Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik / Lehrstuhl für Informationstechnische Regelung Technische Universität München	Einführung in die Roboterregelung (ERR) Kurzlösung zur 1. Übung

Aufgabe 1:

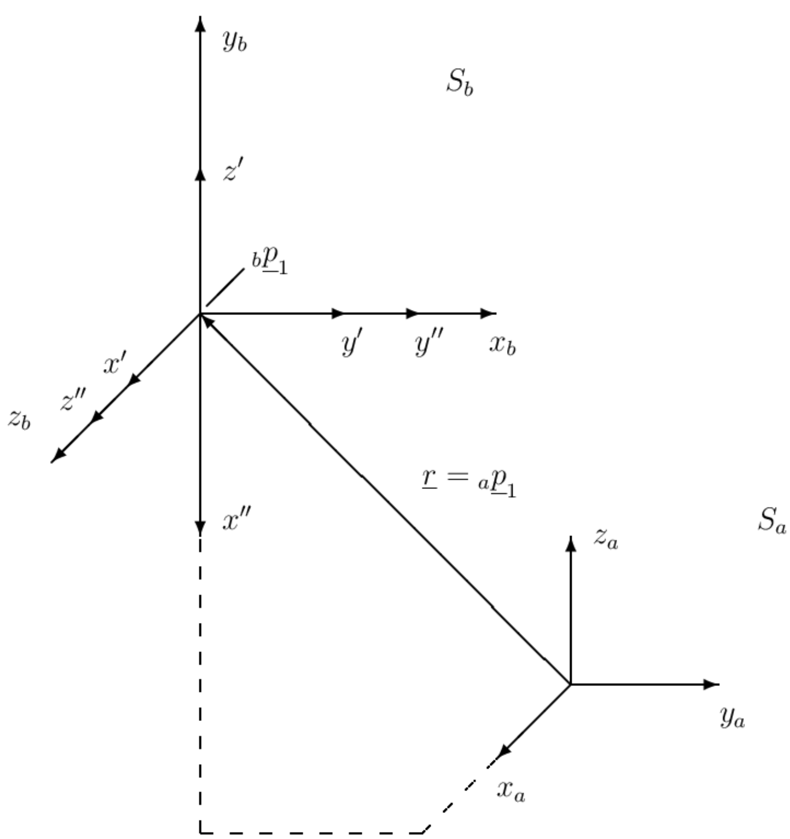
1.1

$$
{}^aT_b = \left[\begin{array}{ccc|c} c\Theta_y \cdot c\Theta_z & -c\Theta_y \cdot s\Theta_z & s\Theta_y & r_x \\ s\Theta_z & c\Theta_z & 0 & r_y \\ -s\Theta_y \cdot c\Theta_z & s\Theta_y \cdot s\Theta_z & c\Theta_y & r_z \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]
$$

1.2

$$
{}^aT_b = \left[\begin{array}{ccc|r} 0 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 7 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \qquad {}^aR_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}
$$

1.3 Skizze für Nachmultiplikation:



1.4

$$ {}_a\underline{p}_1 = [\,4,\ -3,\ 7\,]^T \text{ (siehe Skizze)}; \quad {}_a\underline{p}_2 = [\,7,\ -2,\ 9\,]^T; $$

1.5

$$ {}_a\underline{r} + R(y\ ,\ \Theta_y) \cdot R(z\ ,\ \Theta_z) \cdot {}_b\underline{p}_2 $$

$$ = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ 9 \end{bmatrix} = {}_a\underline{p}_2 \text{ , was zu beweisen war.} $$

Hinweis: Hier treten gemischte Operationen auf, die insbesondere bei verketteten Transformationen zu unübersichtlichen Ausdrücken führen!

Aufgabe 2:

2.1 Zu zeigen: $({}^aT_b)^{-1} \cdot {}^aT_b = E$

$$ \left[\begin{array}{c|c} {}^aR_b^T & -{}^aR_b^T \cdot \underline{r} \\ \hline \underline{0}^T & 1 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c|c} {}^aR_b & \underline{r} \\ \hline \underline{0}^T & 1 \end{array}\right] = $$

$$ \left[\begin{array}{c|c} {}^aR_b^T \cdot {}^aR_b & {}^aR_b^T \cdot \underline{r} - {}^aR_b^T \cdot \underline{r} \\ \hline \underline{0}^T & 1 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} E & \underline{0} \\ \hline \underline{0}^T & 1 \end{array}\right] \ , $$

was zu beweisen war.

2.2

$$ ({}^aT_b)^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -7 \\ 1 & 0 & 0 & -4 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] = {}^bT_a $$

$$ \begin{tikzcd} S_a \arrow[r, shift right, "{}^bT_a"'] & S_b \arrow[l, shift right, "{}^aT_b"'] \end{tikzcd} $$

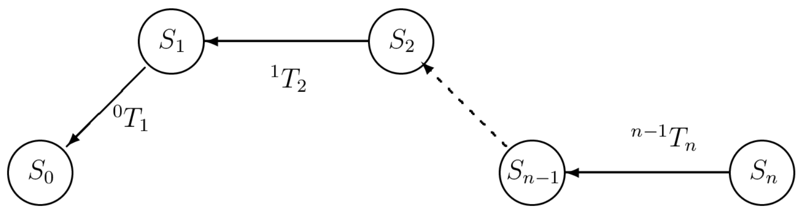
2.3 siehe Angabe zu Aufgabe 1.4

Aufgabe 3:

3.1

$$ {}^{i}T_{i+1} = \left[\begin{array}{cc|c} c\Theta_i & -s\Theta_i & r_i \cdot c\Theta_i \\ s\Theta_i & c\Theta_i & r_i \cdot s\Theta_i \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cc|c} c_{xx} & c_{xy} & r_x \\ c_{yx} & c_{yy} & r_y \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array}\right] $$

3.2



$$ {}^{0}T_n = {}^{0}T_1 \cdot {}^{1}T_2 \cdot \; \ldots \; \cdot {}^{n-1}T_n $$

3.3

$$ {}^{0}T_2 \cdot {}^{2}T_3 = {}^{0}T_3 \quad \longrightarrow \quad {}^{2}T_3 = {}^{0}T_2^{-1} \cdot {}^{0}T_3 $$

3.4

$$ \Theta_2 = \mathsf{ATAN2}(c_{yx} \; , \; c_{xx}) \; , $$

$$ r_2 = \begin{cases} \dfrac{r_x}{c_{xx}} & \text{für } c_{xx} \neq 0 \\ \dfrac{r_y}{c_{yx}} & \text{sonst} \end{cases} \quad . $$