第10章 直 流 电 路

传导电流：自由电荷（载流子）的定向运动。

导体内产生传导电流的条件：
导体内存在电场，导体两端存在电势差。

规定：正电荷由高电势处向低电势处的流动方向为电流的方向。

不随时间变化的电流称为直流电流或恒定电流。

主要内容：

(1) 电流强度和电流密度；

(2) 欧姆定律及其微分形式；

(3) 电源及其电动势；

(4) 基尔霍夫定律及其应用。

§10-1 恒 定 电 流

1、电流强度：

单位时间内通过导体任一截面的电量称为电流强度。

$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ 单位：安培 $1A = \frac{1C}{1s}$

$$\boxed{I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}}$$

电流在导体内的分布一般是不均匀的（大块导体、趋肤效应*etc.*），要用电流密度（矢量）来讨论导体内的电流分布。

2、电流密度：

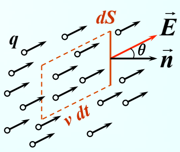
导体内无电场时：电子作无规则运动。

导体内有电场时：除无规则热运动外，电子逆电场方向作宏观定向运动，形成电流。

设正电荷定向运动的平均速度（漂移速度）为v，导体内电荷数密度为n，则：

$$dI = \frac{qnvdt\cos\theta dS}{dt} = qnv\cos\theta dS$$

或： $dI = qn\vec{v}\cdot d\vec{S}$



$$dI = qn\vec{v}\cdot d\vec{S}$$

定义：电流密度矢量：

$$\boxed{\vec{j} = qn\vec{v}} \quad (A/m^2)$$

则： $\boxed{dI = \vec{j}\cdot d\vec{S}}$

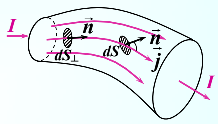
对正载流子，电流密度与载流子运动方向相同；

对负载流子，电流密度与载流子运动方向相反。

$$dI = \vec{j}\cdot d\vec{S}$$

当 $\vec{n} /\!/ \vec{j}$ 时：$dI = jdS_{\perp}$

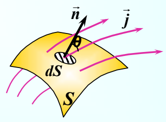
或：$\vec{j} = \dfrac{dI}{dS_{\perp}}\vec{n}$



当 $<\vec{n},\vec{j}>=\theta$ 时：

$$dI = \vec{j}\cdot d\vec{S} = j\cos\theta\cdot dS$$

通过导体内任一曲面S的电流为：



$$I = \iint_S \vec{j}\cdot d\vec{S} = \iint_s j\cos\theta\cdot dS$$

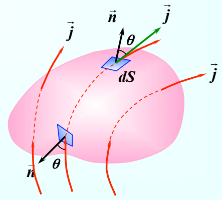
3、电流的连续性方程：

导体内任取闭合曲面，规定单位法线矢量由里向外。

由电荷守恒定律：

dt时间内，S面内电量的减少等于该时间内通过S面流出的电量。

$$\oiint_S \vec{j}\cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}$$



称为电流的连续性方程。

4、恒定电流、基尔霍夫第一定律：

恒定电流：导体内各处的电流密度不随时间变化。

即对导体内任意封闭曲面：$\dfrac{dq}{dt}=0$

$$\oiint_S \vec{j}\cdot d\vec{S} = 0$$

称为电流的恒定条件。

即：恒定电流的电流线不可能在任何地方中断。

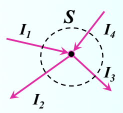
或：恒定电路（直流电路）必须是闭合的。

恒定电流电路（直流电路）中，若干根导线相交处称为节点。

设流入节点的电流为负，流出节点的电流为正。

由电流的恒定条件：

$$-I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0$$



或：$\sum I_i = 0$

称为基尔霍夫第一定律（节点电流定律）。

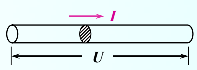
其实质为电荷守恒定律。

§10-2 欧姆定律 电阻

1、欧姆定律：

温度一定时，一段导体的欧姆定律为：

$$I = \frac{U}{R} = GU$$



R：电阻　　单位：欧姆　　$1\Omega = \dfrac{1V}{1A}$

G：电导　　单位：西门子　　$1S = \dfrac{1A}{1V}$

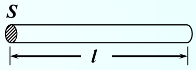
线 性 电 阻：R=常量，与电流、电压无关；

非线性电阻：R 随电流、电压变化。

2、电 阻：

对粗细均匀的导体：

$$R=\rho\frac{l}{S}=\frac{1}{\sigma}\cdot\frac{l}{S}$$



ρ：电阻率　　单位：$\Omega\cdot m$

σ：电导率　　单位：S/m

对非均匀导体（粗细不均匀或电阻率不均匀）：

$$R=\int\rho\frac{dl}{S}$$

当温度变化时（变化范围不大）：

$$\rho=\rho_0(1+\alpha t)$$

ρ_0：0 ℃时的电阻率；

α：电阻温度系数　　（p.199表11-1）

当导体的线膨胀系数可忽略时：

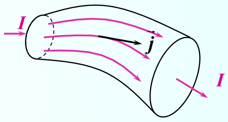
$$R=R_0(1+\alpha t)$$

利用上式可制成电阻温度计。
（如：铂电阻温度计）

3、欧姆定律的微分形式：

电荷运动受电场影响，所以电流场的分布与电场的分布有关。

$$\vec{j}=\frac{1}{\rho}\vec{E}=\sigma\vec{E}$$



欧姆定律的微分形式

上式也适用于非稳定电流的情况。

例10-2：求同轴电缆两柱面间的电阻（漏电电阻）及漏电流密度（设两柱面间电势差为U）。

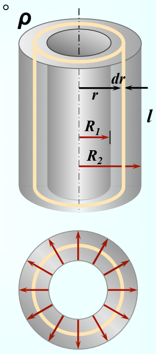
在两柱面间的介质中取一同轴薄柱壳，则柱壳内、外表面间的电阻为：

$$dR=\rho\frac{dr}{S}=\rho\frac{dr}{2\pi rl}$$

漏电电阻：$R=\int dR=\frac{\rho}{2\pi l}\ln\frac{R_2}{R_1}$

漏电电流：$I=\frac{U}{R}=\frac{2\pi lU}{\rho\ln\frac{R_2}{R_1}}$

漏电流密度：$j=\frac{I}{2\pi lr}=\frac{U}{\rho\ln\frac{R_2}{R_1}}\cdot\frac{1}{r}$

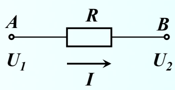


§10-3 电 流 做 的 功

1、电功、电功率：

电量q通过负载（用电器）时，电场力作功（电流的功）：

$$W=q(U_1-U_2)=It(U_1-U_2)$$



电功率：$P=\frac{W}{t}=I(U_1-U_2)$　　$(1W=\frac{1J}{1s}=1A\cdot 1V)$

对纯电阻负载：$P=I^2R=\frac{(U_1-U_2)^2}{R}$

➤ $I(U_1-U_2)$是电源输出的功率，I^2R或$(U_1-U_2)^2/R$是电阻消耗的功率。仅对纯电阻负载，两者才相等。

2、焦耳定律：

电场使电子获得动能，电子与晶格点阵（离子）碰撞将动能转化为晶格振动的内能（电流的热效应），与此内能相对应的热量称为焦耳热。

对纯电阻负载，电流的功全部转化为焦耳热：

$$\boxed{Q = W = It(U_1 - U_2) = I^2 Rt} \quad \text{焦耳定律}$$

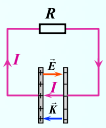
§10-4 电 动 势

1、电动势：

两个电势不相等的导体用导线连接时会产生电流（如电容器的放电）。但这电流很快就衰减、消失。

结论：仅靠静电力不可能维持恒定电流。

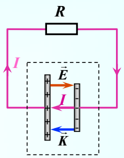
为了维持恒定电流，需要借助于"非静电力"的作用，它能将其它形式的能量（化学能、机械能、太阳能等）转化为电势能，从而将 B 板上的正电荷移到 A 板，维持极板间电势差不变。



能提供非静电力的装置称为电源。

设 $\vec{K}$ 表示单位正电荷所受的非静电力：

$$\boxed{\vec{K} = \frac{\vec{F}_K}{q}} \quad (N/C) \quad \vec{K} \text{ 与 } \vec{E} \text{ 反向。}$$



电 源

正电荷沿闭合电路一周，静电力和非静电力的功为：

$$A = q\oint(\vec{E} + \vec{K})\cdot d\vec{l} = q\oint \vec{K}\cdot d\vec{l}$$

电动势：单位正电荷绕闭合回路一周，非静电力的功。

$$\boxed{\varepsilon = \frac{A}{q} = \oint \vec{K}\cdot d\vec{l}} \quad (V)$$

若非静电力只在电源内： $\varepsilon = \int_{-\,(\text{电源内})}^{+} \vec{K}\cdot d\vec{l}$

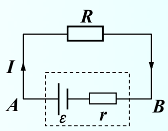
2、全电路欧姆定律、电源的端电压：

电源放电时，t 时间内电源作功：

$$A = q\varepsilon = It\varepsilon$$

此功完全转化为电阻上的焦耳热：

$$Q = It\varepsilon = I^2 Rt + I^2 rt$$



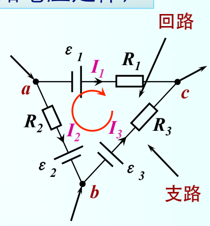
即： $\boxed{\varepsilon = IR + Ir = (U_A - U_B) + Ir}$

$$\begin{cases} \text{放电时电源的端电压：} & U_A - U_B = \varepsilon - Ir \\ \text{充电时电源的端电压：} & U_A - U_B = \varepsilon + Ir \\ \text{开路时电源的端电压：} & U_A - U_B = \varepsilon \end{cases}$$

3、基尔霍夫第二定律（回路电压定律）：

对由多个回路组成的复杂电路，分别应用全电路欧姆定律：

$$\boxed{\sum IR = \sum \varepsilon}$$



称为基尔霍夫第二定律。其实质为能量守恒。

规定：

❶电流方向与回路绕行方向相同时 I 取正；反之取负。

❷电动势方向与回路绕行方向相同时ε取正。反之取负。

对图示电路： $I_1R_1 - I_2R_2 - I_3R_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3$

§10-5 基尔霍夫定律的应用

基尔霍夫第一定律： $\sum I = 0$

规定：（必须先标出各支路电流方向）

流入节点的电流为负，流出节点的电流为正。

基尔霍夫第二定律： $\sum IR = \sum \varepsilon$

规定：（必须先标出各回路的绕行方向）

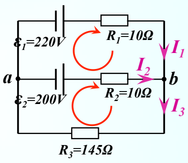
❶电流方向与回路绕行方向相同时 I 取正；反之取负。

❷电动势方向与回路绕行方向相同时ε取正。反之取负。

对有n个节点，p 条支路的复杂电路，有$n-1$个独立的节点电流方程，$p(n-1)$个独立的回路电压方程，独立方程的总数正好等于支路的总数 p 。

例10-4：求图示电路中每一支路中的电流。

假设图示的电流方向和回路绕行方向。



由基尔霍夫第一定律：

$$I_1 + I_2 = I_3$$

由基尔霍夫第二定律：

$$I_1R_1 - I_2R_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

$$I_2R_2 + I_3R_3 = \varepsilon_2$$

解以上方程得：

$$I_1 = 1.7A,\quad I_2 = -0.3A,\quad I_3 = 1.4A$$

I_2的实际方向与所设方向相反。