

题目	一	二	三				四		五	总分
	1—6	7—12	13	14	15	16	17	18	19	
得分										
评阅人										

《线性代数与空间解析几何》试卷 (A 卷)

(2022 级建筑电气、建筑环境、安全工程专业适用)

得 分

一、单项选择题 (6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

- 在四阶行列式 $|a_{ij}|$ 的展开式中, 含有 $a_{21}a_{12}$ 的项为_____ ()
 (A) $-a_{21}a_{12}a_{23}a_{44}$; (B) $a_{21}a_{12}a_{33}a_{44}$; (C) $-a_{21}a_{12}a_{33}a_{34}$; (D) $a_{21}a_{12}a_{43}a_{34}$.
- 关于二次曲面, 下列说法正确的是_____ ()
 (A) 方程 $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ 表示圆锥面;
 (B) 方程 $x^2 + y^2 - 2z^2 = 0$ 表示单叶双曲面;
 (C) 方程 $y^2 = x$ 表示抛物柱面;
 (D) 方程 $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{9}z^2 = y$ 表示双曲柱面.
- 设 A, B 为 3 阶矩阵, $|A|=2, |B|=-2$, 则 $|-3AB| =$ _____ ()
 (A) 108; (B) 12; (C) -12; (D) -108.
- 设 A 为 $m \times n$ 矩阵, $Ax=0$ 是非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的导出组, 则下列结论正确的是_____ ()
 (A) 若 $Ax=b$ 有唯一解, 则 $Ax=0$ 有非零解;
 (B) 若 $Ax=b$ 有唯一解, 则 $Ax=0$ 只有零解;
 (C) 若 $Ax=0$ 有非零解, 则 $Ax=b$ 有无穷多解;
 (D) 若 $Ax=0$ 只有零解, 则 $Ax=b$ 有唯一解.

5. 已知 -2 是矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 2 & x & -2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ 的特征值, 则 $x =$ _____ ()

- (A) 4; (B) -4; (C) -2; (D) 2.

6. 已知三元实二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = kx_1^2 + kx_2^2 + 4x_3^2 - 4x_2x_3$ 是正定二次型, 则

参数 k 的取值范围为_____ ()

- (A) $k > 0$; (B) $k < 0$; (C) $k > 4$; (D) $k > 1$.

得 分

二、填空题 (6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

7. 已知四阶行列式 D 中第三行的元素依次是 $1, 3, -2, 2$, 它们的代数余子式分别是 $3, -2, 1, 1$, 则行列式 $D =$ _____.

8. xOy 面上的双曲线 $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 1, \\ z = 0 \end{cases}$, 绕 y 轴旋转一周所得的旋转曲面方程为_____.

9. 已知 A 为三阶初等矩阵, 且

$$A \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 2a_{21} & 2a_{22} & 2a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

则矩阵 $A =$ _____.

10. 齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$ 的解空间的维数是_____.

11. 已知 3 阶方阵 A 满足 $|A+E|=|A+2E|=|A+3E|=0$, 则 $|A+4E|=$ _____.

12. 已知 3 阶实对称矩阵 A 的特征值分别为 $1, -2, -3$, 则二次型

$$f(x_1, x_2, x_3) = x^T A x \text{ 的规范形为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

三、解答题 (5 小题, 每小题 8 分, 共 40 分)

得 分

13. 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$.

得 分

14. 求过点 $(1, 1, -1)$ 且平行于直线 $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ 和 $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{0}$ 的平面方程.

得 分

15. 求解矩阵方程 $AX = B$,

其中 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

线

订

装

线

得 分

16. 求向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 7 \\ 14 \end{pmatrix}$ 的

秩及一个极大无关组，并把不属于极大无关组的其他向量用极大无关组表示出来.

订

得 分

17. 求非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 3 \end{cases}$ 的通

解.

禁

四、综合题 (2 小题, 共 19 分)

得 分

18. (本题 9 分) 设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 + 5A + 7E = 0$,

证明: A 与 $A+E$ 都可逆, 并求它们的逆矩阵.

得 分

19. (本题 10 分) 求一个正交变换 $x = Py$, 将二次型

$$f(x_1, x_2, x_3) = x^T Ax = 4x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_2x_3 \text{ 化为标准形.}$$

得 分

五、应用题 (本题 5 分)

20. 一种防水涂料由 A、B、C、D 四种原料混合而成, 这种涂料现有两种规格, 这两种规格的涂料中, 四种原料的重量比分别为 2:3:1:1 和 1:2:1:2. 现需要四种原料重量比为 4:7:3:5 的第三种规格的涂料, 问: 第三种规格的涂料可由前两种规格的涂料按什么比例配制而成?

线

订

装