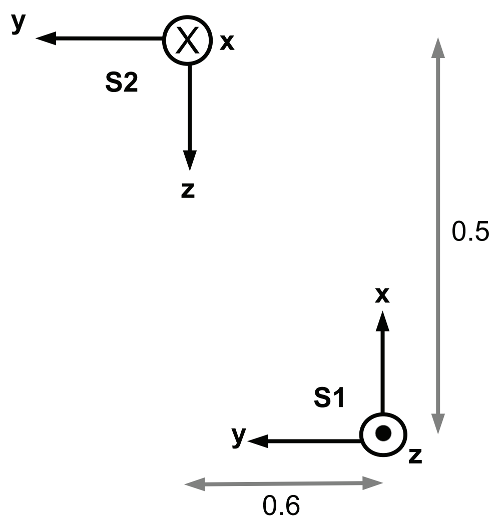
Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik / Lehrstuhl für Informationstechnische Regelung	Einführung in die Roboterregelung (ERR)
Technische Universität München	9. Übung

Aufgabe 1: Koordinatentransformation

In der Abbildung sind zwei Koordinatensysteme (KOSY) S_1 und S_2 gegeben. S_2 ist ein linkshändiges KOSY und soll in das rechtshändige KOSY S_1 transformiert werden. S_1 und S_2 liegen in der gleichen Ebene, d.h. von S_1 ist der Abstand über die z-Komponente zu S_2 gleich Null.

Bestimmen Sie ohne Rechnung die Transformationsmatrix ${}^1T_2$.

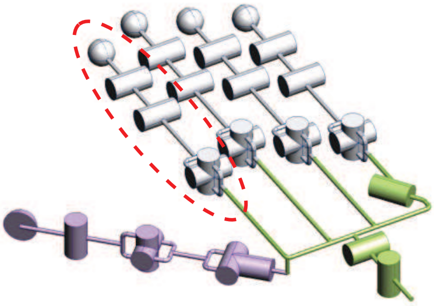


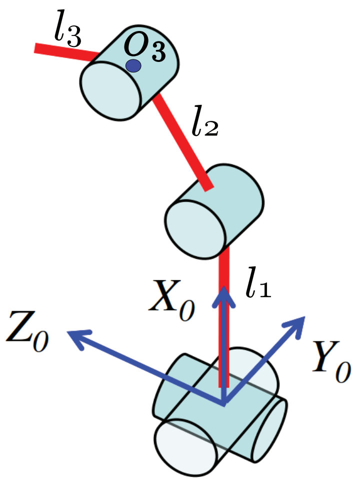
Aufgabe 2: Kinematik eines robotischen Fingers

Die nachfolgende Abbildung zeigt die Kinematik einer prototypischen robotischen Hand. Umkreist ist ein Finger, dessen kinematisches Schema vergrößert dargestellt ist. Jeder Finger besteht aus 4 drehbaren Freiheitsgraden: zwei an der Basis, die Abduktion/Adduktion und Flexion/Extension erlauben und zwei anderen für Flexion/Extension der Phalangen. Nehmen Sie zur Vereinfachung an, dass jedes Gelenk unabhängig aktuiert werden kann. Das Basiskoordinatensystem (Basis-KOSY) ist an den Fingeransatz gesetzt. Diese Aufgabe beschäftigt sich ausschließlich mit der Fingerkinematik.

2.1 Ordnen Sie in einer Zeichnung dem robotischen Finger eine Reihe von Denavit-Hartenberg KOSYs zu (x-Achse und z-Achse sind ausreichend) und bestimmen Sie die zugehörige Parametertabelle. Der Ursprung des letzten KOSYs soll an der Fingerspitze sitzen.

2.2 Geben Sie die Transformationsmatrizen ${}^0T_1$ und ${}^1T_2$ symbolisch an.





2.3 Bestimmen Sie ${}^0T_E$ symbolisch in Abhängigkeit von ${}^0T_1$, ${}^1T_2$, ${}^2T_3$ und ${}^3T_4$.

In den folgenden Aufgaben werden ausschließlich das zweite und dritte Gelenk analysiert. Der Ursprung ${}^1\underline{O}_3$ ist an der Position (Vorwärtslösung)

$$ {}^1\underline{O}_3 = [{}^1O_{3x},\ {}^1O_{3z}]^T = [l_1 \cos(q_2) + l_2 \cos(q_2 + q_3),\ l_1 \sin(q_2) + l_2 \sin(q_2 + q_3)]^T, $$

in KOSY 1, wobei q_2 und q_3 die Gelenkwinkel des zweiten und dritten Gelenks sind.

2.4 Geben Sie eine allgemeine Formel zur Bestimmung der Manipulierbarkeit einer allgemeinen $m \times n$ Jakobimatrix J mit m Zeilen und n Spalten an.

2.5 Bestimmen Sie symbolisch die 2×2 Jakobimatrix ${}^1J_3(\underline{q})$, welche die translatorische x- und z-Geschwindigkeit des Punktes ${}^1\underline{O}_3$ (siehe Abbildung) in KOSY 1 ausdrückt.

2.6 Berechnen Sie die Gelenkwinkel der singuläre/-n Konfiguration/-en der Jakobimatrix ${}^1J_3(\underline{q})$ für den Fall $0 \leq q_{2,3} \leq \pi$. (Hinweis: $\sin(x)\cos(y) \pm \cos(x)\sin(y) = \sin(x \pm y)$)

2.7 Zeichnen Sie die singuläre/-n Konfiguration/-en und jeweils die instantane/-n Geschwindigkeitsrichtung/-en in die der Punkt ${}^1O_3$ nicht bewegt werden kann.

Aufgabe 3: Dynamik einer Zentrifuge

Es soll die Dynamik einer Zentrifuge analysiert werden. Die Punktmasse m wird in der Zentrifuge unter Berücksichtigung der Gravitation g beschleunigt. Dabei dehnt sich die lineare massenlose Feder mit der Federkonstante k,

$$ F_k = k(d - d_0), $$

auf die Länge d aus. Ohne äußere Krafteinwirkung hat die Feder die Länge d_0. Der aktuierende Motor kann dabei das Drehmoment τ aufbringen und hat den Winkel φ.

3.1 Geben Sie die generalisierten Koordinaten $\underline{q}$ an.

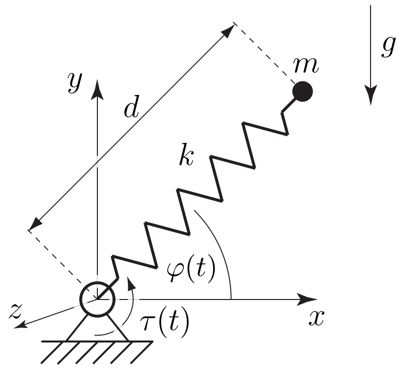


Abbildung 2: Zentrifuge

3.2 Bestimmen Sie die potentielle Energie V. (Hinweis: Die potentielle Energie einer Feder ist allgemein $\frac{1}{2}k(\triangle x)^2$)

3.3 Bestimmen Sie die kinetische Energie T.

3.4 Geben Sie die Lagrange-Funktion an und berechnen Sie mit Hilfe der Euler-Lagrange Gleichung die Bewegungsgleichungen.

3.5 Geben Sie die Bewegungsgleichungen in der Form

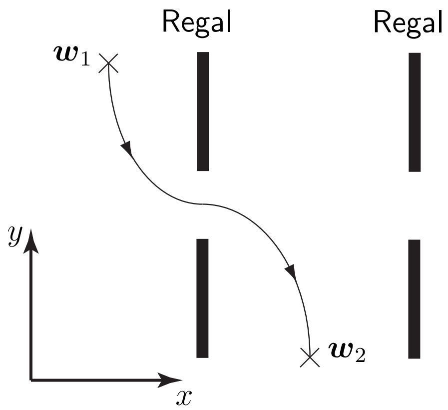
$$M(\underline{q}) + \underline{N}(\underline{q}, \underline{\dot{q}}) + \underline{G}(\underline{q}) = \underline{u}$$

an und benennen Sie die verschiedenen Anteile.

3.6 Nehmen Sie für die folgende Aufgabe $\delta d/\delta t = \dot{d} = 0$ an. Zum Abstoppen des Systems wird eine Reibungskraft F_r auf die Masse m ausgeübt, die immer entgegen der instantanen Bewegungsrichtung wirkt. Gegeben sei die Jakobimatrix J zu der Masse. Beschreiben Sie formelmäßig, wie Sie die Reibungskraft in das kinetische Modell mit einbeziehen können.

Aufgabe 4: Pfad- und Bahnplanung

In einer voll automatisierten Lagerhalle werden holonome Roboter eingesetzt. Ihre Aufgabe ist es die Trajektorie für einen Roboter zu planen, um von der Spur zwischen den Regalen zu einer benachbarten Spur zu wechseln (siehe Abbildung). Die Trajektorie soll dabei durch die x-Position $x_r(t)$ und die y-Position $y_r(t)$



beschrieben werden. Es kann angenommen werden, dass der Spurwechsel für $t = 0$ s bei $\underline{w}_1$ startet, d.h. $\dot{x}_r(0) = 0$, und bei $\underline{w}_2$ endet, d.h. $\dot{x}_r(t_e) = 0$. Dabei ist t_e der Endzeitpunkt. Um Berechnungen durchführen zu können, sind verschiedene Randwerte, wie folgt, festgelegt.

- Wegpunkte bei $\underline{w}_1 = [1; 9]^T$ m und $\underline{w}_2 = [5; 3]^T$ m (siehe Abbildung)

- konstante Geschwindigkeit $\dot{y}_r = -3$ m/s in y-Richtung

Außerdem ist die maximale Beschleunigung $|\ddot{x}_{r,max}| = 5$ m/s^2 in x-Richtung bekannt.

Zur Planung der Trajektorie in x-Richtung wählen Sie zunächst ein kubisches Polynom mit den Koeffizienten $\underline{a} = [a_0,\ a_1,\ a_2\ , a_3]^T$ und überprüfen, ob die Nebenbedingungen eingehalten werden.

4.1 Bestimmen Sie den Endzeitpunkt t_e.

4.2 Zeichnen Sie qualitativ $x_r(t), \dot{x}_r(t)$ und $\ddot{x}_r(t)$ und benennen Sie die Kurven.

4.3 Bestimmen Sie die Parameter des kubischen Polynoms und geben Sie mit diesen $x_r(t), \dot{x}_r(t)$ und $\ddot{x}_r(t)$ an.

4.4 Ist es möglich die Trajektorie, die durch das kubische Polynom vorgegeben wird, abzufahren? Begründen Sie ihre Antwort.

Nun soll ein Polynom 4. Grades mit den Koeffizienten $\underline{a} = [a_0,\ a_1,\ a_2\ , a_3\ , a_4]^T$ verwendet werden. Dabei soll die maximale Beschleunigung $\ddot{x}_{r,max}$ eingehalten werden.

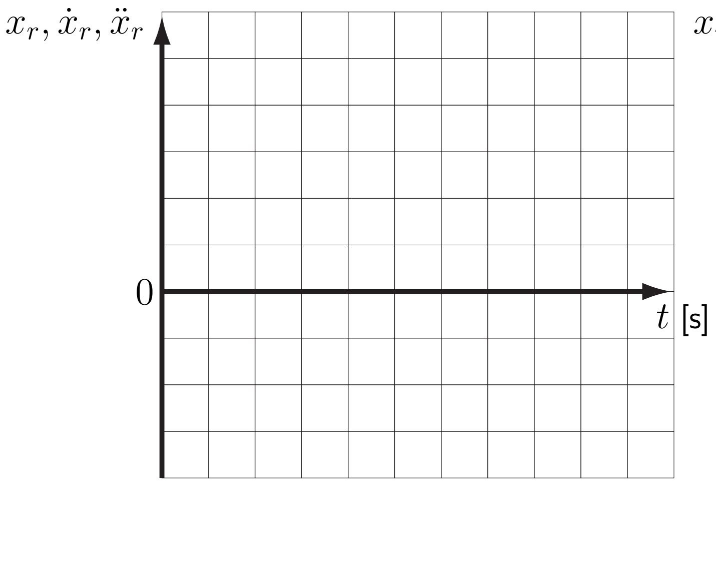
4.5 Geben Sie die Nebenbedingung für die Koeffizienten an, mit der Sie die maximale auftretende Beschleunigung festlegen können.

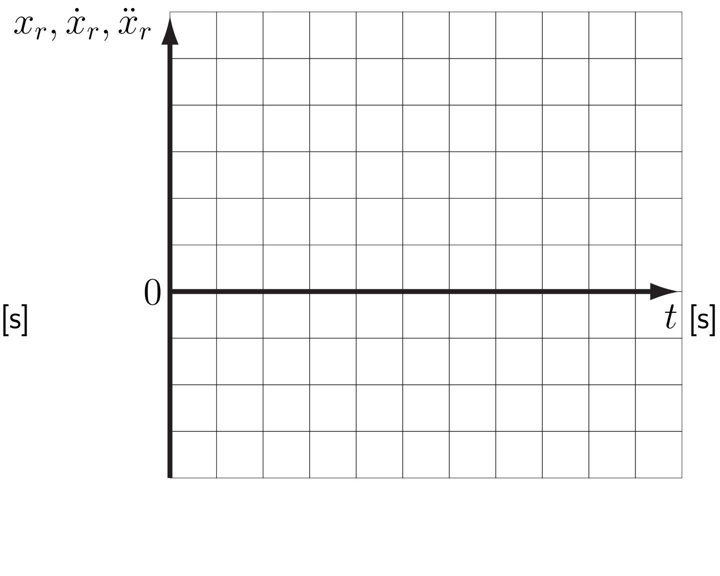
Nun soll eine Trajektorie mit dem Ansatz der linearen Interpolation mit quadratischen Übergängen geplant werden. Dabei soll die Beschleunigung so gering wie möglich sein.

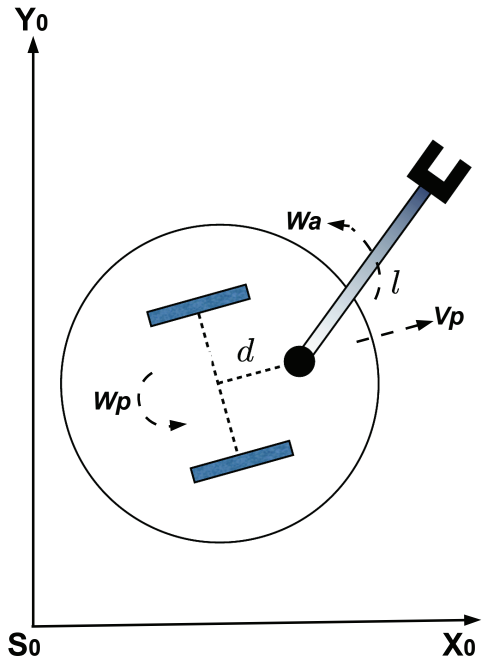
4.6 Zeichnen Sie qualitativ $x_r(t), \dot{x}_r(t)$ und $\ddot{x}_r(t)$ und benennen Sie die Kurven.

4.7 Bestimmen Sie die Parameter t_{Be} und τ.

4.8 Ist es möglich die Trajektorie, die durch die lineare Interpolation mit quadratischen Übergängen vorgegeben wird, abzufahren? Begründen Sie ihre Antwort.







Aufgabe 5: WMR Modellierung

Die Abbildung zeigt einen mobilen Manipulator, bestehend aus einem Differentialantrieb der einen planaren horizontalen Arm der Länge l trägt. Der Arm ist im Abstand d von der Mitte der Basis, welche im Mittelpunkt zwischen den beiden Reifen sitzt, aufgehängt. Die linearen und rotatorischen Geschwindigkeiten der mobilen Plattform, sowie die Gelenkwinkelgeschwindigkeit des Arms seien mit v_p, w_p und w_a bezeichnet.

5.1 Definieren Sie den Konfigurationsvektor in Weltkoordinaten (S_0) für den mobilen Manipulator (Basis + Arm) und fügen Sie alle Variablen in die Abbildung ein.

5.2 Bestimmen Sie das kinematische Model des mobilen Manipulators (Basis + Arm) in dem Weltkoordinatensystem (S_0) und nehmen Sie dabei an, dass das kinematische Modell für den Arm ein einfacher Integrator ist.

5.3 Verwenden Sie das kinematische Modell des mobilen Manipulators (Basis + Arm), um den Vektor der Endeffektorgeschwindigkeit auszudrücken.

5.4 Benutzen Sie das kinematische Modell des gesamten mobilen Manipulators, um die Gleichung eines Regelgesetzes zum Verfolgen einer vorgegeben Trajektorie ($x_{ee}^{des}(t)$, $y_{ee}^{des}(t)$) mit dem Endeffektor zu bestimmen. (Falls eine Matrixmanipulation benötigt wird, geben Sie diese einfach in Symbolform an)

(*Hinweis: Überführen Sie die kinematische Gleichung als ersten Schritt in Matrixform.*)