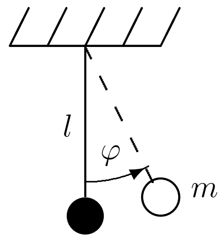
Lehrstuhl für INFORMATIONSTECHNISCHE REGELUNG Prof. Dr.-Ing. Sandra Hirche **Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK** Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss Technische Universität München	**DYNAMISCHE SYSTEME** 4. Übung

1. Aufgabe:

Gegeben sei die Bewegungsgleichung eines physikalischen Pendels der Länge l mit Masse m und Reibkoeffizient c_μ

$$ml^2\ddot{\varphi} = -mgl\sin\varphi - c_\mu\dot{\varphi}.$$



1.1 Stellen Sie die Zustandsdifferentialgleichung mit

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix}$$

auf.

1.2 Bestimmen Sie alle Ruhelagen des Systems.

1.3 Als Beispiel einer Lyapunovfunktion für das Pendel soll der Ansatz

$$V(\underline{x}) = E_{kin}(\underline{x}) + E_{pot}(\underline{x})$$

verifiziert werden.

Welche Stabilitätsaussage lässt sich damit für die Ruhelage $\underline{x}_R = \underline{0}$ treffen?

1.4 Betrachten Sie nun die Funktion

$$V(\underline{x}) = \frac{1}{2}x_2^2 + \frac{1}{2}\left(x_2 + \frac{c_\mu}{ml^2}x_1\right)^2 + \frac{2g}{l}(1-\cos x_1).$$

Ist diese Funktion eine Lyapunov-Funktion? Wie ändert sich die Stabilitäts-Aussage für die Ruhelage $\underline{x}_R = \underline{0}$?

1.5 Geben Sie für Teilaufgabe 1.4 den Einzugsbereich für die Ruhelage $\underline{x}_R = \underline{0}$ an.

2. Aufgabe:

Gegeben sei das nichtlineare System

$$\dot{x}_1 = -x_1 + 2x_1^3x_2$$
$$\dot{x}_2 = -x_2\,.$$

2.1 Bestimmen Sie alle Ruhelagen des Systems.

2.2 Prüfen Sie mit Hilfe der indirekten Methode von Lyapunov, ob das System in erster Näherung stabil ist.

2.3 Ermitteln Sie einen Einzugsbereich der Ruhelage $\underline{x}_R = \underline{0}$. Veranschaulichen Sie den ermittelten Einzugsbereich geometrisch.

Hinweis:
Setzen Sie $V(\underline{x}) = c_1 x_1^2 + c_2 x_2^2$ mit $c_1, c_2 > 0$ an. Die Bedingung $-\dot{V}(\underline{x}) > 0$ liefert den Einzugsbereich.