

4. $4\pi R^3$.

B 类题

1. $I = [f(a) - f(0)]bc + [g(b) - g(0)]ac + [h(c) - h(0)]ab$.

2. $\frac{1}{2}$. 3. $-\frac{1}{2}\pi h^4$.

第二节 高斯公式 通量与散度

A 类题

1. 略. 2. $\frac{12}{5}\pi$. 3. $3a^4$. 4. $\frac{2}{3}\pi$. 5. 0. 6. $-\frac{6}{5}\pi$.

B 类题

1. $\frac{\pi R^4}{4}$. 2. $\frac{\pi}{8}$.

C 类题

1. 当曲面不包含坐标原点时为 0, 当曲面包含坐标原点时为 4π . 2. 2π .

第三节 斯托克斯公式 方向旋量与旋度

A 类题

1. 略. 2. (1) $(2xy - x^2, 2yz - y^2, 2zx - z^2)$; (2) (y, z, x) . 3. 0. 4. -20π . 5. 0.

B 类题

1. $2S$. 2. $-2\pi a(a+b)$. 3. 提示: 用斯托克斯公式的第一型曲面积分形式计算, $2\pi a^2 b$.

第五章 常微分方程

第一节 二阶微分方程

A 类题

1. 略.

2. (1) $y = \frac{1}{2}C_1x^2 + C_2$; (2) $y = C_1e^x - \frac{1}{2}x^2 - x + C_2$; (3) $C_1y^2 - 1 = (C_1x + C_2)^2$;

(4) $y = C_1e^{+x} + C_2e^{-x} + e^x$. 3. $y = C_1x + C_2\ln x$.

4. (1) $y = C_1 + C_2e^{-5/2x} + \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{5}x^2 + \frac{7}{25}x$; (2) $y = C_1x + \frac{C_2}{x}$;

(3) $y = x(C_1\cos\ln x + C_2\sin\ln x) + x\ln x$; (4) $y = \arctan(C_1x + C_2\frac{1}{x})$;

(5) $y = C_1(2x+1) + C_2(2x+1)^2$.

5. 略. 6. $f(x) = \frac{1}{2}\sin x + \frac{x}{2}\cos x$. 7. $f(x) = \frac{1}{3}(4e^{-x} - e^{-4x})$.

B 类题

1. $\alpha = -3, \beta = 2, \gamma = -1$, $y = C_1e^x + C_2e^{2x} + xe^x$. 2. $\varphi(x) = C_1e^x + C_2e^{2x} + x(\frac{x}{2} - 1)e^{2x}$.

3. $f(x) = -4\cos x + \sin x + 3 + \cos 2x$. 4. $y = e^x(2 - x - e^x)$.



C 类题

将 $u = u(\sqrt{x^2 + y^2})$ 代入方程即可将原微分方程化为 $u''(r) + u(r) = r^2, r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

第二节 高阶微分方程

A 类题

1. (1) $y = C_1 x^5 + C_2 x^3 + C_3 x^2 + C_4 x + C_5$; (2) $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + C_3$;

(3) $y = C_1 + C_2 x + e^x (C_3 \cos 2x + C_4 \sin 2x)$;

(4) $y = C_1 e^{\sqrt{2}x} + C_2 e^{-\sqrt{2}x} + C_3 e^x + C_4 e^{-x} + C_5 \cos x + C_6 \sin x$;

2. $y = e^x (1 - 3x) + e^x (-\cos \sqrt{2}x + \frac{3}{\sqrt{2}} \sin \sqrt{2}x)$.

3. $y = (C_1 + C_2 x + C_3 x^2) e^{-x} + \frac{1}{24} x^3 (x - 20) e^{-x}$.

