

考试类别 [学生填写] (□正考 □补考 □重修 □补修 □缓考 □其它)

题号	一	二	三			四	五	六	总分	
	1-7	8-12	13	14	15	16	17	18	19	20
得分										

线

《线性代数与空间解析几何》期末考试试卷 A

适用专业: 2015 级全校理、工科本科各专业

本试卷共 3 页, 七大题 21 小题, 总计 100 分

得分	
评卷人	

一、填空题 (7 小题, 每空 2 分, 共 18 分)

1. 若矩阵 $\begin{pmatrix} x-2 & 3 \\ -1 & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2y-1 \\ -1 & z+1 \end{pmatrix}$ 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $z = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设 A, B 是 3 阶矩阵, 已知 $|A|=-1$, $|B|=2$, 则行列式

$$\begin{vmatrix} A & A \\ 0 & B \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. 已知向量 $\alpha = (1, 1, -4)$, $\beta = (1, -2, 2)$, 则 α 在 β 上的投影为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

4. 设 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$, 则 $A = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 设矩阵 A 经交换 2, 3 两列变成矩阵 B , 已知 $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$,

则 $A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 下列方程表示何种曲面:

(1) 方程 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$, 表示 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 方程 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 0$, 表示 $\underline{\hspace{2cm}}$.

7. 若 3 阶方阵 A 与 B 相似, E 为 3 阶单位矩阵, 已知 A 的特征值分别为

2, 3, 4; 则行列式 $|B - E| = \underline{\hspace{2cm}}$.

得分	
评卷人	

二、单项选择题 (5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

8. 下列矩阵中为行最简形矩阵的是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ()

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; (B) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$;

(C) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; (D) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

9. 已知 A, B 是同阶矩阵, 下列运算正确的是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ()

(A) $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$; (B) $(A + B)^T = B^T + A^T$;

(C) $(AB)^T = A^T B^T$; (D) $(AB)^{-1} = A^{-1} B^{-1}$.

10. 若 A 为 n 阶方阵, k 为常数, $|A|$ 和 $|kA|$ 分别是矩阵 A, kA 的行列式, 则有 $\underline{\hspace{2cm}}$ ()

(A) $|kA| = k|A|$; (B) $|kA| = |k||A|$;

(C) $|kA| = k|A|^n$; (D) $|kA| = k^n|A|$.

11. 齐次线性方程组 $Ax = 0$ 只有零解的充分必要条件是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ()

(A) A 的行向量组线性无关; (B) A 的列向量组线性无关;

(C) A 的行向量组线性相关; (D) A 的列向量组线性相关.

12. 已知二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x^T Ax$ 的矩阵的特征值为

$\lambda_1 = \lambda_2 = -2$, $\lambda_3 = 0$, 则 f 的标准形是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ()

(A) $-2y_1^2$; (B) $-2y_1^2 - 2y_2^2 + y_3^2$;

(C) $2y_1^2 + 2y_2^2$; (D) $-2y_2^2 - 2y_3^2$.

三、解答题 (5 小题, 共 36 分)

得 分	
评卷人	

13. (本题 6 分) 已知矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}. \text{求 } B^T A.$$

得 分	
评卷人	

14. (本题 8 分) 计算行列式

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 10 & 5 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 7 \end{vmatrix}.$$

得 分	
评卷人	

15. (本题 8 分) 解矩阵方程 $AX = B$, 其中

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

得 分	
评卷人	

16. (本题 6 分) 求过点 $A(1, -1, 2)$ 且与直线

$$\begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x - 2y + z + 1 = 0 \end{cases} \text{垂直的平面方程.}$$

得 分	
评卷人	

17. (本题 8 分) 求非齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \end{cases} \text{的通解.}$$

四、讨论题 (本题 6 分)

得分	
评卷人	

18. 已知 $\alpha_1 = (1, -2, 3)^T$, $\alpha_2 = (2, 1, 0)^T$, $\alpha_3 = (1, -7, 9)^T$

试讨论向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的线性相关性.

得分	
评卷人	

20. (本题 10 分) 设实对称矩阵 $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, 求正交

矩阵 P , 使 $P^{-1}AP = \Lambda$ (Λ 为对角矩阵).

五、综合题 (2 小题, 共 20 分)

得分	
评卷人	

19. (本题 10 分) 求向量组

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \alpha_5 = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

的秩及一个极大线性无关组.

六、证明题 (本题 5 分)

得分	
评卷人	

21. 设 η^* 是非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的一个解,

$\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n-r}$ 是对应的齐次线性方程组 $Ax=0$ 的一个

基础解系, 证明 $\eta^*, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n-r}$ 线性无关.