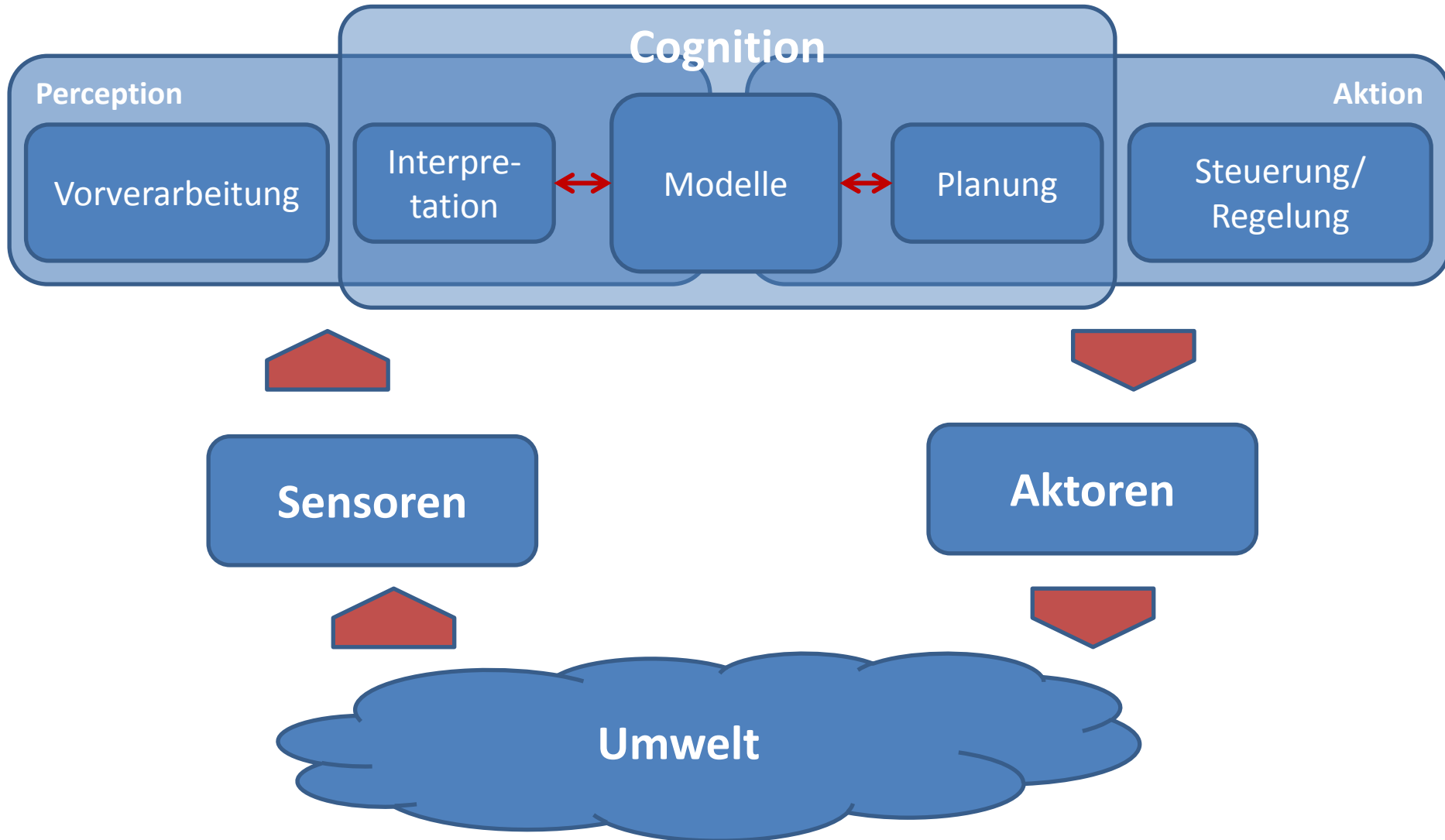


Advanced Robot Perception

Fortgeschrittene Konzepte der Wahrnehmung für
Robotersysteme

Georg von Wichert, Siemens Corporate Technology

The Perception-Cognition-Action-Loop



Wahrnehmung für Roboter

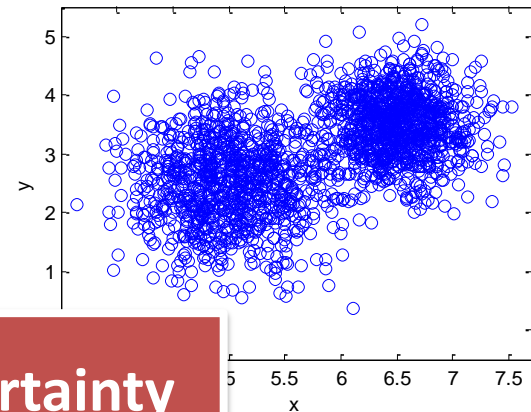
Bereitstellung eines konsistenten „Bildes“ der Umwelt als Basis für die Steuerung

- für zielgerichtete Handlungen
 - Bewegungen
 - Manipulation
 - Ggf. Interaktion mit Menschen und anderen Maschinen
- für zielgerichtete (aktive) Wahrnehmung
 - Einsatz mehrerer Sensoren



Schwierigkeiten und Probleme

- Komplexität
 - Nahezu unendlich-dimensionaler Zustandsraum
- Mehrdeutigkeiten
- Messfehler



Unsicherheit / Uncertainty

Unsicherheit in realen Umgebungen

- Unsicherheit ist das **dominante** Problem für intelligente Systeme in realen Umgebungen
- Unsicherheit hat viele Ursachen
 - Ungenauigkeiten und Beschränkungen der Sensoren
 - Unbeobachtete Umgebungsdynamik
 - Modellierungsfehler, teilweise als Folge vereinfachender Annahmen und Approximationen
 - teilweise tatsächlich zufällige Effekte
- Unsicherheit ist nicht vermeidbar

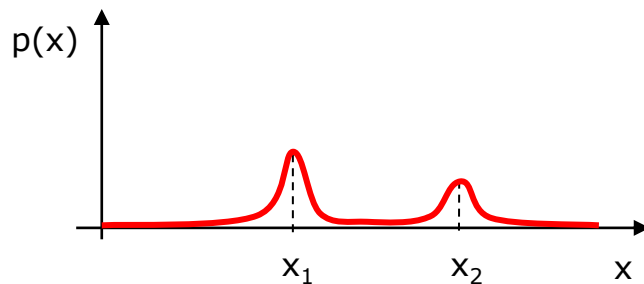
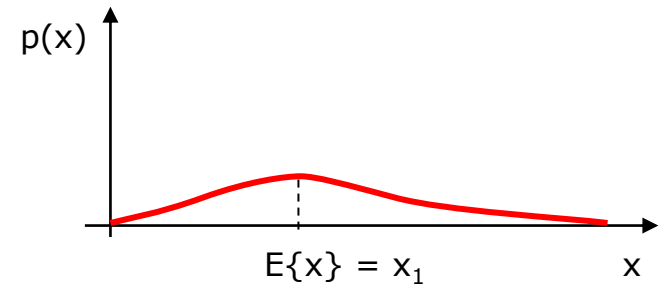
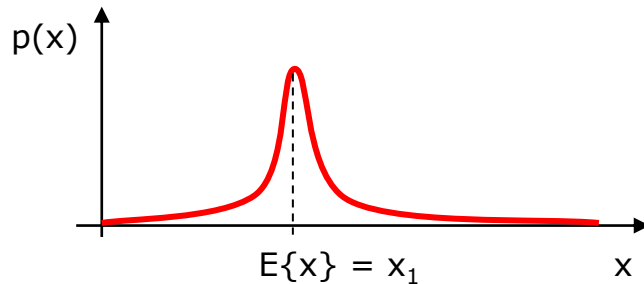
Unsicherheit in realen Umgebungen

- Unsicherheit muss explizit repräsentiert und vom System berücksichtigt werden
- Kenntnis der Unsicherheit ist erforderlich, um
 - Information zu bewerten und zu gewichten, z.B. für die Fusion mehrerer verschiedener Sensoren

Explizite Repräsentation der Unsicherheit

- Beispiel: Welchen Wert hat die Variable x ?
 - repräsentiert als Dichtefunktion $p(x)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1$$



Bayes Filter: *Das Framework*

- **Gegeben:**

- Datenstrom mit Beobachtungen z und Aktionen u :

- Sensormodell $P(z|x)$. $d_t = \{u_1, z_1, \dots, u_t, z_t\}$

- Dynamikmodell $P(x|u, x')$.

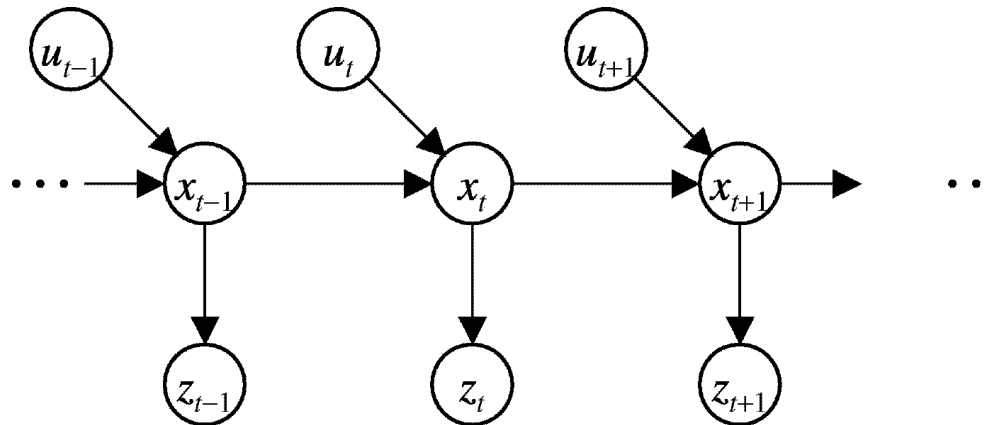
- Vorwissen bezgl. des Zustands x als
Apriori-Wahrscheinlichkeit (engl. prior) $P(x)$.

- **Gesucht:**

- Schätzung des Zustands x eines **dynamischen Systems**.
- Die Aposteriori-Wahrscheinlichkeit (engl. posterior) nennt man den **“belief”**:

$$Bel(x_t) = P(x_t | u_1, z_1, \dots, u_t, z_t)$$

Markov Annahme



$$p(z_t \mid x_{0:t}, z_{1:t}, u_{1:t}) = p(z_t \mid x_t)$$

$$p(x_t \mid x_{1:t-1}, z_{1:t}, u_{1:t}) = p(x_t \mid x_{t-1}, u_t)$$

Zugrunde liegende Annahmen

- Statistisch unabhängige Störungen / Fehler / Rauschen
- Keine systematischen Modellfehler: z.B. nur mittelwertfreies Rauschen

Bayes Filter: Die Herleitung

z = Beobachtung
u = Handlung / Aktion
x = Zustand

$$\boxed{Bel(x_t)} = P(x_t | u_1, z_1, \dots, u_t, z_t)$$

Bayes $= \eta P(z_t | x_t, u_1, z_1, \dots, u_t) P(x_t | u_1, z_1, \dots, u_t)$

Markov $= \eta P(z_t | x_t) P(x_t | u_1, z_1, \dots, u_t)$

Total prob. $= \eta P(z_t | x_t) \int P(x_t | u_1, z_1, \dots, u_t, x_{t-1})$
 $P(x_{t-1} | u_1, z_1, \dots, u_t) dx_{t-1}$

Markov $= \eta P(z_t | x_t) \int P(x_t | u_t, x_{t-1}) P(x_{t-1} | u_1, z_1, \dots, u_t) dx_{t-1}$

Markov $= \eta P(z_t | x_t) \int P(x_t | u_t, x_{t-1}) P(x_{t-1} | u_1, z_1, \dots, z_{t-1}) dx_{t-1}$

$$\boxed{= \eta P(z_t | x_t) \int P(x_t | u_t, x_{t-1}) Bel(x_{t-1}) dx_{t-1}}$$

$$Bel(x_t) = \underbrace{\eta P(z_t | x_t)}_{\text{Korrektur/ Mess-Update}} \underbrace{\int P(x_t | u_t, x_{t-1}) Bel(x_{t-1}) dx_{t-1}}_{\text{Prädiktion / Zeit-Update}}$$

1. Algorithmus **Bayes_filter**($Bel(x), d$):
2. $\eta = 0$
3. **Falls** d eine Beobachtung z ist **then**
4. Für alle x berechne $Bel'(x) = P(z | x) Bel(x)$
5. $\eta = \eta + Bel'(x)$
- 6.
7. Für alle x berechne $Bel'(x) = \eta^{-1} Bel'(x)$
- 8.
9. **Sonst, falls** d eine action u ist (oder falls einfach nur Zeit vergangen ist) **dann**
10. Für alle x berechne $Bel'(x) = \int P(x | u, x') Bel(x') dx'$
- 11.
12. Return $Bel'(x)$

Bayesfilterung ist die Basis!

$$Bel(x_t) = \eta \underbrace{P(z_t | x_t)}_{\text{Korrektur/ Mess-Update}} \underbrace{\int P(x_t | u_t, x_{t-1}) Bel(x_{t-1}) dx_{t-1}}_{\text{Prädiktion / Zeit-Update}}$$

- Kalman-Filter
- Partikelfilter
- Hidden Markov Modelle
- Dynamische Bayes'sche Netze
- Partially Observable Markov Decision Processes (POMDPs)

Zwischen-Fazit

- Der Bayes'sche Satz erlaubt es uns, Wahrscheinlichkeitsverteilungen bzw. Dichtefunktionen zu berechnen, die anderweitig nur schwer zu beschreiben sind.
- Mit der Markov-Annahme, kann **rekursives Bayes'sches Schließen** dazu dienen effizient Informationen zu akkumulieren.
- Bayes'sche Filter sind ein probabilistischer Ansatz zur Schätzung des Zustands dynamischer Systeme.
- ...und zur **systematischen Datenfusion!**

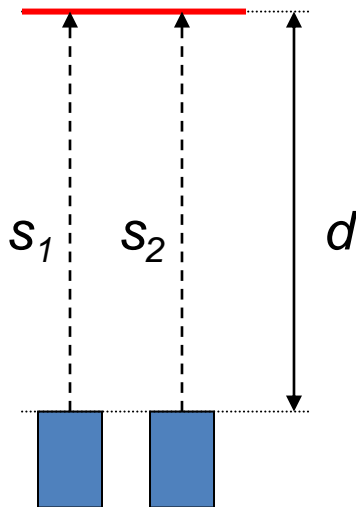
Datenfusion, was ist das?

- Bisher:
 - Zeitliche Folgen von **Messungen desselben Sensors** (sowie Dynamik und zeitliche Folgen von Aktionen)
 - Schrittweise Integration in unser Wissen, den „belief“ $P(x)$
- Genauso gut möglich:
 - **Messungen verschiedener Sensoren** zum selben Zeitpunkt
 - Unterschiedliche Sensoren können sich ergänzen, Messungen werden aber nur bedingt zueinander passen und können sich sogar widersprechen

Grundzüge der probabilistischen Datenfusion

Beispiel Datenfusion (einfach)

- Zwei Sensoren messen den Abstand d zu einer Wand
- Unterschiedliche Genauigkeit



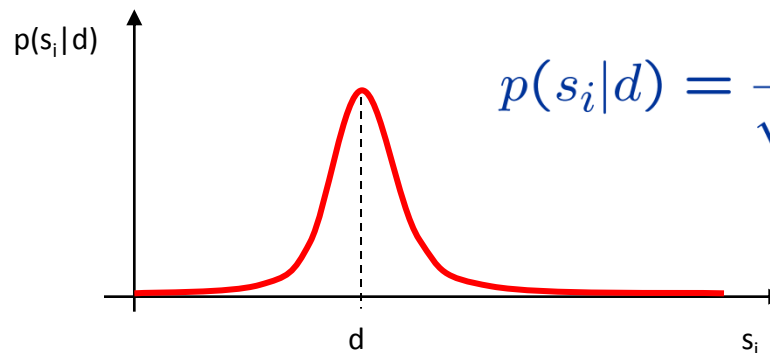
- Annahme: Gauß'sche Störung der Messung

$$s_i = d + \nu_i$$

ν_i : normalverteilte Zufallsvariable mit Erwartungswert = 0 und Varianz σ_i^2

- **Sensormodell:**

$$p(s_i|d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{(s_i-d)^2}{2\sigma_i^2}}$$



Kausale und diagnostische Modelle

- $p(d/s)$ ist **diagnostisch**.
- $p(s/d)$ ist **kausal**.

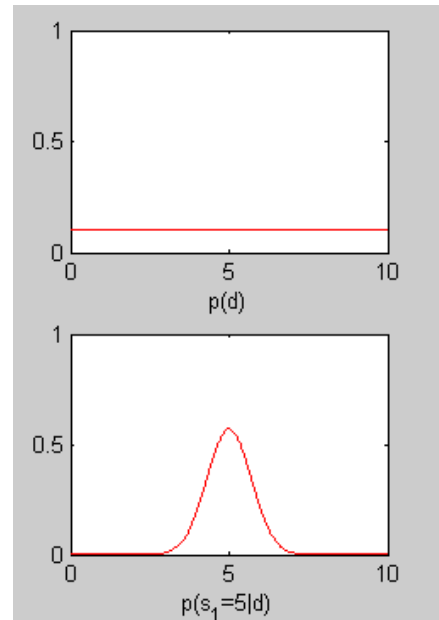
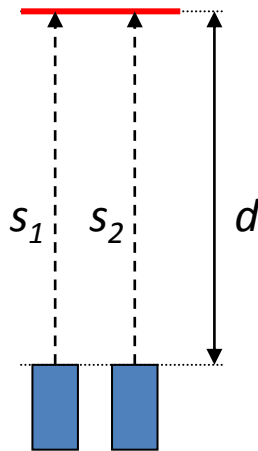
Auswertung (Zählen)
von Versuchsmessungen

- Meist sind **kausale** Modelle einfacher zu bekommen.
- Satz von Bayes erlaubt Nutzung kausaler Modelle:

$$p(d|s) = \frac{p(s|d) p(d)}{p(s)}$$

Grundzüge der probabilistischen Datenfusion

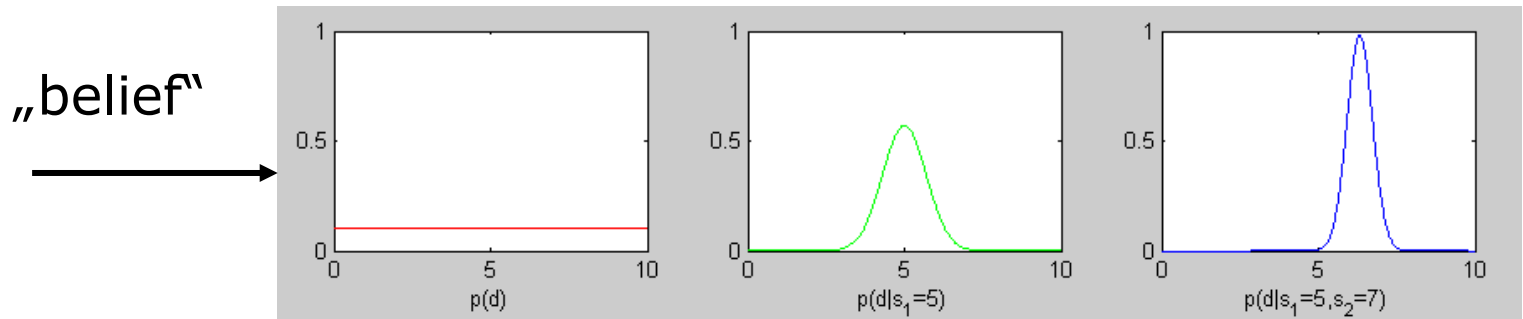
- Gesucht: $p(d|s_i)$
$$p(d|s) = \frac{p(s|d) p(d)}{p(s)} = \frac{p(s|d) p(d)}{\int_{-\infty}^{\infty} p(s|d) p(d) dd}$$
- Satz von Bayes
$$= \alpha p(s|d) p(d)$$



$$p(s_i|d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{(s_i-d)^2}{2\sigma_i^2}}$$

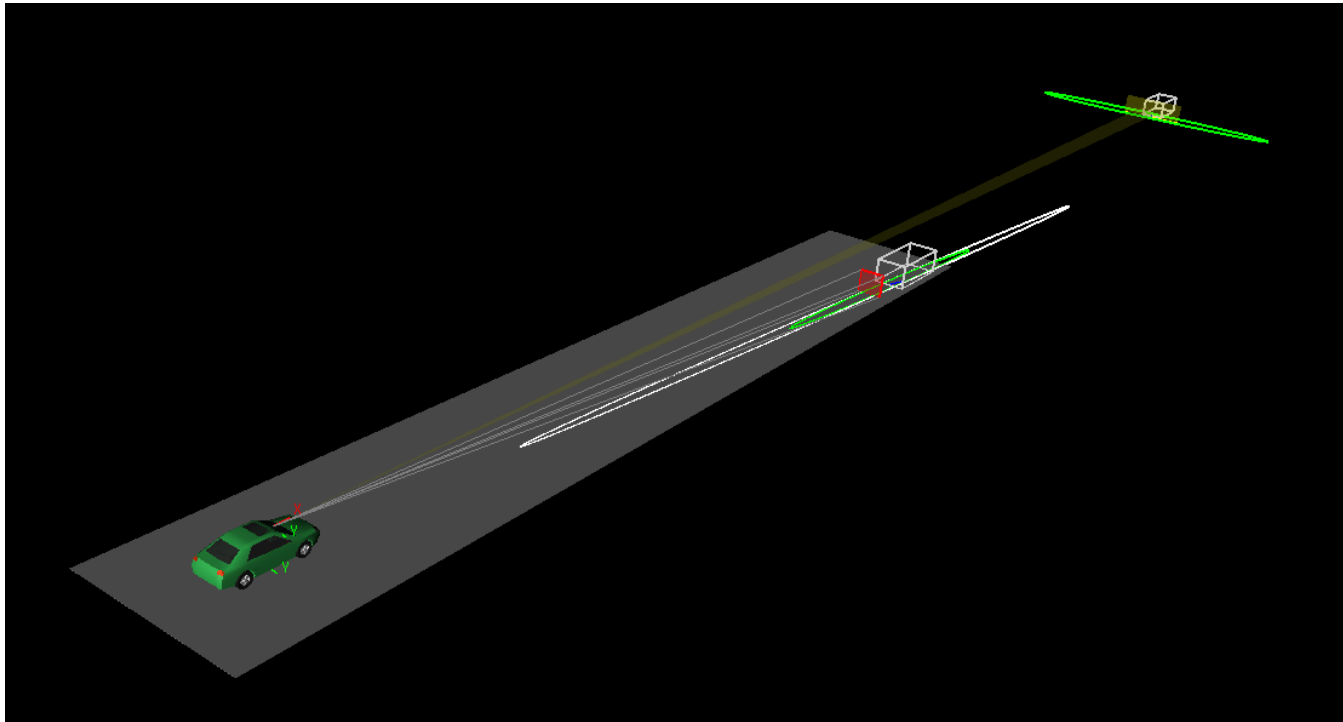
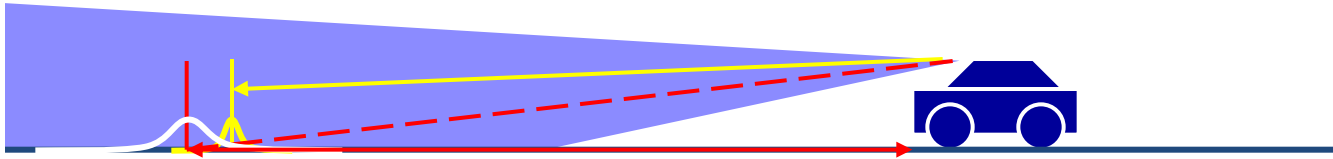
Grundzüge der probabilistischen Datenfusion

- Gesucht: $p(d|s_i)$ $p(d|s) = \frac{p(s|d) p(d)}{p(s)}$
- Satz von Bayes $= \alpha p(s|d) p(d)$

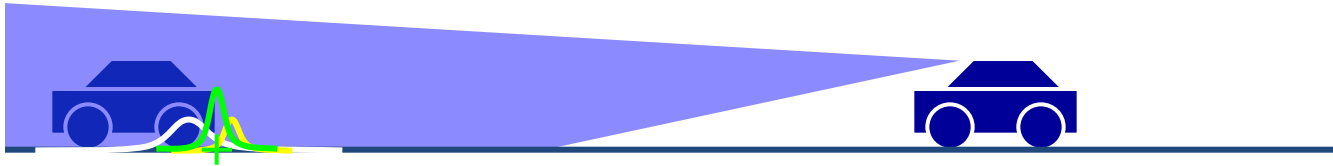


- Fortschreibung des aktuellen Wissens („belief“) über die Zeit ohne, dass eine Entscheidung getroffen wird!
 - Unimodale Verteilungen: Schätzung durch Bildung des Erwartungswertes

Anwendung: Fahrumgebungserfassung



Anwendung: Fahrumgebungserfassung



- Sensormodell: $p(s_i|d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{(s_i-d)^2}{2\sigma_i^2}}$
- Gesucht: $p(d|s_1, s_2)$
- Satz von Bayes: $p(d|s_1, s_2) = \frac{p(s_1, s_2|d) p(d)}{p(s_1, s_2)} = \frac{p(s_1|d) p(s_2|d) p(d)}{p(s_1) p(s_2)}$
- **Starke Vereinfachung!**
 - Umwelt ist dynamisch

Zur Erinnerung: Bayes Filter

- Prädiktion / Zeit-Update

$$\overline{bel}(x_t) = \int p(x_t | u_t, x_{t-1}) bel(x_{t-1}) dx_{t-1}$$

- Korrektur / Mess-Update

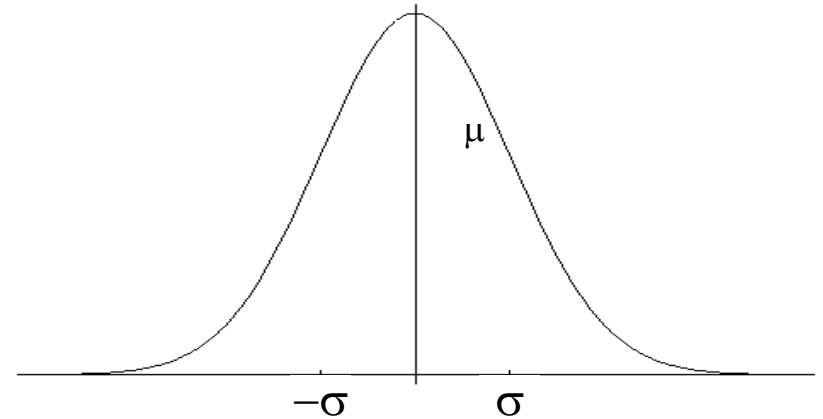
$$bel(x_t) = \eta p(z_t | x_t) \overline{bel}(x_t)$$

Gauß'sche Normalverteilung (engl.: Gaussian)

$$p(x) \sim N(\mu, \sigma^2):$$

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$$

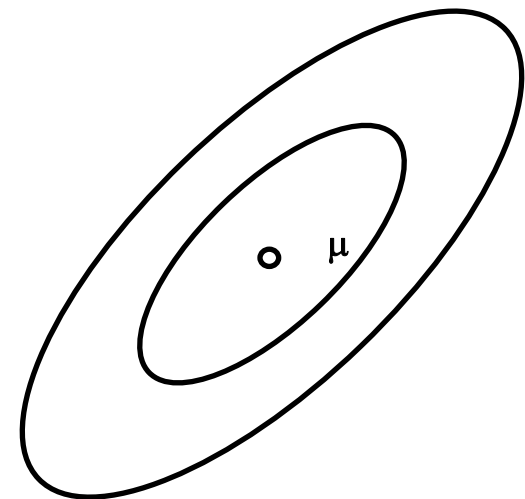
1D (engl. univariate): x ist ein Skalar



$$p(\mathbf{x}) \sim N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}):$$

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2} |\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2} (\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})}$$

nD (engl. multivariate): x ist ein Vektor



Eigenschaften der Normalverteilung

$$\left. \begin{array}{l} X \sim N(\mu, \sigma^2) \\ Y = aX + b \end{array} \right\} \Rightarrow Y \sim N(a\mu + b, a^2\sigma^2)$$

$$\left. \begin{array}{l} X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2) \\ X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2) \end{array} \right\} \Rightarrow p(X_1) \cdot p(X_2) \sim N\left(\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \mu_1 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \mu_2, \frac{1}{\sigma_1^{-2} + \sigma_2^{-2}}\right)$$

$$\left. \begin{array}{l} X \sim N(\mu, \Sigma) \\ Y = AX + B \end{array} \right\} \Rightarrow Y \sim N(A\mu + B, A\Sigma A^T)$$

$$\left. \begin{array}{l} X_1 \sim N(\mu_1, \Sigma_1) \\ X_2 \sim N(\mu_2, \Sigma_2) \end{array} \right\} \Rightarrow p(X_1) \cdot p(X_2) \sim N\left(\frac{\Sigma_2}{\Sigma_1 + \Sigma_2} \mu_1 + \frac{\Sigma_1}{\Sigma_1 + \Sigma_2} \mu_2, \frac{1}{\Sigma_1^{-1} + \Sigma_2^{-1}}\right)$$

Wir bleiben in der Gauß'schen Welt, solange wir nur lineare Transformationen durchführen!

Diskreter Kalman-Filter

- Schätzt den Zustand x eines zeitdiskreten gesteuerten Prozesses, der durch die folgende lineare stochastische Differenzengleichung beschrieben wird

$$x_t = A_t x_{t-1} + B_t u_t + \varepsilon_t$$

wobei

$$z_t = C_t x_t + \delta_t$$

eine indirekte Messung des Zustands ist

$$x_t = A_t x_{t-1} + B_t u_t + \varepsilon_t$$

$$z_t = C_t x_t + \delta_t$$

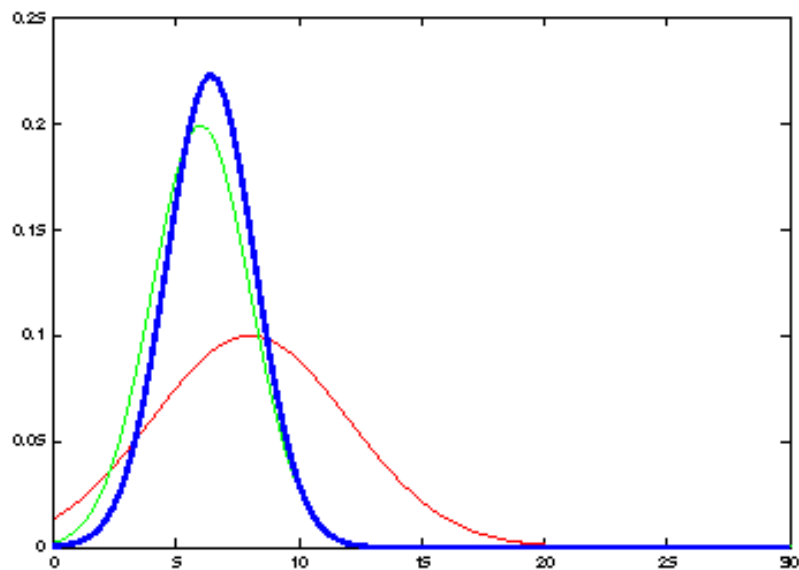
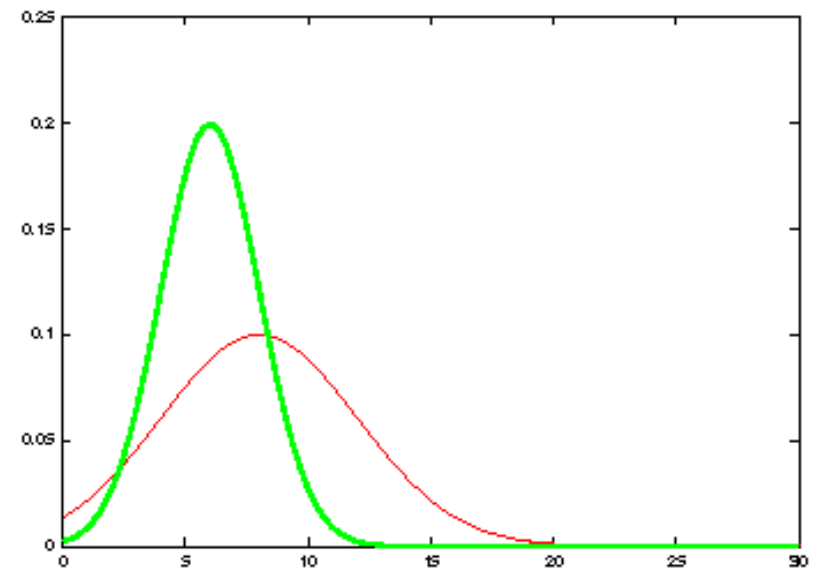
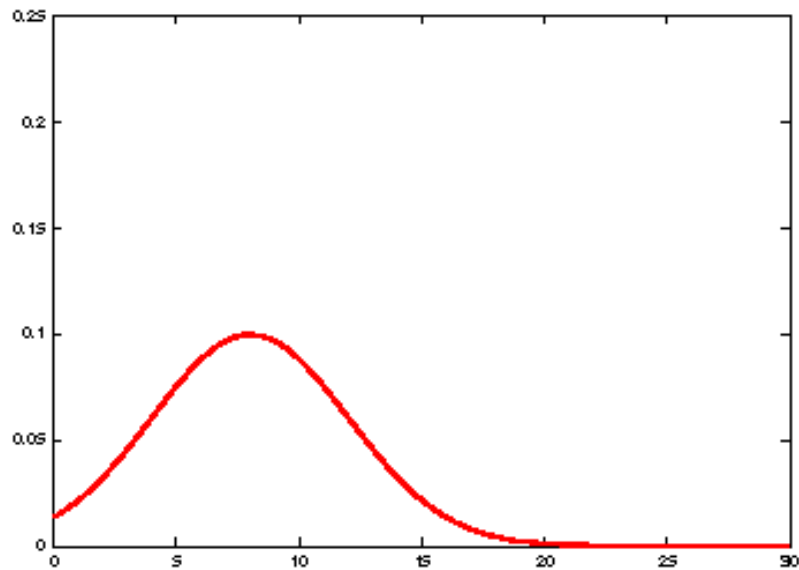
A_t Systemmatrix (nxn), die den Zustandsübergang vom Zeitpunkt $t-1$ bis t beschreibt.

B_t Steuermatrix (n x l), die die Auswirkungen des Stelleingriffs u_t von $t-1$ bis t beschreibt.

C_t Meßmatrix (k x n), die den Zusammenhang zwischen dem Zustand x_t und der Beobachtung z_t beschreibt.

ε_t Zufallsvariablen, die das Prozessrauschen und das Meßrauschen repräsentieren. Sie werden als statistisch unabhängig und normalverteilt angenommen mit Kovarianzmatrix R_t bzw. Q_t .

Kalman Filter Updates in 1D



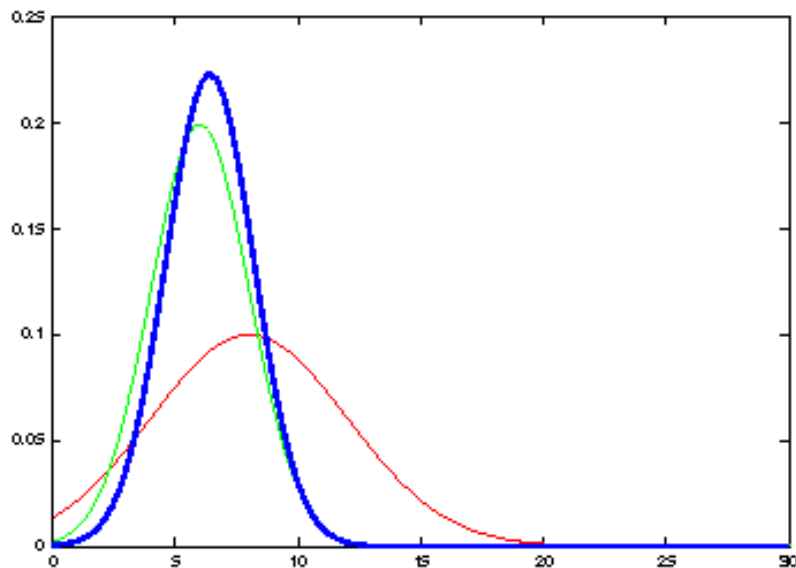
Kalman Filter Updates in 1D

$$bel(x_t) = \begin{cases} \mu_t = \bar{\mu}_t + K_t(z_t - \bar{\mu}_t) \\ \sigma_t^2 = (1 - K_t)\bar{\sigma}_t^2 \end{cases}$$

$$\text{mit } K_t = \frac{\bar{\sigma}_t^2}{\bar{\sigma}_t^2 + \bar{\sigma}_{obs,t}^2}$$

$$bel(x_t) = \begin{cases} \mu_t = \bar{\mu}_t + K_t(z_t - C_t\bar{\mu}_t) \\ \Sigma_t = (I - K_tC_t)\bar{\Sigma}_t \end{cases}$$

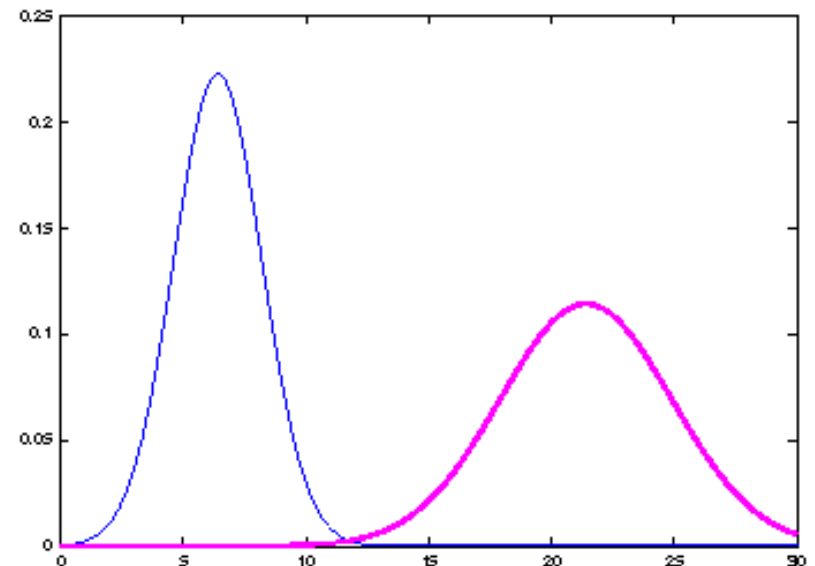
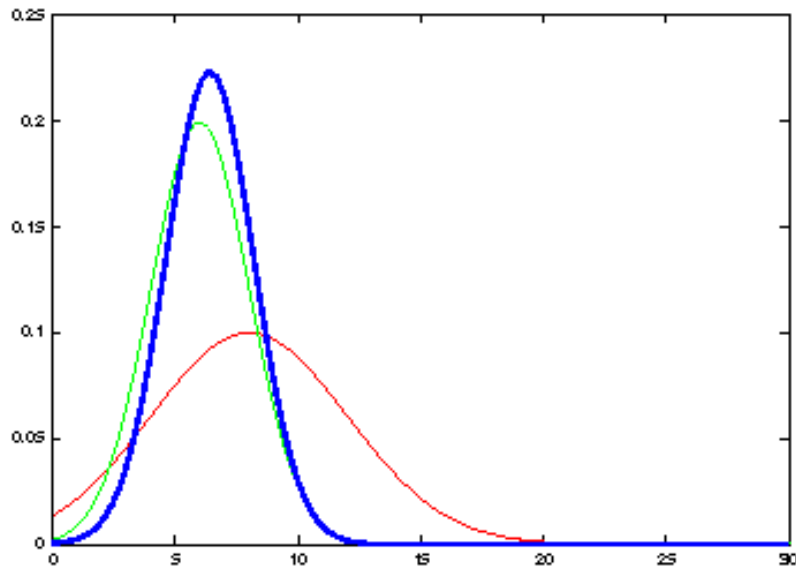
$$\text{mit } K_t = \bar{\Sigma}_t C_t^T (C_t \bar{\Sigma}_t C_t^T + Q_t)^{-1}$$



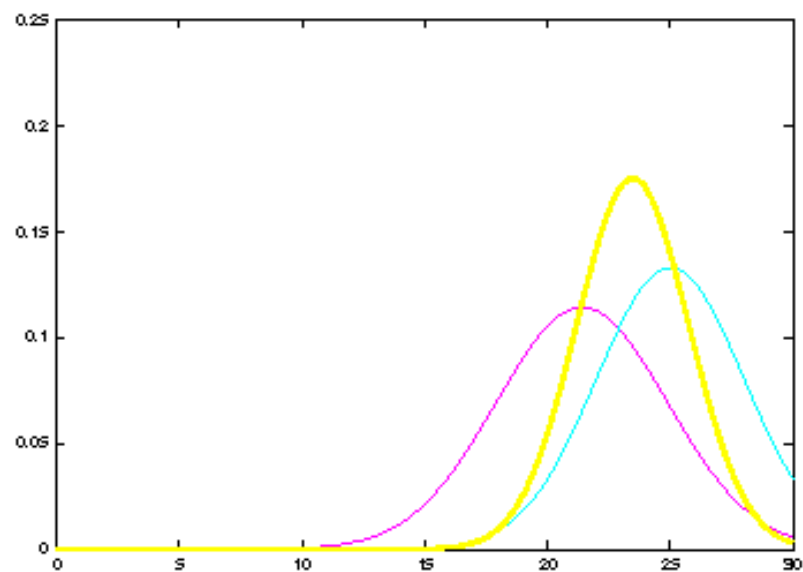
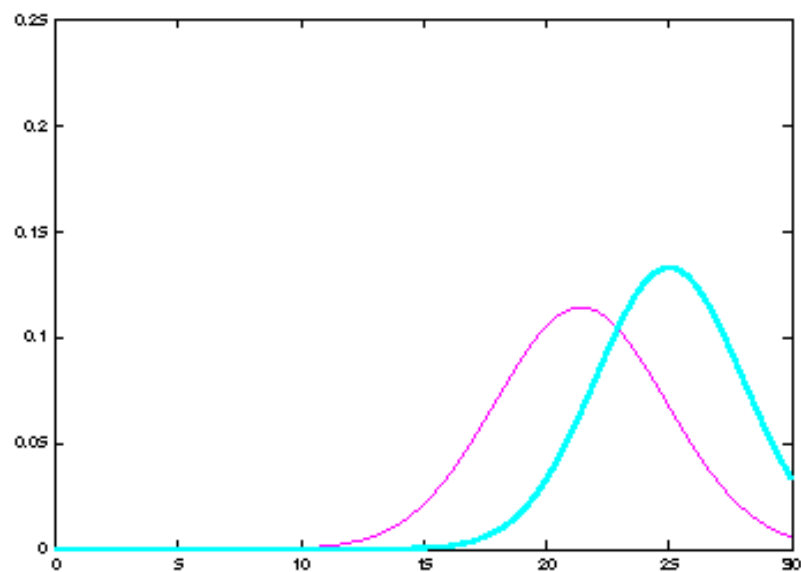
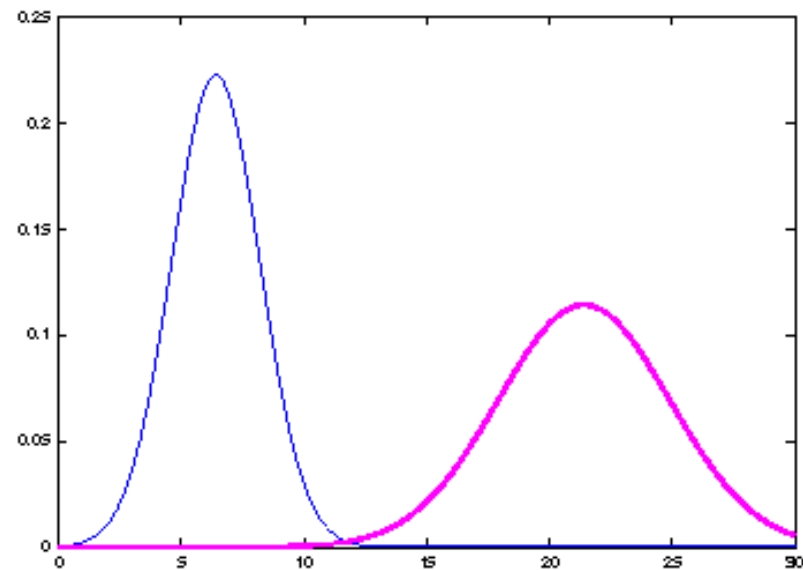
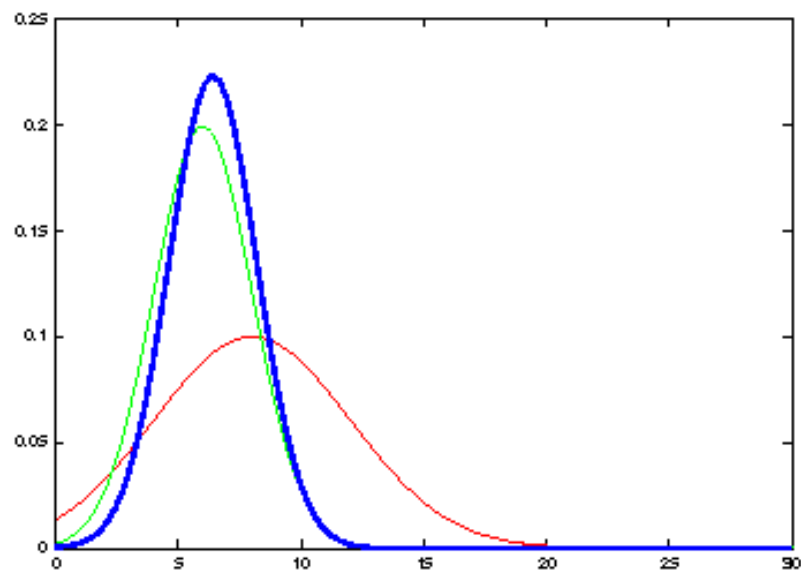
Kalman Filter Updates in 1D

$$\overline{bel}(x_t) = \begin{cases} \bar{\mu}_t = a_t \mu_{t-1} + b_t u_t \\ \bar{\sigma}_t^2 = a_t^2 \sigma_{t-1}^2 + \sigma_{act,t}^2 \end{cases}$$

$$\overline{bel}(x_t) = \begin{cases} \bar{\mu}_t = A_t \mu_{t-1} + B_t u_t \\ \bar{\Sigma}_t = A_t \Sigma_{t-1} A_t^T + R_t \end{cases}$$



Kalman Filter Updates



Bayes'sche Sicht: Initialisierung

- Lineares dynamisches System
- Initialer “belief” $bel(x_0)$ ist normalverteilt:

$$bel(x_0) = N(x_0; \mu_0, \Sigma_0)$$

Lineare System Dynamik

- Dynamik ist eine lineare Funktion von Zustand und Stelleingriff / Aktion plus Rauschen

$$x_t = A_t x_{t-1} + B_t u_t + \varepsilon_t$$

$$p(x_t | u_t, x_{t-1}) = N(x_t; A_t x_{t-1} + B_t u_t, R_t)$$

$$\overline{bel}(x_t) = \int p(x_t | u_t, x_{t-1}) \quad bel(x_{t-1}) dx_{t-1}$$

\Downarrow

\Downarrow

$$\sim N(x_t; A_t x_{t-1} + B_t u_t, R_t) \quad \sim N(x_{t-1}; \mu_{t-1}, \Sigma_{t-1})$$

Lineare System Dynamik

$$\overline{bel}(x_t) = \int p(x_t | u_t, x_{t-1}) \quad bel(x_{t-1}) dx_{t-1}$$

$$\Downarrow$$

$$\Downarrow$$

$$\sim N(x_t; A_t x_{t-1} + B_t u_t, R_t) \quad \sim N(x_{t-1}; \mu_{t-1}, \Sigma_{t-1})$$

$$\Downarrow$$

$$\overline{bel}(x_t) = \eta \int \exp \left\{ -\frac{1}{2} (x_t - A_t x_{t-1} - B_t u_t)^T R_t^{-1} (x_t - A_t x_{t-1} - B_t u_t) \right\} \\ \exp \left\{ -\frac{1}{2} (x_{t-1} - \mu_{t-1})^T \Sigma_{t-1}^{-1} (x_{t-1} - \mu_{t-1}) \right\} dx_{t-1}$$

$$\overline{bel}(x_t) = \begin{cases} \bar{\mu}_t = A_t \mu_{t-1} + B_t u_t \\ \bar{\Sigma}_t = A_t \Sigma_{t-1} A_t^T + R_t \end{cases}$$

Lineare Meßgleichung

- Messungen/Beobachtungen sind eine lineare Funktion des Zustands plus Rauschen:

$$z_t = C_t x_t + \delta_t$$

$$p(z_t | x_t) = N(z_t; C_t x_t, Q_t)$$

$$\begin{array}{ccc} \text{bel}(x_t) = \eta & p(z_t | x_t) & \overline{\text{bel}}(x_t) \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ & \sim N(z_t; C_t x_t, Q_t) & \sim N(x_t; \bar{\mu}_t, \bar{\Sigma}_t) \end{array}$$

Lineare Meßgleichung

$$\begin{aligned}
 bel(x_t) &= \eta \quad p(z_t | x_t) & \overline{bel}(x_t) \\
 &\Downarrow & \Downarrow \\
 &\sim N(z_t; C_t x_t, Q_t) & \sim N(x_t; \bar{\mu}_t, \bar{\Sigma}_t) \\
 &\Downarrow \\
 bel(x_t) &= \eta \exp \left\{ -\frac{1}{2} (z_t - C_t x_t)^T Q_t^{-1} (z_t - C_t x_t) \right\} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (x_t - \bar{\mu}_t)^T \bar{\Sigma}_t^{-1} (x_t - \bar{\mu}_t) \right\} \\
 \\
 bel(x_t) &= \begin{cases} \mu_t = \bar{\mu}_t + K_t (z_t - C_t \bar{\mu}_t) \\ \Sigma_t = (I - K_t C_t) \bar{\Sigma}_t \end{cases} & \text{with } K_t = \bar{\Sigma}_t C_t^T (C_t \bar{\Sigma}_t C_t^T + Q_t)^{-1}
 \end{aligned}$$

Kalman-Filter Algorithmus

1. Algorithmus **Kalman_filter**(μ_{t-1} , Σ_{t-1} , u_t , z_t):

2. **Prädiktion / Zeit-Update:**

3. $\bar{\mu}_t = A_t \mu_{t-1} + B_t u_t$

4. $\bar{\Sigma}_t = A_t \Sigma_{t-1} A_t^T + R_t$

5. **Korrektur / Meß-Update:**

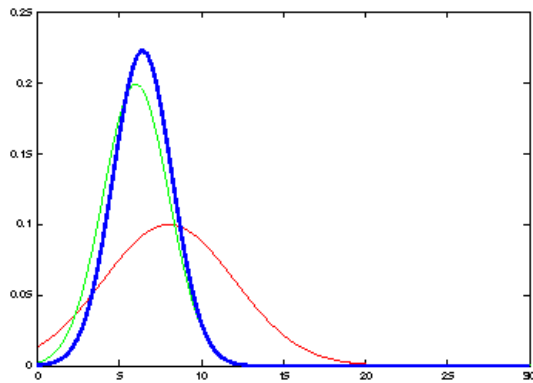
6. $K_t = \bar{\Sigma}_t C_t^T (C_t \bar{\Sigma}_t C_t^T + Q_t)^{-1}$

7. $\mu_t = \bar{\mu}_t + K_t (z_t - C_t \bar{\mu}_t)$

8. $\Sigma_t = (I - K_t C_t) \bar{\Sigma}_t$

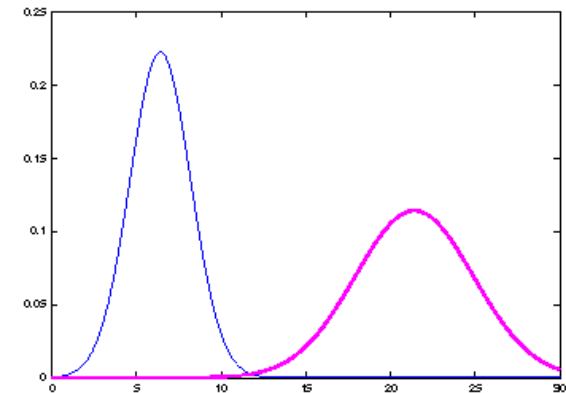
9. **Return** μ_t , Σ_t

Zyklus: Prädiktion-Korrektur-...

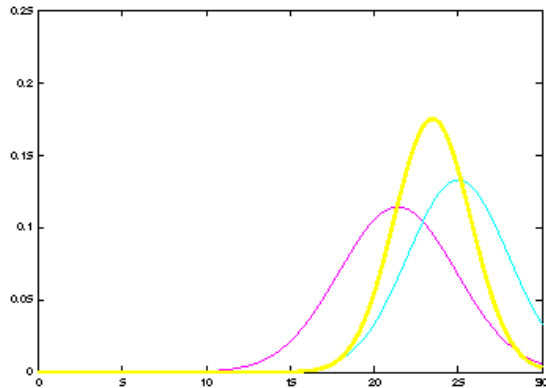


$$\overline{bel}(x_t) = \begin{cases} \bar{\mu}_t = a_t \mu_{t-1} + b_t u_t \\ \bar{\sigma}_t^2 = a_t^2 \sigma_t^2 + \sigma_{act,t}^2 \end{cases}$$

$$\overline{bel}(x_t) = \begin{cases} \bar{\mu}_t = A_t \mu_{t-1} + B_t u_t \\ \bar{\Sigma}_t = A_t \Sigma_{t-1} A_t^T + R_t \end{cases}$$

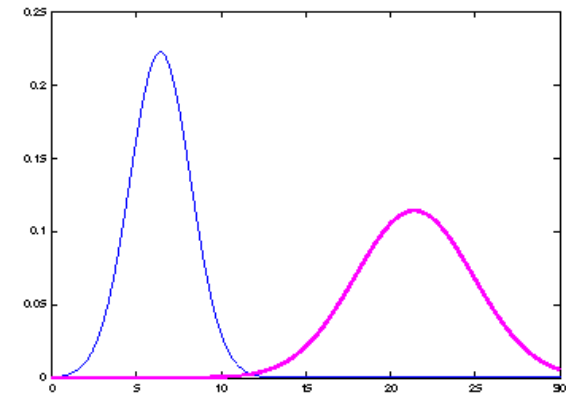


Zyklus: Prädiktion-Korrektur...



$$bel(x_t) = \begin{cases} \mu_t = \bar{\mu}_t + K_t(z_t - \bar{\mu}_t) \\ \sigma_t^2 = (1 - K_t)\bar{\sigma}_t^2, K_t = \frac{\bar{\sigma}_t^2}{\bar{\sigma}_t^2 + \bar{\sigma}_{obs,t}^2} \end{cases}$$

$$bel(x_t) = \begin{cases} \mu_t = \bar{\mu}_t + K_t(z_t - C_t\bar{\mu}_t) \\ \Sigma_t = (I - K_tC_t)\bar{\Sigma}_t, K_t = \bar{\Sigma}_tC_t^T(C_t\bar{\Sigma}_tC_t^T + Q_t)^{-1} \end{cases}$$



Korrektur

Zyklus: Prädiktion-Korrektur...

Gilt für alle Bayes-Filter



$$bel(x_t) = \begin{cases} \mu_t = \bar{\mu}_t + K_t(z_t - \bar{\mu}_t) \\ \sigma_t^2 = (1 - K_t)\bar{\sigma}_t^2 \end{cases}, K_t = \frac{\bar{\sigma}_t^2}{\bar{\sigma}_t^2 + \bar{\sigma}_{obs,t}^2}$$

$$\overline{bel}(x_t) = \begin{cases} \bar{\mu}_t = a_t \mu_{t-1} + b_t u_t \\ \bar{\sigma}_t^2 = a_t^2 \sigma_{t-1}^2 + \sigma_{act,t}^2 \end{cases}$$

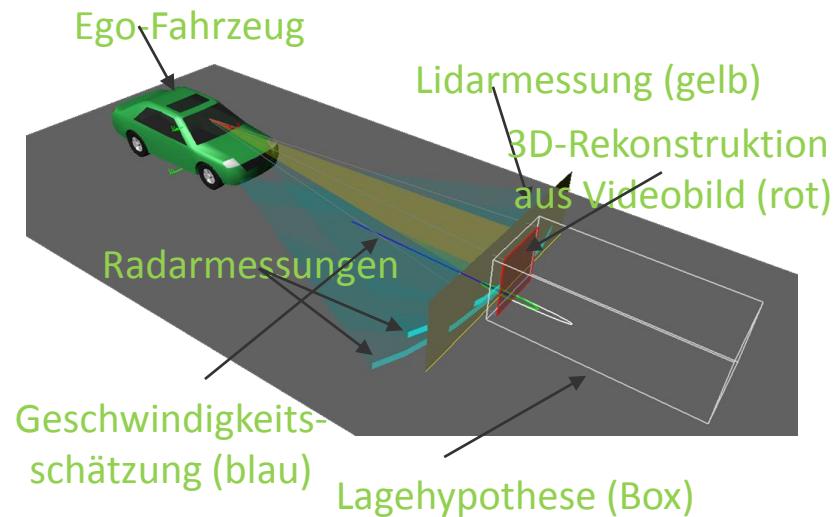
$$bel(x_t) = \begin{cases} \mu_t = \bar{\mu}_t + K_t(z_t - C_t \bar{\mu}_t) \\ \Sigma_t = (I - K_t C_t) \bar{\Sigma}_t \end{cases}, K_t = \bar{\Sigma}_t C_t^T (C_t \bar{\Sigma}_t C_t^T + Q_t)^{-1}$$

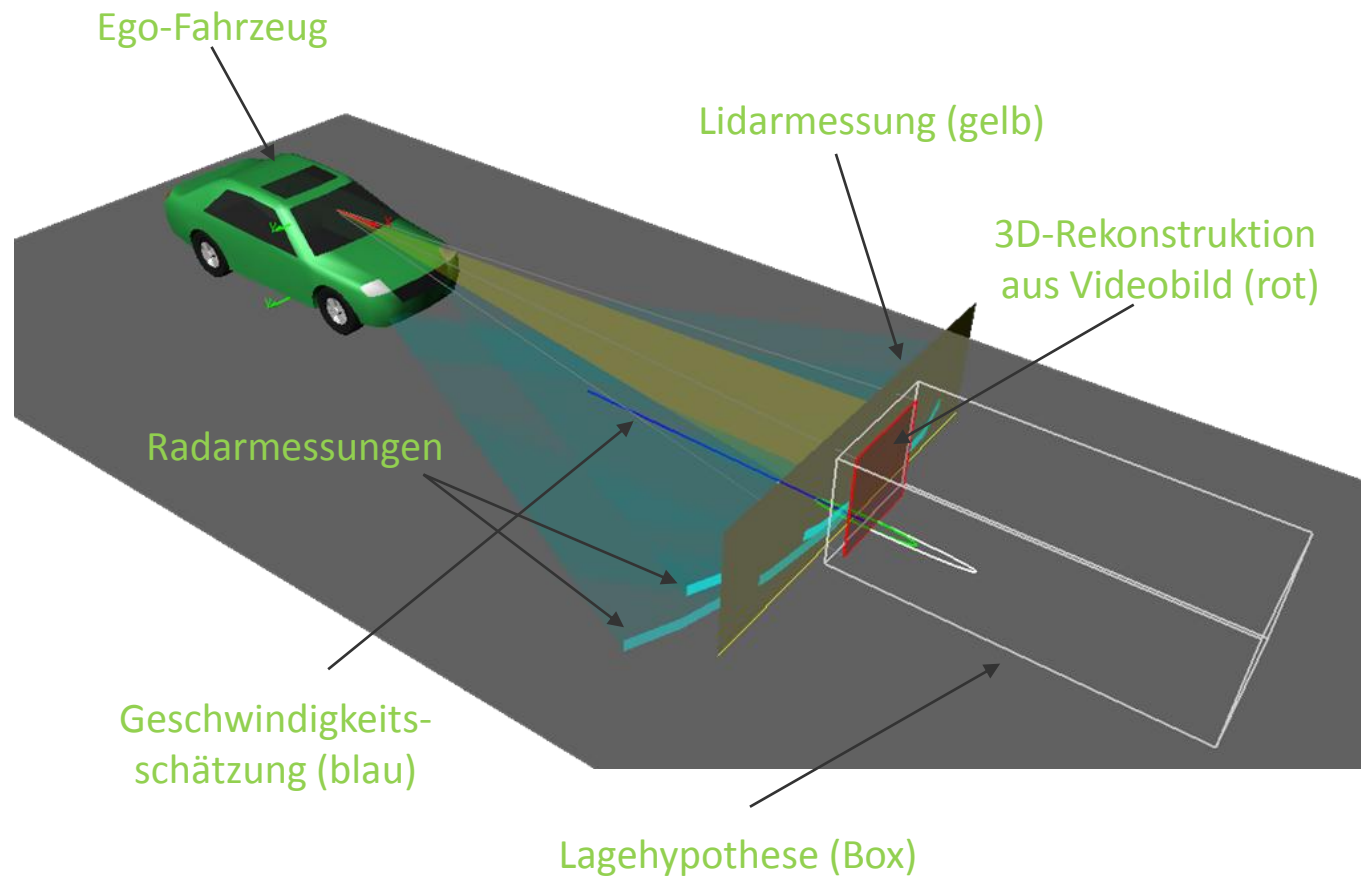
$$\overline{bel}(x_t) = \begin{cases} \bar{\mu}_t = A_t \mu_{t-1} + B_t u_t \\ \bar{\Sigma}_t = A_t \Sigma_{t-1} A_t^T + R_t \end{cases}$$



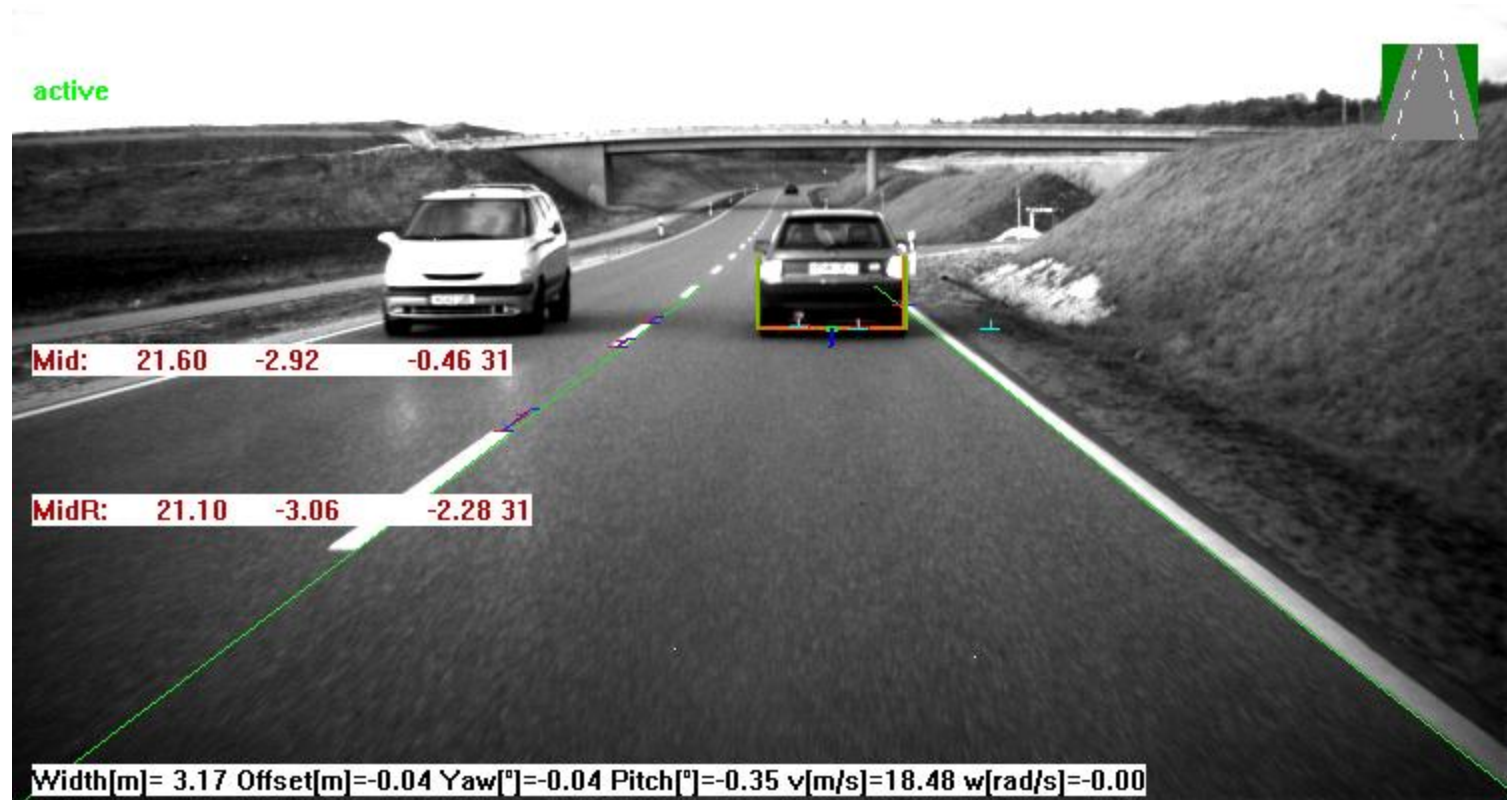
Maschinelle Wahrnehmung

- Zentrales Problem:
Unvermeidliche Unsicherheiten
 - „Signal-Rausch-Verhältnis ≤ 1 “
- In realen Situationen ist fast immer eine Fusion von mehreren Messungen erforderlich
 - Fusion von Messungen „über die Zeit“
 - Fusion sich ergänzender Sensoren





Fusion sich ergänzender Sensoren



Maschinelle Wahrnehmung

- Eine „echte“ Fusion erfordert immer Modelle

- Dynamik
- Beobachtungsvorgang

$$x_t = A_t x_{t-1} + B_t u_t$$

$$z_t = C_t x_t$$

- Wahrnehmung = Zustandsschätzung
 - Die interessierenden Variablen sind fast nie direkt beobachtbar (vgl. Konzept der Beobachtbarkeit in der Regelungstechnik)
 - Alle Messungen sind fehlerbehaftet
- Bayes-Filter, wie das Kalman Filter bilden den Wahrnehmungsprozeß unter Unsicherheit ab

Zwei Sichten auf das Kalman-Filter

Optimaler Zustandsschätzer

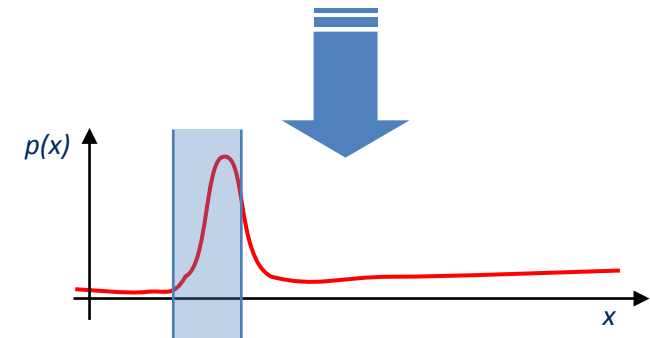
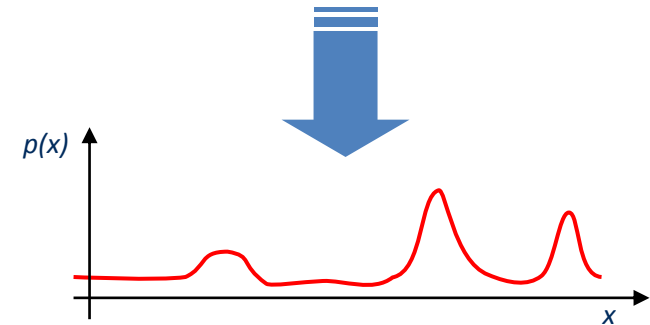
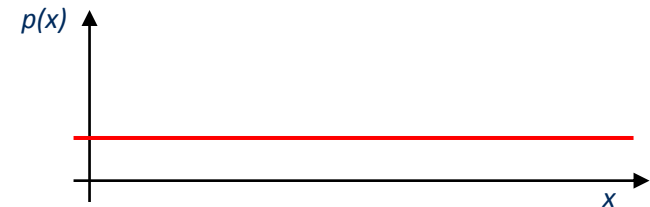
- Beobachter für dynamische Systeme mit normalverteiltem Rauschen auf Zustand und Messungen
- Ergebnis ist der geschätzte Zustandsvektor
 - Kovarianzmatrix eher ein Nebenprodukt

Bayes'scher Belief-Tracker

- Bayes'sche Interpretation des „belief“ als das gegenwärtig verfügbare Wissen
- Ergebnis ist die Dichtefunktion des Zustands:
 - Mittelwert und Kovarianzmatrix

Probabilistic data fusion

- All facts of interest are modeled as random variables
 - State of knowledge concerning a variable is represented as a probability distribution over its possible values
 - All information sources (aka sensors) are probabilistically modeled
- Integration of new measurements **without taking decisions**
- Exploit statistical independence to partition the problem into smaller sub-problems



Probabilistisches Schließen in dynamischen Systemen

- Schätzung des Zustands eines **linearen dynamischen Systems**
 - Kalman-Filter implementiert den probabilistischen Ansatz
- Annahme: **unimodale Gauß'sche Störungen**
 - Systemdynamik
 - Messungen des Systemzustands

