# Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik / Lehrstuhl für Informationstechnische Regelung

Technische Universität München

#### Einführung in die Roboterregelung (ERR)

1. Übung

### Aufgabe 1:

1.1 Vorgelegt sei die homogene Transformationsbeziehung

$${}^{a}T_{b} = \mathsf{Trans}(r_{x}, r_{y}, r_{z}) \cdot \mathsf{Rot}(y, \Theta_{y}) \cdot \mathsf{Rot}(z, \Theta_{z})$$

Bestimmen Sie allgemein die Matrix  ${}^aT_b$ .

1.2 Nehmen Sie nun folgende Werte an:

$$\underline{r} = [4, -3, 7]^T, \ \underline{\Theta} = [0, 90^0, 90^0]^T$$

Wie lautet  ${}^aT_b$  bzw.  ${}^aR_b$  ?

- 1.3 Skizzieren Sie, wie sich die Lage von  $S_b$  aus  $S_a$  entwickelt, wenn Sie die rechte Seite der Transformationsbeziehung schrittweise von links nach rechts und von rechts nach links ausführen.
- 1.4 Gegeben seien ferner die Objektpunkte

$$b\underline{p}_1 = [0, 0, 0]^T, \quad b\underline{p}_2 = [1, 2, 3]^T.$$

Berechnen Sie die Werte für  ${}_a\underline{p}_1$  und  ${}_a\underline{p}_2$ .

1.5 Zeigen Sie, daß gilt:

$$a\underline{p}_2 = a\underline{r} + R(y , \Theta_y) \cdot R(z , \Theta_z) \cdot b\underline{p}_2$$

## Aufgabe 2:

2.1 Zeigen Sie, daß die <code>inverse Transformation</code> zu  ${}^aT_b$  allgemein lautet:

$$({}^{a}T_{b})^{-1} = \begin{bmatrix} {}^{a}R_{b} & {}_{a}\underline{r} \\ \underline{0}^{T} & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$({}^{a}T_{b})^{-1} = \begin{bmatrix} n_{x} & s_{x} & a_{x} & r_{x} \\ n_{y} & s_{y} & a_{y} & r_{y} \\ n_{z} & s_{z} & a_{z} & r_{z} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} & & & -\underline{n}^{T} \cdot \underline{a}\underline{r} \\ & & -\underline{s}^{T} \cdot \underline{a}\underline{r} \\ & & & -\underline{a}^{T} \cdot \underline{a}\underline{r} \end{bmatrix}$$

- 2.2 Berechnen Sie die Inverse zu  ${}^aT_b$  aus 1.2 und interpretieren Sie das Ergebnis.
- 2.3 Berechnen Sie für  $a\underline{p}_1$  und  $a\underline{p}_2$  aus 1.4 die Werte von  $b\underline{p}_1$  und  $b\underline{p}_2$ .

# Aufgabe 3:

Ein mobiler Roboter bewegt sich auf einer ebenen Fläche von einem Standort i zum nächsten i+1. Er kann sich um die Hochachse (z-Achse) drehen und in x-Richtung fahren. Durch welche Fahroperationen gelangt das Fahrzeug von  $S_i$  nach  $S_{i+1}$ ?

- 3.1 Wie lautet allgemein die homogene Transformationsmatrix  ${}^iT_{i+1}$ ?

  Reduzieren Sie dann die Transformationsmatrix auf die in diesem Fall ausreichende Dimension.
- 3.2 Stellen Sie in einem Transformationsgraphen die Übergänge von  $i=0,\ 1,\ 2,\ \dots,\ n$  dar und geben Sie  ${}^0T_n$  formelmäßig als Verknüpfung der Teiltransformationen an.
- 3.3 Gegeben seien die Transformationen  ${}^0T_3$  und  ${}^0T_2$ . Wie lautet die relative Transformation  ${}^2T_3$  und was bedeutet sie?

3.4 Geben Sie für 
$$^2T_3=\begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} & r_x \\ c_{yx} & c_{yy} & r_y \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 die Fahrkommandos  $\Theta_2$ ,  $r_2$  an.

