| 题目 | 一 | 二 | 三 | | | | | 四 | | 五 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1—6 | 7—12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 得分 | | | | | | | | | | |
| 评阅人 | | | | | | | | | | |

| 得　分 | |
|---|---|

## 一、单项选择题（6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1. 若 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=2$，则 $D_1=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12}-3a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22}-3a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32}-3a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}=$----------（　　）

(A) $2$;　(B) $-2$;　(C) $6$;　(D) $-6$.

2. 对二次曲面, 下列说法不正确的是--------------------------（　　）

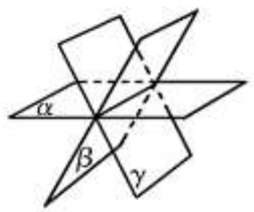
(A) 方程 $x^2+3y^2-2z^2=1$ 表示椭球面;

(B) 方程 $x^2+y^2-z^2=0$ 表示锥面;

(C) 方程 $y^2=x$ 表示抛物柱面;

(D) 方程 $\frac{1}{4}x^2-y^2+\frac{1}{9}z^2=1$ 表示单叶双曲面.

3. 三个平面 $\alpha,\beta,\gamma$ 在空间的位置关系如右图所示, 三个平面的方程 $A_ix+B_iy+C_iz=D_i\ (i=1,2,3)$ 组成一个线性方程组, 系数矩阵和增广矩阵分别记为 $A,\ A$, 则---------（　　）




(A) $R(A)=2,\ R(A)=3$;　(B) $R(A)=2,\ R(A)=2$;

(C) $R(A)=1,\ R(A)=2$;　(D) $R(A)=1,\ R(A)=1$.

4. 设 $A,B$ 为 3 阶矩阵, $|A|=6, |B|=2$, 则 $|AB^{-1}|=$------------------（　　）

(A) $3$;　(B) $6$;　(C) $12$;　(D) $24$.

5. 已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & x & y \\ 1 & y & 1 \end{pmatrix}$ 与 $B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 相似, 则 $y=$---------（　　）

(A) $1$;　(B) $2$;　(C) $0$;　(D) $3$.

6. 已知 3 阶实对称矩阵 $A$ 的特征值为 $1,2,-3$, 则二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x^TAx$ 的一个标准形为----------------------------------------（　　）

(A) $y_1^2+y_2^2+y_3^2$;　(B) $y_1^2+y_2^2-y_3^2$;

(C) $y_1^2-y_2^2-y_3^2$;　(D) $-y_1^2-y_2^2-y_3^2$.

| 得　分 | |
|---|---|

## 二、填空题（6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

7. 已知 $D=\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$, $A_{11},A_{12}$ 是行列式中元素 $a_{11},a_{12}$ 的代数余子式, 则 $A_{11}+A_{12}=$___________.

8. 点 $(1,2,-3)$ 到平面 $2x+y-2z-19=0$ 的距离为___________.

9. 若非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=1 \\ kx_2+3x_3=2 \\ x_1+5x_2+kx_3=3 \end{cases}$ 有无穷多解, 则 $k=$___________.

10. 已知 3 阶矩阵 $A$ 满足 $|A-E|=|A+2E|=|A+E|=0$, 则 $|A^2+E|=$_______.

11. 若 $A$ 为 3 阶方阵, 将 $A$ 的第二行加到第三行得到 $B$, 再将 $B$ 的第一行与

第二行交换得到$C$，使得$QA=C$，则$Q=$______________.

12. 若 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2+2tx_1x_2$ 是正定二次型，则 $t$ 的取值范围是______________.

**三、解答题（5 小题，每小题 8 分，共 40 分）**

| 得　分 | |
|---|---|

13. 计算行列式 $D=\begin{vmatrix}1 & 1 & -2 & 1\\ 2 & 1 & -1 & 1\\ 2 & 3 & 4 & 0\\ 1 & 2 & 3 & 4\end{vmatrix}$.

| 得　分 | |
|---|---|

14. 解矩阵方程 $AX=B$，其中 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 2 & 1\\ 3 & 4 & 3\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.

| 得　分 | |
|---|---|

15. 求过点 $(1,0,-1)$ 且与直线 $\begin{cases}x+2y-z+1=0\\ 2x-y-3z-3=0\end{cases}$ 垂直的平面方程.

专业年级及班级______ 姓名______ 学号______

装 …… 订 …… 线

| 得　分 | |
|---|---|

16. 求向量组 $\alpha_1=\begin{pmatrix}2\\1\\-3\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\1\\-2\\0\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix},\alpha_4=\begin{pmatrix}4\\-1\\0\\5\end{pmatrix}$ 的秩及一个极大无关组, 并把不属于极大无关组的向量用极大无关组表示出来.

| 得　分 | |
|---|---|

17. 求非齐次线性方程组 $\begin{cases}x_1-x_2+3x_3+x_4-x_5=2\\2x_1-3x_2+5x_3+2x_4-x_5=5\end{cases}$ 的通解.

**四、综合题（2 小题，共 19 分）**

| 得　分 | |
|---|---|

18.（**本题 9 分**）设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 为 3 维向量空间 $R^3$ 的一组基, 向量 $\beta_1=\alpha_1+\alpha_2,\beta_2=\alpha_2+\alpha_3,\ \beta_3=\alpha_3+\alpha_1$.

(1) 证明: 向量组 $\beta_1,\beta_2,\beta_3$ 也是 3 维向量空间 $R^3$ 的一组基;

(2) 若向量 $\gamma=\beta_1+2\beta_2+\beta_3$, 求向量 $\gamma$ 在基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 下的坐标.

| 得 分 | |
|---|---|

19.（**本题 10 分**）求一个正交变换 $x=Py$，将二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x^TAx=x_1^2-x_2^2+x_3^2+4x_1x_3$ 化为标准形.

**五、应用题（本题 5 分）**

| 得 分 | |
|---|---|

20. 一家服装厂共有 3 个加工车间，每个车间用一匹布能加工的产品数量如下表所示，现该厂接到一个订单，要求供应 2000 件衬衫、3500 条长裤和 2400 件外衣，请问该厂应如何向 3 个车间分配原材料（布匹），以恰好完成该订单.

**3 个车间用一匹布能加工的产品及数量**

| 产品 \ 车间 | 第一车间 | 第二车间 | 第三车间 |
|---|---|---|---|
| 衬衫 | 4 | 4 | 8 |
| 长裤 | 15 | 5 | 10 |
| 外衣 | 3 | 9 | 3 |

装 订 线