

质点运动学的两类问题：

(1) 微分问题： $\vec{r} = \vec{r}(t) \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}(t) \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}(t)$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

(2) 积分问题：

已知： $\vec{v} = \vec{v}(t)$ 和初始条件 $\vec{r}_0 = \vec{r}(t_0)$, 求 $\vec{r} = \vec{r}(t)$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_{t_0}^t \vec{v}(t) \cdot dt$$

已知： $\vec{a} = \vec{a}(t)$ 和初始条件 $\vec{v}_0 = \vec{v}(t_0)$, 求 $\vec{v} = \vec{v}(t)$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^t \vec{a}(t) \cdot dt$$

1-13 一物体沿一直线运动，其加速度为 $a = (4 - t^2) \text{ m/s}^2$ ，当 $t = 3 \text{ s}$ 时， $v = 2 \text{ m/s}$ ， $x = 9 \text{ m}$ ，求物体的速度、位移的表达式。

1-14 质点做直线运动，任意时刻的速度为 $v = -3 \sin t$ ，求 $t = 3 \text{ s}$ 至 $t = 5 \text{ s}$ 时间内的位移。

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$dx = v dt$$

$$\int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v(t) \cdot dt$$

$$x - x_0 = \int_{t_0}^t v(t) \cdot dt$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$dv = a dt$$

$$\int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a(t) \cdot dt$$

$$v - v_0 = \int_{t_0}^t a(t) \cdot dt$$

$$v = \frac{ds}{dt}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}, \quad \tan \theta = \frac{a_n}{a_t}$$

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$a_t = \beta R$$

1-26 一质点沿半径为 $R=4$ m 的圆周运动, 路程和时间关系为 $s=2t$ (s, t 的单位分别为 m 和 s), 求:

- (1) 质点的运动速度;
- (2) 质点的加速度;
- (3) 质点运动 1 周所需要的时间.

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{2}\beta t^2$$

$$s = (\theta - \theta_0)R$$

1-27 一物体从静止出发做沿半径 $R=3$ m 的圆周运动, 切向加速度 $a_t=3.0$ m/s². 问:

- (1) 经过多长时间它的总加速度恰与它所在处的半径成 45° 角?
- (2) 在上述时间内物体所通过的路程 s 等于多少?

1-29 一飞轮的角速度在 5 s 内由 900 r/min 均匀地减到 800 r/min, 求:

(1) 飞轮的角加速度;

$$\omega = \omega_0 + \beta t$$

(2) 飞轮在此 5 s 内共转了多少圈;

$$\Delta\theta = \frac{\omega_0 + \omega}{2} t$$

(3) 再过多长时间, 飞轮停止转动.

$$0 = \omega + \beta t'$$

1-31 一质点做沿半径为 0.10 m 的圆周运动, 其角位置由下式表示

$$\theta = 2 + 4t^3,$$

式中 t 以 s 计.

(1) 在 $t=2$ s 时, 其法向加速度和切向加速度各是多少?

(2) 当切向加速度的大小正好是总加速度大小的一半时, θ 的值是多少?

(3) 在什么时刻, 切向加速度与法向加速度具有相同的数值?

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$a_n = \omega^2 R$$

$$a_t = \beta R$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}, \quad \tan\theta = \frac{a_n}{a_t}$$