

考试类别[学生填写] (□正考 □补考 □重修 □补修 □缓考 □其它)

题号	一	二	三					四	五		六	总分
	1-6	7-11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
得分												

《线性代数与空间解析几何》期末考试试卷 A

适用专业：2016 级全校理、工科本科各专业

本试卷共 3 页，七大题 24 小题，总计 100 分

得 分	
评卷人	

一、填空题（共 9 小题，第 1 小题每空 1 分，其余每空 2 分，共 21 分）

1. 矩阵的初等行变换包括：①_____，②_____，
③_____.

2. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, $E(1, 3)$ 表示第一种 3 阶初等矩阵，则

$AE(1, 3) =$ _____.

3. 设向量 $(1, -3, 5)$ 与向量 $(-2, 6, a)$ 线性相关，则 $a =$ _____.

4. 方程 $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{5} - z^2 = 1$ 表示的图形为_____，

方程 $2x^2 + 3y^2 - z^2 = 0$ 表示的图形为_____.

5. 过点 $M(4, -1, 3)$ 且平行于直线 $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{5}$ 的直线方程
为_____.

6. 已知向量 $\alpha = (2, 1, 3)$, $\beta = (-1, 2, 1)$ ，则 $Prj_{\beta}\alpha =$ _____.

7. 设三阶矩阵 A 的特征值为 1, -1, 3，若 $B = A^2 - 2A + 4E$ ，求 B 的

特征值为_____.

8. 已知二次型 $f(x, y, z) = x^2 + 4xy + 4y^2 + 2xz + z^2 + 4yz$ ，则二次型
对应的矩阵 $A =$ _____.

9. 向量空间 $V = \{\alpha = (x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, 0)^T \mid x_1, x_2, \dots, x_{n-1} \in R\}$ 的维数为_____.

得 分	
评卷人	

二、单项选择题（6 小题，每小题 2 分，共 12 分）

10. 下列矩阵是行阶梯形矩阵的是（ ）

(A) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 6 & 4 \end{pmatrix}$, (B) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

(C) $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -3 & -1 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, (D) $\begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

11. 矩阵转置也是一种运算，下列不是转置运算律的为（ ）

(A) $(A^T)^T = A$; (B) $(A+B)^T = A^T+B^T$;

(C) $(\lambda A)^T = \lambda A^T$; (D) $(AB)^T = A^T B^T$.

12. 已知 A 、 B 是同阶方阵，下列运算正确的是（ ）

(A) $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$; (B) $|A+B| = |A|+|B|$;

(C) $|AB| = |B||A|$; (D) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$.

13. 设矩阵 A 的秩为 r ，则下列结论正确的是（ ）

(A) 所有 $r-1$ 阶子式都不为 0; (B) 所有 $r-1$ 阶子式全为 0;

(C) 至少有一个 r 阶子式不等于 0; (D) 所有 r 阶子式都不为 0.

14. 若矩阵 A 与 B 相似，则下列不正确的是（ ）

- (A) A^{-1} 与 B^{-1} 相似; (B) $|A| = |B|$;
 (C) $|A - \lambda E| = |B - \lambda E|$; (D) A^T 与 B^T 相似.

15. 若二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 + 2tx_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$ 是正定的, 则 t 的取值范围为 ----- ()

- (A) $-2 < t < 2$; (B) $-2 < t < 1$;
 (C) $-2 < t < 0$; (D) t 为任意实数.

三、解答题 (5 小题, 共 34 分)

得 分	
评卷人	

16. (本题 6 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$, 求 AB^T .

得 分	
评卷人	

17. (本题 6 分) 计算行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ 5 & 0 & 6 & 2 \end{vmatrix}$.

得 分	
评卷人	

18. (本题 8 分) 求过三点 $P_1(1, 0, -1)$, $P_2(2, -1, 1)$, $P_3(0, 1, -2)$ 的平面方程.

得 分	
评卷人	

19. (本题 6 分) 设 R^3 中两个基向量 $\alpha_1 = (1, 0, 0)^T$, $\alpha_2 = (0, 1, -1)^T$, $\alpha_3 = (1, 1, 1)^T$, 和 $\beta_1 = (0, 1, 1)^T$, $\beta_2 = (1, 1, -1)^T$, $\beta_3 = (2, -1, 1)^T$, 求 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 到 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 的过渡矩阵.

得 分	
评卷人	

20. (本题 8 分)

求齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2-x_3-x_4=0, \\ 2x_1-5x_2+3x_3+2x_4=0, \\ 7x_1-7x_2+3x_3+x_4=0. \end{cases}$ 的通解.

四、讨论题（本题 8 分）

得 分	
评卷人	

21. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ ，讨论 A 是否可逆. 若可逆，求出 A

逆矩阵.

五、综合题（2 小题，共 20 分）

得 分	
评卷人	

22. （本题 10 分）给定向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ ， $\alpha_2=\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ，

$\alpha_3=\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ ， $\alpha_4=\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}$.试判断 α_4 是否为 α_1 ， α_2 ， α_3 的线性组合；若是，则

求出组合系数.

得 分	
评卷人	

23. (本题 10 分) 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ -6 & -3 & -2 \end{pmatrix}$ 的特征值与特

征向量。

得 分	
评卷人	

六、 证明题 (本题 5 分)

24. 设 A, B 都是 n 阶方阵, 且 $AB = 0$, 证明 $R(A) + R(B) \leq n$.