

Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik / Lehrstuhl für Informationstechnische Regelung Technische Universität München	Einführung in die Roboterregelung (ERR) Kurzlösung zur 6. Übung
---	---

Aufgabe 1:

1. Aufgabe

1.1 Mit

$$\begin{aligned} r_x(t) &= 2l \cdot \frac{t}{T} , \\ r_y(t) &= 0 \end{aligned}$$

erhält man

$$\begin{aligned} \beta &= \text{atan2}(0, r_x) = 0 , \\ a &= \sqrt{r_x^2 + 0^2} = r_x = 2l \cdot \frac{t}{T} , \\ \alpha &= \arccos\left(\frac{t}{T}\right) . \end{aligned}$$

Die Gelenkwinkel für Konfiguration K_2 lauten somit

$$\begin{aligned} \Theta_1(t) &= \arccos\left(\frac{t}{T}\right) , \\ \Theta_2(t) &= -2 \arccos\left(\frac{t}{T}\right) = -2\Theta_1(t) . \end{aligned}$$

$$1.2 \quad \dot{\Theta}_1(t) = -\frac{\frac{1}{T}}{\sqrt{1 - \left(\frac{t}{T}\right)^2}}$$

$$\dot{\Theta}_2(t) = \frac{\frac{2}{T}}{\sqrt{1 - \left(\frac{t}{T}\right)^2}} = -2\dot{\Theta}_1(t)$$

1.3 Geschwindigkeit des Punktes C kann nicht konstant gehalten werden, $(2l, 0)^T$ wird erst für $t = T' > T$ erreicht.

1.4 Begrenzung wird wirksam ab t_1 mit $|\dot{\Theta}_i(t_1)| = \dot{\Theta}_{i,max} \longrightarrow t_1 = \frac{4}{5}T$
 Für $t_1 \leq t \leq T'$ linearer Verlauf von $\Theta_1(t)$ und $\Theta_2(t)$:

$$\Theta_1(t) = \arccos\left(\frac{4}{5}\right) - \frac{5}{3} \cdot \frac{t - t_1}{T} ,$$

$$\Theta_2(t) = -2 \arccos\left(\frac{4}{5}\right) + \frac{10}{3} \cdot \frac{t - t_1}{T} .$$

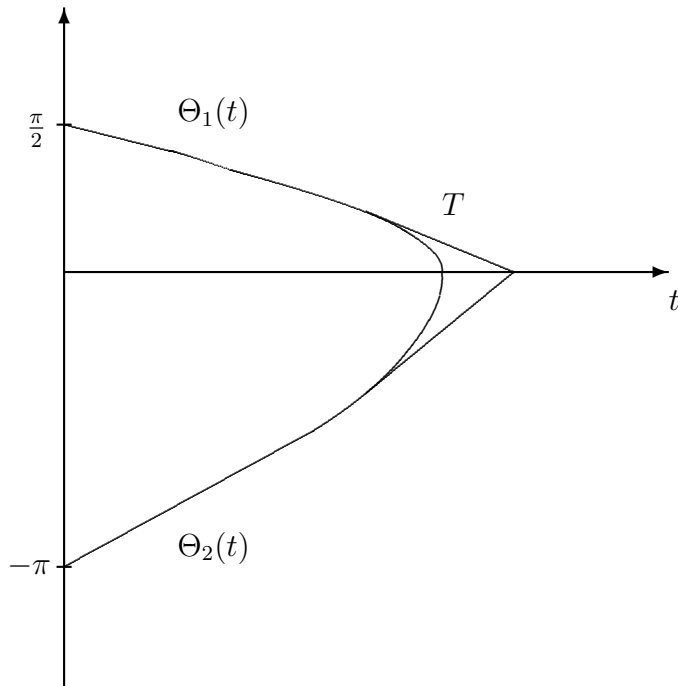
Aus

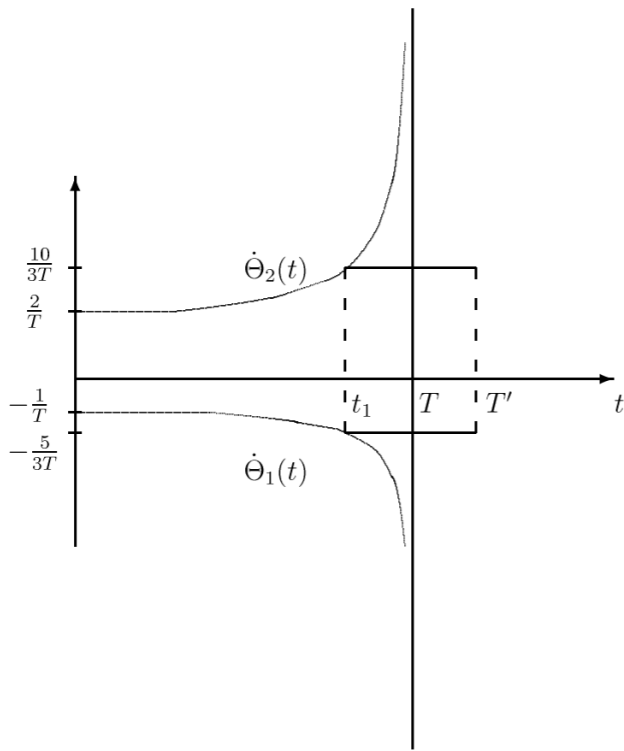
$$\Theta_1(T') = \Theta_2(T') = 0 \text{ folgt}$$

$$T' = T \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{5} \arccos\left(\frac{4}{5}\right) \right) \approx 1,19T$$

1.5 Punkt C verläßt die vorgegebene Sollbahn.

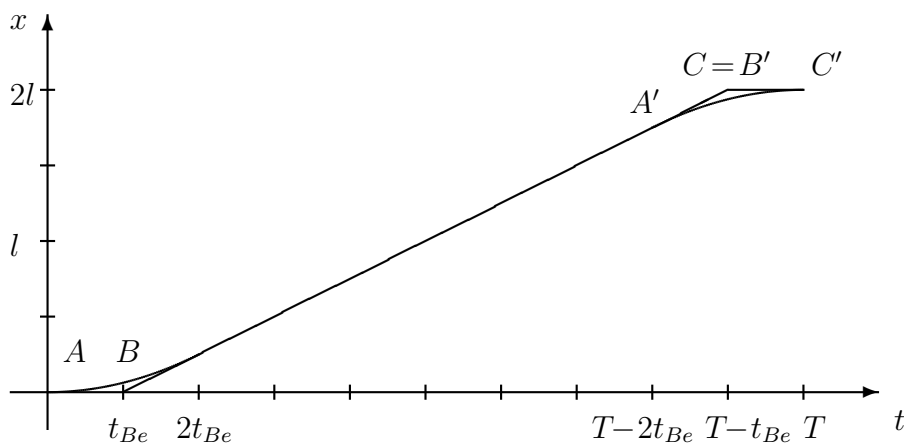
Skizzen zu 1.2 und 1.4:





Aufgabe 2:

2.1



2.2 \rightarrow Beschleunigen: $A = 0$, $B = 0$, $C = 2l$, $\Delta B = 0$, $\Delta C = 2l$, $\tau = 8t_{Be}$

- $0 \leq t < 2t_{Be}$:

$$x(t) = \frac{l}{16} \cdot \left(\frac{t}{t_{Be}} \right)^2$$

$$\dot{x}(t) = \frac{l}{8t_{Be}} \cdot \frac{t}{t_{Be}}$$

$$\ddot{x}(t) = \frac{l}{8t_{Be}^2}$$

- $2t_{Be} \leq t < T - 2t_{Be} = 8t_{Be}$:

$$x(t) = \frac{l}{4} \cdot \frac{t - t_{Be}}{t_{Be}}$$

$$\dot{x}(t) = \frac{l}{4t_{Be}}$$

$$\ddot{x}(t) = 0$$

$$\longrightarrow \text{Abbremsen: } A' = x(8t_{Be}) = \frac{7l}{4}, B' = 2l, C' = 2l, \Delta B' = \frac{l}{4}, \Delta C' = 0, \tau' = t_{Be}$$

$$\bullet T - 2t_{Be} = 8t_{Be} \leq t \leq T = 10t_{Be}:$$

$$x(t) = -\frac{l}{16} \cdot \left(\frac{t - 8t_{Be}}{t_{Be}} \right)^2 + \frac{l}{4} \cdot \frac{t - 8t_{Be}}{t_{Be}} + \frac{7}{4}l$$

$$\dot{x}(t) = -\frac{l}{8t_{Be}} \cdot \frac{t - 8t_{Be}}{t_{Be}} + \frac{l}{4t_{Be}}$$

$$\ddot{x}(t) = -\frac{l}{8t_{Be}^2}$$

Aufgabe 3:

$$3.1 \quad \underline{\tau} = J^T \cdot \underline{F}$$

$$= \begin{bmatrix} -ls\Theta_1 - ls(\Theta_1 + \Theta_2) & lc\Theta_1 + lc(\Theta_1 + \Theta_2) \\ -ls(\Theta_1 + \Theta_2) & lc(\Theta_1 + \Theta_2) \end{bmatrix} \bigg|_{(x,y)^T} \cdot \underline{F}$$

$$3.2 \quad \bullet x = 2l, y = 0 \longrightarrow \Theta_1 = 0, \Theta_2 = 0$$

$$\underline{\tau} = \begin{bmatrix} 0 & 2l \\ 0 & l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 10\text{N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20\text{N} \\ 10\text{N} \end{bmatrix}$$

$$\bullet x = l, y = l \longrightarrow \Theta_1 = \frac{\pi}{2}, \Theta_2 = -\frac{\pi}{2}$$

$$\underline{\tau} = \begin{bmatrix} -l & l \\ 0 & l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 10\text{N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10\text{N} \\ 10\text{N} \end{bmatrix}$$

$$\bullet x = 0, y = 2l \longrightarrow \Theta_1 = \frac{\pi}{2}, \Theta_2 = 0$$

$$\underline{\tau} = \begin{bmatrix} -2l & 0 \\ -l & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 10\text{N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$