郑州轻工业大学 2021—2022 学年 第 二 学期 高等数学 A2 试卷（A）

专业年级及班级________ 姓名________ 学号________

装 订 线

考试类别[学生填写]（□正考 □补考 □重修 □补修 □缓考 □其它）

《高等数学 A2》试卷（A 卷）

（机电、电气、计算机、软件、建环、IEC 等学院各专业 21 年级适用）

一、单项选择题（6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1. 下列微分方程的阶数是二阶的是-----------------------------（　　）

(A) $xy''' + 2y'' + x^2 y = 0$；　　(B) $\dfrac{dy}{dx} = x^2 + y^2$；

(C) $\dfrac{d\rho}{d\theta} + \rho = \sin^2\theta$；　　(D) $t^3 \dfrac{d^2u}{dt^2} + \dfrac{dt}{du} = 0$.

2. 微分方程 $y'' - y' = x e^x$ 的特解形式可设为----------------------（　　）

(A) $x(ax+b)e^x$；　　(B) $(ax+b)e^x$；

(C) xe^x；　　(D) $(ax^2+bx+c)e^x$.

3. 设函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微，则下列说法**不正确**的是------（　　）

(A) 函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处连续;

(B) 函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处极限存在;

(C) 函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处存在偏导数;

(D) 函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处存在连续的偏导数.

4. 交换积分次序 $\int_0^2 dy \int_{y^2}^{2y} f(x,y)dx =$-----------------------------（　　）

(A) $\int_0^2 dx \int_{x^2}^{2x} f(x,y)dy$；　　(B) $\int_0^4 dx \int_{\frac{x}{2}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$；

(C) $\int_0^2 dx \int_{y^2}^{2y} f(x,y)dy$；　　(D) $\int_0^4 dx \int_{\sqrt{x}}^{\frac{x}{2}} f(x,y)dy$.

5. L 为连接 $A(1,0)$ 到 $B(-1,2)$ 两点的直线段，曲线积分 $\int_L (x+y)ds =$（　　）

(A) $\sqrt{2}$；　　(B) $2\sqrt{2}$；　　(C) 2；　　(D) 0.

6. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \dfrac{1}{\sqrt{n}}$ 的敛散性为---------------------------------（　　）

(A) 不确定;　　(B) 条件收敛;

(C) 绝对收敛;　　(D) 发散.

二、填空题（6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

7. 二重极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 0}} \dfrac{\ln(x+e^y)}{\sqrt{x^2+y^2}} =$________________.

8. 已知 $f(x,y,z) = \ln(xy+z)$，则 $d\,f(1,2,0) =$________________.

9. 设函数 $z = f(x,y)$ 由方程 $\sin x + 2y - z = e^z$ 所确定，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x} =$__________.

10. 设区域 Ω: $0 \le x \le 2, 0 \le y \le 1, 0 \le z \le 1$，则 $\iiint\limits_{\Omega} (x+y)dv =$__________.

11. 函数 $f(x) = \dfrac{1}{2+x^2}$ 的关于 x 的幂级数展开式为__________________.

12. 设 $f(x)$ 是以 2π 为周期的周期函数，它在 $[-\pi, \pi)$ 上的表达式为

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \le x < 0, \\ 1, & 0 \le x < \pi. \end{cases}$$

则其傅里叶级数在点 $x = 0$ 处收敛于__________.

三、解答题（8 小题，共 49 分）

13.（本题 6 分） 已知一条曲线通过点$(0,1)$, 并且它在点(x,y)处的切线斜率为$x(1-2y)$，求此曲线方程.

14.（本题 6 分）求曲面$e^x-x+2yz-5=0$在点$P(0,1,2)$处的切平面方程及法线方程.

15.（本题 6 分） 设函数$u=xy^2+z^3-xyz$，求函数 u 在点$P(1,1,1)$处

(1) 沿从点$P(1,1,1)$到点$Q(2,2,0)$方向的方向导数;

(2) 使方向导数取最大值的方向和方向导数的最大值.

16.（本题 5 分） 设 D 为圆周 $x^2+y^2=1$所围成的闭区域，求二重积分$\iint\limits_D e^{x^2+y^2}\mathrm{d}\sigma$的值.

17.（本题 6 分） 求曲面 $z=xy$ 被圆柱面 $x^2+y^2=2$ 所截出的有限部分的面积.

18.（本题 6 分） 利用格林公式计算曲线积分
$\oint_L(3x^2y+\cos x^2)\mathrm{d}x+(2xy+x^3)\mathrm{d}y$，其中 L 是由抛物线 $y=x^2$ 和 $x=y^2$ 所围成的区域的正向边界曲线.

19.（本题 6 分） 利用高斯公式计算曲面积分
$\oiint\limits_\Sigma \sin y\mathrm{d}y\mathrm{d}z+\cos z\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(z^2-e^{xy})\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$\Sigma$是由锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$及平面 $z=1$ 所围成的立体Ω的整个表面的外侧.

20.（本题 8 分）求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{n}$的收敛域及和函数.

四、证明题（本题 7 分）

21．证明曲线积分$\int_{(0,0)}^{(1,1)}(e^x-y)\mathrm{d}x-(x+\cos^2y)\mathrm{d}y$在整个 xOy 平面内与路径无关，并计算积分值.

五、应用题（本题 8 分）

22．某单位靠厂房的后墙修建一座容积为 256 m^3 形状为长方体的仓库，已知仓库地面每单位面积造价为 1 万元. 仓库的屋顶和墙壁每单位面积的造价分别为地面每单位面积造价的 2 倍和 1.5 倍，厂房后墙长和高的尺寸足够大，因而这一面墙壁的造价不计. 利用拉格朗日乘数法分析：长、宽、高各为多少米能使仓库的造价最低?

装 订 线