

(2) 空间曲线在坐标面上的投影是如何得到的?

2. 画出下列曲线在第一卦限内的图形.

$$(1) \begin{cases} x=1, \\ y=2; \end{cases} \quad (2) L_1: \begin{cases} z=\sqrt{4-x^2-y^2}, \\ x-y=0; \end{cases} \quad (3) \begin{cases} x^2+y^2=R^2, \\ x^2+z^2=R^2. \end{cases}$$

3. 将下列曲线的一般方程化为参数方程.

$$(1) \begin{cases} x^2+y^2+z^2=9, \\ y=x; \end{cases} \quad (2) \begin{cases} (x-1)^2+y^2+(z+1)^2=4, \\ z=0; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x^2+y^2+z^2=2(x+y), \\ x+y=2. \end{cases}$$

4. 求母线平行于 x 轴而且通过曲线 $\begin{cases} 2x^2+y^2+z^2=16, \\ x^2-y^2+z^2=0 \end{cases}$ 的柱面方程.

5. 求空间曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+3yz-2x+3z-3=0, \\ y-z+1=0 \end{cases}$ 在 zOx 面上的投影曲线的方程.

(B)

1. 证明直线 $L: \begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{z}{c} = 0, \\ y = b \end{cases}$ 在单叶双曲面 $S: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ 上.

2. 画出曲面 $z=x^2+y^2$ 与平面 $z=1+y$ 的交线, 并求出这交线在 xOy 平面上的投影曲线, 投影时光线平行于 z 轴.

总习题 2

1. 填空题.

(1) 过点 $(1, 2, -1)$ 且垂直于平面 $3x+2y-z+4=0$ 的直线方程是_____.

(2) 已知平面 $x+ky-2z=9$ 与平面 $2x-3y+z=0$ 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$, 则 $k=$ _____.

(3) 已知直线 $\frac{x-a}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{a}$ 在平面 $3x+4y-az=3a-1$ 内, 则 $a=$ _____.

(4) 从平面 $x-2y-2z+1=0$ 上的点 $A(7, -1, 5)$ 出发, 作长等于 12 单位的垂线, 则此垂线的端点坐标为_____.

(5) 通过直线 $\begin{cases} 4x+2y+3z=6, \\ 2x+y=0 \end{cases}$ 且与球面 $x^2+y^2+z^2=4$ 相切的平面方程为_____.



(6) 一动点与两平面 $x+y-z-1=0$, $x+y+z+1=0$ 距离的平方和等于 1, 则动点的轨迹为_____.

(7) 曲线 $\begin{cases} 4x^2-9y^2=36 \\ z=0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转一周所成的旋转曲面方程为_____.

(8) 母线平行于 y 轴且通过曲线 $\begin{cases} 2x^2+y^2+z^2=16, \\ x^2-y^2+z^2=0 \end{cases}$ 的柱面方程为_____.

(9) 过点 $M(1,2,3)$ 且与 yOz 坐标面平行的平面方程为_____.

(10) 点 $(1,2,1)$ 到平面 $x+2y+2z-10=0$ 的距离为_____.

2. 选择题(只有一个答案是正确的).

(1) 两条平行直线 $L_1: x=t+1, y=2t-1, z=t; L_2: x=t+2, y=2t-1, z=t+1$ 之间的距离是().

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ (C) 1 (D) 2

(2) 若两直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{\lambda}, L_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ 相交, 则必有().

- (A) $\lambda=1$ (B) $\lambda=\frac{3}{2}$ (C) $\lambda=-\frac{5}{4}$ (D) $\lambda=\frac{5}{4}$

(3) 直线 $L: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+3}{1}$ 与平面 $\pi: x+2y-2z=6$ 的关系是().

- (A) 平行 (B) 垂直 (C) 相交但不垂直 (D) 重合

(4) 关于平面 $6x+2y-9z+121=0$, 且与原点 $(0,0,0)$ 对称的点之坐标为().

- (A) $(12,8,3)$ (B) $(-4,1,3)$
(C) $(2,4,8)$ (D) $(-12,-4,18)$

(5) 方程 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} - \frac{z^2}{3} = 0$ 表示旋转曲面, 它的旋转轴是().

- (A) x 轴 (B) y 轴
(C) z 轴 (D) 直线 $x=y=z$

(6) 在 R^3 中, 方程 $x^2=4y$ 的图形是().

- (A) 抛物线 (B) 抛物柱面
(C) 椭圆抛物面 (D) 旋转抛物面

(7) 双曲抛物面 $\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$ ($p>0, q>0$) 与 xOy 平面的交线是().



- (A) 双曲线 (B) 抛物线
(C) 平行直线 (D) 相交于原点的两条直线

(8) 曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ 与 $x^2 + y^2 = 2az$ ($z > 0$) 的交线是().

- (A) 抛物线 (B) 双曲线
(C) 圆周 (D) 椭圆

(9) 平面 $x + \sqrt{26}y + 3z - 3 = 0$ 与 xOy 面夹角为().

- (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

(10) 直线 $L: \frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-4}$ 与平面 $\Pi: x + y + z = 3$ 的位置关系为().

- (A) 平行 (B) 垂直 (C) 斜交 (D) L 在平面 Π 上

3. 求直线 $L: \frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$ 与平面 $\pi: 2x + 3y + 3z - 8 = 0$ 的交点.

4. 已知直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{-1}$, $L_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$, 求过 L_1 且平行于 L_2 的平面方程.

5. 求通过点 $P(3, 0, 0)$, $Q(0, 0, 1)$ 且与 xOy 面成 $\frac{\pi}{3}$ 角的平面方程.

6. 求过点 $A(1, 0, -1)$ 且与平面 $\pi: 2x - y + z - 5 = 0$ 平行, 又与直线 $L_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ 相交的直线 L 的方程.

7. 已知直线 $L_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ 与 $L_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{4}$,

(1) 求 L_1 与 L_2 之间的距离;

(2) 求 L_1, L_2 的公垂线方程.

8. 设一平面垂直于平面 $z = 0$, 并通过从点 $P(1, -1, 1)$ 到直线 $L:$

$$\begin{cases} y - z + 1 = 0, \\ x = 0 \end{cases} \text{ 的垂线, 求此平面的方程.}$$

9. 求下列旋转曲面的方程:

(1) $C: \begin{cases} z^2 = 5x, \\ y = 0 \end{cases}$ 绕 x 轴旋转而成的曲面;

(2) $L: \begin{cases} y = ax, \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转而成的曲面.

10. 求顶点在原点、母线和 z 轴正向夹角保持 $\frac{\pi}{6}$ 的锥面方程.

11. 求通过曲面 $x^2 + y^2 + 4z^2 = 1$ 和 $x^2 = y^2 + z^2$ 的交线, 而母线平行于 z 轴的



柱面方程.

12. 求直线 $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ 在平面 $\pi: x-y+2z-1=0$ 上的投影直线 L_0 的方程, 并求 L_0 绕 y 轴旋转一周所成曲面的方程.

13. 求过点 $(2, 0, 1)$ 且与直线 $\begin{cases} 2x-3y+z-6=0, \\ 4x-2y+3z+9=0 \end{cases}$ 平行的直线方程.

14. 求证: 直线 $\begin{cases} 5x-3y+2z-5=0, \\ 2x-y-z-1=0 \end{cases}$ 包含在平面 $4x-3y+7z-7=0$ 之内.

15. 求点 $(2, 3, 1)$ 关于直线 $x+7=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{3}$ 的对称点坐标.

