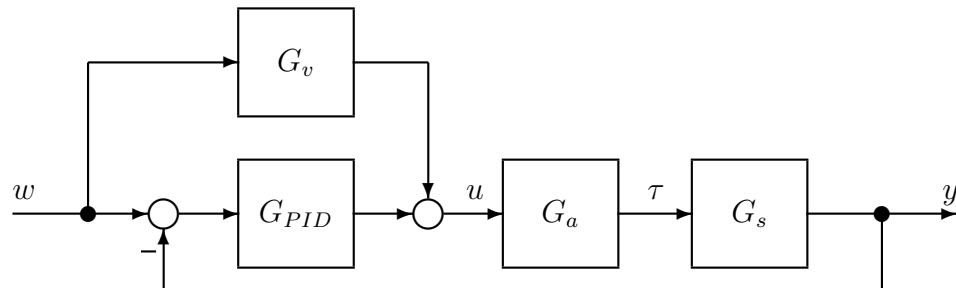
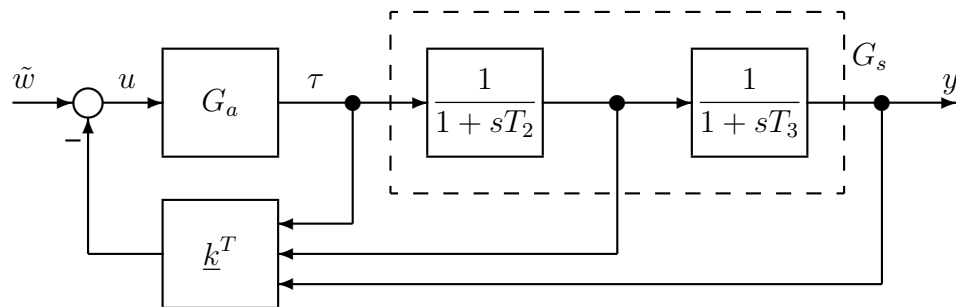


1. Aufgabe : Regelkreisstruktur

1.1



1.2



2. Aufgabe: Übertragungsfunktion

2.1 Offener Regelkreis: $F_0(s) = K_P G_a G_s = \frac{K_P K_a}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$

Geschlossener Regelkreis: $F(s) = \frac{K_P G_a G_s}{1 + K_P G_a G_s} = \frac{K_P K_a}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3) + K_P K_a}$

2.2 Keine. Lediglich die beiden linearen Glieder G_a und G_s können zusammengefasst werden:

$\tilde{F}_0(s) = G_a \cdot G_s$.

3. Aufgabe: Laplace-Transformation

$$\frac{u}{e} = K_D s + K_P + \frac{K_I}{s}$$

$$u = K_D s \cdot e + K_P \cdot e + K_I \cdot \frac{e}{s}$$

Mit $s \cdot e(s) \circ \bullet \dot{e}(t)$ und $\frac{1}{s} e(s) \circ \bullet \int_0^t e(\tau) d\tau$:

$$u(t) = K_D \cdot \dot{e}(t) + K_P \cdot e(t) + K_I \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau$$

4.Aufgabe: Übergangsfunktion / Sprungantwort

$$\frac{\tau}{u} = \frac{K_a}{1 + sT_1} \quad \circ \longrightarrow \bullet \quad \tau + T_1 \dot{\tau} = K_a u \quad (1)$$

Lösen einer inhomogenen DGL:

Schritt 1: homogene DGL lösen: $\tau_h(t) = c \cdot e^{-t/T_1}$ (gegeben)

Schritt 2: Variation der Konstanten ($\longrightarrow c(t)$)

$$\tau_s(t) = c \cdot e^{-t/T_1}$$

$$\text{Einsetzen in (1): } c(t)e^{-t/T_1} + [T_1 \dot{c}(t) - c(t)]e^{-t/T_1} = K_a u(t)$$

$$\dot{c}(t) = \frac{K_a}{T_1} u(t) e^{t/T_1}$$

$$c(t) = \frac{K_a}{T_1} \int_{t_0}^t u(\tau) e^{\tau/T_1} d\tau$$

$$u = \sigma(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \implies c(t) = \frac{K_a}{T_1} \int_0^t e^{\tau/T_1} d\tau = K_a (e^{t/T_1} - 1)$$

$$\tau_s(t) = K_a (1 - e^{-t/T_1})$$

Schritt 3: Allgemeine Lsg. der inh. DGL: $\tau(t) = \tau_h(t) + \tau_s(t)$

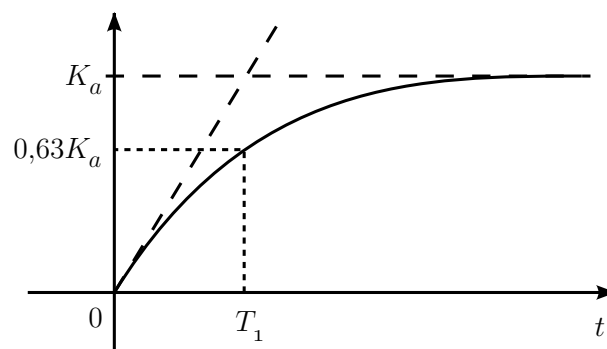
$$\tau(t) = K_a + (c - K_a) e^{-t/T_1}$$

$$\text{AWP: } \tau(0) \stackrel{!}{=} 0 \implies c = 0$$

In diesem Fall auch einfacher lösbar (vgl. Springers Mathematische Formeln S. 199)

$$\text{allgemein: } \dot{x} = ax + b \longrightarrow x(t) = c_1 e^{\lambda t} + c_2$$

$$\left. \begin{aligned} &\bullet \lambda = a \\ &\bullet c_1 = x_0 - c_2 \\ &\bullet c_2 = -\frac{b}{a} \end{aligned} \right\} x(t) = \left(x_0 + \frac{b}{a} \right) \cdot e^{at} - \frac{b}{a}$$



5.Aufgabe: PT₂ / PT₁

$0 < D < 1$: periodisch; (konjugiert komplexes Polpaar mit negativem Realteil)

$D = 1$: aperiodischer Grenzfall

$D > 1$: aperiodisch (zwei reelle, stabile Pole)

} PT₂ lässt sich als Hintereinanderschaltung von
2 PT₁-Gliedern darstellen.