

考试类别[学生填写] (□正考 □补考 □重修 □补修 □缓考 □其它)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
评阅人										

《线性代数与空间解析几何》期末考试 试卷 A

适用专业: 全院理、工科各专业

本试卷共九大题, 100 分

得分	
评阅人	

一、单项选择题 (每小题 3 分, 共 18 分)

1. 设 A, B 均是 n 阶可逆矩阵, 且 $|A|=1, |B|=2$, 则 $|AB^{-1}|$ 等于 (A).

(A) $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) 1 (D) 4

2. 设 A, B 是 n 阶方阵, 下列式子中正确的是 (A).

(A) $|A|=|A^T|$ (B) $|kA|=k|A|$

(C) $(AB)^T = A^T B^T$ (D) $(AB)^t = A^t B^t$

3. 设非齐次线性方程组 $A_{m \times n} x = b$ 的系数矩阵的秩 $R(A) = m$, 则 (A).

(A) $A_{m \times n} x = b$ 一定有解 (B) $A_{m \times n} x = b$ 可能无解

(C) $A_{m \times n} x = 0$ 只有零解 (D) $A_{m \times n} x = 0$ 有非零解

4. 已知 $\alpha = (1, k, 1)^T$ 是矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 的特征向量, 则 $k =$ (C).

(A) 1 或 2 (B) -1 或 -2 (C) 1 或 -2 (D) -1 或 2

5. 设 A 是 n 阶实对称矩阵, 则下列哪个选项不是 A 为正定矩阵的充要条件 (C).

(A) A 的特征值全大于 0

(B) A 的二次型是正定二次型

(C) $r(A) = n$

(D) A 的顺序主子式全大于 0

6. 对二次曲面, 下列说法不正确的是 (D).

(A) 方程 $z = 2x^2 + 3y^2$ 表示椭圆抛物面

(B) 方程 $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 1$ 表示椭球面

(C) 方程 $y^2 = x$ 表示抛物柱面

(D) 方程 $\frac{1}{4}x^2 + y^2 - \frac{1}{9}z^2 = 1$ 表示双叶双曲面

得分	
评阅人	

二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

1. 若矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, 则 $A+2B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 7 \\ -1 & -3 & 7 \end{pmatrix}$.

2. 已知向量 $\alpha = (x, 0, 2)^T$ 与 $\beta = (-1, 0, 1)^T$ 正交, 则 $x = 2$.

3. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关, 而向量组 $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关, 则向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的一个极大线性无关组是 α_2, α_3 .

4. 设 $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_s$ 是非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的解, 若 $k_1\eta_1 + k_2\eta_2 + \dots + k_s\eta_s$ 也是 $Ax = b$ 的解, 则 $k_1 + k_2 + \dots + k_s = 1$.

5. 设二次型 $f = 5x_1^2 + 6x_2^2 + 4x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$, 则其矩阵 A 为 $\begin{pmatrix} 5 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$.

6. 直线 $\begin{cases} x+2y+3z+4=0 \\ x-3y-3z-8=0 \end{cases}$ 在 xOy 面上的投影直线的方程为 $\begin{cases} 2x-y-4=0 \\ z=0 \end{cases}$.

得分	
评阅人	

三、(10分) 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

5

得分	
评阅人	

四、(10分) 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵.

得分	
评阅人	

五、(10分) 问四个点 $A(3,1,6), B(4,0,8), C(1,5,7), D(0,8,10)$ 是否共面?

若共面, 求出该平面方程.

得分	
评阅人	

六、(10分)

求向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix},$

$\alpha_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ 的秩及其一个极大线性无关组.

得分	
评阅人	

七、(10分) 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 求正交矩阵 P , 使 $P^{-1}AP = \Lambda$ 为对角矩阵.

得分	
评阅人	

八、(10分) 求下列非齐次线性方程组的通解:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3. \end{cases}$$

得分	
评阅人	

九、(4分) 若 ξ_1, ξ_2 是齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的基础解系, $\eta_1 = \xi_1 + \xi_2, \eta_2 = \xi_1 - \xi_2$,

试证明 η_1, η_2 也是 $Ax = 0$ 的基础解系.