8-10 图示两个固定的点电荷，电荷量都是 $+q$，相距 $2a$，现在它们的中垂线上离 O 点为 r 处放一点电荷 q'.

（1）求 q' 所受的力.

（2）r 取何值时，q' 受的力最大？

（3）若 q' 在所放的位置上从静止释放，任其自由运动，试分别就 q' 与 q 同号或异号两种情形讨论 q' 的运动.

(1)两个点电荷给 q’的力大小为 $F_1 = F_2 = \dfrac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 (r^2 + a^2)}$，

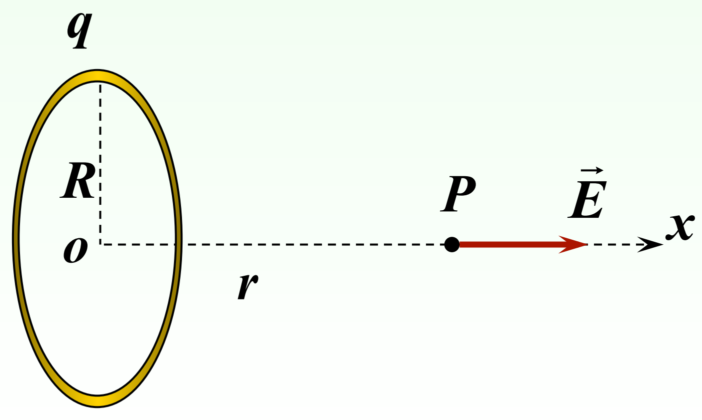
合力为 $F = F_1 \cos\alpha + F_2 \cos\alpha = 2 \times \dfrac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 (r^2 + a^2)} \times \dfrac{r}{\sqrt{r^2 + a^2}} = \dfrac{qq' r}{2\pi\varepsilon_0 (r^2 + a^2)^{2/3}}$

(2) F 最大，即 $\dfrac{dF}{dr} = 0$，得 $r = \dfrac{\sqrt{2}}{2} a$。

(3)当 q’与 q 同号时，静止释放后 q’将沿中垂线做加速运动至无穷远；

当 q’与 q 异号时，q’将以 O 点为中心做周期振动，但不是简谐振动。

习题8-15：求半径为R，带电量为q 的均匀带电圆环轴线上任一点的场强在 r/R 取什么值时为最大?



由例题8-3：

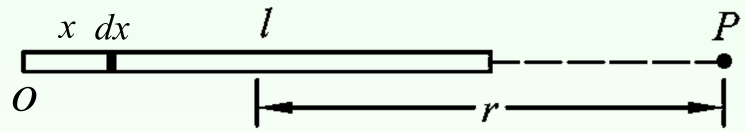
$$E=\frac{qr}{4\pi\varepsilon_0(R^2+r^2)^{3/2}}$$

令：$$\frac{dE}{dr}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(R^2+r^2)^{3/2}-r\cdot\frac{3}{2}(R^2+r^2)^{1/2}\cdot 2r}{(R^2+r^2)^3}=0$$

即：$R^2=2r^2$

所以，当 $\frac{r}{R}=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，E 最大。

8-16 如图所示，电荷 q 均匀分布在长为 l 的细棒上，求在棒的延长线上离棒的中点距离为 $r\left(r>\frac{l}{2}\right)$ 的 P 点的电场强度.



（1）P点处的电场强度:

$$dE=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{(r+\frac{l}{2}-x)^2}$$

$$E=\int_0^l\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dx}{(r+\frac{l}{2}-x)^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(r+\frac{l}{2})(r-\frac{l}{2})}$$

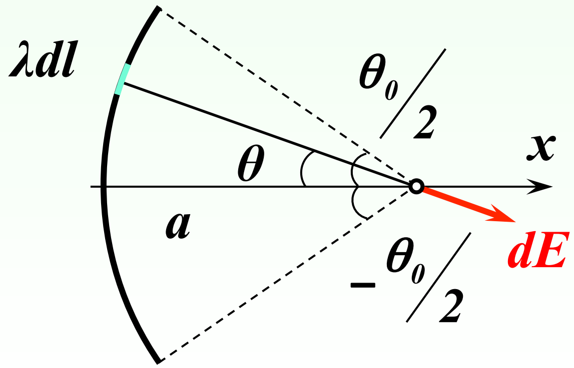
（2）P点处的电势:

$$dU=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{(r+\frac{l}{2}-x)}$$

$$U=\int_0^l\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dx}{(r+\frac{l}{2}-x)}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}\ln\frac{r+\frac{l}{2}}{r-\frac{l}{2}}$$

习题8-18：总电量为q的均匀带电细棒，弯成半径为a的圆弧，圆弧对中心的张角为θ_0，求圆心处的场强。

由对称性：场强沿x方向。

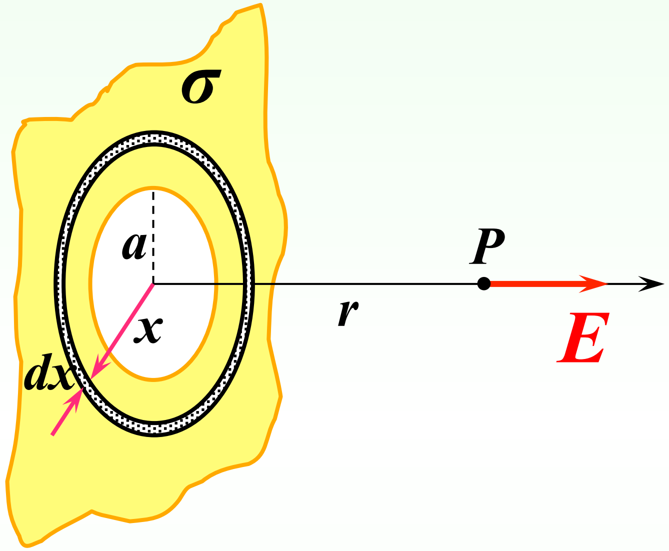


$$dE_x = \frac{\lambda\, dl}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\cos\theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\frac{q}{\theta_0 a}\cos\theta \cdot a d\theta = \frac{q\cos\theta\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 a^2\theta_0}$$

$$E = \int_{-\theta_0/2}^{\theta_0/2} dE_x = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2\theta_0}\left(\sin\frac{\theta_0}{2} + \sin\frac{\theta_0}{2}\right) = \frac{q\sin\frac{\theta_0}{2}}{2\pi\varepsilon_0 a^2\theta_0}$$

习题8-21：一无限大均匀带电平面，开有一个半径为a的圆洞。设电荷面密度为σ。求轴线上离洞心为r处的电场强度。



积分法：$$dE=\frac{r\,dq}{4\pi\varepsilon_0(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{\sigma r}{2\varepsilon_0}\frac{x\,dx}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

叠加法：

无限大平面：$E_1=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

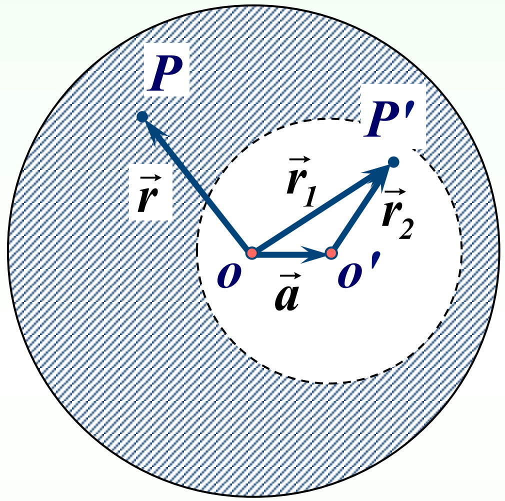
圆盘：$E_2=\dfrac{r\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{\sqrt{a^2+r^2}}\right)$

$\Rightarrow$ $E=E_1-E_2$

习题8-29：一电荷体密度为ρ的均匀带电球体，*r*为球心指向球内一点的位矢，球内挖一球形空腔，求空腔内的场强。

均匀带电球体内的电场分布

$$\vec{E}=\frac{\rho\vec{r}}{3\varepsilon_0}$$



以电荷体密度为ρ的均匀带电物填充空腔。设大球体在*P'*的场强为E_1，填充的小球体在*P'*的场强为E_2，则：

$$\vec{E}'=\vec{E}_1-\vec{E}_2=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}(\vec{r}_1-\vec{r}_2)=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{a}$$

可见：空腔内电场为匀强电场，场强大小与球半径无关，只与偏心距 *a* 及电荷体密度ρ有关。

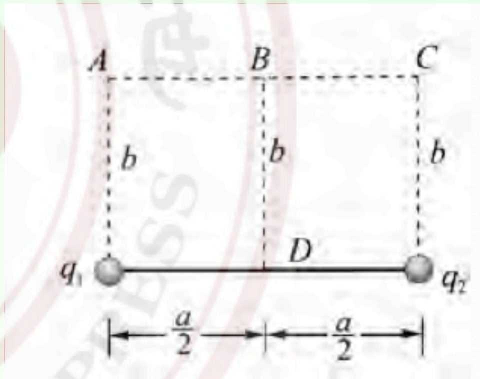
8-35 如图放置两点电荷，$q_1=3.0\times10^{-8}$ C，$q_2=-3.0\times10^{-8}$ C，A,B,C,D 为电场中四个位置，图中 $a=8.0$ cm，$b=6.0$ cm。

(1) 将点电荷 $q_3=2.0\times10^{-9}$ C 从无穷远处移到 A 点，电场力做多少功？电势能增加多少？

(2) 将此点电荷从 C 移到 D，电场力做功多少？电势能增加多少？

(3) 将此点电荷从 A 移到 B，电场力做功多少？电势能增加多少？

(4) q_1,q_2 这对点电荷原有电势能为多少？



习题 8-35 图

$$U=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1}+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$

$$U_A=180V,\quad U_B=0V,\quad U_C=-180V,\quad U_D=0V$$

（1） $\Delta E_p=q_3\cdot U_A=3.6\times10^{-6}J$，$W=-\Delta E_p=-3.6\times10^{-6}J$

（2） $\Delta E_p=q_3\cdot(U_D-U_C)=3.6\times10^{-6}J$，$W=-\Delta E_p=-3.6\times10^{-6}J$

8-37 两个同轴安置的金属薄圆筒，内筒半径为 r_a，外筒半径为 r_b. 设它们长度均可以作为无穷长，内筒上单位长度的正电荷为 $+\lambda$，外筒上单位长度的负电荷为 $-\lambda$，试证明两个圆筒的电势差为 $U=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\lambda\ln\frac{r_b}{r_a}$.

证明：根据高斯定理，两筒间电场强度为：$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

$$U_{ab}=\int_{r_a}^{r_b}\vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_{r_a}^{r_b}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}dr=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_b}{r_a}$$

8-39 具有 10 MeV 动能的 α 粒子与静止的金原子核(原子序数为 79)正碰. 这两个粒子所能达到的最接近距离为多少?

$$U=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_{Au}}{r}\qquad W=Uq_{He}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_{Au}q_{He}}{r}$$

$$E_k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_{Au}q_{He}}{r_{min}}$$