



逻辑函数化简

➤ 化简的目的：使逻辑函数表达式简单（逻辑图简单）以达到所用元件也少，提高可靠性的目的。

➤ 逻辑函数表达式不是唯一的。

01010010

01010101

10010101

00101010

01010010

10010010

10010101

00101001

01010010

01010010





逻辑函数化简

与或表达式

与非-与非表达式

或-与非表达式

与-或-非表达式

或非-或表达式

与非-与表达式

或-与表达式

或非-或非表达式

$$F = AB + \overline{A}\overline{B}$$

$$= \overline{\overline{AB} \cdot \overline{\overline{A}\overline{B}}}$$

$$= \overline{(\overline{A} + \overline{B}) \cdot (A + B)}$$

$$\overline{\overline{AB} + \overline{A}\overline{B}}$$

$$= \overline{(\overline{A} + \overline{B})} + \overline{(A + B)}$$

$$= \overline{\overline{A}B} \cdot \overline{\overline{A}\overline{B}}$$

$$= (A + \overline{B}) \cdot (\overline{A} + B)$$

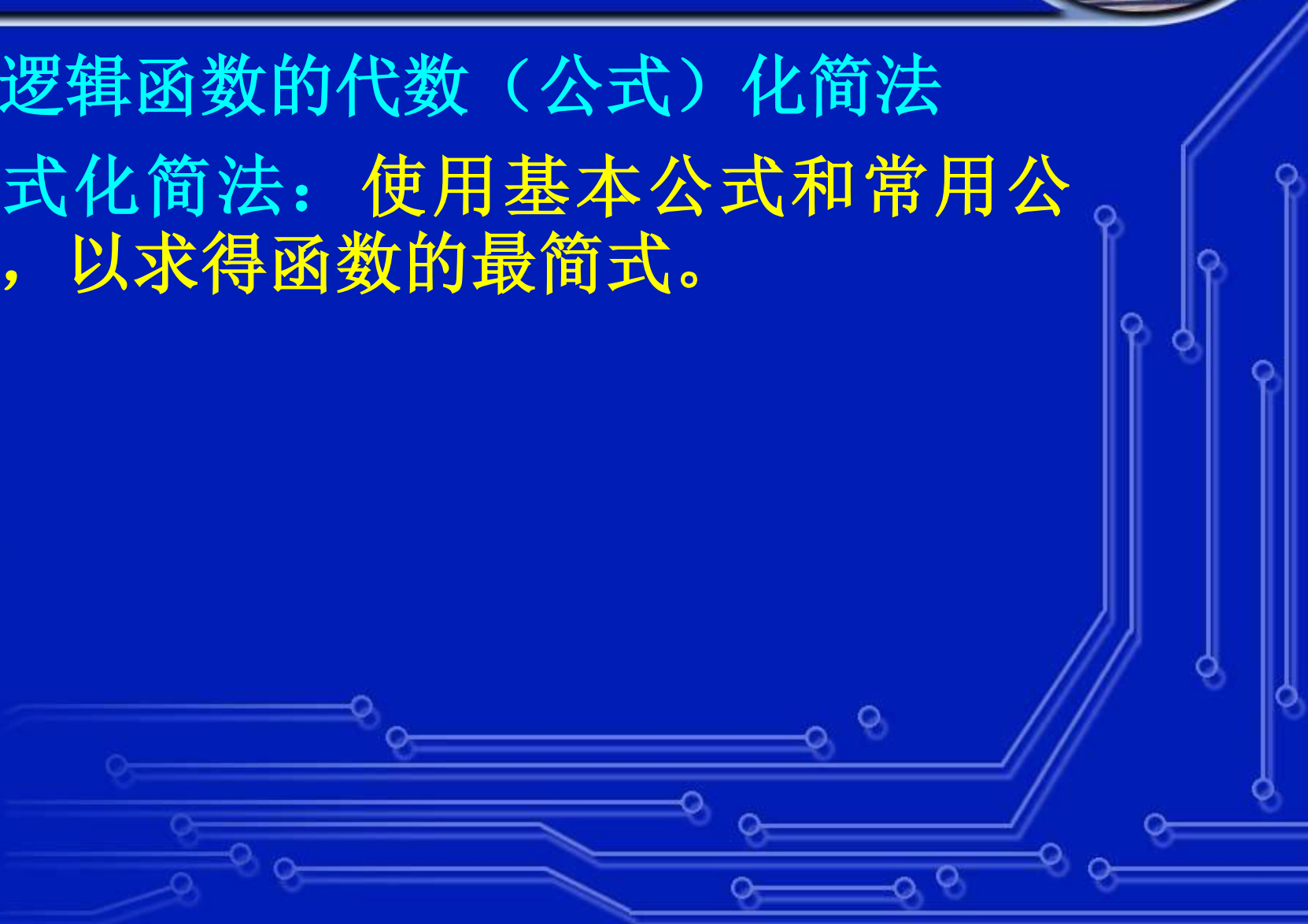
$$= \overline{\overline{A + B}} + \overline{\overline{\overline{A} + B}}$$



➤(1)逻辑函数的代数（公式）化简法

➤公式化简法：使用基本公式和常用公式，以求得函数的最简式。

0101001
0101010
10010101
00101010
01010010
10010010
10010101
00101001
01010010
00101001





➤ ①吸收法：根据公式 $A+AB=A$ 可将 AB 项消去。

➤ 例：化简 $F = A + \overline{\overline{A}} \cdot \overline{\overline{BC}} \cdot (\overline{A} + \overline{\overline{BC}} + D) + BC$

➤ 解：将 $A+BC$ 看成一项

$$F = A + \overline{\overline{A}} \cdot \overline{\overline{BC}} \cdot (\overline{A} + \overline{\overline{BC}} + D) + BC$$

$$= A + (A + BC)(\overline{A} + \overline{\overline{BC}} + D) + BC$$

$$= (A + BC) + (A + BC)(\overline{A} + \overline{\overline{BC}} + D)$$

$$= A + BC$$



➤ ②消去法:

➤ 利用公式 $A + \overline{A}B = A + B$ 。

➤ 例:

$$\begin{aligned} F_1 &= \overline{A} + AB + \overline{B}E \\ &= \overline{A} + \underline{B + \overline{B}E} = \overline{A} + B + E \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2 &= A\overline{B} + \overline{A}B + ABCD + \overline{A}\overline{B}CD \\ &= A\overline{B} + \overline{A}B + (\underline{AB + \overline{A}\overline{B}})CD \\ &= A\overline{B} + \overline{A}B + \underline{A\overline{B}} + \overline{A}BCD \\ &= A\overline{B} + \overline{A}B + CD \end{aligned}$$



➤ ③合并项法

➤ 利用公式 $A + \overline{A} = 1$ 消去一个变量。

➤ 例:

$$\begin{aligned} F_1 &= A B C + \overline{A} B C + \overline{B C} \\ &= (A + \overline{A}) B C + \overline{B C} \\ &= B C + \overline{B C} = 1 \end{aligned}$$



➤ ③合并项法

➤ 例:

$$\begin{aligned} F_2 &= A(BC + \overline{B}\overline{C}) + A(B\overline{C} + \overline{B}C) \\ &= ABC + A\overline{B}\overline{C} + AB\overline{C} + A\overline{B}C \\ &= AB(C + \overline{C}) + A\overline{B}(\overline{C} + C) \\ &= AB + A\overline{B} = A \end{aligned}$$



逻辑函数化简

➤ (2) 逻辑函数的卡诺图化简法

➤ 用卡诺图化简逻辑函数是一种简便的方法。

➤ 逻辑函数的卡诺图：将函数最小项表达式的各个最小项相应填入一个特定的方格图内，此方格图称为卡诺图。



5.逻辑函数化简

①最小项及最小项表达式

➤ **最小项**：在有 n 个逻辑变量的逻辑函数中，含有 n 个变量的乘积项称为最小项。

特点：

n 个变量对应 2^n 个最小项；

在最小项中，每个变量只出现一次，不是以原变量形式出现，就是以反变量的形式出现。



5.逻辑函数化简

➤最小项编号

最小项中原变量用1表示，反变量用0表示，变量取值组合就是二进制数，而其对应的十进制数的值，就是该最小项的编号。

➤下表为三变量的最小项及其编号。



5.逻辑函数化简

三个变量的最小项及其编号

序号	A	B	C	最小项	最小项 编号
0	0	0	0	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$	m_0
1	0	0	1	$\overline{A}\overline{B}C$	m_1
2	0	1	0	$\overline{A}B\overline{C}$	m_2
3	0	1	1	$\overline{A}BC$	m_3
4	1	0	0	$A\overline{B}\overline{C}$	m_4
5	1	0	1	$A\overline{B}C$	m_5
6	1	1	0	$AB\overline{C}$	m_6
7	1	1	1	ABC	m_7

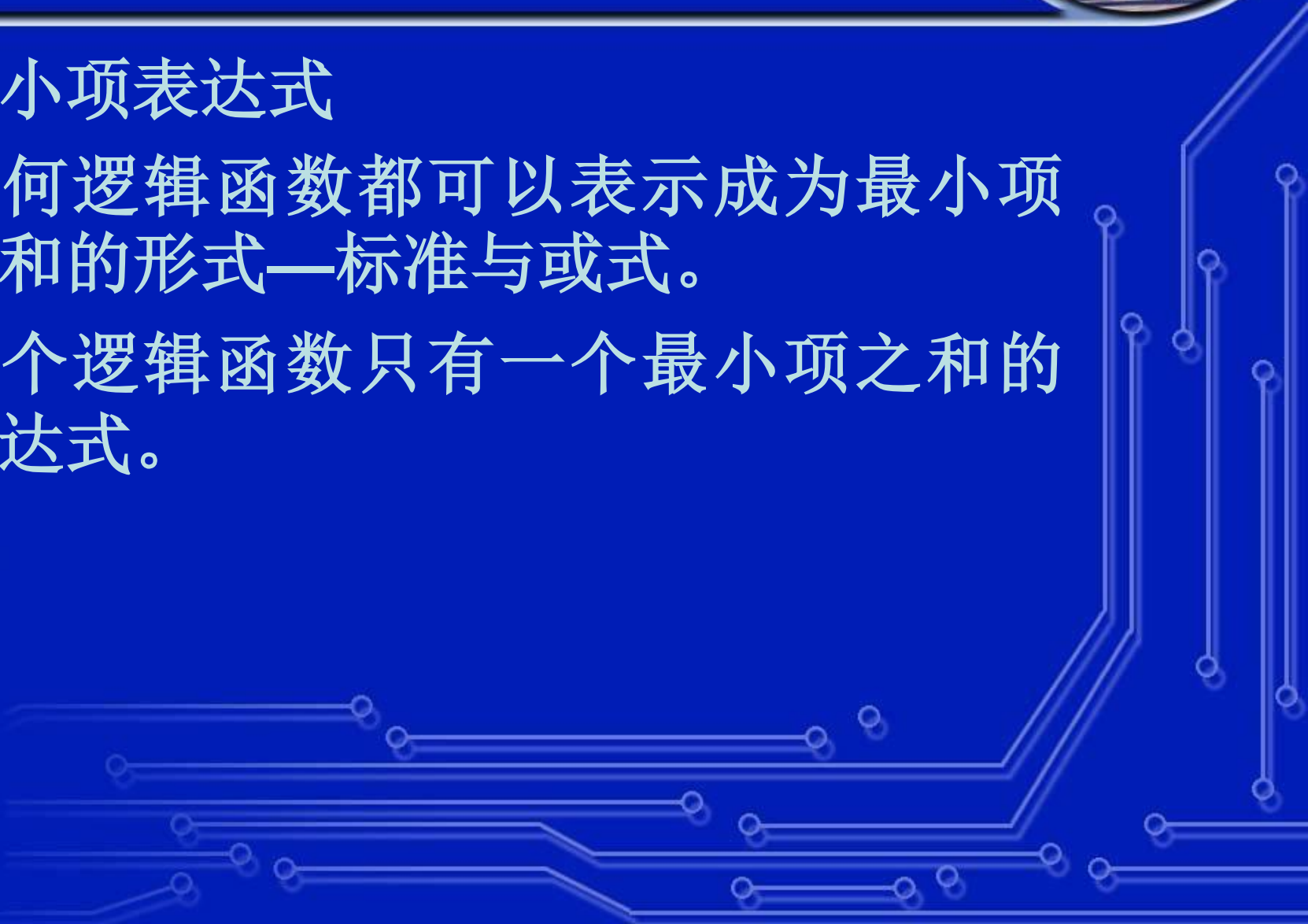


➤ 最小项表达式

➤ 任何逻辑函数都可以表示成为最小项之和的形式——标准与或式。

➤ 一个逻辑函数只有一个最小项之和的表达式。

010100
0101010
10010101
00101010
01010010
10010010
10010101
00101001
01010010





➤ 例：写出 $F=AB+BC+AC$ 的最小项表达式

➤ 解：

$$F = AB + BC + AC$$

$$= AB(C + \bar{C}) + BC(A + \bar{A}) + AC(B + \bar{B})$$

$$= ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC + A\bar{B}\bar{C}$$

$$= ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}BC$$

$$= m_7 + m_6 + m_5 + m_3$$

$$= \sum_m (7, 6, 5, 3)$$



➤ ② 卡诺图的画法

画正方形或矩形，图形中分割出 2^n 个小方格， n 为变量的个数，每个最小项对应一个小方格。

➤ 变量取值按循环码排列，其特点是相邻两个编码只有一位状态不同。

➤ 卡诺图形象地表达了各个最小项之间在逻辑上的相邻性。



三变量卡诺图

BC A		$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{B}C$	BC	$B\bar{C}$
		$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}BC$	$\bar{A}B\bar{C}$
A		$A\bar{B}\bar{C}$	$A\bar{B}C$	ABC	$AB\bar{C}$

每格标最小项

BC A		00	01	11	10
		m_0	m_1	m_3	m_2
	0				
	1				

每格标最小项编号

BC A		00	01	11	10
		000	001	011	010
	1	100	101	111	110

每格标变量取值

BC A		00	01	11	10
		0	1	3	2
	1	4	5	7	6

每格标最小项编号的简写



➤ 四变量卡诺图

$AB \backslash CD$					
		00	01	11	10
00		m_0	m_1	m_3	m_2
01		m_4	m_5	m_7	m_6
11		m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10		m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

每格标最小项编号



➤ ③用卡诺图来表示逻辑函数

- ❑ 如果逻辑函数是最小项表达式，则在相同变量的卡诺图中，与每个最小项相对应的小方格内填1，其余填0。
- ❑ 若逻辑函数是一般式，则先把一般式变为最小项表达式，再填卡诺图，熟练后可以直接按逻辑函数一般式填卡诺图。
- ❑ 如果已知逻辑函数真值表，则在相同变量卡诺图的对应小方格内填1或填0，就得到逻辑函数的卡诺图。



➤ 例:

$$F = ABC + AB\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C}$$
$$= m_7 + m_6 + m_1 + m_2 = \sum (1, 2, 6, 7)$$

		<i>BC</i>			
		00	01	11	10
<i>A</i>	0	0	1	0	1
	1	0	0	1	1



➤ 例: $F = \overline{(\overline{A} + \overline{B}) \cdot (\overline{B} + \overline{C}) \cdot \overline{C} A}$

$$F = (\overline{A} + \overline{B}) \cdot (\overline{B} + \overline{C}) \cdot \overline{C} A$$

$$= \overline{A} + \overline{B} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{C} A$$

$$= \overline{A} B + \overline{B} C + \overline{C} A$$

$$= AB + BC + CA$$

		BC			
		00	01	11	10
A	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	1

Diagram illustrating the Karnaugh map for the function $F = AB + BC + CA$. The map is a 2x4 grid with rows labeled A (0, 1) and columns labeled BC (00, 01, 11, 10). The cells contain the values of the function for each combination of A and BC. The function is 1 for the following combinations: (A=0, BC=11), (A=1, BC=01), (A=1, BC=11), and (A=1, BC=10). The map is partitioned into three groups: a group of two cells (A=0, BC=11) and (A=1, BC=11) labeled AC; a group of two cells (A=1, BC=01) and (A=1, BC=11) labeled AB; and a group of two cells (A=1, BC=11) and (A=1, BC=10) labeled BC. The groups are indicated by orange brackets and labels.



④用卡诺图化简逻辑函数

➤利用卡诺图进行化简，直观方便，且容易确定是否已得到最简结果。

➤化简步骤：

➤(a)画出函数的卡诺图

➤(b)画包围圈，合并最小项

➤在卡诺图中，凡是相邻的最小项均可合并，合并时，可消去有关变量。



➤ 两个相邻最小项的合并

		BC			
		00	01	11	10
A	0				2
	1				6

$$\overline{A} \overline{B} \overline{C} + A B \overline{C} = B \overline{C}$$

		BC			
		00	01	11	10
A	0		1		
	1		5		

$$\overline{A} \overline{B} C + A \overline{B} C = \overline{B} C$$

		BC			
		00	01	11	10
A	0			3	2
	1				

$$\overline{A} B C + \overline{A} B \overline{C} = \overline{A} B$$



➤ 两个相邻最小项的合并

AB \ CD	00	01	11	10
	0	1	3	2
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$$\overline{A} B \overline{C} D + A B C D = A B D$$

AB \ CD	00	01	11	10
	0	1	3	2
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$$A \overline{B} \overline{C} D + A B C D = A C D$$



AB \ CD	00	01	11	10
	0	1	3	2
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$$\overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D} + \overline{A} \overline{B} \overline{C} D = \overline{A} \overline{B} \overline{C}$$

AB \ CD	00	01	11	10
	0	1	3	2
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$$\overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D} + \overline{A} \overline{B} C \overline{D} = \overline{A} \overline{B} \overline{D}$$



➤ 四相邻最小项的合并

$AB \backslash C$	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

$$\overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} \overline{B} C + A \overline{B} \overline{C} + A \overline{B} C = \overline{B}$$

$AB \backslash C$	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

$$\overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} \overline{B} C + A \overline{B} \overline{C} + A \overline{B} C = \overline{B}$$

$AB \backslash C$	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

$$\overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} B \overline{C} + A \overline{B} \overline{C} + A B \overline{C} = \overline{C}$$



➤ 四相邻最小项的合并

AB \ CD				
	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

AB \ CD				
	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$$\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}CD = \overline{A}\overline{B} \quad \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}C\overline{D} = \overline{B}\overline{D}$$



➤ 四相邻最小项的合并

$AB \backslash CD$		00	01	11	10
		0	1	3	2
00	0	1	3	2	
01	4	5	7	6	
11	12	13	15	14	
10	8	9	11	10	

$AB \backslash CD$		00	01	11	10
		0	1	3	2
00	0	1	3	2	
01	4	5	7	6	
11	12	13	15	14	
10	8	9	11	10	

$$A \bar{B} \bar{C} \bar{D} + A \bar{B} C \bar{D} + A B \bar{C} \bar{D} + A B C \bar{D} = A \bar{D}$$

$$\bar{A} \bar{B} \bar{C} \bar{D} + \bar{A} \bar{B} C \bar{D} + A \bar{B} \bar{C} \bar{D} + A \bar{B} C \bar{D} = \bar{B} \bar{D}$$



➤ 八相邻最小项的合并

$AB \backslash CD$					
		00	01	11	10
00	0	1	3	2	
01	4	5	7	6	
11	12	13	15	14	
10	8	9	11	10	

B

$AB \backslash CD$					
		00	01	11	10
00	0	1	3	2	
01	4	5	7	6	
11	12	13	15	14	
10	8	9	11	10	

\bar{B}



➤ 八相邻最小项的合并

AB \ CD				
	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

\bar{C}

AB \ CD				
	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

\bar{D}



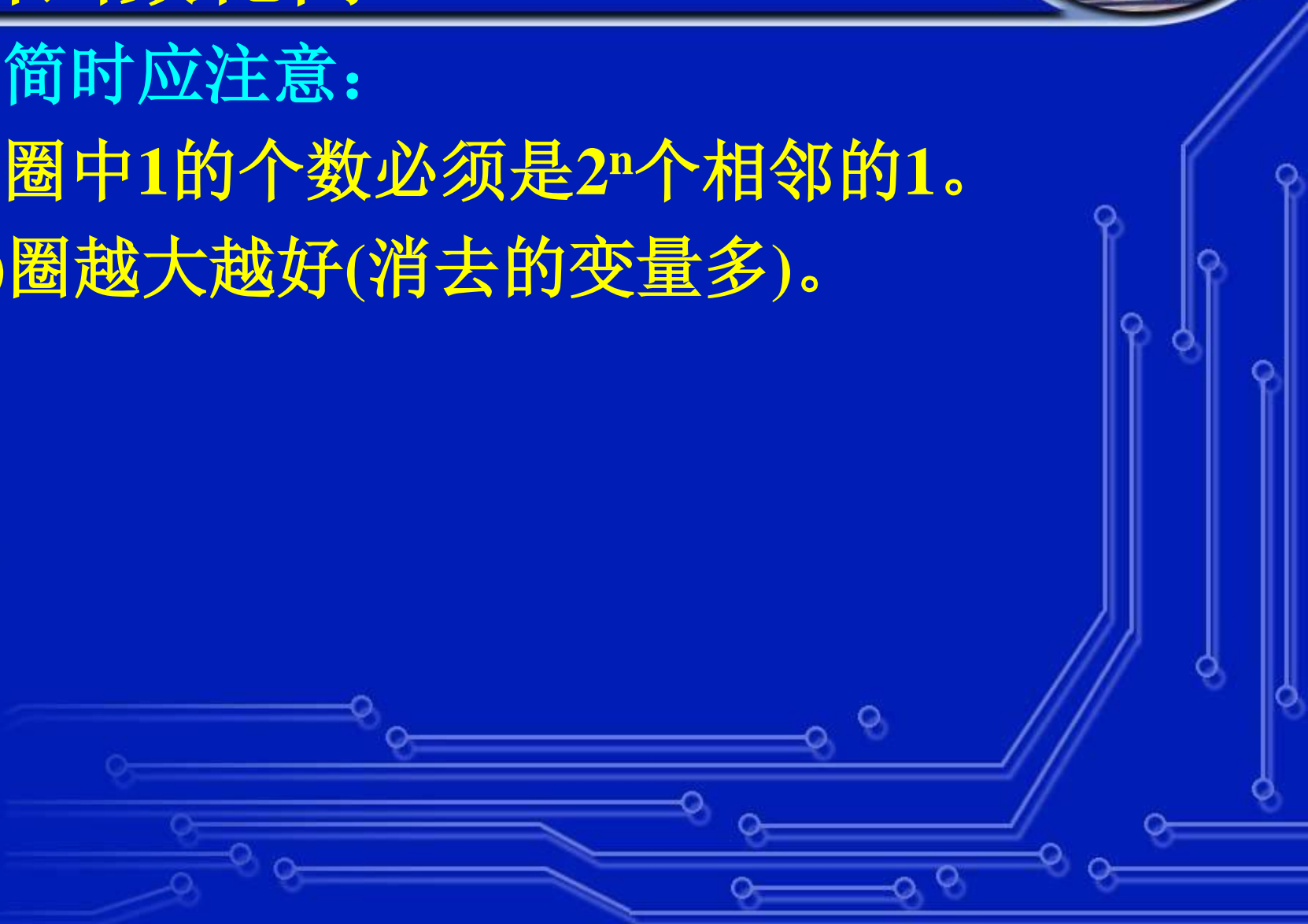
逻辑函数化简

➤ 化简时应注意:

➤ (1) 圈中1的个数必须是 2^n 个相邻的1。

(2) 圈越大越好(消去的变量多)。

01010100
01010100
10010101
00101010
01010010
10010010
10010101
00101001
01010010
00101001





➤ 例：化简函数 $F = \overline{B} \overline{C} D + B \overline{C} + \overline{A} \overline{C} \overline{D} + A \overline{B} \overline{C}$

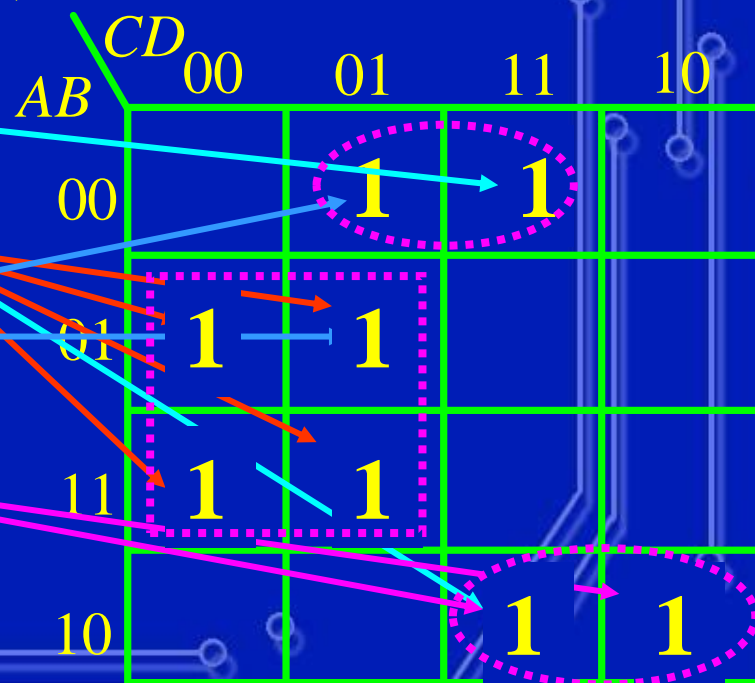
➤ 解：① 画出函数的卡诺图

② 合并最小项

③ 选择乘积项

④ 写出最简与或表达式

⑤ 写出最简与或表达式



$$F = B \overline{C} + \overline{A} \overline{B} \overline{D} + A \overline{B} \overline{C}$$



➤ 例：化简函数

$$F = \sum(1, 4, 5, 6, 8, 12, 13, 15).$$

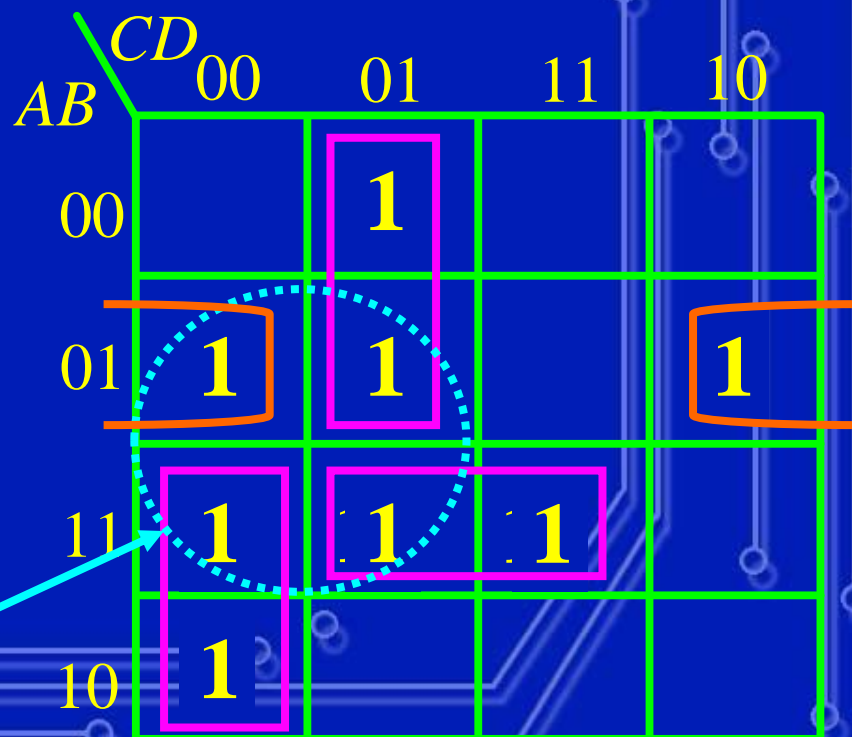
➤ 解：

① 画出 F 的卡诺图

② 合并最小项

③ 写出最简与或表达式

冗余
舍去



$$F = \overline{A} \overline{C} D + \overline{A} B \overline{D} + A \overline{C} \overline{D} + A B D$$



(3)具有无关项的逻辑函数化简

➤约束项、任意项和无关项

➤在分析某些具体的逻辑函数时，常遇到输入变量的取值不可能出现，这些受约束的变量取值组合所对应的最小项叫约束项。



➤ 例如用三个逻辑变量 A 、 B 、 C 分别表示一台电动机的正转、反转和停止命令。 $A=1$ 表示正转， $B=1$ 表示反转， $C=1$ 表示停止。

➤ 电动机执行一个命令时， ABC 的取值只能是001，010，100中的一种，不能是000，011，110，101，111中的任一种。因此 A 、 B 、 C 是一组具有约束的变量。



➤ 还有一些输入变量取值不影响输出函数。

这些与输出逻辑函数无关的最小项称作任意项。

➤ 在不严格区分时，约束项和任意项统称为无关项。

➤ 无关项在卡诺图中填入“×”表示。



➤ 例：化简逻辑函数

➤ $F(A,B,C,D) = \sum_m(0,1,2,3,6,8) + \sum_d(10,11,12,13,14,15)$ 。

$$F = \overline{A} \overline{B} + C \overline{D} + A \overline{D}$$

$AB \backslash CD$					
		00	01	11	10
00	1	1	1	1	1
01	0	0	0	0	1
11	×	×	×	×	×
10	1	0	×	×	×

约束项化简例题



➤ 例：化简逻辑函数

$$F(A,B,C,D) = \sum_m(15,13,10,6,4) + \sum_d(8,7,5,2,1,0)$$

➤ 不考虑无关项

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{D} + A\bar{B}D + A\bar{B}C\bar{D}$$

➤ 考虑无关项

$$F = \bar{A}\bar{B} + \bar{B}D + \bar{B}\bar{D}$$

CD \ AB	00	01	11	10
00	×	×	0	×
01	1	×	×	1
11	0	1	1	0
10	×	0	0	1



➤ 例2: 化简函数

$$F = \sum(1, 3, 5, 9) + \sum_d(7, 11, 13).$$

➤ 解: ①画出 F 的卡诺图

②合并最小项

③写出最简与或表达式

$$F = \overline{A}D + \overline{C}D \quad F = \overline{A}D + \overline{C}D$$

$$= \overline{\overline{\overline{A}D} + \overline{\overline{C}D}} = (\overline{A} + \overline{C})D$$

$$= \overline{\overline{A}D} \cdot \overline{\overline{C}D} = \overline{A}C \cdot D$$

AB \ CD	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	×	
11		×		
10		1	×	



➤ 例2: 化简函数

$$F = \sum_m(1, 3, 5, 9) + \sum_d(7, 11, 13).$$

➤ 解: ①画出 F 的卡诺图

②合并最小项

③写出最简与或表达式

$$\begin{aligned} F &= \overline{A}D + \overline{B}D & F &= \overline{A}D + \overline{B}D \\ &= \overline{\overline{A}D + \overline{B}D} & &= (\overline{A} + \overline{B})D \\ &= \overline{\overline{A}D} \cdot \overline{\overline{B}D} & &= \overline{A}B \cdot D \end{aligned}$$

