

Projet SI4 - Algorithmes et Complexité.

Algorithmes pour le Jeu Rouge Bleu

Langages autorisés : **Java**, **Python** et **C**.

Date limite pour envoyer votre projet : **dimanche 6 décembre 2020 (20 heures)** (UTC+1).

Lien pour déposer le projet :

<https://www.dropbox.com/request/KPs8fjvAEII567gMhtmp>

Projet à réaliser en **groupe de 4** (pas nécessairement d'un même groupe de TD).

Groupe à constituer au plus tard le **mercredi 18 novembre 2020 (17 heures)** en envoyant un courrier électronique à Johny Bond. Un groupe sera considéré FISA, uniquement si tous les membres sont FISA. Les groupes de moins de 4 seront pénalisés, sauf autorisation de Johny Bond (le nombre d'inscrits n'est pas forcément multiple de 4). Si difficulté dans la constitution des groupes, merci de contacter Johny Bond dès que possible.

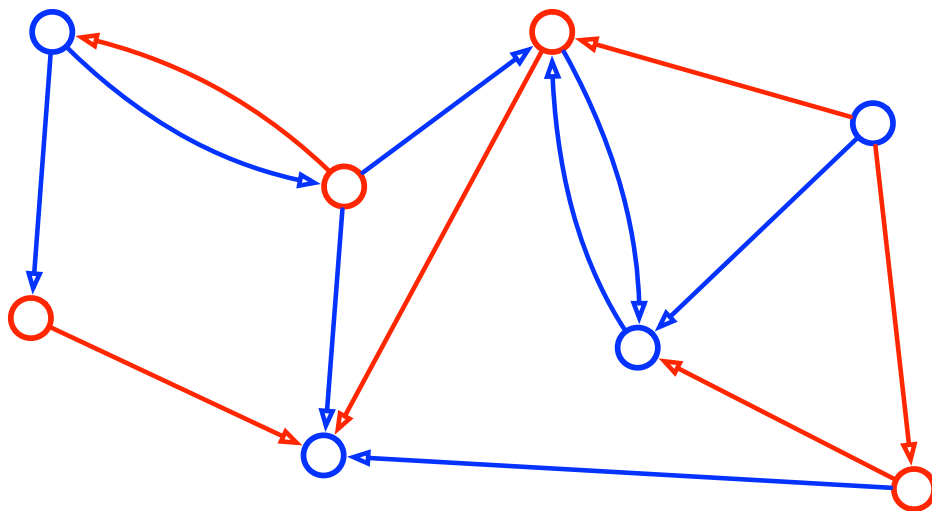
Question sur le projet ? dorian.mazauric@inria.fr

Vous devez répondre pour chacune des questions (dans un fichier au format PDF obligatoire) et nous faire parvenir le code pour les questions 5 et 6.

Johny Bond, François Doré, Dorian Mazauric, Christophe Papazian

2020 - 2021

Un graphe orienté bi-coloré $G = (V, A, c)$ est tel que de tout sommet $u \in V$ à tout sommet $v \in V$, il y a au plus un arc et la couleur $c(v)$ de tout sommet $v \in V$ et la couleur $c(a)$ de tout arc $a \in A$, est *rouge* ou *bleu*. Un exemple de graphe bi-coloré est visible ci-dessous.

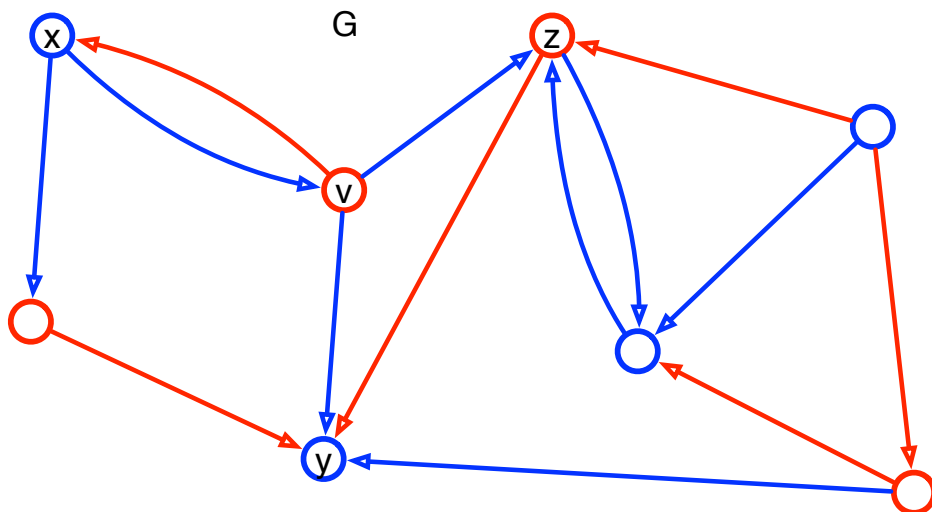


L'ensemble $N_G^-(u)$ est l'ensemble des voisins entrants d'un sommet $u \in V$. L'ensemble $N_G^+(u)$ est l'ensemble des voisins sortants d'un sommet $u \in V$.

Étant donné $G = (V, A, c)$ et $v \in V$, nous définissons le graphe orienté bi-coloré $G' = (V', A', c')$ comme suit :

- $V' = V \setminus \{v\}$;
- $A' = A \setminus (\{(u, v) \in A \mid u \in V\} \cup \{(v, u) \in A \mid u \in V\})$;
- $c'(a) = c(a)$ pour tout $a \in A'$;
- $c'(u) = c(e)$ pour tout $u \in N_G^+(v)$ avec $e = (v, u)$; et $c'(u) = c(u)$ pour tout $u \in V' \setminus N_G^+(v)$.

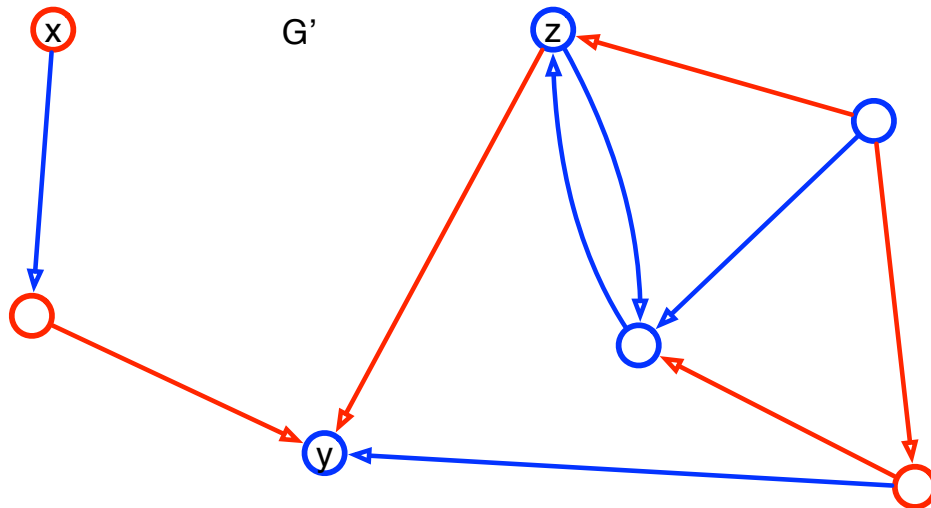
Autrement dit, G' est une copie de G dans laquelle tout arc sortant de v vers v' donne sa couleur à v' et en supprimant ensuite le sommet v . Reprenons notre exemple avec le sommet v indiqué ci-dessous.



Nous construisons G' en modifiant la couleur de deux des trois voisins sortants de v , c'est-à-dire

- le sommet x devient rouge car l'arc de v vers x est rouge,

- le sommet z devient bleu car l'arc de v vers z est bleu,
- le sommet y reste bleu car l'arc de v vers y est bleu.

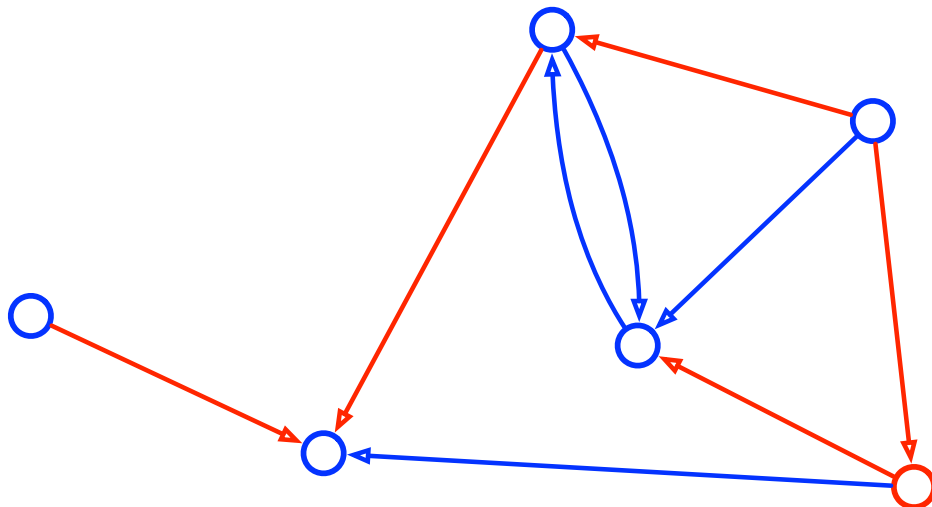


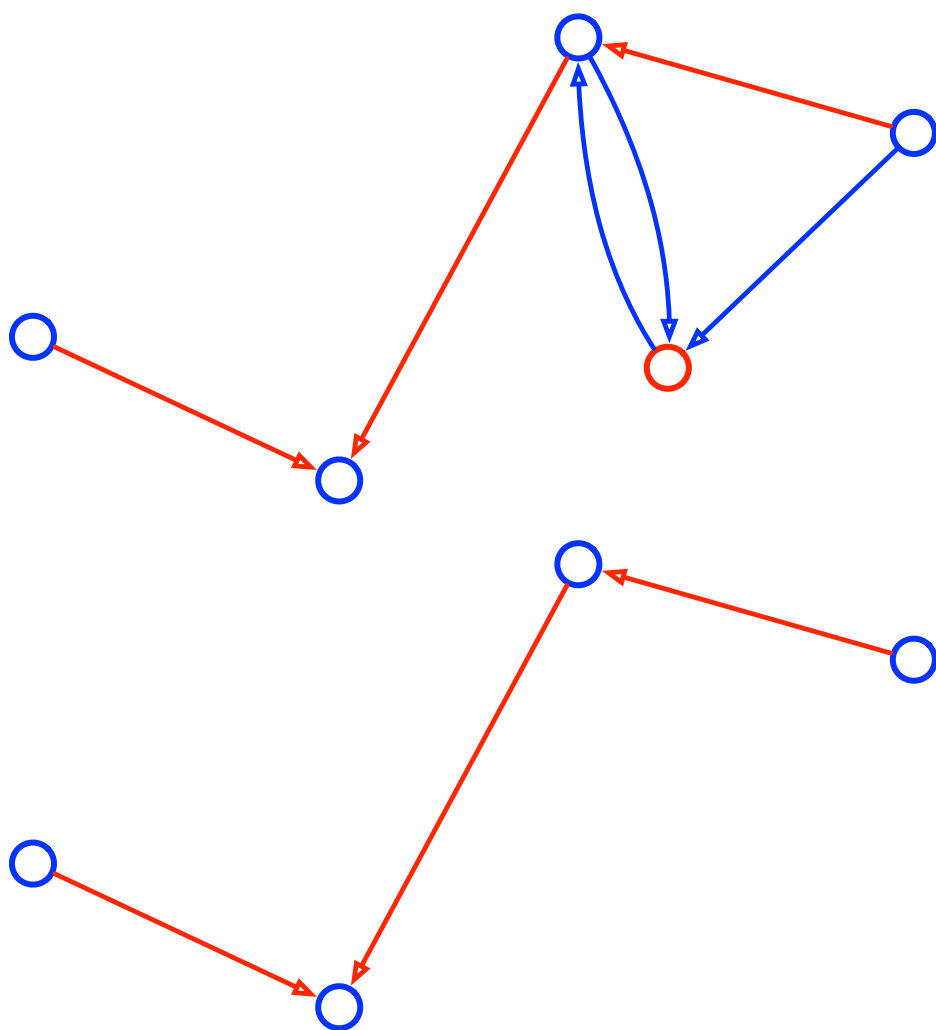
Définissons $G_0 = G$. Une *séquence rouge* de sommets de G est un vecteur (v_0, \dots, v_{t-1}) qui satisfait $G_{i+1} = f(G_i, v_i)$ pour tout $i \in \llbracket 0, t-1 \rrbracket$ et $c_i(v_i)$ est rouge pour tout $i \in \llbracket 0, t-1 \rrbracket$, avec c_i la coloration dans G_i .

Autrement dit, une *séquence rouge* est une suite de suppressions de sommets rouges dans les graphes obtenus après ces suppressions successives.

Problème rouge-bleu. Étant donné un graphe orienté bi-coloré $G = (V, A, c)$ et un entier $k \geq 1$, le problème rouge-bleu consiste à décider s'il existe une *séquence rouge* de sommets de G de taille au moins k .

Dans la suite, nous montrons que la réponse est **oui** pour notre graphe exemple et pour $k = 4$. Vous trouverez ci-dessous la suite de la séquence (c'est-à-dire les trois suppressions supplémentaires)





Question 8 (bonus). Donner quelques idées pour un algorithme polynomial pour la classe des graphes sans circuit ou pour la classe des graphes qui sont des arbres si on remplace chaque arc par une arête.

Cette question a fait l'objet d'un stage de recherche (avec un de vos camarades d'une autre promotion) et un article est en cours de rédaction pour soumission dans une revue scientifique. Un nouveau stage pourrait d'ailleurs être proposé l'été prochain pour compléter les travaux et donc contribuer à finaliser l'article...

Enfin, ce jeu a une réelle application pour l'optimisation de la taille de la représentation de certaines structures géométriques.