

考试类别[学生填写] (正考 补考 重修 补修 缓考 其它)

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							
题号	七	八	九	十	十一	十二	
得分							
评阅人							

《离散数学》试卷 (A 卷)

(数据科学、计算机、网络、移动软件等专业 2021 级适用)

一、(8 分) 请按照要求进行符号化。

- (1) 命题逻辑符号化: 小红在业余时间不是唱歌就是跳舞。(2 分)
- (2) 命题逻辑符号化: 只要合理施肥, 庄稼就能长得好。(2 分)
- (3) (全总个体域)一阶谓词逻辑符号化: 有的人不喜欢跑步。(2 分)
- (4) (全总个体域)一阶谓词逻辑符号化: 飞机比汽车跑的快。(2 分)

专业年级及班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 线 _____

二、(12 分) 根据要求构造证明。

- (1) 在自然推理系统 P 中证明 (4 分)

前提: $p \vee q, q \rightarrow r, p \rightarrow s, \neg s$

结论: r

- (2) 在自然推理系统 P 中, 用附加前提证明法证明 (4 分)

前提: $p \vee q, p \rightarrow r, r \rightarrow \neg s$

结论: $s \rightarrow q$

- (3) 在自然推理系统 N_L 中证明 (4 分)

前提: $\forall x(F(x) \rightarrow G(x)), \forall x F(x)$

结论: $\exists x G(x)$

三、(6分)人脑的逻辑思维可以用数学描述和刻画,而集合就是架起了数学和计算机的桥梁。因此集合在计算机学习中具有重要的地位。下面考察集合论的知识,设全集合 $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 4\}$, $B = \{1, 2, 5\}$, $C = \{2, 4\}$,试求下列集合和证明集合等式:

- (1) $A \cap \sim B$, $A \oplus B$, (2分)
- (2) 集合C的幂集 $P(C)$, (2分)
- (3) 证明对于任意集合A, B, 都有 $(A - B) \cup B = A \cup B$ (2分)

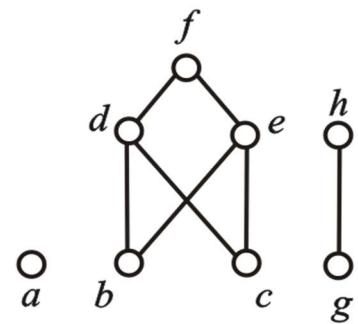
四、(8分)设集合 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, A 上的关系 $R = \{<1, 2>, <1, 4>, <2, 3>, <2, 4>, <3, 4>\}$, 试

- (1) 画出R的关系图。 (2分)
- (2) 写出R的关系矩阵。 (2分)
- (3) 写出R的一个性质,并判断是否为等价关系。 (2分)
- (4) 写出R的自反闭包 $r(R)$,对称闭包 $s(R)$ 。 (2分)

五、(8分) 设偏序集 $\langle A, \leq \rangle$ 的哈斯图如下图所示。

(1) 求A的极小元、最小元、极大元、最大元。(4分)

(2) 设 $B=\{b, c, d\}$, 求B的下界、上界、下确界、上确界。(4分)



六、(12分) 设 \circ 为有理数集 Q 上的二元运算, $\forall x, y \in Q$,

$$x \circ y = x + y + 5xy$$

(1) 判断 \circ 运算是否满足结合律, 并说明理由。(4分)

(2) 求出 \circ 运算的单位元和零元。(4分)

(3) Q 关于 \circ 是否构成群, 说明理由。(4分)

七、(8分) 设 S_{16} 是 16 的正因子的集合, D 为整除关系。

(1) 判断偏序集 $\langle S_{16}, D \rangle$ 是否构成格, 说明理由。(4分)

(2) 判断 $\langle S_{16}, D \rangle$ 是否构成布尔代数, 说明理由。(4分)

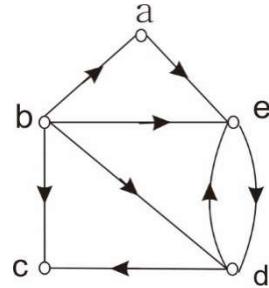
八、(8分) 给出多重集 $\{2 \cdot a, 1 \cdot b, 3 \cdot c\}$ 的所有 3 排列与 3 组合。

九、(8分) 求解 Fibonacci 数列的递推方程:

$$\begin{cases} f_n - f_{n-1} - f_{n-2} = 0 \\ f_0 = 1, f_1 = 1 \end{cases}$$

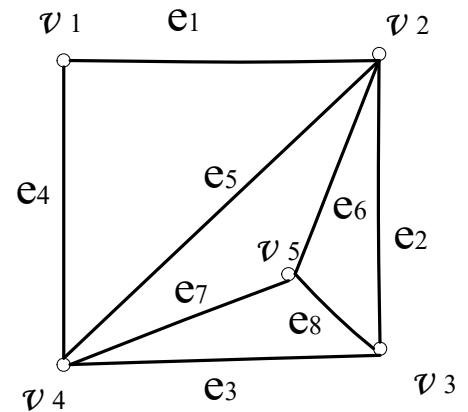
十、(8分) 有向图D如图所示, 求

- (1) 写出D的邻接矩阵A以及它的2次幂 A^2 。(3分)
- (2) 图D中顶点**b**到顶点**e**的长度为1和2的通路分别是多少条? (2分)
- (3) 图D中顶点**d**到顶点**d**的长度为1和2的回路分别是多少条? (2分)
- (4) 图D中长度小于等于2的通路有多少条? (1分)



十一、(7分) 无向图G如下图所示,

- (1) 分别写出图G的任意一个点割集和一个边割集。(2分)
- (2) 图G是不是欧拉图, 如果是请写出一条欧拉回路。如果不是请说明理由, 并且添加最少的边使其成为欧拉图。(3分)
- (3) 图G是不是哈密顿图, 如果是请写出一条哈密顿回路。(2分)



十二、(7分) 已知在传输中, a, b, c, d, e, f 出现的频率分别是 30%, 25%, 15%, 15%, 10%, 5%, 设计一个传输它们的最佳前缀码。要求画出最优二叉树, 并指出每个字母对应的编码。