郑州轻工业学院 2017 — 2018 学年 第二学期 高等数学A2试卷（A）

专业年级及班级________ 姓名________ 学号________

装 订 线

考试类别[学生填写]（□正考 □补考 □重修 □补修 □缓考 □其它）

《高等数学 A2》试卷（A 卷）

(电气、计算机、软件、建环各专业 17 级适用)

（注意：所有答案必须写在答题卡上，在试卷上作答无效）

一、单项选择题(6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

1．已知 $y_1=\cos wx$ 及 $y_2=\sin wx$ 都是微分方程 $y''+w^2y=0$ 的解，则该方程的通解为--（ ）

(A) $y=Cx\tan wx$; (B) $y=C_1\cos wx+C_2\sin wx$;

(C) $y=C_1\cot wx+C_2\tan wx$; (D) $y=C_1(\cos wx+\sin wx)+C_2$.

2．改换二次积分的积分次序：$\int_0^a \mathrm{d}x\int_0^x f(x,y)\,\mathrm{d}y=$ ----------------------------（ ）

(A) $\int_0^a \mathrm{d}y\int_0^y f(x,y)\,\mathrm{d}x$; (B) $\int_0^a \mathrm{d}x\int_0^a f(x,y)\,\mathrm{d}y$;

(C) $\int_0^a \mathrm{d}y\int_y^a f(x,y)\,\mathrm{d}x$; (D) $\int_0^a \mathrm{d}y\int_0^a f(x,y)\,\mathrm{d}x$.

3．函数 $z=xy+\dfrac{x}{y}$，则 $\mathrm{d}z=$ --（ ）

(A) $(y+\dfrac{1}{y})\mathrm{d}x+x(1-\dfrac{1}{y^2})\mathrm{d}y$; (B) $(y+\dfrac{1}{y})\mathrm{d}x+x(1+\dfrac{1}{y^2})\mathrm{d}y$;

(C) $(y^2+\dfrac{1}{y})\mathrm{d}x+x(1-\dfrac{1}{y^2})\mathrm{d}y$; (D) $(y-\dfrac{1}{y})\mathrm{d}x+x(1+\dfrac{1}{y^2})\mathrm{d}y$.

4．若级数 $\sum_{n=1}^{\infty}aq^n$（a 为常数）收敛，则 q 应满足-----------------------------------（ ）

(A) $|q|>1$; (B) $q=1$; (C) $q=-1$; (D) $|q|<1$.

5．设 L 是抛物线 $y=x^2$ 上从 $(0,0)$ 到 $(1,1)$ 的一段弧，则 $\int_L \sqrt{y}\,\mathrm{d}s=$ --------（ ）

(A) $\int_0^1\sqrt{1+4x^2}\,\mathrm{d}x$; (B) $\int_0^1\sqrt{y}\sqrt{1+y}\,\mathrm{d}y$;

(C) $\int_0^1 x\sqrt{1+4x^2}\,\mathrm{d}x$; (D) $\int_0^1\sqrt{y}\sqrt{1+\dfrac{1}{y}}\,\mathrm{d}y$.

6．函数 $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$ 展开为 x 的幂级数，正确的是--------------------------------（ ）

(A) $\dfrac{1}{1-x}=\sum_{n=0}^{\infty}x^n, x\in(-1,1)$; (B) $\dfrac{1}{1-x}=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^n, x\in(-1,1)$;

(C) $\dfrac{1}{1-x}=\sum_{n=1}^{\infty}x^n, x\in(-1,1)$; (D) $\dfrac{1}{1-x}=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n x^n, x\in(-1,1)$.

二、填空题（6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

7．微分方程 $y''=x$ 的通解 $y=$____________________.

8．设函数 $z=x^2\sin 2y$，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$__________________.

9．设闭区域 Ω 为 $-a\le x\le a,\ -b\le y\le b,\ -c\le z\le c$，则 $\iiint_{\Omega}1\,\mathrm{d}v=$_______.

10．若级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty}v_n$ 分别收敛于和 s_1 与 s_2，则 $\sum_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)=$__________.

11．以 2π 为周期的函数 $f(x)$ 的傅里叶级数展开式为 $\dfrac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$，

则系数 b_n 的表达式为___________________.

12．设 f 是圆域 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1\}$ 上的连续函数，将二重积分 $I=\iint_D f(\sqrt{x^2+y^2})\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ 化为极坐标系下的二次积分的结果是

$I=$____________________________.

三、解答题（7 小题，每小题 6 分，共 42 分）

13．求微分方程 $y''+3y'+2y=6\mathrm{e}^{x}$ 通解.

14．求曲线 $x=2\sin t,\ y=4\cos t,\ z=t$ 在点 $(2,0,\dfrac{\pi}{2})$ 处的法平面方程.

15．设 $z=z(x,y)$ 由方程 $x^2+y^2+z^2=4z$ 确定，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

16．计算 $\iint\limits_{D} xy\,\mathrm{d}\sigma$ ，其中 D 是由直线 $y=1$、 $x=2$ 及 $y=x$ 所围成的闭区域.

17．求函数 $z=xy$ 在点 $(1,2)$ 处沿方向 $\vec{l}=(1,1)$ 的方向导数.

18．求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{2^n\cdot n}$ 的收敛域.

19．求 $\oiint\limits_{\Sigma}(y^2+z)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z+z^3\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ ，其中 Σ 是曲面 $z=x^2+y^2$ 与平面 $z=2$ 所围成的整个立体表面的外侧.

四、分析题（本题 7 分）

20．根据 a 的不同取值，讨论级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n\cdot a^n}$ （ $a>0$ ）的敛散性.

五、应用题（本题 7 分）

21．利用拉格朗日乘数法，求函数 $f(x,y,z)=\ln x+\ln y+3\ln z$ 在条件 $x^2+y^2+z^2=5\ (x>0,y>0,z>0)$ 下的极大值.

六、证明题（本题 8 分）

22．证明曲线积分 $\int_L(1+4xy^3)\,\mathrm{d}x+(6x^2y^2-5y^4)\,\mathrm{d}y$ 与积分路径 L 无关，并求 $I=\int_{(0,0)}^{(1,1)}(1+4xy^3)\,\mathrm{d}x+(6x^2y^2-5y^4)\,\mathrm{d}y$ 的值.