

1. 当  $x \rightarrow 0$  时, 下列函数中与  $\sec x - 1$  是等价无穷小的是----- ( C )

- (A)  $\tan x$ ; (B)  $\cos x - 1$ ; (C)  $\frac{x^2}{2}$ ; (D)  $2x$ .

2. 曲线  $y = 2x^3 - x^2 + 1$  在点  $(1, 2)$  处的法线方程是----- ( A )

- (A)  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$ ; (B)  $y = \frac{1}{4}x - 4$ ;  
(C)  $y = 4x + 2$ ; (D)  $y = 4x - 2$ .

3. 设在区间  $[a, b]$  上,  $f(x) > 0$ ,  $f'(x) > 0$ ,  $f''(x) < 0$ , 令  $A_1 = \int_a^b f(x)dx$ ,

$A_2 = f(a)(b-a)$ ,  $A_3 = \frac{1}{2}[f(a) + f(b)](b-a)$ , 则有--- ( D )

- (A)  $A_1 < A_2 < A_3$ ; (B)  $A_2 < A_1 < A_3$ ;  
(C)  $A_3 < A_1 < A_2$ ; (D)  $A_2 < A_3 < A_1$ ;

4. 设  $y = f(x)$  在  $x = x_0$  的某邻域内具有二阶连续导数, 如果

$f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) \neq 0$ , 则该函数在  $x = x_0$  处----- ( A )

- (A) 一定取极值; (B) 一定不取极值;  
(C) 图像一定有拐点; (D) 图像一定是凹的.

5. 已知  $f'(x) = \frac{1}{x(1+2\ln x)}$ , 且  $f(1) = 1$ , 则  $f(x)$  等于----- ( B )

- (A)  $\ln|1+2\ln x|+1$ ; (B)  $\frac{1}{2}\ln|1+2\ln x|+1$ ;  
(C)  $\frac{1}{2}\ln|1+2\ln x|+\frac{1}{2}$ ; (D)  $2\ln|1+2\ln x|+1$ .

7. 函数  $y = \frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$  的无穷间断点为  $x = \underline{2}$ .

8. 已知  $\begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$ , 则  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=\frac{\pi}{4}} = \underline{0}$ .

9. 曲线弧的极坐标方程  $\rho = e^\theta$  对应  $0 \leq \theta \leq \pi$  的一段弧长  $s = \underline{\sqrt{2}(e^\pi - 1)}$ .

10. 设  $\int_{-1}^3 f(x)dx = 4$ ,  $\int_{-1}^3 g(x)dx = 3$ , 则  $\int_{-1}^3 \frac{1}{5}[4f(x) + 3g(x)]dx = \underline{5}$ .

11. 不定积分  $\int (\sin x - \cos x)^9 (\sin x + \cos x)dx = \underline{\frac{1}{10}(\sin x - \cos x)^{10} + C}$ .

12. 函数  $f(x) = 5x^2 + x - 2$  在  $[0, 1]$  上满足拉格朗日中值定理的点  $\xi = -\frac{1}{2}$ \_\_\_\_\_.

13. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{(\sqrt{1+x}-1)\arcsin x}$

14. 求由方程  $e^x - y + \frac{1}{2}\sin y = 0$  所确定的隐函数的一阶导数  $\frac{dy}{dx}$ .

15. 问  $a, b$  为何值时, 点  $(1, 3)$  为曲线  $y = ax^3 + bx^2$  的拐点?

16. 已知  $\frac{\sin x}{x}$  是  $f(x)$  的一个原函数, 求  $\int x^3 f'(x) dx$ .

17. 求定积分  $\int_0^4 \frac{x+2}{\sqrt{2x+1}} dx$ .

18. 由  $y = x^3, x = 2, y = 0$  所围的图形分别绕  $x$  轴和  $y$  轴旋转一周, 计算所得两个旋转体的体积。

19. 由  $y = x^3, x = 2, y = 0$  所围的图形分别绕  $x$  轴和  $y$  轴旋转一周, 计算所得两个旋转体的体积。

20. 设  $f(x) = \begin{cases} x^{2x}, & x > 0 \\ xe^x + 1, & x \leq 0 \end{cases}$ , 试解决以下问题:

(1) 证明函数  $f(x)$  在  $x = 0$  处连续;

(2) 用导数定义说明  $f'(0)$  是否存在?

(3) 求  $f'(x)$ .

21. 当“奥密克戎”来袭, 我们咳嗽时气管收缩以增加空气流出的速度, 这是一种身体自我保护的反应。在合理假设下, 平均气流速度可以用方程  $v = c(r_0 - r)r^2 (cm/s)$ ,  $\frac{r_0}{2} \leq r \leq r_0$  来描述, 其中  $r_0$  [单位: cm] 是气管在静止状态下的半径, ( $c$  是一个正常数, 跟人的气管长度有关), 试问咳嗽时气管半径应收缩到多少能使空气流出的速度最大?

22. 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 且  $f(x) > 0$ ,  $F(x) = \int_a^x f(t) dt + \int_b^x \frac{1}{f(t)} dt, x \in [a, b]$

证明: (1)  $F'(x) \geq 2$ ;

(2) 方程  $F(x) = 0$  在区间  $(a, b)$  内有且仅有一个根。