1.下列方程中，可利用 $y'=p, y''=p'$，降阶的是------------------------------------（ ）

(A) $yy''+2y'^2=0$ ； (B) $y^3y''-1=0$；

(C) $y''=3\sqrt{y}$ ； (D) $xy''+y'=0$；

2.微分方程 $y''-2y'=xe^{2x}$ 的特解可以设为--（ ）

(A) $x(ax+b)e^{2x}$； (B) $(ax+b)e^{2x}$；

(C) xe^{2x}； (D) $(ax^2+bx+c)e^{2x}$；

3.下列极限存在的是--- ------（ ）

(A) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{2x}{x+y}$； (B) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{2}{x+y}$；

(C) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{y^2}{x+y}$； (D) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}x^2\cos\dfrac{1}{x+y}$；

4.曲线 $x=e^{2t}, y=\ln t, z=t^2$ 在 t=2 对应点处的切线方程为-------------------- - ----（ ）

(A) $\dfrac{x-e^4}{2e^4}=\dfrac{y-\ln 2}{1}=\dfrac{z-4}{4}$； (B) $\dfrac{x-e^4}{2e^4}=\dfrac{y-\ln 2}{\frac{1}{2}}=\dfrac{z+4}{4}$；

(C) $\dfrac{x-e^4}{2e^4}=\dfrac{y-\ln 2}{\frac{1}{2}}=\dfrac{z-4}{4}$； (D) $\dfrac{x-e^4}{2e^4}=\dfrac{y-\ln 2}{\frac{1}{2}}=\dfrac{z+4}{4}$；

5.设圆域 $D=\{(x,y)\big|x^2+y^2\le 1\}$，$f$ 是 D 上的连续函数，则 $\iint_D f(\sqrt{x^2+y^2})\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$

--（ ）

(A) $2\pi\int_0^1 rf(r)\mathrm{d}r$； (B) $4\pi\int_0^1 rf(r)\mathrm{d}r$；

(C) $2\pi\int_0^1 f(r^2)\mathrm{d}r$； (D) $4\pi\int_0^1 f(r^2)\mathrm{d}r$；

6.设有空间闭区域

$$\Omega_1=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le R^2, z\ge 0\},$$

$$\Omega_2=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le R^2, x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0\},$$

则有--（ ）

(A) $\iiint\limits_{\Omega_1} x\mathrm{d}v = 4\iiint\limits_{\Omega_2} x\mathrm{d}v$；　　(B) $\iiint\limits_{\Omega_1} y\mathrm{d}v = 4\iiint\limits_{\Omega_2} y\mathrm{d}v$；

(C) $\iiint\limits_{\Omega_1} z\mathrm{d}v = 4\iiint\limits_{\Omega_2} z\mathrm{d}v$；　　(D) $\iiint\limits_{\Omega_1} xyz\mathrm{d}v = 4\iiint\limits_{\Omega_2} xyz\mathrm{d}v$　；

7.设 L 为直线 $x+y=1$ 上从 A（1,0）到 B（-1,2）的直线段，则曲线积分 $\int_L (x+y)\mathrm{d}s =$ ——————————————————————————————————（　　）

(A) $\sqrt{2}$；　　(B) $2\sqrt{2}$　；

(C) 2；　　(D) 0；

8.设 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=r^2$，则曲面积分 $\oiint\limits_{\Sigma} \mathrm{d}S =$ ——————————————（　　）

(A) $4\pi r^4$；　　(B) $4\pi r^2$　；

(C) $2\pi r^4$；　　(D) $2\pi r^2$　；

9.已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 的前 n 项的和为 $S_n = \frac{3n}{n+1}(n=1,2,\ldots)$，则此级数的通项 $u_n =$（　　）

(A) $\frac{3}{n(n+1)}$；　　(B) $\frac{n}{3(n+1)}$；

(C) $\frac{3}{(n+1)(n+2)}$；　　(D) $\frac{1}{3n(n+1)}$　；

10.下列级数中收敛的是--（　　）

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$；　　(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n}$；

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(n+1)(n+2)}$；　　(D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{3}}$；

11. 微分方程 $x(y')^2 - 2yy' + x = 0$ 的阶数为____________。（填数字）

12. 设函数 $z=z(x,y)$ 是由方程 $2\sin(x+2y-3z)=x+2y-3z$ 确定的隐函数，则

$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} =$____________。

13. $\int_0^{\pi} \mathrm{d}y \int_y^{\pi} \frac{\sin x}{x} \mathrm{d}x =$____________。

14. Σ 是介于 $z=0$ 和 $z=3$ 之间的圆柱体 $x^2+y^2 \le \frac{9}{\pi}$ 的整个表面的外侧，则曲面积分

$\oiint\limits_{\Sigma} x\mathrm{d}y\mathrm{d}z + y\mathrm{d}z\mathrm{d}x + z\mathrm{d}x\mathrm{d}y =$ ____________。

15. 设 $f(x)=\begin{cases}0, & -\pi \le x < 0,\\ 1, & 0 \le x < \pi,\end{cases}$ 若 $S(x)$ 是 $f(x)$ 的以 2π 为周期的 Fourier 级数的展开式的和函数，则 $S(0)=$ ______________。

三、解答题（5 小题，共 38 分）

得分	**16.（本题 7 分）**求齐次方程 $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$ 的通解。
得分	**17.（本题 7 分）**求函数 $u=xy^2z$ 在点 P_0（1，-1, 2）处增加最快的方向，并求沿这个方向的方向导数。
18.（本题 8 分）设平面区域 D 由直线 $y=x, y=2x$ 和 $x=1$ 围成，计算二重积分 $\iint\limits_D x\mathrm{d}x\mathrm{d}y.$	
得分	**19.（本题 8 分）**计算曲线积分 $\int_L (x+2y)\mathrm{d}x + (2x+y)\mathrm{d}y$，其中 L 是第一象限中从点 O（0,0）沿圆周 $x^2+y^2=2x$ 到点 A（2,0）的曲线段。
得分	**20.（本题 8 分）**求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n$ 的收敛半径和收敛域.

21.证明级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt{n}}$ 收敛。

22.在飞行器发射升空的过程中，飞行器表面的温度变化情况，牵涉到飞行器材料的选择及制造工艺方面的问题，在经过测试等方法找到了飞行器表面的温度分布函数后，就可以研究具体哪一点的温度最高了。

假设某飞行器表面是一个球面，其球面的方程为 $x^2+y^2+z^2=1$，其表面的温度函数为 $T=x+y+z+600$, 求飞行器表面温度最高的点。