

### 第三章 第一型曲线积分和曲面积分

#### 第一节 第一型曲线积分

##### A 类题

1. 略.

2. (1)  $1+\sqrt{2}$ ; (2)  $2a^2$ ; (3)  $\frac{5\sqrt{5}-1}{3}$ ; (4)  $4\sqrt{2}$ ; (5)  $\frac{1}{3}[(2+t_0^2)^+-2^+]$ ; (6)  $\pi$ ;

(7) 42; (8)  $\frac{8}{3}\sqrt{2}\pi^3 a$ .

3.  $\frac{a}{3}(2\sqrt{2}-1)$ .

##### B 类题

1.  $\frac{16\sqrt{2}}{143}$ .

2.  $\frac{2}{3}\pi a^3$ .

3.  $x_0=y_0=\frac{4}{3}a$ .

##### C 类题

$2\pi a^3$ .

#### 第二节 第一型曲面积分

##### A 类题

1. 略.

2. (1)  $4\sqrt{61}$ ; (2)  $\frac{3-\sqrt{3}}{2}+(\sqrt{3}-1)\ln 2$ ; (3)  $\pi a^3$ ; (4)  $\frac{125\sqrt{5}-1}{420}$ ; (5)  $2\pi \arctan \frac{H}{R}$ .

3.  $\frac{64}{15}\sqrt{2}a^4$ .

##### B 类题

1.  $\sqrt{2}\pi$ .

2.  $a^2(\pi-2)$ .

3.  $\frac{\sqrt{2}}{6}$ .

##### C 类题

略.

### 第四章 第二型曲线积分和曲面积分

#### 第一节 第二型曲面积分

##### A 类题

1. 略.

2. (1)  $a^4$ ; (2)  $\frac{1}{3}$ ; (3)  $\frac{1}{8}$ ; (4)  $\frac{\pi}{4}$ .

3. (1)  $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_{\Sigma} [P(x,y,z)-2Q(x,y,z)+3R(x,y,z)]dS$ ; (2)  $\iint_{\Sigma} \frac{1}{a}(xP+yQ+zR)dS$ .



4.  $4\pi R^3$ .

## B 类题

1.  $I = [f(a) - f(0)]bc + [g(b) - g(0)]ac + [h(c) - h(0)]ab$ .

2.  $\frac{1}{2}$ . 3.  $-\frac{1}{2}\pi h^4$ .

## 第二节 高斯公式 通量与散度

## A 类题

1. 略. 2.  $\frac{12}{5}\pi$ . 3.  $3a^4$ . 4.  $\frac{2}{3}\pi$ . 5. 0. 6.  $-\frac{6}{5}\pi$ .

## B 类题

1.  $\frac{\pi R^4}{4}$ . 2.  $\frac{\pi}{8}$ .

## C 类题

1. 当曲面不包含坐标原点时为 0, 当曲面包含坐标原点时为  $4\pi$ . 2.  $2\pi$ .

## 第三节 斯托克斯公式 方向旋量与旋度

## A 类题

1. 略. 2. (1)  $(2xy - x^2, 2yz - y^2, 2zx - z^2)$ ; (2)  $(y, z, x)$ . 3. 0. 4.  $-20\pi$ . 5. 0.

## B 类题

1.  $2S$ . 2.  $-2\pi a(a+b)$ . 3. 提示: 用斯托克斯公式的第一型曲面积分形式计算,  $2\pi a^2 b$ .

## 第五章 常微分方程

## 第一节 二阶微分方程

## A 类题

1. 略.

2. (1)  $y = \frac{1}{2}C_1x^2 + C_2$ ; (2)  $y = C_1e^x - \frac{1}{2}x^2 - x + C_2$ ; (3)  $C_1y^2 - 1 = (C_1x + C_2)^2$ ;

(4)  $y = C_1e^{+x} + C_2e^{-x} + e^x$ . 3.  $y = C_1x + C_2\ln x$ .

4. (1)  $y = C_1 + C_2e^{-5/2x} + \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{5}x^2 + \frac{7}{25}x$ ; (2)  $y = C_1x + \frac{C_2}{x}$ ;

(3)  $y = x(C_1\cos\ln x + C_2\sin\ln x) + x\ln x$ ; (4)  $y = \arctan(C_1x + C_2\frac{1}{x})$ ;

(5)  $y = C_1(2x+1) + C_2(2x+1)^2$ .

5. 略. 6.  $f(x) = \frac{1}{2}\sin x + \frac{x}{2}\cos x$ . 7.  $f(x) = \frac{1}{3}(4e^{-x} - e^{-4x})$ .

## B 类题

1.  $\alpha = -3, \beta = 2, \gamma = -1$ ,  $y = C_1e^x + C_2e^{2x} + xe^x$ . 2.  $\varphi(x) = C_1e^x + C_2e^{2x} + x(\frac{x}{2} - 1)e^{3x}$ .

3.  $f(x) = -4\cos x + \sin x + 3 + \cos 2x$ . 4.  $y = e^x(2 - x - e^x)$ .

