Lehrstuhl für INFORMATIONSTECHNISCHE REGELUNG Prof. Dr.-Ing. Sandra Hirche **Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK** Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss Technische Universität München	**DYNAMISCHE SYSTEME** Kurzlösung zur 7. Übung

1.Aufgabe:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= x_1\\
x_2 &= \dot{x}_1 + x_1\cos x_1\\
u &= \frac{\dot{x}_2}{5+\sin x_1} - x_2^2\\
&= \frac{\ddot{x}_1 + \dot{x}_1\cos x_1 - x_1\dot{x}_1\sin x_1}{5+\sin x_1} - (\dot{x}_1 + x_1\cos x_1)^2
\end{aligned}
$$

$\Longrightarrow$ System ist flach mit x_1 als flachem Ausgang.

2.Aufgabe:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= x_1\\
x_2 &= \dot{x}_1 + x_1^2\\
x_3 &= x_3\\
u &= \dot{x}_2 - x_1x_2\\
&= \ddot{x}_1 + 2x_1\dot{x}_1 - x_1(\dot{x}_1 + x_1^2)\\
v &= \dot{x}_3
\end{aligned}
$$

$\Longrightarrow$ Ausgang $[x_1\ x_3]^T$ ist flach.

3. Aufgabe Bioreaktor

3.1 $x_1 = y$

$$x_2 = \frac{\dot{y}kv}{\mu_{\max}y - \dot{y}}$$

$$u = \frac{1}{p_2}\left[\left(\ddot{y} - \frac{\dot{y}^2}{y}\right)\left(\frac{kv}{\mu_{\max}y}\left(1 + \frac{\dot{y}}{\mu_{\max}y - \dot{y}}\right)^2\right) + \frac{1}{p_1}\dot{y} + my\right]$$

$\longrightarrow$ flacher Ausgang $\longrightarrow$ flaches System

3.2 $\mu(x_2) = \frac{\dot{y}}{y} = w_d \longrightarrow y_d = x_1(0)e^{w_dt}$

$$u = \frac{x_1(0)}{p_2}e^{w_dt}\left(\frac{w_d}{p_1} + m\right)$$

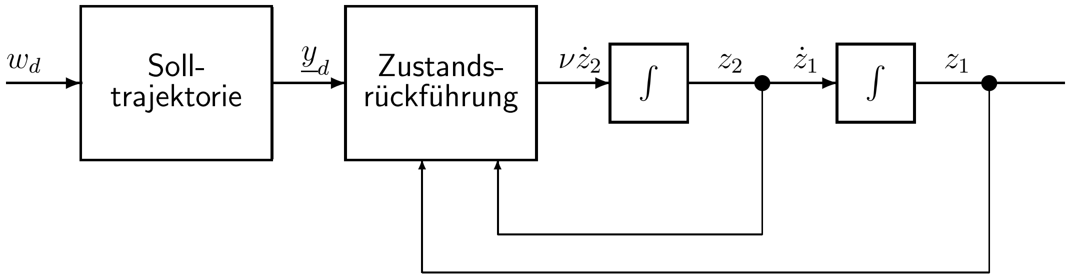
3.3 $z_1 = y$, $z_2 = \dot{y}$, $\nu = \ddot{y}$

$$\dot{z}_1 = z_2$$

$$\dot{z}_2 = \nu$$

Zustandsrückführung:

$$\nu = \ddot{y}_d + q_1(\dot{y}_d - \dot{y}(t)) + q_0(y_d - y(t))$$



4.Aufgabe: Backstepping

Definiere

$$\begin{aligned}
z_1 &= x_1 \\
z_2 &= x_2 - \alpha_1(z_1) \\
\text{mit} \quad \alpha_1 &= -x_1 - f_1(x_1) \\
V_1 &= \frac{1}{2} z_1^2 \\
\dot{z}_1 &= \dot{x}_1 = z_2 - z_1 \\
\dot{V}_1 &= z_1 \dot{z}_1 = -z_1^2 + z_1 z_2 \\
V_2 &= V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \\
\dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + z_2 \dot{z}_2 \\
\dot{z}_2 &= \dot{x}_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial z_1} \dot{z}_1 \\
&= u \underbrace{- \frac{\partial \alpha_1}{\partial z_1} \dot{z}_1}_{\bar{f}_2}
\end{aligned}$$

Definiere: $u := -z_1 - z_2 - \bar{f}_2$

$$\Longrightarrow \dot{V}_2 = -z_1^2 - z_2^2 \overset{!}{<} 0$$

Rücktransformation: $u = -3x_1^5 + 2x_1^3 - 2x_1 + 3x_1^2 x_2 - 2x_2$