

试卷类别[学生填写] (□正考 □补考 □重修 □补修 □缓考 □其它)

题目	一	二	三					四		五	总分
	1—6	7—12	13	14	15	16	17	18	19	20	
得分											
评阅人											

### 《线性代数与空间解析几何》试卷 (A 卷)

(2022 级建筑电气、建筑环境、安全工程专业适用)

得 分		一、单项选择题 (6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)
-----	--	---------------------------------

- 在四阶行列式  $|a_{ij}|$  的展开式中, 含有  $a_{21}a_{12}$  的项为----- ( )  
(A)  $-a_{21}a_{12}a_{23}a_{44}$ ; (B)  $a_{21}a_{12}a_{33}a_{44}$ ; (C)  $-a_{21}a_{12}a_{33}a_{34}$ ; (D)  $a_{21}a_{12}a_{43}a_{34}$ .
- 关于二次曲面, 下列说法正确的是----- ( )  
(A) 方程  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$  表示圆锥面;  
(B) 方程  $x^2 + y^2 - 2z^2 = 0$  表示单叶双曲面;  
(C) 方程  $y^2 = x$  表示抛物柱面;  
(D) 方程  $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{9}z^2 = y$  表示双曲柱面.
- 设  $A, B$  为 3 阶矩阵,  $|A| = 2, |B| = -2$ , 则  $|-3AB| =$ ----- ( )  
(A) 108; (B) 12; (C) -12; (D) -108.
- 设  $A$  为  $m \times n$  矩阵,  $Ax=0$  是非齐次线性方程组  $Ax=b$  的导出组, 则下列结论正确的是----- ( )  
(A) 若  $Ax=b$  有唯一解, 则  $Ax=0$  有非零解;  
(B) 若  $Ax=b$  有唯一解, 则  $Ax=0$  只有零解;  
(C) 若  $Ax=0$  有非零解, 则  $Ax=b$  有无穷多解;  
(D) 若  $Ax=0$  只有零解, 则  $Ax=b$  有唯一解.

5. 已知  $-2$  是矩阵  $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 2 & x & -2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$  的特征值, 则  $x =$ ----- ( )

(A) 4; (B) -4; (C) -2; (D) 2.

6. 已知三元实二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = kx_1^2 + kx_2^2 + 4x_3^2 - 4x_2x_3$  是正定二次型, 则参数  $k$  的取值范围为----- ( )

(A)  $k > 0$ ; (B)  $k < 0$ ; (C)  $k > 4$ ; (D)  $k > 1$ .

得 分		二、填空题 (6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)
-----	--	-------------------------------

- 已知四阶行列式  $D$  中第三行的元素依次是 1, 3, -2, 2, 它们的代数余子式分别是 3, -2, 1, 1, 则行列式  $D =$ \_\_\_\_\_.
- $xOy$  面上的双曲线  $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 1, \\ z = 0 \end{cases}$  绕  $y$  轴旋转一周所得的旋转曲面方程为\_\_\_\_\_.
- 已知  $A$  为三阶初等矩阵, 且  $A \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 2a_{21} & 2a_{22} & 2a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$  则矩阵  $A =$ \_\_\_\_\_.
- 齐次线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$  的解空间的维数是\_\_\_\_\_.
- 已知 3 阶方阵  $A$  满足  $|A+E| = |A+2E| = |A+3E| = 0$ , 则  $|A+4E| =$ \_\_\_\_\_.

12. 已知3阶实对称矩阵  $A$  的特征值分别为1,-2,-3, 则二次型

$f(x_1, x_2, x_3) = x^T A x$  的规范形为\_\_\_\_\_.

三、解答题（5小题，每小题8分，共40分）

得 分	
-----	--

13. 计算行列式  $D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ .

得 分	
-----	--

14. 求过点(1,1,-1)且平行于直线  $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$  和  $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{0}$  的平面方程.

得 分	
-----	--

15. 求解矩阵方程  $AX = B$ ,

其中  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

得 分	
-----	--

16. 求向量组  $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 7 \\ 14 \end{pmatrix}$  的

秩及一个极大无关组, 并把不属于极大无关组的其他向量用极大无关组表示出来.

得 分	
-----	--

17. 求非齐次线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 3 \end{cases}$  的通解.

四、综合题 (2 小题, 共 19 分)

得 分	
-----	--

18. (本题 9 分) 设  $n$  阶方阵  $A$  满足  $A^2 + 5A + 7E = 0$ , 证明:  $A$  与  $A + E$  都可逆, 并求它们的逆矩阵.

得 分	
-----	--

19. (本题 10 分) 求一个正交变换  $x = Py$  ,将二次型  $f(x_1,x_2,x_3)=x^T Ax =4x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+2x_2x_3$  化为标准形.

得 分	
-----	--

五、应用题 (本题 5 分)

20. 一种防水涂料由 A、B、C、D 四种原料混合而成，这种涂料现有两种规格，这两种规格的涂料中，四种原料的重量比分别为 2:3:1:1 和 1:2:1:2. 现需要四种原料重量比为 4:7:3:5 的第三种规格的涂料，问：第三种规格的涂料可由前两种规格的涂料按什么比例配制而成？

线

订

装