

考试类别[学生填写] (□正考 □补考 □重修 □补修 □缓考 □其它)

题号	一	二	三						四	总分
	1-6	7-12	13	14	15	16	17	18	19	
得分										

### 《线性代数与空间解析几何》期末考试试卷 A

适用专业: 电气、食工、化工 2020 级、国教 19 级各专业

本试卷共 4 页, 四大题 19 小题, 总计 100 分

得 分	
评卷人	

#### 一、选择题 (6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

1. 设  $A$  是 3 阶方阵, 且行列式  $|A|=8$ , 矩阵  $B=-\frac{1}{2}A$ , 则  $|B|=(\quad)$   
(A) -4; (B) 4; (C) -1; (D) 1.
2. 下列矩阵中不是正交矩阵的是  $(\quad)$   
(A)  $\begin{pmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{pmatrix}$ ; (B)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ; (C)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ; (D)  $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ .
3. 设非齐次线性方程组  $A_{m \times n}x=b$  的系数矩阵的秩  $R(A)=m$ , 则  $(\quad)$   
(A)  $A_{m \times n}x=b$  一定有解; (B)  $A_{m \times n}x=b$  可能无解;  
(C)  $A_{m \times n}x=0$  一定只有零解; (D)  $A_{m \times n}x=0$  一定有非零解.
4. 设三阶矩阵  $A$  的特征值分别为  $-2, -\frac{1}{2}, 2$ , 则下列矩阵中可逆的是  $(\quad)$   
(A)  $A+2E$ ; (B)  $A-2E$ ; (C)  $2A+E$ ; (D)  $2A-E$ .
5. 方程  $x^2+4y^2-z^2=-9$  表示什么曲面  $(\quad)$

(A) 单叶双曲面; (B) 双叶双曲面; (C) 椭圆双曲面; (D) 双曲抛物面.

6. 二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)^2 + (x_2 + x_3)^2 - (x_1 - x_3)^2$  的正惯性指数与负惯性指数依次为  $(\quad)$

(A) 2, 0; (B) 1, 1; (C) 2, 1; (D) 1, 2.

得 分	
评卷人	

#### 二、填空题 (6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

7. 设  $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ ,  $A_{4j} (j=1,2,3,4)$  为  $D$  中第 4 行元素的代数余子式,

则  $A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

8. 已知  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ , 则  $A^T B = \underline{\hspace{2cm}}$ .

9. 直线  $l: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-5}{1}$  与平面  $\pi: x+y-2z=3$  的夹角为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 已知矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & x \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$  可相似对角化, 则  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .

11. 设  $\alpha_1 = (1, 2, 5)^T, \alpha_2 = (2, 4, 1)^T, \alpha_3 = (3, 6, 6)^T$ , 则由向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  生成的向量空间  $V = \{x = k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + k_3\alpha_3 \mid k_1, k_2, k_3 \in R\}$  的维数  $\dim V = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 设四元非齐次线性方程组的系数矩阵的秩为 3, 已知  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$  为它的三个解向量, 且  $\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 = (6, 3, 0, 3)^T, \eta_1 + \eta_2 - 2\eta_3 = (1, 0, 2, 1)^T$ , 则其通解为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

三、解答题（6 小题，共 58 分）

得 分	
评卷人	

13（本题 9 分）计算行列式  $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & 3 \\ -1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ .

得 分	
评卷人	

15（本题 9 分）求矩阵  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  的逆矩阵.

得 分	
评卷人	

14（本题 10 分）已知三点  $P_1(1,2,3), P_2(2,1,4), P_3(-1,0,2)$  ,

- （1）求由  $P_1, P_2$  两点所确定的直线的方程；
- （2）求由  $P_1, P_2, P_3$  三点所确定的平面方程.

得 分	
评卷人	

16（本题 10 分）求向量组

$\alpha_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_2=\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_3=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_4=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}, \alpha_5=\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$  的秩

和一个极大无关组，并把不属于极大无关组的向量用极大无关组线性表示出来.

得 分	
评卷人	

17（本题 10 分）求齐次线性方程组

$$\begin{cases} 3x_1-4x_2+2x_3+x_4=0 \\ 2x_1-5x_2+3x_3+2x_4=0 \\ 5x_1-2x_2-x_4=0 \end{cases}$$
 的基础解系与通解.

得 分	
评卷人	

18（本题 10 分）求正交变换  $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{P}\boldsymbol{y}$ ，化二次型  $f(x_1,x_2,x_3) = x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_3$  为标准形.

四、应用题（本题 6 分）

得 分	
评卷人	

19（本题 6 分） 一种佐料由三种原料 A、B、C 混合而成，这种佐料现有三种规格，这三种规格的佐料中，三种原料的比例分别为 1:2:2，1:2:1 和 2:1:1. 现在需要三种原料的比例为 6:9:8 的第四种规格的佐料. 问：第四种规格的佐料能否由前三种规格的佐料按一定比例配制而成？如果能，怎么配制？