郑州轻工业学院 2015/2016 学年 第 1 学期 线性代数与空间解析几何

专业年级及班级________ 姓名________ 学号________

装 订 线

考试类别[学生填写]（□正考 □补考 □重修 □补修 □缓考 □其它）

题号	一	二	三					四	五		六	总分
	1-7	8-12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
得分												

《线性代数与空间解析几何》期末考试试卷 A

适用专业：2015 级全校理、工科本科各专业

本试卷共 3 页，七大题 21 小题，总计 100 分

得 分	
评卷人	

一、填空题（7 小题，每空 2 分，共 18 分）

1. 若矩阵$\begin{pmatrix} x-2 & 3 \\ -1 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2y-1 \\ -1 & z+1 \end{pmatrix}$，则$x =$ ______, z = ______.

2. 设 A, B 是 3 阶矩阵，已知$|A|=-1$，$|B|=2$，则行列式 $\begin{vmatrix} A & A \\ 0 & B \end{vmatrix} =$ ______.

3. 已知向量$\alpha = (1, 1, -4)$，$\beta = (1, -2, 2)$，则α在β上的投影为______.

4. 设 $\boldsymbol{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$,则 $\boldsymbol{A} =$ ________.

5. 设矩阵 A 经交换 2、3 两列变成矩阵 B, 已知 $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$,

则 $A^{-1} =$ ______________ .

6. 下列方程表示何种曲面：

(1) 方程$\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{4} - \dfrac{z^2}{9} = 1$, 表示____________.

(2) 方程$\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{4} - \dfrac{z^2}{9} = 0$, 表示____________.

7. 若 3 阶方阵 A 与 B 相似，E 为 3 阶单位矩阵，已知 A 的特征值分别为 2，3，4；则行列式 $|B-E| =$ _______ .

得 分	
评卷人	

二、单项选择题（5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

8. 下列矩阵中为行最简形矩阵的是 ------------------------（　　）

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;　(B) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$;

(C) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$;　(D) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

9. 已知 A、B 是同阶矩阵，下列运算正确的是 ------------（　　）

(A) $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$；(B) $(A+B)^T = B^T + A^T$；

(C) $(AB)^T = A^T B^T$；　(D) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$.

10. 若 A 为 n 阶方阵, k 为常数，$|A|$和$|kA|$分别是矩阵 A、kA 的行列式, 则有 ----------------------（　　）

(A) $|kA| = k\,|A|$；　(B) $|kA| = |k|\,|A|$；

(C) $|kA| = k\,|A|^n$；　(D) $|kA| = k^n\,|A|$.

11. 齐次线性方程组 $Ax = 0$ 只有零解的充分必要条件是 -----（　　）

（A）A 的行向量组线性无关；　（B）A 的列向量组线性无关；

（C）A 的行向量组线性相关；　（D）A 的列向量组线性相关.

12. 已知二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x^{\mathrm{T}}Ax$ 的矩阵的特征值为 $\lambda_1 = \lambda_2 = -2$，$\lambda_3 = 0$，则 f 的标准形是 -------------（　　）

(A) $-2y_1^2$；　(B) $-2y_1^2 - 2y_2^2 + y_3^2$；

(C) $2y_1^2 + 2y_2^2$；　(D) $-2y_2^2 - 2y_3^2$.

三、解答题（5 小题，共 36 分）

得　分	
评卷人	

13.（**本题 6 分**） 已知矩阵

$$A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}3 & 8 & 1\\ 2 & 0 & 4\end{pmatrix}.$$ 求 $B^T A$.

得　分	
评卷人	

14.（**本题 8 分**）计算行列式

$$\begin{vmatrix}4 & 1 & 2 & 4\\ 1 & 2 & 0 & 2\\ 10 & 5 & 2 & 0\\ 0 & 1 & 1 & 7\end{vmatrix}.$$

得　分	
评卷人	

15.（**本题 8 分**） 解矩阵方程 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$ ，其中

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 2 & 1\\ 3 & 4 & 3\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}2 & 5\\ 3 & 1\\ 4 & 3\end{pmatrix}.$$

得　分	
评卷人	

16.（**本题 6 分**） 求过点 $A(1,-1,2)$ 且与直线

$$\begin{cases}x+y-z-1=0\\ x-2y+z+1=0\end{cases}$$ 垂直的平面方程.

得　分	
评卷人	

17.（**本题 8 分**） 求非齐次线性方程组

$$\begin{cases}x_1+2x_2-x_3+4x_4+x_5=3\\ x_1+x_2+x_3+x_4=1\end{cases}$$ 的通解.

四、讨论题 （本题 6 分）

得　分	
评卷人	

18. 已知$\alpha_1 = (1,-2,3)^T, \alpha_2 = (2,1,0)^T, \alpha_3 = (1,-7,9)^T$

试讨论向量组$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$的线性相关性.

五、综合题（2 小题，共 20 分）

得　分	
评卷人	

19. （本题 10 分）求向量组

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \alpha_5 = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

的秩及一个极大线性无关组.

得　分	
评卷人	

20. （本题 10 分）设实对称矩阵$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$，求正交矩阵 P，使$P^{-1}AP = \Lambda$ （Λ为对角矩阵）.

六、 证明题（本题 5 分）

得　分	
评卷人	

21. 设 η^* 是非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax=b}$ 的一个解，$\xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_{n-r}$ 是对应的齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax} = \mathbf{0}$ 的一个基础解系，证明 $\eta^*, \xi_1, \xi_2, \cdots, \xi_{n-r}$ 线性无关.