

院系 \_\_\_\_\_ 年级 \_\_\_\_\_ 专业 \_\_\_\_\_

学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 成绩 \_\_\_\_\_

一、填空题：(在每题空白处写出必要的算式，结果必须标明单位)

1. 一质量为  $2\text{ kg}$  的物体沿  $x$  轴无摩擦地运动，设  $t=0$  时物体位于原点，速率为零，如果物体在作用力  $F = (3 + 4x)$  ( $F$  的单位为  $\text{N}$ ) 的作用下运动了  $2\text{ m}$ ，则此时物体的加速度  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ，速度  $v = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 质量  $m=0.1\text{kg}$  的质点作半径为  $R=2\text{m}$  的匀速圆周运动，角速度  $\omega=1\text{rad/s}$ ，当它走过  $\frac{1}{2}$  圆周时，动量增量  $\Delta p = \underline{\hspace{2cm}}$ ，角动量增量  $\Delta L = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 一飞轮以 600 转/分的转速旋转，转动惯量为  $2.5\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ，现加一恒定的制动力矩使飞轮在 1s 内停止转动，则该恒定制动力矩的大小  $M = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 质量为  $M$ ，长为  $L$  的细棒，悬挂于离端点  $L/4$  处的支点  $P$ ，成为复摆，若摆角小于 5 度，那么该棒作简谐振动的周期  $T = \underline{\hspace{2cm}}$ ，相应于单摆的等值摆长  $l_e = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

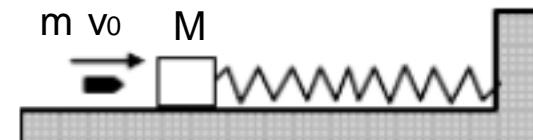
5. 一飞轮以角速度  $\omega_0$  绕轴旋转，飞轮对轴的转动惯量为  $I$ ；另一个转动惯量为  $2I$  的静止飞轮突然被啮合到同一轴上，啮合后整个系统的角速度  $\omega = \underline{\hspace{2cm}}$ ；在此咬合过程中，系统的机械能损失  $\Delta E = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 均匀地将水注入一容器中，注入的流量为  $Q=100\text{cm}^3/\text{s}$ ，容积底有面积  $S=0.5\text{cm}^2$  的小孔，使水不断流出，达到稳定状态时，容器中水的深度  $h = \underline{\hspace{2cm}}$ ；若底部再开一个同样大小的孔，则水的稳定深度变为  $h' = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 $(g$  取  $10\text{m/s}^2$ )

7. 地下室水泵为楼上的居民供水。若水泵的给水量为  $1000\text{cm}^3/\text{s}$ , 均匀的管道截面为  $5\text{cm}^2$ 。若顶楼到水泵的高度差为  $50\text{m}$ , 则水泵至少提供多大的压强才能将水送到楼顶?  $P= \underline{\hspace{2cm}}$ ; (打开的水龙头处压强为一个标准大气压)。

8. 某质点做简谐振动, 其振幅为  $10\text{cm}$ , 周期为  $2\text{s}$ 。在  $t=0$  时刻, 质点刚好经过  $5\text{cm}$  处且向着  $x$  轴正向运动。(1)试写出该振动的运动学方程  $x= \underline{\hspace{2cm}}$  (2)求该质点运动的最大速度  $v_m= \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 如图所示, 在一光滑平面上置弹簧, 劲度系数为  $k$ , 一端拴一质量为  $M$  物块, 另一端固定。现有一质量为  $m$  的子弹以速度  $v_0$  水平射入物块并与其一起振动。求(1)此系统的振动周期  $T= \underline{\hspace{2cm}}$ ; (2)振幅  $A= \underline{\hspace{2cm}}$ 。



10. 两劲度系数分别为  $k_1$ 、 $k_2$  的等长度弹簧串联起来后, 下挂一质量为  $m$  的重物,(1)系统简谐振动周期为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ; (2)若并联后再下挂重物  $m$ , 其简谐振动周期为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

11. 两个同方向的简谐振动, 运动方程分别为  $x_1=4\cos(2\pi t+\pi/2)$ ,  $x_2=3\cos(2\pi t)$ 。(长度单位为  $\text{m}$ )。则其合振动的振幅  $A= \underline{\hspace{2cm}}$ ; 合振动的初相  $\phi= \underline{\hspace{2cm}}$ 。

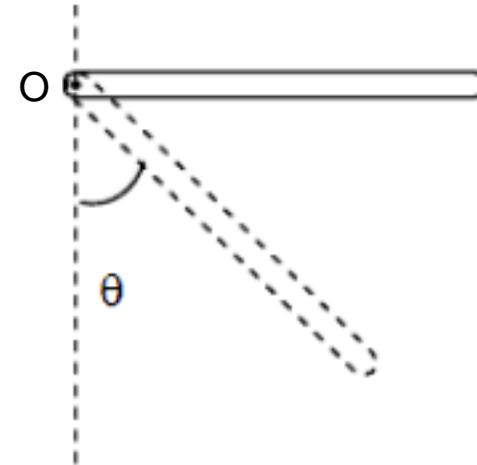
## 二、计算题: (每小题 10 分, 共 60 分)

1. 某质点的位置矢量为  $\vec{r} = R \cos \omega t \hat{i} + R \sin \omega t \hat{j} + C t \hat{k}$ , 其中  $R$ ,  $C$ ,  $\omega$  均为大于零的常量。

- (1) 试画出其运动轨道曲线。
- (2) 求该质点运动的速度  $\vec{v}$ 、加速度  $\vec{a}$ 。

2. 一质点沿半径为  $R$  的圆周运动，运动学方程为  $s = v_0 t - \frac{1}{2} b t^2$ ，其中  $v_0$ 、 $b$  都是常数，求：(1) 在时刻  $t$ ，质点的加速度  $a$ ；(2) 在何时刻加速度的大小等于  $b$ ；

3. 长为  $l$ ，质量为  $m$  均质细棒，可绕固定轴  $O$ （棒的一个端点），在竖直平面内无摩擦转动，如图所示。棒原静止在水平位置，现将棒自由释放。(1) 求棒转至与竖直线成  $\theta$  角时，棒的角加速度  $\alpha$  和角速度  $\omega$ ；(2) 求棒转至竖直位置时的角速度  $\omega$ 。



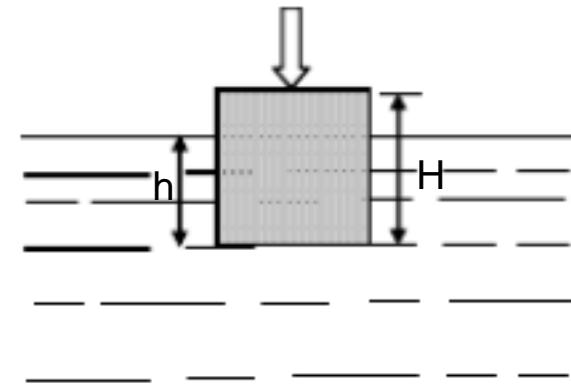
4. 两个体重均为  $50\text{kg}$  的花样滑冰运动员以相同速率  $10\text{m/s}$  沿着相距为  $1.2\text{m}$  的两条平行轨道相向滑过来，当着两者擦肩而过时，两人伸出手拉住对方，间距仍为  $1.2\text{m}$ 。之后两者沿共同的质心做圆周运动，忽略与冰面的摩擦。(1) 求他们一起旋转的角速度；(2) 若两人将拉着的手臂弯曲使间距减半，求这时的角速度。(将每个人视为质点)

5. 一质量为  $10\text{g}$  的物体，沿  $x$  轴作简谐振动，其振动表达式为

$$x = 2 \times 10^{-2} \cos[4\pi(t + \frac{1}{12})] \text{, 式中, } x \text{ 以 m 为单位, } t \text{ 以 s 为单位。试求: (1) 振动的}$$

诸特征量(振幅  $A$ 、频率  $v$ , 和周期  $T$ 、初相  $\phi$ ) ; (2) 在  $t=1.0\text{s}$  时, 振动的速度、加速度及物体所受的合力。

6. 如图所示, 底面积为  $s$  高度为  $H$  的木块(密度为  $\rho$ ), 漂浮在水中(水密度  $\rho_0$ )。浸入水中的深度为  $h$ 。现在木块顶部以手用力向下压木块, 使木块再向下移动一位移, 然后放手。忽略水的粘滞阻力, (1) 试证明木块在水中的上下振动是简谐振动; (2) 求此简谐振动的频率。



#### 期中考试参考答案

1.  $a = 5.5\text{m/s}^2$  ,  $v = \sqrt{14} \text{ m/s}$  ;

2.  $t = 1\text{s}$  ,  $\Delta t = 2\sqrt{\pi}$  ;

3.  $|\Delta p| = 0.4\text{kgm/s}$  ,  $|\Delta L| = 0$  ;

$$4. M = 50 \pi N \cdot m ;$$

$$5. T = 2\pi \sqrt{\frac{7l}{12g}}, I_e = \frac{7}{12}l ;$$

$$6. \quad = \omega/3, \text{ 机械能损失 } \Delta E = I \omega^2/3 ;$$

$$7. h = 0.2m; h' = 0.1\sqrt{2} \quad (g \text{ 取 } 10m/s^2);$$

$$8. P = 5.82 \text{ atm};$$

$$9. x = 0.1 \cos(\pi t - \pi/2), v_m = 0.314 \text{ m/s};$$

$$10. \text{ 周期 } T = 2\pi \sqrt{\frac{m+M}{k}}, \text{ 振幅 } A = \frac{mv_0}{\sqrt{k(m+M)}}.$$

$$11. (1) 2\pi \sqrt{\frac{(k_1+k_2)m}{k_1 k_2}}; (2) 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}.$$

## 二、计算题：(每小题 10 分，共 60 分)

1、(1)轨道(略)

$$(2) v = \frac{dx}{dt} = -R\omega \sin \omega t \hat{i} + R\omega \cos \omega t \hat{j} + C \hat{k}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -R\omega^2 \cos \omega t \hat{i} - R\omega^2 \sin \omega t \hat{j}$$

$$2. \text{ 解：(1) 由用自然坐标表示的运动学方程可得 } v = \frac{ds}{dt} = v_0 - bt \quad a_\tau = \frac{d^2 s}{dt^2} = -b$$

$$\text{故有 } a = \frac{(v_0 - bt)^2}{R} n - b \tau$$

$$(2) \text{ 令 } a = \sqrt{\left[ \frac{(v_0 - bt)^2}{R} \right]^2 + b^2} = b \text{ 解得 } v_0 - bt = 0 \quad t = \frac{v_0}{b}$$

$$\text{即 } t = \frac{v_0}{b} \text{ 时，加速度大小为 } b.$$

$$3. M = I \beta, mg \frac{l}{2} \sin \theta = \frac{1}{3} ml^2 \beta, \beta = \frac{mg \frac{l}{2} \sin \theta}{\frac{1}{3} ml^2} = \frac{3g}{2l} \sin \theta$$

$$\beta = \frac{3g}{2l} \sin \theta = -\frac{d\omega}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}; \int_0^\theta \omega d\theta = \int_{\pi/2}^0 -\frac{3g}{2l} \sin \theta d\theta$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l} \cos \theta}$$

4、角动量守恒：  $2mv \frac{d}{2} = l\omega$  ;  $l = 2m(\frac{d}{2})^2$  ;  $\omega = \frac{50}{3} \text{ rad / s}$

$$l\omega = l'\omega' \times \omega' = \frac{l'}{l}\omega = 4\omega = \frac{200}{3} \text{ rad / s}$$

5、解：(1) 将题设的振动表达式写为标准形式

$$x = 2 \times 10^{-2} \cos(4\pi t + \frac{\pi}{3})$$

可得振幅为  $A = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$ ，频率和周期分别为，  $v = \frac{\omega}{2\pi} = 2 \text{ Hz}$ ,  $T = 0.5 \text{ s}$

初相  $\phi = \pi/3$

$$(2) v = \frac{dx}{dt} = -2 \times 10^{-2} \times 4\pi \sin(4\pi t + \frac{\pi}{3}) = -21.8 \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -2 \times 10^{-2} \times 16\pi^2 \cos(4\pi t + \frac{\pi}{3}) = -1.58 \text{ m/s}^2$$

$$F=ma=-1.58 \times 10^{-2} \text{ N}$$

6、 $\rho_0 Hsg = \rho hsg$  ;  $\rho_0 Hsg - \rho(h+x)sg = \rho_0 Hs \frac{d^2 x}{dt^2}$

$$-\rho xsg = \rho_0 Hs \frac{d^2 x}{dt^2}; \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\rho g}{\rho_0 H} x = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho g}{\rho_0 H}}, v = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho g}{\rho_0 H}}$$