mu_0 i}{2\pi R}$（方向略）.

11-29 $B=0$.

11-30 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi b}\ln\dfrac{a+b}{a}$.

11-31 $B=6.37\times10^{-5}$ T，方向水平向左.

11-32 （略）.

11-33 (1) $B=6.1\times10^{-4}$ T；(2) $B=5.6\times10^{-4}$ T.

11-34 $B=6.28\times10^{-3}$ T.

11-35 $\Phi_1=-0.002\,4$ Wb，$\Phi_2=+0.002\,4$ Wb，$\Phi_3=\Phi_4=\Phi_5=0$.

11-36 $\Phi=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi}$.

11-37 $B_1=0$，$B_2=\dfrac{\mu_0}{2\pi}\cdot\dfrac{I}{b^2-a^2}\cdot\dfrac{r^2-a^2}{r}$，$B_3=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$.

11-38 (1) $B=\dfrac{\mu_0 Ir}{2\pi R_1^{\,2}}$；(2) $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$；(3) $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(1-\dfrac{r^2-R_2^{\,2}}{R_3^{\,2}-R_2^{\,2}}\right)$；(4) $B=0$.

11-39 $B_1=\dfrac{\mu_0 I}{\pi}\cdot\dfrac{2r^2-a^2}{r(4r^2-a^2)}$，$B_2=\dfrac{\mu_0 I}{\pi}\cdot\dfrac{2r^2+a^2}{r(4r^2+a^2)}$.

11-40 (1) $\dfrac{\mu_0 IR_2^{\,2}}{2\pi a(R_1^{\,2}-R_2^{\,2})}$；(2)(3) $\dfrac{\mu_0 Ia}{2\pi(R_1^{\,2}-R_2^{\,2})}$.

11-41 （略）.

第 12 章　电磁感应

12-1 $\mathscr{E}=8.7\times10^{-2}\cos(100\pi t)$ V.

12-2 $\mathscr{E}=3\times10^{-3}$ V.

12-3 $\mathscr{E}=3.1\times10^{-2}$ V.

12-4 (1) $\mathscr{E}_{ab}=-\dfrac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\dfrac{d+L}{d}$，$\mathscr{E}_{ac}=-\dfrac{\mu_0 Iv}{2\pi}\cdot$

$\ln\dfrac{d+L\cos\theta}{d}$；（2）$c$ 点的电势高于 b 点.

12-5 $I_{\mathrm{m}}=\dfrac{\pi^2BR^2f}{R_{\mathrm{m}}}$，频率为 f.

12-6 （略）.

12-7 $\overline{\mathscr{E}}=6\times10^{-3}$ V.

12-8 （略）.

12-9 （1）（略）；（2）$v_T=\dfrac{FR}{B^2l^2}$；（3）$v=v_T(1-\mathrm{e}^{-\frac{B^2l^2}{Rm}t})$.

12-10 （1）$\Phi=\dfrac{\mu_0\pi r^2R^2I}{2y^3}$；（2）$\mathscr{E}=\dfrac{3\mu_0\pi r^2R^2I}{2y^4}v$；（3）逆时针方向，与大回路中电流方向相同.

12-11 （1）29.8 A；（2）2.2 J；（3）4 倍.

12-12 （1）$\mathscr{E}_{ab}=8$ V，方向为 $a\rightarrow b$，$\mathscr{E}_{cd}=4$ V，方向为 $c\rightarrow d$；（2）$U_{ab}=6$ V，$U_{cd}=6$ V；（3）$U_{O1}-U_{O2}=0$ V.

12-13 $M=\dfrac{(Bar)^2\omega b}{\rho}$.

12-14 （1）$E=5\times10^{-3}$ V/m，顺时针沿圆周的切向；（2）$I=1.57$ mA；（3）$U_{ab}=0$；（4）$U=3.14$ mV.

12-15 （1）$\mathscr{E}_{ac}=0$，$\mathscr{E}_{cd}=1\times10^{-3}$ V，$\mathscr{E}_{de}=2\times10^{-3}$ V，$\mathscr{E}_{ea}=1\times10^{-3}$ V；（2）$\mathscr{E}=4\times10^{-3}$ V；（3）$U_{ac}=1\times10^{-3}$ V.

12-16 $\mathscr{E}_{ab}=-\dfrac{l}{2}\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\sqrt{R^2-\left(\dfrac{l}{2}\right)^2}$，方向为 $a\rightarrow b$，即 b 端电势高.

12-17 （1）$B=\dfrac{mv}{eR}$；（2）$U=\pi R^2\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$.

12-18 （1）$\overline{E}=430$ eV；（2）$n=2.3\times10^5$；（3）$s=1.2\times10^6$ m.

12-19 （1）$\mathscr{E}_2=12\pi\cos(120\pi t)$ V；（2）$\mathscr{E}_1=12\pi\cos(120\pi t)$ V.

12-20 $M=0.50$ mH.

12-21 （1）$M=6.28\times10^{-6}$ H；（2）$\mathscr{E}=3.14\times10^{-4}$ V.

12-22 $L=\mu_0N^2\dfrac{S}{l}$，$N=400$ 匝.

12-23、12-24 （略）.

12-25 （1）$L=\dfrac{\mu_0N^2h}{2\pi}\ln\dfrac{b}{a}$；（2）（略）.

12-26 （1）$L=L_1+L_2+2M$；（2）$L=L_1+L_2-2M$.

12-27 $w_{\mathrm{m}}=0.63$ J/m^3.

12-28 $w_{\mathrm{m}}=1.6\times10^6$ J/m^3，$w_{\mathrm{e}}=4.4$ J/m^3，磁场更有利于储存能量.

12-29 9.0 m^3，29 H.

12-30、12-31 （略）.

12-32 （1）$w_{\mathrm{m}}=0.987$ J/m^3；（2）$w_{\mathrm{e}}=0.498\times10^{-14}$ J/m^3.

12-33 $E=1.5\times10^8$ V/m.

12-34 （1）$\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=4$ A/s；（2）$\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=2$ A/s；（3）$i=0.662$ A；（4）$I=2$ A.

12-35 （1）$I=0.05$ A；（2）$\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=1$ A/s；（3）$\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=0.5$ A/s；（4）$t=0.23$ s.

12-36 （1）$P=6$ W；（2）$P_R=1.5$ W；（3）$P_L=4.5$ W；（4）$W=6$ J.

12-37 （1）$\tau=10$ μs；（2）$U=2.55$ V.

12-38 （1）$W=C\mathscr{E}^2$；（2）$W_R=\dfrac{1}{2}C\mathscr{E}^2$.

12-39 （1）$\dfrac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}=9.6\times10^{-7}$ C/s；（2）$\dfrac{\mathrm{d}W_C}{\mathrm{d}t}=1.1\times10^{-6}$ W；（3）$\dfrac{\mathrm{d}W_R}{\mathrm{d}t}=2.7\times10^{-6}$ W；（4）$\dfrac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}=3.8\times10^{-6}$ W.

第 13 章 物质的磁性

13-1 （1）$B=0.226$ T；（2）$H=300$ A/m；（3）$B'=0.2256$ T.

13-2 （1）$H=2\,000$ A/m；（2）$M=7.97\times10^5$ A/m；（3）$\chi_{\mathrm{m}}=399$；（4）$\mu_{\mathrm{r}}=400$.

13-3 $I=8$ A.

13-4 （1）$H=175$ A/m；（2）$B=1.1$ T；（3）$\mu_{\mathrm{r}}=5\,000$.

13-5 $I=0.045$ A.

13-6 当 $r<R_1$ 时，$H=\dfrac{Ir}{2\pi R_1{}^2}$，$B=\dfrac{\mu_0Ir}{2\pi R_1{}^2}$；

当 $R_1<r<R_2$ 时，$H=\dfrac{I}{2\pi r}$，$B=\dfrac{\mu_{\mathrm{r}}\mu_0I}{2\pi r}$；

当 $r>R_2$ 时，$H=\dfrac{I}{2\pi r}$，$B=\dfrac{\mu_0I}{2\pi r}$.

13-7 （1）$I_{\mathrm{s}}=6\times10^3$ A；（2）$B=12.57\times10^{-2}$ J；（3）$H=-1.4\times10^6$ A/m；（4）$m=17.0$ A·m^2.

第 14 章 交流电路

14-1 （略）.

14-2 $Z=40\ \Omega$，$I=5.5$ A.

14-3 $Z=10\ \Omega$，$I=22$ A.

14-4 $f=16$ Hz.

14-5 (1) $U_C=60$ V，$U_R=80$ V；(2) 超前 $36°52'$.

14-6 $I_L=1$ mA，$I_C=2$ mA.

14-7 $U=37$ V.

14-8 (1) $-\frac{3}{4}\pi$；(2) $\frac{\pi}{4}$（图略）.

14-9 $f=484$ Hz～$1\,838\times10^3$ Hz，能满足.

14-10 (1) $f=10^5$ Hz；(2) $U_L=316$ V.

14-11 $I=2.84$ A.

14-12 $P=105$ W.

14-13 $P=154$ W.

第 15 章 麦克斯韦方程组和电磁波

15-1 (1) $I_d=7.0\times10^{-2}$ A；(2) $B=2.8\times10^{-7}$ T.

15-2 $E=7.3\times10^2$ V/m，$H=1.9$ A/m.

15-3 (1) $v=3\times10^6$ m/s；(2) $\lambda=3\times10^{-2}$ m.

15-4 $B=3.33\times10^{-12}$ T，$\frac{B}{B_0}=(1.5\times10^7)^{-1}$.

15-5 $E=10.9\times10^{-2}$ V/m，$H=2.9\times10^{-4}$ A/m.

15-6 (1) $f=1\times10^{10}$ Hz；(2) $B=1\times10^{-7}$ T；(3) $\overline{S}=1.19$ W/m^2.

15-7 (1) $E=\rho\frac{I}{\pi a^2}$，方向与导线平行；(2) $H=\frac{Ir}{2\pi a^2}$，方向沿圆周的切向；(3) $S=\frac{I^2\rho r}{2\pi^2 a^4}$，方向与导线垂直；(4) $\frac{S}{P}=\frac{1}{2\pi rl}$.