

考试类别[学生填写] (□正考 □补考 □重修 □补修 □缓考 □其它)

《线性代数与空间解析几何》期末考试试卷 A

适用专业：2017 级理工专业

本试卷共 3 页，六大题 22 小题，总计 100 分

(注意：请将所有题的答案写在答题卡上，写在试卷上无效)

一、单项选择题 (5 小题，每小题 3 分，共 15 分)

- 在 4 阶行列式 $|a_{ij}|$ 的展开式中，含有元素 $a_{21}a_{12}$ 的项为..... ()
 (A) $a_{21}a_{12}a_{23}a_{44}$. (B) $-a_{21}a_{12}a_{33}a_{44}$.
 (C) $-a_{21}a_{12}a_{43}a_{34}$. (D) $a_{21}a_{12}a_{33}a_{34}$.
- 在空间直角坐标系中，下列说法错误的是..... ()
 (A) 方程 $x^2+2y^2-3z^2=1$ 表示椭球面.
 (B) 方程 $x^2+2y^2-3z^2=0$ 表示锥面.
 (C) 方程 $z=-x^2-2y^2$ 表示椭圆抛物面.
 (D) 方程 $x^2-y^2=1$ 表示双曲柱面.
- 设 A 为 $m \times n$ 矩阵，且秩 $R(A)=r$ ，则..... ()
 (A) A 中 r 阶子式不全为零.
 (B) A 中阶数小于 r 的子式全为零.
 (C) A 中阶数大于 r 的子式不全为零.
 (D) A 经初等变换可化为 $\begin{pmatrix} E_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 对非齐次线性方程组 $A_{m \times n}x=b$ ，则下列结论正确的是..... ()
 (A) 若其导出组 $A_{m \times n}x=0$ 只有零解，则 $A_{m \times n}x=b$ 有唯一解.
 (B) 若其导出组 $A_{m \times n}x=0$ 有非零解，则 $A_{m \times n}x=b$ 有无穷多解.

(C) 若 $A_{m \times n}x=b$ 有无穷多解，则其导出组 $A_{m \times n}x=0$ 有非零解.

(D) 若 $A_{m \times n}x=b$ 无解，则其导出组 $A_{m \times n}x=0$ 无解.

5. 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 2x_2^2 + 6x_1x_3 - 4x_2x_3$ 的矩阵是..... ()

- (A) $\begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$. (B) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 12 \\ 0 & -2 & -8 \\ 12 & -8 & 0 \end{pmatrix}$.
 (C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & -2 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$. (D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

二、判断题 (5 小题，每小题 3 分，共 15 分) 判断下列各题是否正确？正确的在答题卡对应的题后打“A”，错误的在答题卡对应的题后打“B”.

- 交换行列式的两列，行列式的值不变..... ().
- 设 P 是 m 阶可逆矩阵， A 是任一 $m \times n$ 矩阵，若 $PA=B$ ，
 则 $R(A)=R(B)$ ().
- 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix}$ ， $E(2(3))$ 是第二种初等矩阵，则
 $AE(2(3)) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 3a_{21} & 3a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix}$ ().
- 齐次线性方程组 $Ax=0$ 的一组线性无关的解就是一个基础解系..... ().
- 相似矩阵有相同的特征值..... ().

三、填空题(5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

11. 已知 A 是 4 阶方阵且可逆, A^* 为 A 的伴随矩阵, 且 $|A^*| = 8$, 则

$$|-2A^{-1}| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

12. 设 A 为 4 阶方阵, 且 $|A| = 2$, 把 A 进行列分块后 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$, 则

$$|\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 - 2\alpha_2, \alpha_4| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

13. 点 $P(1, 2, 3)$ 到直线 $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ 的距离等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知 3 阶矩阵 A 满足等式 $A - E = 0, A + 2E = 0, A - 3E = 0$, 则行列

$$|2A + 3E| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

15. 空间曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ 2x + z - 3 = 0 \end{cases}$ 在 $yo z$ 面上的投影曲线方程为: $\underline{\hspace{2cm}}$.

四、解答题 (4 小题, 16-19, 每小题 8 分, 共 32 分)

16. 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$.

17. 求过点 $M_0(-1, 2, 3)$ 且与向量 $\alpha_1 = (1, -2, -1), \alpha_2 = (2, 1, -1)$ 平行的平面方程.

18. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, 用初等变换法解矩阵方程 $AX = B$.

19. 求下列非齐次线性方程组的通解.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 6, \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 = -2. \end{cases}$$

五、综合题（2 小题，20-21，每小题 9 分，共 18 分）

20. 判断向量 $\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ 能否由向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ 线性表示？
若能，求出表示系数.

21. 求一个正交变换 $\mathbf{x} = \mathbf{p} \mathbf{y}$ ，把二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 6x_2^2 + 2x_3^2 + 8x_1x_3$ 化为标准形.

六、应用题(共 5 分)

22. 丙烷可以作为燃料与氧气发生化学反应，生成二氧化碳和水. 问有一定量的丙烷至少需要多少氧气才能使丙烷完全燃烧？（注：丙烷与氧气发生化学反应的化学方程式为： $C_3H_8 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$ ，请配平该化学方程式， 列出方程组求解）.