

考试类别[学生填写] (□正考 □补考 □重修 □补修 □缓考 □其它)

《线性代数与空间解析几何》试卷 (A 卷)

全校理工专业 2017 年级适用

(注意: 请将所有题的答案写在答题卡上, 写在试卷上无效)

一、单项选择题 (5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

- 在 4 阶行列式 $|a_{ij}|$ 的展开式中, 含有元素 $a_{21}a_{12}$ 的项为 ()
 (A) $a_{21}a_{12}a_{23}a_{44}$; (B) $-a_{21}a_{12}a_{33}a_{44}$;
 (C) $-a_{21}a_{12}a_{43}a_{34}$; (D) $a_{21}a_{12}a_{33}a_{34}$.
- 在空间直角坐标系中, 下列说法错误的是 ()
 (A) 方程 $x^2 + 2y^2 - 3z^2 = 1$ 表示椭球面;
 (B) 方程 $x^2 + 2y^2 - 3z^2 = 0$ 表示锥面;
 (C) 方程 $z = -x^2 - 2y^2$ 表示椭圆抛物面;
 (D) 方程 $x^2 - y^2 = 1$ 表示双曲柱面.
- 设 A 为 $m \times n$ 矩阵, 且秩 $R(A) = r$, 则 ()
 (A) A 中 r 阶子式全不为零;
 (B) A 中阶数小于 r 的子式全为零;
 (C) A 中阶数大于 r 的子式不全为零;
 (D) A 经初等变换可化为 $\begin{pmatrix} E_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 对非齐次线性方程组 $A_{m \times n}x = b$, 则下列结论正确的是 ()
 (A) 若其导出组 $A_{m \times n}x = 0$ 只有零解, 则 $A_{m \times n}x = b$ 有唯一解;
 (B) 若其导出组 $A_{m \times n}x = 0$ 有非零解, 则 $A_{m \times n}x = b$ 有无穷多解;

(C) 若 $A_{m \times n}x = b$ 有无穷多解, 则其导出组 $A_{m \times n}x = 0$ 有非零解;

(D) 若 $A_{m \times n}x = b$ 无解, 则其导出组 $A_{m \times n}x = 0$ 无解.

5. 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 2x_2^2 + 6x_1x_3 - 4x_2x_3$ 的矩阵是 ()

- (A) $\begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$; (B) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 12 \\ 0 & -2 & -8 \\ 12 & -8 & 0 \end{pmatrix}$;
 (C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & -2 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$; (D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

二、判断题 (5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

(将正确的在答题卡对应的题后填 A, 错误的在答题卡对应的题后填 B)

- 交换行列式的两列, 行列式的值不变 () .
- 设 P 是 m 阶可逆矩阵, A 是任一 $m \times n$ 矩阵, 若 $PA = B$,
 则 $R(A) = R(B)$ () .
- 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix}$, $E(2(3))$ 是第二种初等矩阵, 则
 $AE(2(3)) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 3a_{21} & 3a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix}$ () .
- 齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的一组线性无关的解就是一个基础解系 () .

10. 相似矩阵有相同的特征值.....().

三、填空题(5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

11. 已知 A 是 4 阶方阵且可逆, A^* 为 A 的伴随矩阵, 且 $|A^*| = 8$, 则 $|-2A^{-1}| =$ _____.

12. 设 A 为 4 阶方阵, 且 $|A| = 2$, 把 A 进行列分块后 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$, 则 $|\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 - 2\alpha_2, \alpha_4| =$ _____.

13. 点 $P(1, 2, 3)$ 到直线 $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ 的距离等于_____.

14. 已知 3 阶矩阵 A 满足等式 $|A - E| = 0, |A + 2E| = 0, |A - 3E| = 0$, 则行列式 $|2A + 3E| =$ _____.

15. 空间曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ 2x + z - 3 = 0 \end{cases}$ 在 $yo z$ 面上的投影曲线方程为: _____.

四、解答题 (4 小题, 每小题 8 分, 共 32 分)

16. 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$.

17. 求过点 $M_0(-1, 2, 3)$ 且与向量 $\alpha_1 = (1, -2, -1), \alpha_2 = (2, 1, -1)$ 平行的平面方程.

18. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, 用初等变换法解矩阵方程 $AX = B$.

19. 求下列非齐次线性方程组的通解.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 6, \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 = -2. \end{cases}$$

五、综合题 (2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

20. 判断向量 $\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ 能否由向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ 线性表示? 若能, 求出表示系数.

21. 求一个正交变换 $x = py$, 把二次型

$$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 6x_2^2 + 2x_3^2 + 8x_1x_3$$
 化为标准形.

六、应用题(本题 5 分)

22. 丙烷可以作为燃料与氧气发生化学反应, 生成二氧化碳和水. 问有一定量的丙烷至少需要多少氧气才能使丙烷完全燃烧? (注: 丙烷与氧气发生化学反应的化学方程式为: $C_3H_8 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$, 请配平该化学方程式, 使等式两端原子个数相同, 并列方程组求解).