

考试类别[学生填写] (□正考□补考□重修□补修□缓考□其它)

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							
题号	七	八	九	十	十一	十二	
得分							
评阅人							

《离散数学》 试卷 (A 卷)

(数据科学、计算机、网络、移动软件等专业 2021 级适用)

一、(8 分) 请按照要求进行符号化。

- (1) 命题逻辑符号化：小红在业余时间不是唱歌就是跳舞。(2 分)
- (2) 命题逻辑符号化：只要合理施肥，庄稼就能长得好。(2 分)
- (3) (全总个体域)一阶谓词逻辑符号化：有的人不喜欢跑步。(2 分)
- (4) (全总个体域一阶谓词逻辑符号化：飞机比汽车跑的快。(2 分)

二、(12 分) 根据要求构造证明。

- (1) 在自然推理系统 P 中证明 (4 分)
前提： $p \vee q, q \rightarrow r, p \rightarrow s, \neg s$
结论： r
- (2) 在自然推理系统 P 中，用附加前提证明法证明 (4 分)
前提： $p \vee q, p \rightarrow r, r \rightarrow \neg s$
结论： $s \rightarrow q$
- (3) 在自然推理系统 N_L 中证明 (4 分)
前提： $\forall x(F(x) \rightarrow G(x)), \forall xF(x)$
结论： $\exists xG(x)$

三、(6分)人脑的逻辑思维可以用数学描述和刻画,而集合就是架起了数学和计算机的桥梁。因此集合在计算机学习中具有重要的地位。下面考察集合

论的知识,设全集 $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 4\}$, $B = \{1, 2, 5\}$, $C = \{2, 4\}$,

试求下列集合和证明集合等式:

(1) $A \cap \sim B$, $A \oplus B$, (2分)

(2) 集合 C 的幂集 $P(C)$, (2分)

(3) 证明对于任意集合 A , B , 都有 $(A - B) \cup B = A \cup B$ (2分)

四、(8分)设集合 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, A 上的关系 $R = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 4 \rangle \}$, 试

(1) 画出 R 的关系图。 (2分)

(2) 写出 R 的关系矩阵。(2分)

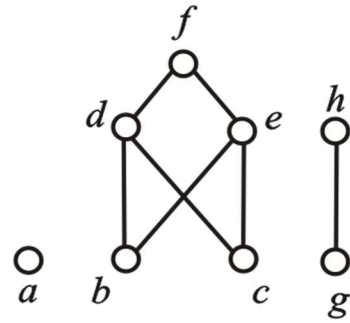
(3) 写出 R 的一个性质, 并判断是否为等价关系。(2分)

(4) 写出 R 的自反闭包 $r(R)$, 对称闭包 $s(R)$ 。(2分)

五、(8 分) 设偏序集 $\langle A, \leq \rangle$ 的哈斯图如下图所示。

(1) 求 A 的极小元、最小元、极大元、最大元。(4 分)

(2) 设 $B = \{b, c, d\}$, 求 B 的下界、上界、下确界、上确界。(4 分)



六、(12 分) 设 \circ 为有理数集 Q 上的二元运算, $\forall x, y \in Q$,

$$x \circ y = x + y + 5xy$$

(1) 判断 \circ 运算是否满足结合律, 并说明理由。(4 分)

(2) 求出 \circ 运算的单位元和零元。(4 分)

(3) Q 关于 \circ 是否构成群, 说明理由。(4 分)

- 七、(8 分) 设 S_{16} 是 16 的正因子的集合， D 为整除关系。
- (1) 判断偏序集 $\langle S_{16}, D \rangle$ 是否构成格，说明理由。(4 分)
 - (2) 判断 $\langle S_{16}, D \rangle$ 是否构成布尔代数，说明理由。(4 分)

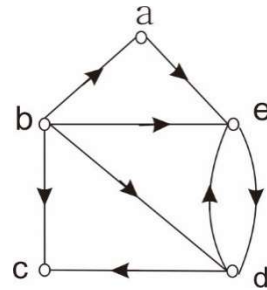
- 八、(8 分) 给出多重集 $\{2 \cdot a, 1 \cdot b, 3 \cdot c\}$ 的所有 3 排列与 3 组合。

- 九、(8 分) 求解 Fibonnaci 数列的递推方程：

$$\begin{cases} f_n - f_{n-1} - f_{n-2} = 0 \\ f_0 = 1, f_1 = 1 \end{cases}$$

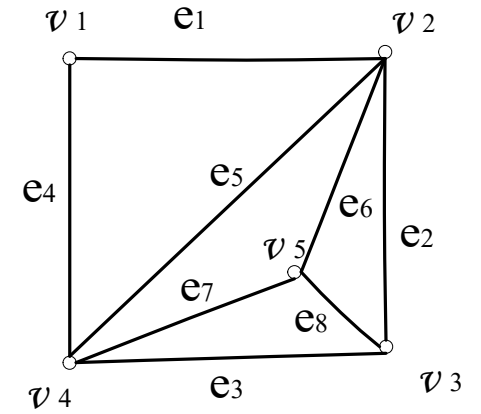
十、((8分)有向图D如图所示,求

- (1) 写出D的邻接矩阵A以及它的2次幂 A^2 。(3分)
- (2) 图D中顶点***b***到顶点***e***的长度为1和2的通路分别是多少条?(2分)
- (3) 图D中顶点***d***到顶点***d***的长度为1和2的回路分别是多少条?(2分)
- (4) 图D中长度小于等于2的通路有多少条?(1分)



十一、(7分)无向图G如下图所示,

- (1) 分别写出图G的任意一个点割集和一个边割集。(2分)
- (2) 图G是不是欧拉图,如果是请写出一条欧拉回路。如果不是请说明理由,并且添加最少的边使其成为欧拉图。(3分)
- (3) 图G是不是哈密顿图,如果是请写出一条哈密顿回路。(2分)



十二、（7 分）已知在传输中，a，b，c，d，e，f 出现的频率分别是 30%，25%，15%，15%，10%，5%，设计一个传输它们的最佳前缀码。要求画出最优二叉树，并指出每个字母对应的编码。