

考试类别[学生填写] (□正考 □补考 □重修 □补修 □缓考 □其它)

《高等数学 A1\B1》试卷 (A 卷)

(电气、机电、食工、物理、能源、计算机、软件、建环各专业 19 级适用)

注意：所有答案必须写在答题卡上，在试卷上作答无效

一、填空题 (6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

- 函数 $f(x) = \ln(x+5) - \frac{1}{\sqrt{2-x}}$ 的定义域是_____.
- 已知 $f(x)$ 的一个原函数为 e^{-x} ，则 $f(x) =$ _____.
- 曲线 $y = 1 - e^{-x^2}$ 的水平渐进线是_____.
- 设函数 $y = \ln(\sqrt{1-x^2})$ ，则 $\frac{dy}{dx}|_{x=0}$ _____.
- 设函数 $f(x)$ 连续，且 $\int_0^{x^3} f(t)dt = x$ ，则 $f(8) =$ _____.
- $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x+2}{x})^x =$ _____.

二、单项选择题 (6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

- 当 $x \rightarrow 0$ 时，下列变量中与 x^2 等价的无穷小量是_____ ()
(A) $1 - \cos x$; (B) $\sqrt{x} + x^2$; (C) $e^x - 1$; (D) $\sin x \ln(1+x)$.
- 设函数 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导，则下列极限中等于 $f'(a)$ 的是_____ ()
(A) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a-h)}{h}$; (B) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{h}$;
(C) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a)}{h}$; (D) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a-h)}{3h}$.
- 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上满足条件 $f'(x) > 0, f''(x) < 0$ ，则曲线 $y = f(x)$ 在该区间上_____ ()

- (A) 上升且凹的; (B) 上升且凸的;
(C) 下降且凹的; (D) 下降且凸的.

10. 设函数 $f(x)$ 具有连续的导数，则下列等式中错误的是_____ ()

- (A) $\frac{d}{dx} \left(\int_a^b f(x)dx \right) = f(x)$; (B) $d \left(\int_a^x f(t)dt \right) = f(x)dx$;
(C) $d \left(\int f(x)dx \right) = f(x)dx$; (D) $\int f'(t)dt = f(t) + C$.

11. 反常积分 $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$ _____ ()

- (A) 发散; (B) 收敛于 1; (C) 收敛于 $\frac{1}{2}$; (D) 收敛于 $-\frac{1}{2}$.

12. 曲线 $y = \sqrt{x} + 1$ 在 $x=1$ 处的切线方程是_____ ()

- (A) $y = \frac{x}{2} + \frac{3}{2}$; (B) $y = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$; (C) $y = -\frac{x}{2} + \frac{3}{2}$; (D) $y = -\frac{x}{2} - \frac{3}{2}$.

三、解答题 (7 小题，每小题 6 分，共 42 分)

13. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x^3}$.

14. 求 $y = (1+2x)^{\sin x}$ 的微分.

15. 求 $y = x^2 - 4x + 3$ 在其顶点处的曲率及曲率半径.

16. 求由参数方程 $\begin{cases} x = at^2 \\ y = bt^3 \end{cases}$ 所确定的函数 $y = y(x)$ 的二阶导数 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

17. 求不定积分 $\int x^3 \ln x dx$.

18. 计算定积分 $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

19. 求由曲线 $y = x^2$, $y = x$, $y = 2x$ 所围成的图形的面积.

四、证明题 (本题 7 分)

20. 已知函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 内可导, 且 $f(0) = 0, f(1) = 1$,

证明: 存在点 $\eta \in (0,1)$, 使得 $f'(\eta) = 1$.

五、应用题 (本题 7 分)

21. 要造一圆柱形油罐, 体积为 V , 问底半径 r 和高 h 等于多少时, 才能使表面积最小? 这时底直径与高的比是多少?

六、分析题 (本题 8 分)

22. 设函数 $f(x) = \begin{cases} e^{x-2}, & x < 2 \\ k, & x = 2 \\ ax + 4, & x > 2 \end{cases}$,

(1) 试问 k 和 a 分别为何值时, $f(x)$ 在 $x=2$ 处连续?

(2) 讨论函数 $f(x)$ 在 $x=2$ 处是否可导?

线

订

装