

analysis expression

Gleb Anohin

September 25, 2024

Contents

1	Высказывание	1
1.1	Определение	1
1.2	Примеры	1
2	Предикат	2
2.1	Определение	2
2.2	Примеры	2
3	Операции с высказыванием и предикатами	2
3.1	Отрицание	2
3.1.1	Определение	2
3.1.2	Примеры	2
3.2	Конъюнкция	2
3.3	Дизъюнкция	3
3.4	Импликация	3
4	Теорема	3

1 Высказывание

1.1 Определение

Повествовательное предложение, которое можно отнести к верным или неверным утверждениям.

Обозначение - a, b, c

1.2 Примеры

- Эта ручка синяя (правдивое высказывание)
- Все студента специалитета – кролики (ложное высказывание)
- Слон большой (не высказывание, потому что не понятно насколько большой и какой слон)

2 Предикат

2.1 Определение

Некоторое выражение (не обязательно математическое), зависящее от переменных, такое, что при подстановке в переменные некоторых значений, выражение становится высказыванием.

Множество допустимых (например по условию задачи) значений – область определения

Обозначение - $A(x, y, \dots), B(z, q, \dots)$

2.2 Примеры

- “ $a > 0$ ”, $a \in Z$
- “ x - Вася”, x - человек
- “Все натуральные числа, заканчивающиеся на 0,2,4,6,8 - четные” - не предикат, потому что нет аргументов

3 Операции с высказыванием и предикатами

3.1 Отрицание

3.1.1 Определение

Операция инвертирующая истинность высказывания.

В предложениях обычно применяется к глаголам/свойствам

3.1.2 Примеры

- Доска на полу \rightarrow Доска не на полу
Доска - объект На полу - свойство
- Все студенты родились в 2008. \rightarrow Не все студенты родились в 2008.
Что? Мы же говорили, что “не” применяется к свойствам?
В этом случае мы отрицаем “не все студенты”, чтобы сохранить смысл.
Нужно просто думать
 $A = “x \text{ родился в } 2008 \text{ году}”$
 $a = [\forall s \in M : A(s)] \quad \neg a = [\exists s \in M : \neg A(s)]$

3.2 Конъюнкция

Логическое И (\wedge)

3.3 Дизъюнкция

Логическое ИЛИ (\vee)

3.4 Импликация

Если А то В (\Rightarrow)

A	B	A \rightarrow B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

4 Теорема

Пусть а, b, с - высказывания, тогда

1. $(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$ – сочетательный закон конъюнкции
2. $(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$ – сочетательный закон дизъюнкции
3. $a \wedge (c \vee b) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ – распределительный закон конъюнкции относительно дизъюнкции
4. $a \vee (c \wedge b) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$ –
5. $a \wedge b = b \wedge a$ – переместительный закон конъюнкции
6. $a \vee b = b \vee a$ – переместительный закон дизъюнкции
7. $a \wedge (\neg a) = T$ – закон исключения третьего
8. $\neg(\neg a) = a$
9. $\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$
10. $\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$
11. $a \rightarrow b = \neg a \vee b$
12. $\neg a \rightarrow b = a \wedge \neg b$
13. $a \rightarrow b = \neg a \rightarrow \neg b$