

考试类别[学生填写] (□正考 □补考 □重修 □补修 □缓考 □其它)

《高等数学 A2》试卷 (A 卷)

(电气、机电、计算机、软件、建环各专业 19 级适用)

题目	一	二	三				四	五	
	1—10	11—15	16	17	18	19	20	21	22
得分									
评阅人									

得分

一、单项选择题(10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. 下列方程中, 可利用 $y' = p, y'' = p'$, 降阶的是----- (D)

- (A) $yy'' + 2y'^2 = 0$; (B) $y^3y'' - 1 = 0$;
 (C) $y'' = 3\sqrt{y}$; (D) $xy'' + y' = 0$;

2. 微分方程 $y'' - 2y' = xe^{2x}$ 的特解可以设为----- (A)

- (A) $x(ax+b)e^{2x}$; (B) $(ax+b)e^{2x}$;
 (C) xe^{2x} ; (D) $(ax^2+bx+c)e^{2x}$;

3. 下列极限存在的是----- (D)

- (A) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x}{x+y}$; (B) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2}{x+y}$;
 (C) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2}{x+y}$; (D) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x^2 \cos \frac{1}{x+y}$;

4. 曲线 $x = e^{2t}, y = \ln t, z = t^2$ 在 $t=2$ 对应点处的切线方程为----- (C)

$$(A) \frac{x-e^4}{2e^4} = \frac{y-\ln 2}{1} = \frac{z-4}{4}; \quad (B) \frac{x-e^4}{2e^4} = \frac{y-\ln 2}{\frac{1}{2}} = \frac{z+4}{4};$$

$$(C) \frac{x-e^4}{2e^4} = \frac{y-\ln 2}{\frac{1}{2}} = \frac{z-4}{4}; \quad (D) \frac{x-e^4}{2e^4} = \frac{y-\ln 2}{1} = \frac{z+4}{4};$$

5. 设圆域 $D = \{(x,y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$, f 是 D 上的连续函数, 则 $\iint_D f(\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy =$ ----- (A)

- (A) $2\pi \int_0^1 rf(r) dr$; (B) $4\pi \int_0^1 rf(r) dr$;
 (C) $2\pi \int_0^1 f(r^2) dr$; (D) $4\pi \int_0^1 f(r^2) dr$;

6. 设有空间闭区域

$$\Omega_1 = \{(x,y,z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq 0\},$$

$$\Omega_2 = \{(x,y,z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\},$$

则有----- (C)

- (A) $\iiint_{\Omega_1} x dv = 4 \iiint_{\Omega_2} x dv$; (B) $\iiint_{\Omega_1} y dv = 4 \iiint_{\Omega_2} y dv$;
 (C) $\iiint_{\Omega_1} z dv = 4 \iiint_{\Omega_2} z dv$; (D) $\iiint_{\Omega_1} xyz dv = 4 \iiint_{\Omega_2} xyz dv$;

7. 设 L 为直线 $x+y=1$ 上从 $A(1,0)$ 到 $B(-1,2)$ 的直线段, 则曲线积分 $\int_L (x+y) ds =$ ----- (B)

- (A) $\sqrt{2}$; (B) $2\sqrt{2}$;
 (C) 2 ; (D) 0 ;

8. 设 Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$, 则曲面积分 $\iint_{\Sigma} dS =$ ----- (B)

- (A) $4\pi r^4$; (B) $4\pi r^2$;
 (C) $2\pi r^4$; (D) $2\pi r^2$;

9. 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 的前 n 项的和为 $S_n = \frac{3n}{n+1}$ ($n=1,2,\dots$), 则此级数的通项 $u_n =$ (A)

(A) $\frac{3}{n(n+1)}$;

(B) $\frac{n}{3(n+1)}$;

(C) $\frac{3}{(n+1)(n+2)}$;

(D) $\frac{1}{3n(n+1)}$;

10. 下列级数中收敛的是----- (C)

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$;

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$;

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$;

(D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{3}}$;

得分

二、填空题 (5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

11. 微分方程 $x(y')^2 - 2yy' + x = 0$ 的阶数为 1。(填数字)

12. 设函数 $z=z(x,y)$ 是由方程 $2\sin(x+2y-3z)=x+2y-3z$ 确定的隐函数, 则

$$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = \underline{\quad 1 \quad}.$$

13. $\int_0^{\pi} dy \int_y^{\pi} \frac{\sin x}{x} dx = \underline{\quad 2 \quad}.$

14. Σ 是介于 $z=0$ 和 $z=3$ 之间的圆柱体 $x^2 + y^2 \leq \frac{9}{\pi}$ 的整个表面的外侧, 则曲面积分

$$\iint_{\Sigma} x dy dz + y dz dx + z dx dy = \underline{\quad 81 \quad}.$$

15. 设 $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x < 0, \\ 1, & 0 \leq x < \pi, \end{cases}$ 若 $S(x)$ 是 $f(x)$ 的以 2π 为周期的 Fourier 级数的

展开式的和函数, 则 $S(0) = \underline{\quad 0 \quad}.$

三、解答题 (5 小题, 共 38 分)

得分

16. 求齐次方程 $y' = e^x + \frac{y}{x}$ 的通解。(本题 7 分)

得分

17. (本题 7 分) 求函数 $u=xy^2z$ 在点 $P_0(1, -1, 2)$ 处增加最快的方向, 并求沿这个方向的方向导数。

线

评

装

得分

18. (本题 8 分) 设平面区域 D 由直线 $y = x$, $y = 2x$ 和 $x = 1$ 围成, 计算二重积分 $\iint_D x \, dx \, dy$.

得分

20. (本题 8 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n$ 的收敛半径和收敛域.

得分

19. (本题 8 分) 计算曲线积分 $\int_L (x+2y)dx + (2x+y)dy$, 其中 L 是第一象限中从点 $O(0,0)$ 沿圆周 $x^2 + y^2 = 2x$ 到点 $A(2,0)$ 的曲线段。

得分

四、证明题 (本题 7 分)

21. 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}$ 收敛。

得分

五、应用题（本题 10 分）

22. 在激昂的国歌声中，在电视上我们一次又一次看到神州飞船、导航卫星、气象卫星等各種飞行器被送上太空，我们为我们伟大的祖国在探索空间领域方面的不懈努力感到无比自豪！为一代又一代的航空航天科学家们感到骄傲！成绩来之不易，为了让飞行器上天，科学家们夜以继日地解决了一个又一个难题。比如，在飞行器发射升空的过程中，飞行器表面的温度变化情况，就牵涉到飞行器材料的选择及制造工艺方面的问题，在经过测试等方法找到了飞行器表面的温度分布函数后，就可以研究具体哪一点的温度最高了。

假设某飞行器表面是一个球面，其球面的方程为 $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ ，其表面的温度函数为 $T = 2(x + y + z) + 600$ ，求飞行器表面温度最高的点。