

考试类别[学生填写] (□正考 □补考 □重修 □补修 □缓考 □其它)

题号	一	二	三						四	总分
	1-7	8-13	14	15	16	17	18	19	20	
得分										
评阅人										

# 《课程名称 (线性代数与空间解析几何)》 试卷 (A 卷)

(全校 18 年级适用)

得 分	
-----	--

## 一、选择题 (7 小题, 每小题 3 分, 共 21 分)

- 用  $A_j$  表示 3 阶行列式  $|A|$  的第  $j$  列 ( $j=1, 2, 3$ ), 已知  $|A|=-2$ , 则  $|A_3-2A_1 \quad 3A_2 \quad A_1|=(\quad)$ .  
(A) -6 (B) 6 (C) -27 (D) 27
- $\beta=(1,k,5)$  能由向量组  $\alpha_1=(1,-3,2), \alpha_2=(2,-1,1)$  线性表示, 则  $k$  为  $(\quad)$ .  
(A)  $k=-8$  (B)  $k \neq -8$  (C)  $k \neq -2$  (D)  $k=-2$
- 二次型  $f(x_1, x_2, x_3)=(\lambda-1)x_1^2+\lambda x_2^2+(\lambda+1)x_3^2$ , 当满足  $(\quad)$  时, 是正定二次型.  
(A)  $\lambda>-1$  (B)  $\lambda \geq -1$  (C)  $\lambda>1$  (D)  $\lambda \geq 1$
- 设  $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ , 则  $|BA|=(\quad)$ .  
(A) 0 (B) 26 (C) -26 (D) 1
- 要断言矩阵  $A$  的秩为  $r$ , 只需条件  $(\quad)$  满足即可.  $D$   
(A)  $A$  中有  $r$  阶子式不为 0  
(B)  $A$  中任何  $r+1$  阶子式为 0  
(C)  $A$  中不为 0 的子式的阶数小于等于  $r$

(D)  $A$  中不为 0 的子式的最高阶数等于  $r$

6. 若  $A$  为  $n$  阶方阵, 且齐次线性方程组  $Ax=0$  有非零解, 则它的系数行列式  $|A|$   $(\quad)$ .

- (A) 必为 0 (B) 必不为 0  
(C) 必为 1 (D) 可取任何值

7. 对二次曲面, 下列说法不正确的是  $(\quad)$ .

- (A) 方程  $2x^2-3y^2-z^2=0$  表示锥面  
(B) 方程  $z=2x^2-3y^2$  表示椭圆抛物面  
(C) 方程  $y^2=x$  表示抛物柱面  
(D) 方程  $\frac{1}{4}x^2+y^2-\frac{1}{9}z^2=1$  表示单叶双曲面

得 分	
-----	--

## 二、填空题 (6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

- 已知  $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $AB=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , 则  $B=$ \_\_\_\_\_.
- 设  $f(x)=x^2-5x+4$ , 且  $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ , 则  $f(A)=$ \_\_\_\_\_.
- 设  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  为 3 阶矩阵  $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$  的特征值, 则  $\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=$ \_\_\_\_\_.
- 若齐次线性方程组  $\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=0 \\ 2x_2+5x_3=0 \\ -3x_1-2x_2+kx_3=0 \end{cases}$  有非零解, 则  $k=$ \_\_\_\_\_.

12. 设  $V = \{x = (x_1, x_2, x_3) | x_1 + x_2 + x_3 = 0, x_1, x_2, x_3 \in R\}$ , 则  $V$  是\_\_\_\_\_维向量空间.

13. 已知向量  $|\alpha| = 3$ ,  $|\beta| = 2$ ,  $|\alpha - \beta| = \sqrt{5}$ , 则  $|\alpha + \beta| =$ \_\_\_\_\_.

### 三、解答题 (6 小题, 共 50 分)

得 分	
-----	--

14. (本题 7 分) 设  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ , 求  $(A^*)^{-1}$ .

得 分	
-----	--

15. (本题 8 分) 向量组  $A: \alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix},$

$\alpha_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ , 试求出  $A$  的秩及一个极大线性无关组.

得 分	
-----	--

16. (本题 9 分) 用克拉默法则求解线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

得 分	
-----	--

17. (本题 8 分) 设三阶方阵  $A$  的三个特征值分别为  $1, -\frac{1}{3},$

$0. B = 3A^2 - 2A + 4E$ , 求行列式  $|B|$  的值.

得 分	
-----	--

18. (本题 10 分)

设二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$ ，用正交变换  $x = py$  把  $f$  化成标准形.

得 分	
-----	--

19. (本题 8 分) 已知平面过  $(1, 0, -1)$ ，与平面  $x - z = 0$  垂直

且与直线  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{-1}$  平行。求该平面的方程。

得 分	
-----	--

四、证明题 (1 小题，本题 5 分)

20. 设  $A = (a_{ij})_{n \times n}$ ，且  $|A| = -1$ ，又  $A^T = A^{-1}$ ，试证  $A + E$  不可逆.