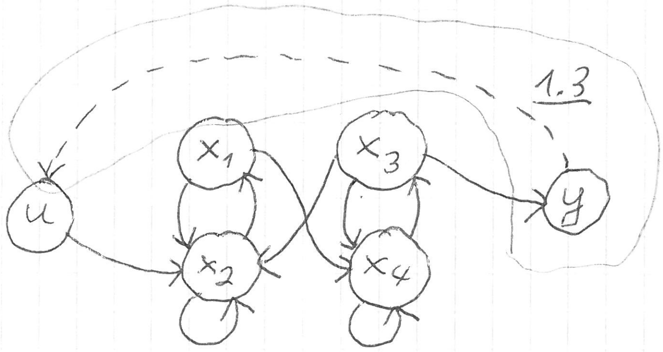
Regelungssysteme 2 2. Übung

1. Strukturgraphen:

- Zustände, Eingänge und Ausgänge bilden die Knoten.
- Die Einträge der A, B, C und D Matrix, die ungleich Null sind, bilden die gerichteten Kanten.

1.1



1.2

Strukturell steuerbar/beobachtbar: (n Zustände)

- Es existiert min. ein System Σ in der Systemklasse S, das steuerbar/beobachtbar ist.
  (notwendige Bedingung für steuerbar/beobachtbar)

s-Rang:

- Entspricht der Anzahl an nicht-trivialen Matrixeinträgen, die so gewählt werden können, dass sie in getrennten Zeilen und Spalten stehen.

struk. steuerbar wenn: - S eingangsverbunden (EV)
und - s-Rang $(S_A \; S_B) = n$

struk. beobachtbar wenn: - S ausgangsverbunden (AV)
und - s-Rang $\begin{pmatrix} S_A \\ S_C \end{pmatrix} = n$

1.2 $S_A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $S_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ $S_C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

(I) Pfad: $u - x_2 - x_1 - x_4 - x_3$

Jeder Zustand mit Eingang verbunden

$\rightarrow$ EV

(II) Pfad: $x_2 - x_1 - x_4 - x_5 - y$

Jeder Zustand mit Ausgang verbunden

$\rightarrow$ AV

(I) $$\text{s-Rang}(S_A \; S_B) = \text{s-Rang}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = 4 = n$$

- EV und vollen s-Rang $\rightarrow$ strukt. steuerbar

(II) $$\text{s-Rang}\begin{pmatrix} S_A \\ S_C \end{pmatrix} = \text{s-Rang}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = 4 = n$$

- AV und vollen s-Rang $\rightarrow$ strukt. beobachtbar

1.3 Strukturell feste Eigenwerte:

Es existiert kein System Σ in der Systemklasse S dessen Eigenwerte durch Rückkopplung / Regelung verschoben werden können. (hinreichende Bed.)

Typ I wenn: - nicht EV
- oder nicht AV
- oder beides

Typ II wenn - Strukturgraph enthält keine Schleifenfamilie der Weite n

Schleifenfamilie: Menge an geschlossenen Pfaden im Graph, die keine gemeinsamen Knoten enthalten. Weite: Anzahl der Zustandsknoten

1.3

Aus 1.2: Strukturgraph ist EV und AV

$\Rightarrow$ keine strukt. festen Eigenwerte des Typs I

Schleifenfamilie:

$\{u - x_2 - x_1 - x_4 - x_3 - y - u\}$: Weite $= 4 = n$

$\Rightarrow$ keine strukt. festen Eigenwerte des Typs II

2.1

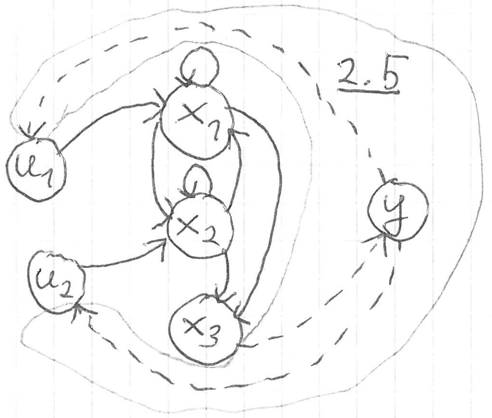
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha & -\beta & 0 \\ \beta & -\gamma & 0 \\ \alpha & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

2.2

$$S_A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad S_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad S_C = 0 \qquad S_R = 0$$

$$Ad_R = \begin{bmatrix} S_A & S_B & 0 \\ 0 & 0 & S_R \\ S_C & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_A & S_B & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.3



2.4

Pfade: $u_1 - x_1$; $u_2 - x_2 - x_3$ $\Rightarrow$ EV

$$\text{s-Rang}: (S_A \; S_B) = \text{s-Rang} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 3 = n$$

$\Rightarrow$ strukt. steuerbar

2.5

Messe x_1: nicht AV
Messe x_2: nicht AV } System nicht strukt. beobachtbar

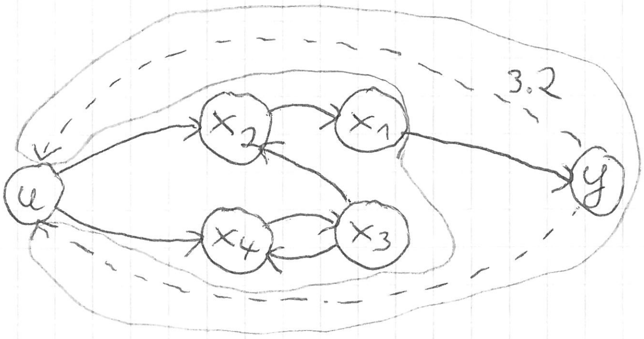
Messe x_3: Pfad: $x_1 - x_2 - x_3 - y \Rightarrow$ AV

$$s\text{-Rang}\begin{pmatrix} S_A \\ S_C \end{pmatrix} = s\text{-Rang}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 3 = n$$

$\Rightarrow$ strukt. beobachtbar

Nur wenn der Zustand x_3 gemessen wird, kann der gesamte Systemzustand rekonstruiert werden.

3.1



- System nicht strukt. beobachtbar, da nicht AV.
- Pfad: $u - x_4 - x_3 - x_2 - x_1 \Rightarrow$ EV

$$s\text{-Rang}(S_A \; S_B) = s\text{-Rang}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 4 = n$$

$\Rightarrow$ System ist struk. steuerbar

3.2

Messe x_1: Pfad: $x_4 - x_3 - x_2 - x_1 - y \Rightarrow$ AV

- s-Rang: $\begin{pmatrix} S_A \\ S_C \end{pmatrix} = s\text{-Rang}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 4 = n$

$\Rightarrow$ struk. beobachtbar

- oder graphisch: Schleifenfamilie

Pfad: $\{u - x_4 - x_3 - x_2 - x_1 - y - u\}$, Weite: $4 = n$

$\Rightarrow$ keine struk. festen Eigenwerte. $\Rightarrow$ Setze Sensor auf x_1