CAU-Net: A Convolutional Attention U-Network For Radar Signal Deinterleaving

1) 论文主要内容

通过设计一个网络，对接收信号进行去识别和分选。

2) 具体实现和 CAU-Net 网络

1. 实验搭建

发射信号：LFM 信号。

信号设置：其脉冲重复间隔和脉冲宽度采用抖动调制。

$$T_r' = (1-\alpha+2\alpha\cdot rand)\cdot T_r$$

$$T_p' = (1-\alpha+2\alpha\cdot rand)\cdot T_p$$

接收信号:

$$S(t)=\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}A_n\cdot rect\left(\frac{t-t_{n,m}}{T_p'}\right)\exp\left(j\pi k(t-t_{n,m})^2\right) \tag{5}$$

$$t_{n,m}=\begin{cases}\mathrm{TOA_{n,0}}, m=1\\ \mathrm{TOA_{n,0}}+\sum_{i=1}^{m-1}T_{r,i}', m\geq 2\end{cases} \tag{6}$$

为 tn,m 为第 n 个发射机的第 m 个脉冲的到达时间。

TOAn,0 为第 n 个发射机的第一个脉冲的到达时间。

T’r,i 为第 n 个发射机的第 i 个脉冲重复间隔。

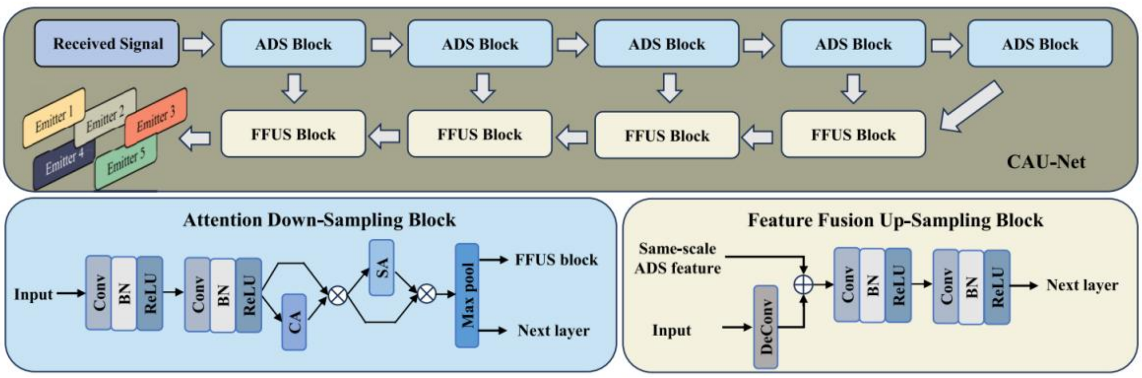
2. 网络结构

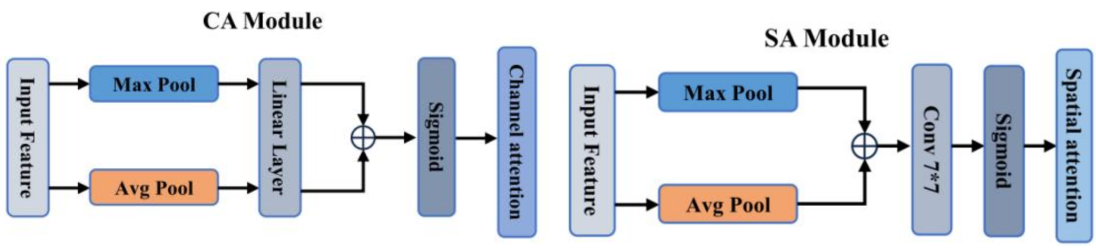
1.网络由注意力下采样（ADS）块和特征融合上采样（FFUS）块组成。

2.其下采样模块由**两层卷积**和 **CA** 与 **SA** 和**最大池化**层组成。

3.上采样模块由**反卷积网络**层和**两层卷积网络**组成。

4.CA 由一个**最大池化**和一个**平均池化拼接**之后再经过一个**激活函数**，SA 由一个**最大池化**和一个**平均池化**拼接之后再经过 **7*7 卷积层**和**激活函数**。





CA 和 SA 的权重计算方式:

$$\begin{aligned} W_c(f) &= \sigma\left(Linear\left(avgpool\left(f\right)\right)\right. \\ &\quad \left.+Linear\left(maxpool\left(f\right)\right)\right) \end{aligned} \tag{7}$$

$$W_s(f) = \sigma\left(conv_{7\times7}\left(concat\left(avgpool\left(f\right), maxpool\left(f\right)\right)\right)\right) \tag{8}$$

SA 和 CA 部分的过程:

$$f' = W_c(f) \otimes f$$
$$f'' = W_s(f') \otimes f'$$

损失函数:

$$Loss = \frac{1}{L \cdot N} \sum_{l=1}^{L} \sum_{n=1}^{N} \left(\hat{y}_{l,n} - y_{l,n}\right)^2$$

3. 实验内容

```
epoch: 83 sim: 0.8090159296989441
epoch: 84 train_loss:  0.019878664949593453
epoch: 84 sim: 0.813949704170227
epoch: 85 train_loss:  0.019762144108621267
epoch: 85 sim: 0.8173077702522278
epoch: 86 train_loss:  0.01960677446160739
epoch: 86 sim: 0.8223758935928345
epoch: 87 train_loss:  0.019495635263669413
epoch: 87 sim: 0.8257737755775452
epoch: 88 train_loss:  0.019247175140764575
epoch: 88 sim: 0.8176555633544922
epoch: 89 train_loss:  0.019145295758859607
epoch: 89 sim: 0.8233134746551514
epoch: 90 train_loss:  0.01887347029980284
epoch: 90 sim: 0.816766083240509
epoch: 91 train_loss:  0.018832483194982663
epoch: 91 sim: 0.8270451426506042
epoch: 92 train_loss:  0.01870051404526725
epoch: 92 sim: 0.8318674564361572
epoch: 93 train_loss:  0.018542775914025384
epoch: 93 sim: 0.8316900134086609
epoch: 94 train_loss:  0.018359905073103814
epoch: 94 sim: 0.8364368081092834
epoch: 95 train_loss:  0.018297128667965675
epoch: 95 sim: 0.829155445098877
epoch: 96 train_loss:  0.018107071245154635
epoch: 96 sim: 0.838212251663208
epoch: 97 train_loss:  0.01806159137477414
epoch: 97 sim: 0.8339556455612183
epoch: 98 train_loss:  0.017778068739242446
epoch: 98 sim: 0.8297494053840637
epoch: 99 train_loss:  0.017738772092012172
epoch: 99 sim: 0.8351496458053589
```

模型保存:

CAUNet_best_model.pth	2024/11/24 11:22	PTH 文件	10,849 KB
CAUNet_params_epoch_20.pth	2024/11/24 10:37	PTH 文件	10,849 KB
CAUNet_params_epoch_40.pth	2024/11/24 10:49	PTH 文件	10,849 KB
CAUNet_params_epoch_60.pth	2024/11/24 11:00	PTH 文件	10,849 KB
CAUNet_params_epoch_80.pth	2024/11/24 11:12	PTH 文件	10,849 KB
CAUNet_params_epoch_100.pth	2024/11/24 11:24	PTH 文件	10,849 KB

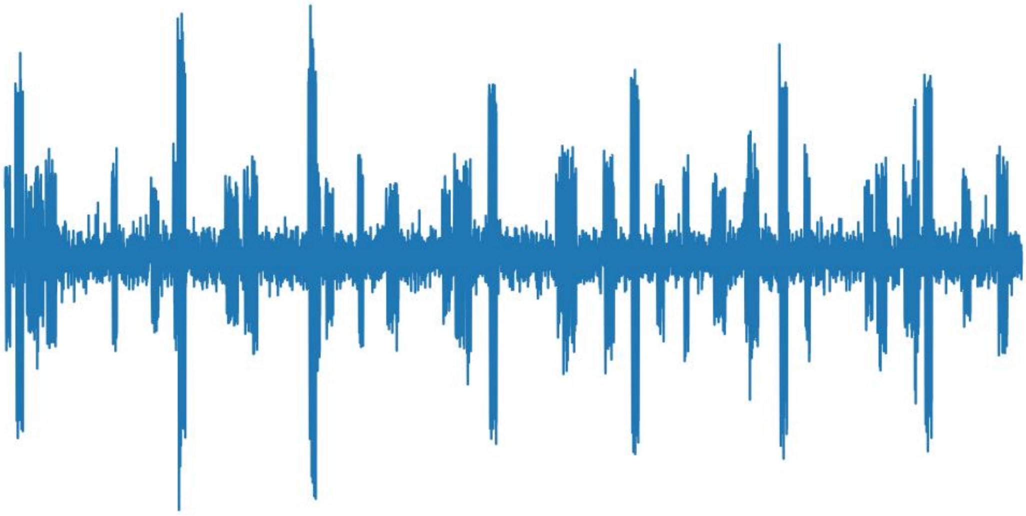
评估参数:

SIM(相似系数)　ACC(准确性)和 IOU(交并比)　　params 和 FLOPs

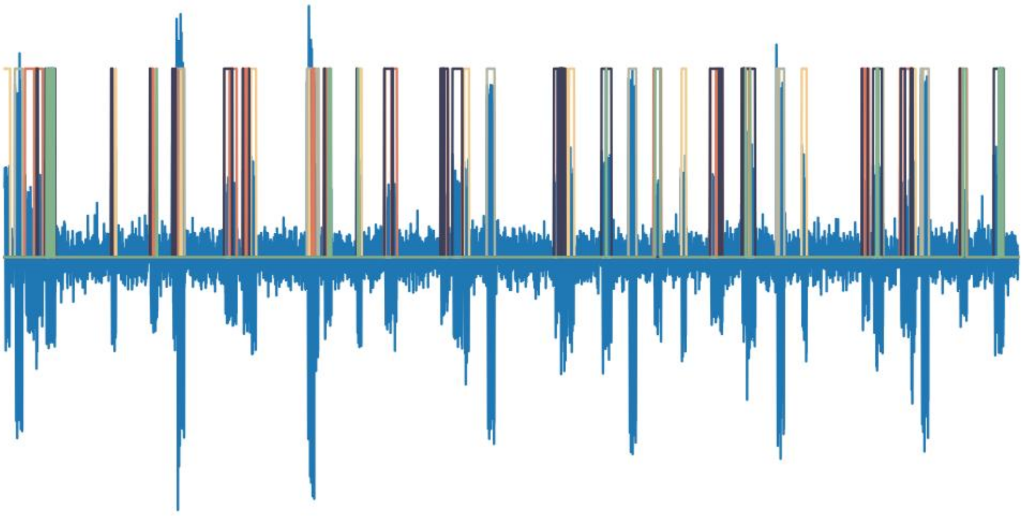
```
D:\conda\envs\my_env01\python.exe "D:\python f\pythonProject\CAUNet_code\CAUNet_code\test_flops.py"
[INFO] Register count_convNd() for <class 'torch.nn.modules.conv.Conv1d'>.
[INFO] Register count_normalization() for <class 'torch.nn.modules.batchnorm.BatchNorm1d'>.
[INFO] Register count_convNd() for <class 'torch.nn.modules.conv.ConvTranspose1d'>.
FLOPs: 2755.072
Params: 2.712165
```

```
tensor(0.6721, device='cuda:0', grad_fn=<DivBackward0>)
0.93425
0.3318089430894309
```

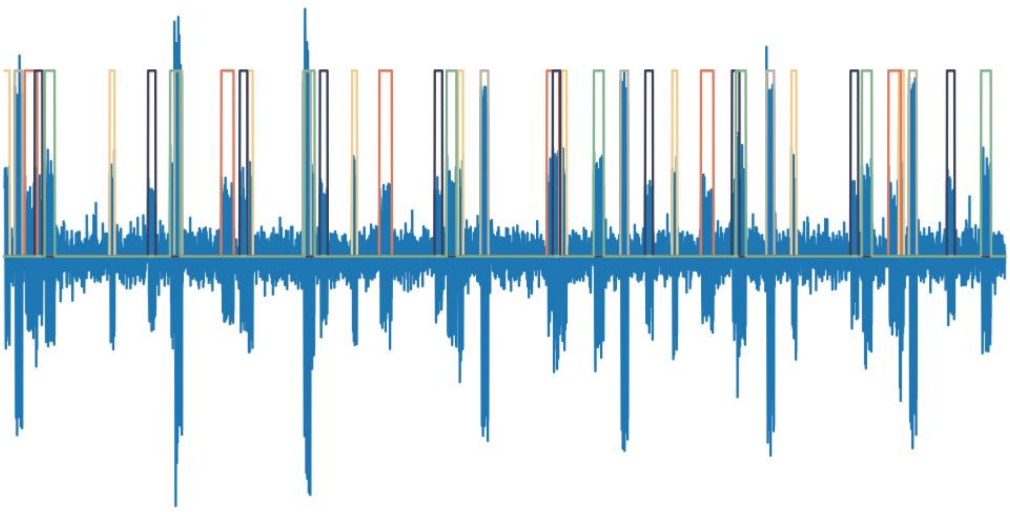
原始信号图像:



预测结果:



真实结果:



GRAPH ATTENTION NETWORKS

论文主要内容:

通过引入基于自注意力机制的图神经网络层，高效处理图结构数据。

具体过程:

1. 注意力分数的计算

输入点特征矩阵 h

$$\mathbf{h} = \{\vec{h}_1, \vec{h}_2, \ldots, \vec{h}_N\}, \vec{h}_i \in \mathbb{R}^F$$

输出点特征矩阵 h'

$$\mathbf{h}' = \{\vec{h}'_1, \vec{h}'_2, \ldots, \vec{h}'_N\}, \vec{h}'_i \in \mathbb{R}^{F'}$$

W 为一个共享线性矩阵 用于把输入维度 F 转化为输出维度 F'

假设

$h_1 \xrightarrow{W} h_1'$

F=3 F'=4

$$e_{ij} = a(\mathbf{W}\vec{h}_i, \mathbf{W}\vec{h}_j)$$

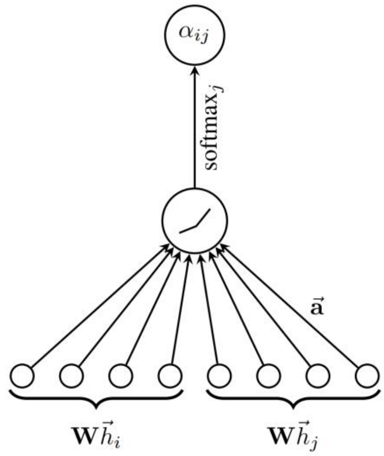
eij 表示节点 j 的特征对节点 i 的重要性程度（注意力系数）。
通过一个全连接层，把$\mathbf{W}\vec{h}_i, \mathbf{W}\vec{h}_j$映射到一维
计算注意力分数:

$$\alpha_{ij} = \mathrm{softmax}_j(e_{ij}) = \frac{\exp(e_{ij})}{\sum_{k\in\mathcal{N}_i}\exp(e_{ik})}.$$

添加 LeakyReLU 来增加学习能力，最后的注意力分数为：

$$\alpha_{ij} = \frac{\exp\left(\mathrm{LeakyReLU}\left(\vec{\mathbf{a}}^T[\mathbf{W}\vec{h}_i \| \mathbf{W}\vec{h}_j]\right)\right)}{\sum_{k\in\mathcal{N}_i}\exp\left(\mathrm{LeakyReLU}\left(\vec{\mathbf{a}}^T[\mathbf{W}\vec{h}_i \| \mathbf{W}\vec{h}_k]\right)\right)}$$

整个过程为:



2. 聚合

用注意力分数，乘以 V(V=Whi)的值，再通过激活函数，就可以得到聚合后的新节点的特征值。

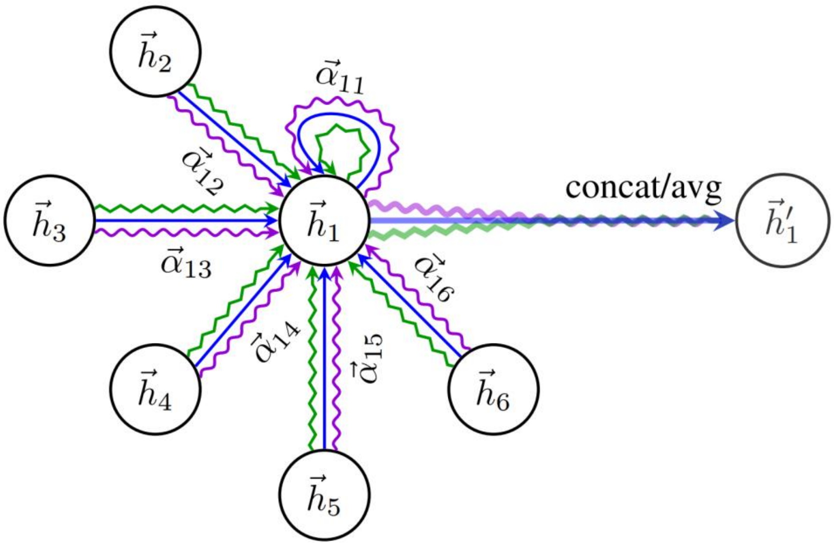
$$\vec{h}'_i = \sigma\left(\sum_{j\in\mathcal{N}_i} \alpha_{ij}\mathbf{W}\vec{h}_j\right)$$

当然，也可以设置不同的 W 来获得多个注意力分数，再捏合在一起，计算和或者平均值。

$$\vec{h}'_i = \Big\Vert_{k=1}^{K} \sigma\left(\sum_{j\in\mathcal{N}_i} \alpha_{ij}^k\mathbf{W}^k\vec{h}_j\right)$$

$$\vec{h}'_i = \sigma\left(\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\sum_{j\in\mathcal{N}_i} \alpha_{ij}^k\mathbf{W}^k\vec{h}_j\right)$$

多 W 计算新节点特征值的流程图:



SEMI-SUPERVISED CLASSIFICATION WITH GRAPH CONVOLUTIONAL NETWORKS

论文主要内容:

图卷积网络（GCN），通过高效的层级传播规则实现了大规模图上的**半监督节点分类**，显著**提升了性能和计算效率**。

GCN 模型:

GCN 层结构:

$$H^{(l+1)} = \sigma\left(\tilde{D}^{-\frac{1}{2}}\tilde{A}\tilde{D}^{-\frac{1}{2}}H^{(l)}W^{(l)}\right).$$

损失函数:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \lambda\mathcal{L}_{\text{reg}}, \quad \text{with} \quad \mathcal{L}_{\text{reg}} = \sum_{i,j} A_{ij}\|f(X_i) - f(X_j)\|^2 = f(X)^\top \Delta f(X).$$

其中L_0为监督损失，L_{reg}为正则化损失。

L_0通常是交叉熵损失，用于训练有标签的节点。

$$\mathcal{L}_0 = -\sum_{l\in\mathcal{Y}_L}\sum_{f=1}^{F} Y_{lf}\ln Z_{lf}$$

L_{reg}为利用图的拓扑信息，增强模型对无标签节点的学习的正则化损失。

$$\mathcal{L}_{\text{reg}} = \sum_{i,j} A_{ij}\|f(X_i) - f(X_j)\|^2$$

具体过程:

1. 预备知识

邻接矩阵(A), 度矩阵(D), 拉普拉斯矩阵(L), 归一化拉普拉斯矩阵(L_{sym})

其中 $L = D - A$，$L_{sym} = D^{-1/2} L D^{-1/2}$。

其中 L 和 L_{sym}有以下性质(证明在另一个文档)

$$\hat{L} = D^{-\frac{1}{2}} L D^{-\frac{1}{2}}$$

1) L_{sym}和 L 都是**半正定实对称矩阵**。

2) L 可以分解为$U\begin{bmatrix} N_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & N_n \end{bmatrix}U^T$,且 **U** 为**正交矩阵**。

3) L_{sym}的特征值范围在[0 , 2]。

2. 推导过程

得到其 GCN 网络层结构的主要**核心思想**就是，把**拉普拉斯算子**的**特征函数**$e^{-\omega it}$转变为**图**(garph)中对应的**拉普拉斯矩阵**的**特征向量**。

传统的傅里叶变化定义:

$$F(\omega)=\mathcal{F}[f(t)]=\int f(t)e^{-i\omega t}dt$$

为信号 f(t)与**基函数**$e^{-\omega it}$的积分，而$e^{-\omega it}$则为**拉普拉斯算子**的**特征函数**。

$$\Delta e^{-i\omega t}=\frac{\partial^2}{\partial t^2}e^{-i\omega t}=-\omega^2 e^{-i\omega t}$$

同样的，处理**图**(garph)问题的时候需要用到**拉普拉斯矩阵**，对应的也就需要去找拉普拉斯矩阵对应的**基矩阵**。

而拉普拉斯矩阵是一个半正定对称矩阵，则有以下结果:

$$LV=\lambda V$$

离散积分是一种内积形式，而其傅里叶变化为:

$$F(\lambda_l)=\hat{f}(\lambda_l)=\sum_{i=1}^{N} f(i)u_l^*(i)$$

ul(i)表示第 l 个特征向量的第 i 个分量，ul*(i)为其共轭。

所以其图(garph)上的傅里叶变化为:

$$\begin{pmatrix}\hat{f}(\lambda_1)\\ \hat{f}(\lambda_2)\\ \vdots\\ \hat{f}(\lambda_N)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u_1(1) & u_1(2) & \dots & u_1(N)\\ u_2(1) & u_2(2) & \dots & u_2(N)\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ u_N(1) & u_N(2) & \dots & u_N(N)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}f(1)\\ f(2)\\ \vdots\\ f(N)\end{pmatrix} \qquad \hat{f}=U^T f$$

由此可以推出，其傅里叶逆变换为:

$$f=U\hat{f}$$

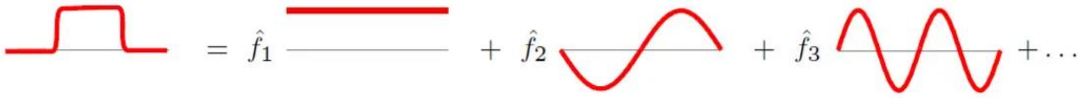
所以图卷积就是 f 和卷积核 g 的卷积，其表达式为:

$$\begin{aligned}
f*g &= F^{-1}(F(f)\cdot F(g))\\
&= F^{-1}(U^T f\cdot U^T g)\\
&= U(U^T f\cdot U^T g)\\
&= U diag(U^T g)U^T f\\
&= U\begin{bmatrix}\lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \lambda_n\end{bmatrix}U^T f\\
&= U diag(\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n)U^T f\\
&= U\Lambda_H U^T f\\
&= Hf
\end{aligned}$$

卷积核g的傅立叶变化对角矩阵为

$$\begin{bmatrix}\hat{g}(\lambda_1) & & \\ & \ddots & \\ & & \hat{g}(\lambda_n)\end{bmatrix}$$

f 和 g 卷积的就是 f 经过滤波器 H 处理后的输出结果。
傅里叶变换**把任意一个函数表示成了若干个正交函数的线性组合。**



因为**拉普拉斯矩阵的 ui** 全部为**正交向量，**其**拉普拉斯矩阵的特征向量还是一组正交基，**所以图(garph)的傅里叶变换也把图(garph)上定义的任意向量 f，表示成了**拉普拉斯矩阵特征向量的线性组合**，即：

$$f=\hat{f}(\lambda_1)u_1+\hat{f}(\lambda_2)u_2+\cdots+\hat{f}(\lambda_n)u_n$$

对于传统的傅里叶变换，拉普拉斯算子的特征值 ω 表示谐波频率，而**拉普拉斯矩阵**的**特征值 λ i** 也表示图**拉普拉斯变换**的频率。
这也就保证了其图(garph)卷积的公式是正确的。

综上所属，图卷积如何改进就在于其$g_\theta(\Lambda)$该如何选择。

下面默认

$$L=U\Lambda U^T$$

第一代 GCN
直接把 diag(g^(λl))变成了卷积核 diag(θ_i)

$$g_\theta(\Lambda)=\begin{pmatrix}\theta_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \theta_n\end{pmatrix} \quad y_{output}=\sigma\left(Ug_\theta(\Lambda)U^Tx\right)$$

导致整个计算量过大，卷积核需要的 n 个参数，而且是全局连接。

第二代(基于多项式)
把$g_\theta(\Lambda)$**设计成了求和的方式**

$$g_\theta(\Lambda)=\begin{pmatrix}\sum_{j=0}^K\alpha_j\lambda_1^j & & \\ & \ddots & \\ & & \sum_{j=0}^K\alpha_j\lambda_n^j\end{pmatrix}$$

$$U\sum_{j=0}^K\alpha_j\Lambda^jU^T=\sum_{j=0}^K\alpha_jU\Lambda^jU^T=\sum_{j=0}^K\alpha_jL^j$$

$$y_{output}=\sigma\left(\sum_{j=0}^{K-1}\alpha_jL^jx\right)$$

1.卷积核只有 K 个参数，一般 K 远小于 n，参数的复杂度被大大降低了。
2.矩阵变换后，神奇地发现不需要做特征分解了，直接用拉普拉斯矩阵 L 进行变换，但是要计算 L 的高级次幂，复杂度仍然很高。
3.可以通过控制 K 来选择让聚合周围 K 个节点。

第三代(基于切比雪夫多项式)

$$g_\theta(\Lambda) = \sum_{k=0}^{K-1} \beta_k T_k(\tilde{\Lambda})$$

T_k是 k 阶切比雪夫多项式，$\tilde{\Lambda}$是**重新缩放**的**特征值对角矩阵**，进行这个变换的原因是第一类 Chebyshev 多项式的输入要在[-1 , 1]之间。
第一类 Chebyshev 多项式为:

$$T_k(x) = \cos(k \cdot \arccos(x))$$

arccos 的输入范围必须是[-1 , 1]，所以设置$\tilde{\Lambda}$**为:**

$$\frac{2\Lambda_{\hat{L}}}{\lambda_{max}} - I$$

进而得到:

$$\tilde{L} = 2\hat{L}/\lambda_{max} - I$$

这样就可以使用第一类切比雪夫多项式。

$$\begin{aligned}
X^{l+1} &= HX^l \\
&= U\Lambda_H U^T X^l \\
&= U \sum \beta_k T_k(\widetilde{\Lambda}_{-1,1}) U^T X^l \qquad (1) \\
&= [\sum \beta_k T_k(U\widetilde{\Lambda}_{-1,1}U^T)] X^l \qquad (2) \\
&= [\sum \beta_k T_k(U(\frac{2\Lambda_{\hat{L}}}{\lambda_{max}} - I)U^T)] X^l \\
&= [\sum \beta_k T_k(\frac{2U\Lambda_{\hat{L}}U^T}{\lambda_{max}} - I)] X^l \\
&= [\sum \beta_k T_k(\frac{2\hat{L}}{\lambda_{max}} - I)] X^l
\end{aligned}$$

(1)和(2)相等可以用**数学归纳法**证明：

最后得到其输出为:

$$y = \sigma\left(\sum_{k=0}^{K-1} \beta_k T_k(\tilde{L})x\right)$$

将上面过程在一阶进行展开

$$T_k(\tilde{L}) = 2\tilde{L}T_{k-1}(\tilde{L}) - T_{k-2}(\tilde{L})$$

$$T_0(\tilde{L}) = I, T_1(\tilde{L}) = \tilde{L}$$

可以得到:

$$\begin{aligned}
X^{l+1} &= HX^l \\
&= U\Lambda_H U^T X^l \\
&= \sum \beta_k T_k(\frac{2\hat{L}}{\lambda_{max}} - I)X^l \qquad \text{一阶展开} \\
&= [\beta_0 T_0(\frac{2\hat{L}}{\lambda_{max}} - I) + \beta_1 T_1(\frac{2\hat{L}}{\lambda_{max}} - I)]X^l \\
&= [\beta_0 I + \beta_1(\frac{2\hat{L}}{\lambda_{max}} - I)]X^l \qquad \text{令}\lambda_{max} = 2 \\
&= [\beta_0 I + \beta_1(\hat{L} - I)]X^l \\
&= [\beta_0 I + \beta_1(I - D^{-\frac{1}{2}}AD^{-\frac{1}{2}} - I)]X^l \\
&= [\beta_0 I - \beta_1 D^{-\frac{1}{2}}AD^{-\frac{1}{2}}]X^l \qquad \text{令}\beta_1 = -\beta_0 \\
&= [\beta_0 I + \beta_0 D^{-\frac{1}{2}}AD^{-\frac{1}{2}}]X^l \\
&= \beta_0(D^{-\frac{1}{2}}AD^{-\frac{1}{2}} + I)X^l \\
&= \beta_0(D^{-\frac{1}{2}}AD^{-\frac{1}{2}} + D^{-\frac{1}{2}}DD^{-\frac{1}{2}})X^l \\
&= \beta_0 D^{-\frac{1}{2}}(A + D)D^{-\frac{1}{2}}X^l \longrightarrow \text{数值不稳定，梯度问题}
\end{aligned}$$

最后再对其~~归一化~~得到: 重正化

$$Z = \tilde{D}^{-\frac{1}{2}}\tilde{A}\tilde{D}^{-\frac{1}{2}}X\Theta$$

也就是最后 GCN 模型中的结构。

3. 半监督学习中进行点分类

两层的 GCN 模型为:

$$Z = f(X, A) = \mathrm{softmax}\Big(\hat{A}\ \mathrm{ReLU}\Big(\hat{A}XW^{(0)}\Big)\,W^{(1)}\Big)\ .$$

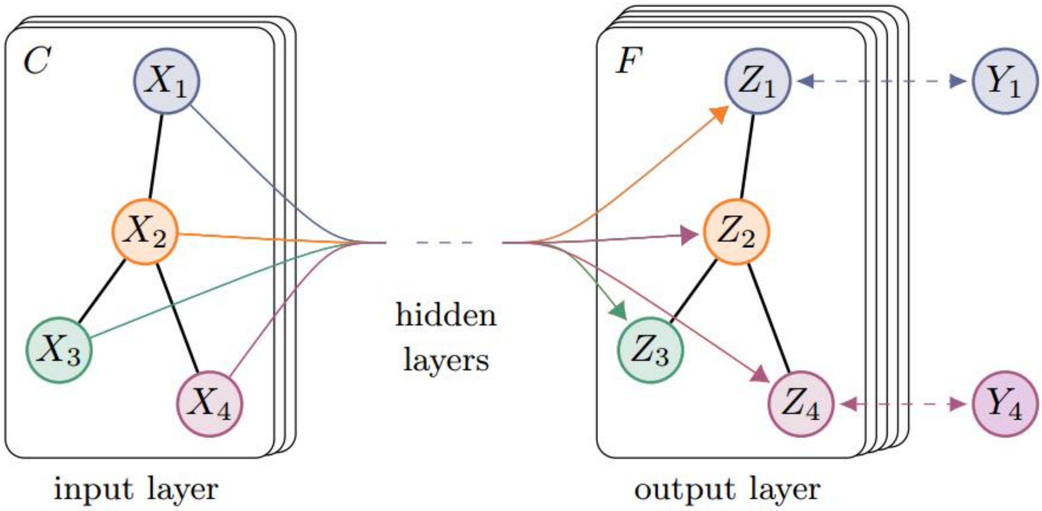
其中

$$\hat{A} = \tilde{D}^{-\frac{1}{2}}\tilde{A}\tilde{D}^{-\frac{1}{2}}$$

损失函数为:

$$\mathcal{L} = -\sum_{l\in\mathcal{Y}_L}\sum_{f=1}^{F} Y_{lf}\ln Z_{lf}\ ,$$

两层 GCN 结构:



监督损失 ($\mathcal{L}_{\text{sup}}$) 的参数

$$\mathcal{L}_{\text{sup}} = -\sum_{i \in \mathcal{Y}_L} \sum_{c=1}^{C} Y_{ic} \log P_{ic}$$

1. $\mathcal{Y}_L$:
   - 含义：标注节点的集合，表示图中哪些节点的标签已知。
   - 作用：在监督损失中，优化仅发生在这些标注节点上。
2. C:
   - 含义：类别总数，表示每个节点可能属于的分类类别数量。
   - 作用：监督损失需要针对每个类别计算模型预测的概率。
3. Y_{ic}:
   - 含义：节点 i 在类别 c 下的真实标签值（one-hot 编码）。
     - $Y_{ic} = 1$：如果节点 i 属于类别 c。
     - $Y_{ic} = 0$：否则。
   - 作用：引导模型在训练中优化，使得预测值 P_{ic} 尽可能接近 Y_{ic}。
4. P_{ic}:
   - 含义：模型预测的节点 i 属于类别 c 的概率，通常是通过 softmax 函数得到：

$$P_{ic} = \frac{\exp(Z_{ic})}{\sum_{c'} \exp(Z_{ic'})}$$

     - Z_{ic}：隐藏层输出的特征，经过权重变换后得到的分类得分。
   - 作用：衡量模型的预测准确性。

正则化损失 ($\mathcal{L}_{\text{reg}}$) 的参数

$$\mathcal{L}_{\text{reg}} = \sum_{i,j} A_{ij} \| f(X_i) - f(X_j) \|^2$$

1. A_{ij}:
   - 含义：图的邻接矩阵元素，表示节点 i 和 j 是否相连。
     - $A_{ij} = 1$：如果节点 i 和 j 相连。
     - $A_{ij} = 0$：否则。
   - 作用：控制正则化损失只作用于相邻节点。
2. $f(X_i)$ **和** $f(X_j)$:
   - 含义：节点 i 和 j 的特征嵌入，表示经过图卷积网络后的节点特征。
   - 作用：通过最小化嵌入差异，强制相连节点的嵌入尽可能接近。
3. $\| \cdot \|^2$:
   - 含义：节点嵌入之间的欧氏距离（平方）。
   - 作用：测量相邻节点特征嵌入之间的相似性。