

# 郑州轻工业大学 2021—2022 学年第 1 学期

## 《高等数学（上）》期末试卷（A 卷）

考试范围：《高等数学（上）》；满分：100 分；考试时间：120 分钟

院/系：\_\_\_\_\_专业：\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_考号：\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	总分
得分					

注意事项：

1. 答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息
2. 请将答案正确填写在答题卡上

### 第 I 卷（选择题）

评卷人	得分

**一、单项选择题：1~10 小题。下列每题给出的选项中，只有一个选项是符合题目要求的。请在答题卡上将所选项的字母涂黑。**

1. 微分方程  $y' = 3y^{\frac{2}{3}}$  的一个特解是 ( ) .  
 A.  $y = x^3 + 1$     B.  $y = (x+2)^3$     C.  $y = (x+C)^2$     D.  $y = C(1+x)^3$
2. 设空间三点的坐标分别为 M (1, 1, 1)、A (2, 2, 1)、B (2, 1, 2)。则  $\angle AMB =$  ( )  
 A.  $\frac{\pi}{3}$     B.  $\frac{\pi}{4}$     C.  $\frac{\pi}{2}$     D.  $\pi$
3. 下列各式中正确的是 ( )  
 A.  $\int 2^x dx = 2^x \ln 2 + C$     B.  $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x$   
 C.  $\int \sin(-t) dt = -\cos(-t) + C$     D.  $\int f'(\frac{1}{x}) \frac{1}{x^2} dx = -f(\frac{1}{x}) + C$
4. 若  $f(\frac{1}{x}) = \frac{x}{x+1}$ ，则  $\int_0^1 f(x) dx$  为 ( )  
 A. 0    B. 1    C.  $1 - \ln 2$     D.  $\ln 2$
5. 设  $f(x) = x \cos x$ ，则  $f''(x) =$  ( )  
 A.  $\cos x + \sin x$     B.  $\cos x - x \sin x$   
 C.  $-x \cos x - 2 \sin x$     D.  $x \cos x + 2 \sin x$
6.  $f(x)$  在  $x_0$  点可导，则  $f(x)$  在  $x_0$  点 ( )

A.可能连续 B.不连续 C.连续 D.以上都不对

7. 曲线 $y = \frac{1}{|x|}$ 的渐近线情况是 ( )

- A. 只有水平渐近线  
B. 只有垂直渐近线  
C. 既有水平渐近线又有垂直渐近线  
D. 既无水平渐近线又无垂直渐近线

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{\tan x \cdot \sqrt{1-x^2}} = ( )$

- A. 0 B.  $\ln a - \ln b$   
C.  $\ln a$  D.  $\ln b$

9. 下面命题正确的是 ( )

- A. 若 $\{u_n\}$ 有界, 则 $\{u_n\}$ 发散 B. 若 $\{u_n\}$ 有界, 则 $\{u_n\}$ 收敛  
C. 若 $\{u_n\}$ 单调, 则 $\{u_n\}$ 收敛 D. 若 $\{u_n\}$ 收敛, 则 $\{u_n\}$ 有界

10. 按照微分方程通解定义,  $y'' = \sin x$ 的通解是 ( ).

- A.  $-\sin x + C_1x + C_2$  B.  $-\sin x + C_1 + C_2$   
C.  $\sin x + C_1x + C_2$  D.  $\sin x + C_1 + C_2$

## 第 II 卷 (非选择题)

评卷人	得分

二、填空题: 11~15 小题。请将答案写在答题纸指定位置上。

11. 齐次方程 $\frac{dy}{dx} = g(\frac{y}{x})$ 经过变换\_\_\_\_\_可化为变量分离方程.

12. 一物体以速度  $v=t^2+3t(\text{m/s})$  做直线运动, 则物体在  $t=0$  到  $t=3$  这段时间内行进的路程为\_\_\_\_\_.

13. 不定积分 $\int x \ln x dx =$ \_\_\_\_\_.

14. 函数 $y = 2x^2 - \ln x$ 的极小值点为\_\_\_\_\_.

15. 当  $x \rightarrow 0$  时,  $x - \sin x$  与  $x^a$  是同阶无穷小, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

评卷人	得分

三、计算题: 16~19 小题。请将答案写在答题纸指定位置上。

16. 利用定积分定义计算下列积分:

$$(1) \int_a^b x dx (a < b);$$

$$(2) \int_0^1 e^x dx.$$

17. 求下列不定积分:

$$(1) \int \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+x+1)};$$

$$(2) \int \frac{(x+1)^2}{(x^2+1)^2} dx.$$

18. 用洛必达法则求下列极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln \sin x}{(\pi - 2x)^2};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x^n - a^n} (a \neq 0);$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \tan 7x}{\ln \tan 2x};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{\tan 3x}.$$

19. 求下列微分方程组满足所给初始条件的特解:

$$(1) \begin{cases} \frac{dx}{dt} + 2x - \frac{dy}{dt} = 10 \cos t, x|_{t=0} = 2 \\ \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2y = 4e^{-2t}, y|_{t=0} = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \frac{dx}{dt} - x + \frac{dy}{dt} + 3y = e^{-t} - 1, x|_{t=0} = \frac{48}{49} \\ \frac{dx}{dt} + 2x + \frac{dy}{dt} + y = e^{2t} + t, y|_{t=0} = \frac{95}{98} \end{cases}$$

评卷人	得分

四、解答题: 20~24 小题。请将答案写在答题纸指定位置上。

20. 求由  $\int_0^x e^t dt + \int_0^x \cos t dt = 0$  所决定的隐函数对  $x$  的导数  $\frac{dy}{dx}$ .

21. 求曲线  $y = \tan x$  在点  $(\frac{\pi}{4}, 1)$  处的曲率圆方程.

22. 求曲线  $y = \cos x$  上点  $(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{2})$  处的切线方程和法线方程.

23. 求抛物线  $y = \frac{1}{2}x^2$  被圆  $x^2 + y^2 = 3$  所截下的有限部分的弧长.

24. 设函数  $f(u)$  具有二阶连续导数, 则  $z = f(e^x \cos y)$  满足  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = (4z + e^x \cos y)e^{2x}$ , 若  $f(0) = 0, f'(0) = 0$ , 求  $f(u)$  的表达式.