Lehrstuhl für INFORMATIONSTECHNISCHE REGELUNG Prof. Dr.-Ing. Sandra Hirche **Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK** Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss Technische Universität München	**DYNAMISCHE SYSTEME** Kurzlösung zur 2. Übung

1. Aufgabe

Systemgleichungen:

$$N_I(A) = -\frac{\pi}{4K}\sqrt{A^2 - a^2} - j\frac{\pi a}{4K}$$
$$G(j\omega) = \frac{V}{j\omega(1 + j\omega T)} = -\frac{VT}{1 + \omega^2 T^2} - j\frac{V}{\omega + \omega^3 T^2}$$

1.1 • Imaginärteile müssen gleich sein:

$$\frac{\pi a}{4K} \stackrel{!}{=} \frac{V}{\omega + \omega^3 T^2}$$

NF nach Bronstein: $\omega^3 + 3p\omega + 2q = 0$

$$\Rightarrow \omega^3 + \frac{3}{3T^2}\omega - 2\frac{2KV}{\pi a T^2} = 0$$
$$\Rightarrow p = \frac{1}{3T^2} \quad q = -\frac{2KV}{\pi a T^2}$$
$$\Rightarrow q^2 + p^3 > 0$$

$\Rightarrow$ 1 reelle und 2 konj. komplexe Nullstellen

$\Rightarrow$ (Bronstein) $\quad u_\pm = \sqrt[3]{-q \pm \sqrt{q^2 + p^3}}$

$\Rightarrow$ reelle Nullstelle : $\omega_g = u_+ + u_-$

• Realteile müssen gleich sein

$$\frac{\pi}{4K}\sqrt{A^2 - a^2} = \frac{VT}{1 + \omega^2 T^2}$$
$$\Rightarrow \quad A_g = \sqrt{\left(\frac{4K}{\pi}\frac{VT}{1 + \omega_g^2 T^2}\right)^2 + a^2}$$

1.2 Stabilität: Nyquist-Kriterium $\rightarrow$ stabil

1.3 $V > 0$

2. Aufgabe

Kennliniengleichung:

$$u = f(e) = \begin{cases} -K + mA\sin\omega t & \text{für } e < 0 \\ K + mA\sin\omega t & \text{für } e > 0 \end{cases}$$

Keine Hysterese $\Rightarrow \quad b_1 = 0$

$$a_1 = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}(K + mA\sin\phi)\sin\phi d\phi + \frac{1}{\pi}\int_{\pi}^{2\pi}(-K + mA\sin\phi)\sin\phi d\phi$$
$$= \frac{4K}{\pi} + mA$$
$$N(A) = \frac{a_1}{A} = \frac{4K}{\pi A} + m \quad \Rightarrow \quad N_I(A) = -\frac{\pi A}{4K + m\pi A}$$

3. Aufgabe

3.1 Aufteilen der Übertragungsfunktion in Betrag und Phase

$$\frac{V}{(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)^2} = V\frac{1}{\sqrt{1+(\omega T_1)^2}}\frac{1}{1+(\omega T_2)^2}e^{-j(\phi_1+2\phi_2)}$$
$$\text{mit} \quad \phi_1 = \text{atan}(\omega T_1) \quad \phi_2 = \text{atan}(\omega T_2)$$

negative reelle Achse $\rightarrow \phi_1 + 2\phi_2 = \pi$
$$\phi_1 = \pi - 2\phi_2$$

$$\tan\phi_1 = \tan(\pi - 2\phi_2) = -\tan(2\phi_2) = -\frac{2\tan\phi_2}{1-\tan^2\phi_2}$$
$$\Rightarrow \omega T_1 = -\frac{2\omega T_2}{1-(\omega T_2)^2} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_2^2}}$$

ω_0 ist die Kreisfrequenz, für die $\phi = \pi$ (negative reelle Achse). Bedingung für Existenz von Grenzschwingungen (Kurven müssen sich schneiden):

$$|G(j\omega_0)| = \frac{V}{2\left(1+\frac{T_1}{T_2}\right)\left(1+\frac{T_2}{T_1}\right)} \overset{!}{<} \frac{1}{m}$$

3.2 Nyquist-Kriterium $\rightarrow$ stabil

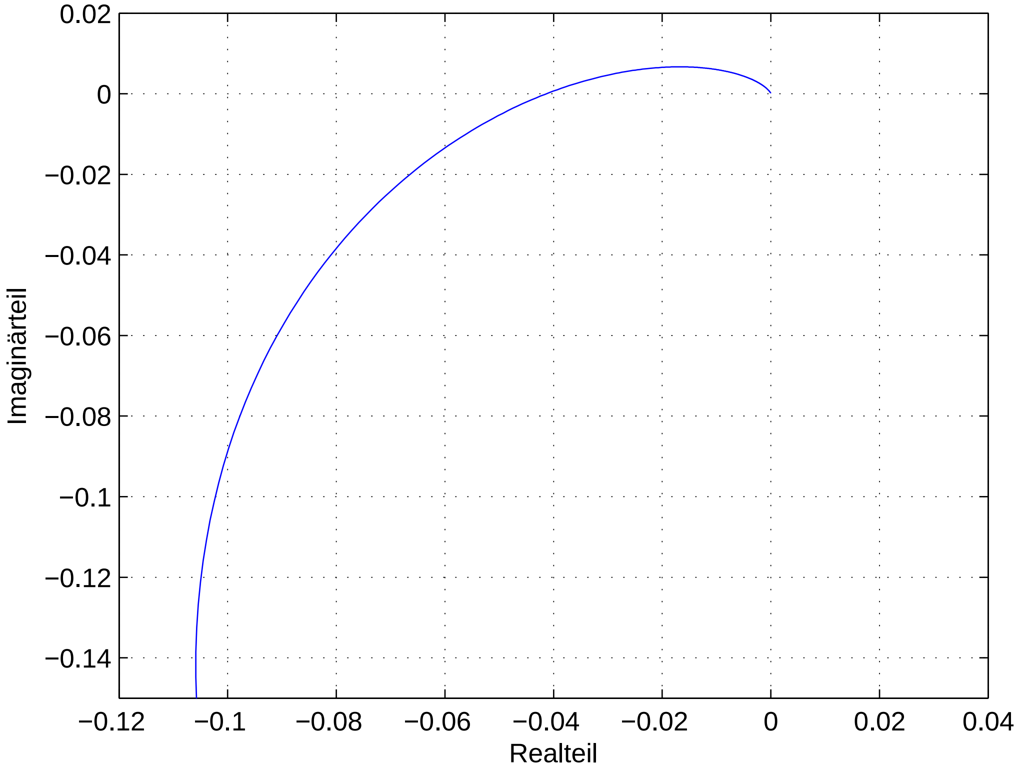
Matlabskript zum Plotten der Ortskurve von $G(j\omega)$.

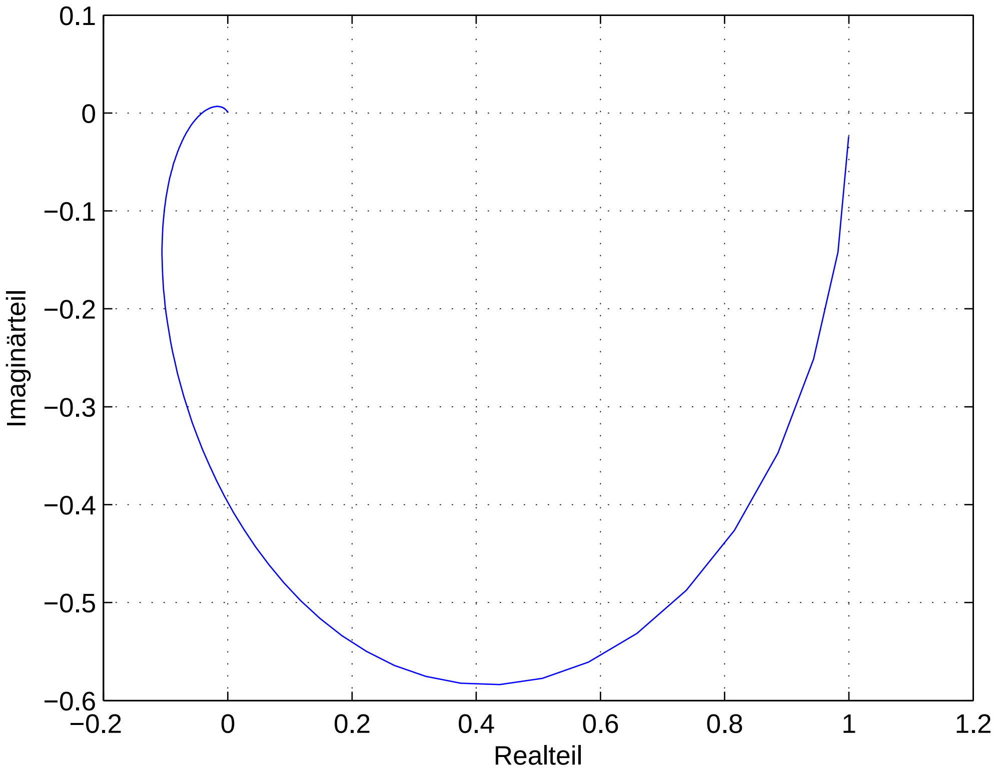
```
clear all;
V=1; %Verstärkung des LTI-Systems
T1=1; %Zeitkonstante 1 des LTI-Systems
T2=0.1; %Zeitkonstante 2 des LTI-Systems

%Übertragungsfunktion des LTI-Systems
G = tf([V],[T1*T2^2 T2^2+2*T1*T2 T1+2*T2 1]);

[re,im,w]=nyquist(G,[0.02:0.1:100]);
close all;
for i=1:length(re)
    rea(i)=re(1,1,i);
    ima(i)=im(1,1,i);
end
plot(rea,ima)
grid on;
```

```
xlim([-0.12,0.04]);
ylim([-0.15,0.02]);
xlabel('Realteil');
ylabel('Imaginärteil');
```





3.3 Amplitude:

$$\frac{V}{\left(1+\frac{T_1}{T_2}\right)2\left(1+\frac{T_2}{T_1}\right)} = \frac{\pi A}{4K + m\pi A}$$

$$A_g = \frac{4KV}{2\pi\left(1+\frac{T_1}{T_2}\right)\left(1+\frac{T_2}{T_1}\right) - m\pi V}$$