

1. Aufgabe: Sliding-Mode-Regler

Ein Gleichspannungswandler (DC/DC-Converter) soll mittels einer Sliding-Mode-Regelung betrieben werden. Durch geeignetes Ansteuern eines Transistors soll eine gewünschte Ausgangsspannung V_d erreicht werden. Das System wird durch folgende Gleichungen beschrieben:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -\frac{1}{L}x_2 + \frac{V_0}{L}u \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{RC}x_2\end{aligned}$$

wobei $R, L, C, V_0 > 0$.

Das Schaltsignal u kann nur binäre Werte annehmen, d. h. $u \in \{0, 1\}$.

Der Zustand x_1 bezeichnet den Strom, x_2 die Ausgangsspannung. V_0 ist die konstante Eingangsspannung.

- 1.1 Berechnen Sie den Strom x_1^* , der im eingeschwungenen Zustand nötig ist, um eine gewünschte Ausgangsspannung $x_2^* = V_d$ zu erhalten.

Es sei nun $s = x_1 - x_1^*$ und $u = \frac{1}{2}(1 - \text{sgn}(s))$.

- 1.2 Berechnen Sie das Systemverhalten $\dot{\underline{x}}_{av} = \underline{f}_{av}(\underline{x})$, $\underline{x} = [x_1 \ x_2]^T$ in $s = 0$ mit der Methode von Filippov.

- 1.3 Skizzieren Sie den Verlauf von $x_2(t)$ nach Erreichen von $s = 0$.

- 1.4 Untersuchen Sie die Existenz des Sliding Mode.

2. Aufgabe:

Gegeben sei das nichtlineare System 2.Ordnung

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + \underline{b}(\underline{x})u, \quad \underline{x} \in \mathbb{R}^2, \quad u \in \mathbb{R}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}, \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} \sin^2 y \\ \cos^2 y \end{bmatrix}, \quad y = [1 \ 1] \underline{x}.$$

- 2.1 Entwerfen Sie eine Sliding-Mode-Regelung (Regelziel $y = 0$).

- 2.2 Untersuchen Sie das Verhalten auf $s = 0$ mit Equivalent Control.

3. Aufgabe: Simple Inverted Pendulum

Es wird ein einfaches invertiertes Pendel betrachtet, welches durch folgende Differentialgleichung beschrieben wird:

$$J\ddot{\theta} - mgl \sin \theta = \tau \quad J, m, g, l > 0$$

- 3.1 Verwenden Sie $\tau = -\tau_0 \operatorname{sign}(s_1)$ als Stellgröße und die Schaltmannigfaltigkeit $s_1 = c_1\dot{\theta} + c_2\theta$, $c_1, c_2 > 0$. Überprüfen Sie die Existenz des Sliding Mode.

Nachdem das Drehmoment τ in einem realen System nicht diskontinuierlich sein kann, wird obiges Systemmodell um die Dynamik eines Gleichstrommotors erweitert:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + K_n \dot{\theta} = u \quad \tau = K_m i$$

$L, R, K_n, K_m > 0$ sind Motorparameter, i ist der Motorstrom und u die Eingangsspannung.

- 3.2 Bestimmen Sie den Strom i^* , welcher dem Pendel folgende Dynamik einprägt:

$$\ddot{\theta} = -\alpha_1 \theta - \alpha_2 \dot{\theta}.$$

- 3.3 Untersuchen Sie die Existenz und Stabilität von Sliding Mode für den Regler $u = -u_0 \operatorname{sign}(s_2)$ mit $s_2 = i - i^*$.