

# 控制理论课程设计

---

基于MATLAB的控制系统分析与设计

中国地质大学(武汉)自动化学院  
张传科  
2021

# 控制理论课程设计

---

## 一、概述

## 二、设计任务一

## 三、设计任务二

# 概述

## ➤ 设计目的

- ❑ 自动控制原理理论知识的回顾巩固、进一步理解与基本应用
- ❑ MATLAB软件辅助系统分析与设计的学习与应用
- ❑ 与自动化专业其它专业课程的对接/衔接尝试

## ➤ 设计内容

- ❑ 任务一：单级倒立摆系统的建模、分析、设计、验证、虚拟平台验证（选）
- ❑ 任务二：蔡氏混沌电路的建模、分析、同步设计、应用（选）、实现（选）

## ➤ 参考资料

- ❑ 自动控制原理I和II相关教材
- ❑ 相关学术网站（中国知网）、搜索网站（百度）、等



# 概述

---

## ➤ 设计与注意事项

- ❑ 地点：信息楼607、608
- ❑ 时间：10月31日、11月7日、11月14日、11月21日
- ❑ 全天：08:00-11:30、14:30-17:30、18:30-21:30
- ❑ 学时：一周，因规定时间缺勤，未达学时数，自行补足，可到信息楼201或203
- ❑ 设备：自己准备电脑（带电源、鼠标；预装MATLAB）
- ❑ 题型：要求题和选做题，先做要求题，时间充裕再做选做题
- ❑ 其它：多种方法完成同一任务时，可先选择一种，时间充裕再比较不同方法结果

# 概述

---

## ➤ 设计考核

❑ 构成：签到（30%） + 实验表现（10%） + 报告（30%） + 验收（30%）

❑ 签到：每个时段1-2次、来不了需请假

❑ 实验表现：规定时间段内，实验投入度，是否在做学习无关事情

❑ 报告：

➤ 封面、目录、设计内容（要求、原理、源码、结果、分析等）、体会

➤ 格式参考本科毕业论文要求

➤ 放假前两周，学委收齐电子版，发生至 [ckzhang@cug.edu.cn](mailto:ckzhang@cug.edu.cn)

❑ 验收：分组预约验收，结果展示、回答提问、即兴完成设计小任务（随机加分题）

# 控制理论课程设计

---

## 一、概述

## 二、设计任务一

## 三、设计任务二

# 任务一：单级倒立摆系统

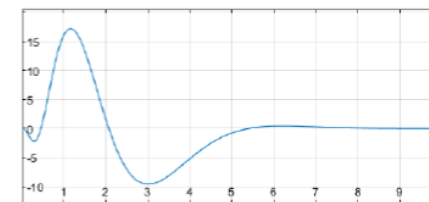
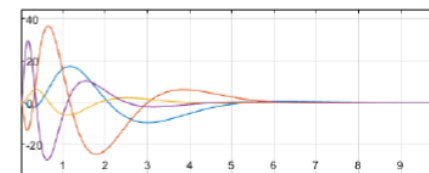
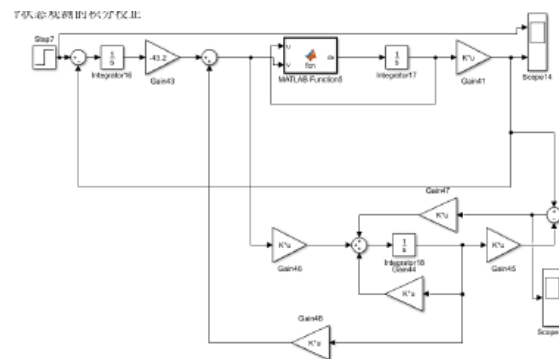
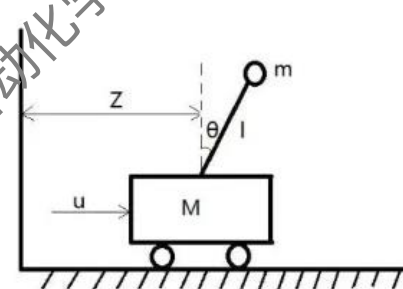
## 1.1 任务概述

## 1.2 系统模型

## 1.3 系统分析

## 1.4 系统设计与验证

## 1.5 虚拟实验平台验证（选）



# 单级倒立摆系统：任务概述

## 单级倒立摆系统建模、分析、设计、验证

### ① 系统模型

- 建立机理非线性模型
  - ✓ 状态空间模型 (M1)
  - ✓ 对应结构图模型 (M2)
- 建立简化线性模型
  - ✓ 状态空间模型 (M3)
  - ✓ 对应结构图模型 (M4)
  - ✓ 传递函数模型 (M5)
  - ✓ 对应结构图模型 (M6)

### ② 开环系统分析

- 分析系统响应
  - 绘制并比较M2, M4, M6的响应曲线
- 分析稳定性与性能
  - ✓ 经典控制方法 (基于M5)
  - ✓ 现代控制方法 (基于M3)
- 分析能控/能观性
  - ✓ 现代控制方法 (基于M3)

### ③ 系统设计及其验证

- 设计控制策略, 实现摆杆出现小偏差后复位
  - ✓ 设计状态反馈控制器【SF】(C1)
  - ✓ 设计基于状态观测器的状态反馈【OSF】(C2)
- 设计控制策略, 实现摆杆从A点到B点平衡
  - ✓ 设计SF或OSF + 单位比例增益输出反馈 (C3、C4)
  - ✓ 设计SF或OSF + 带积分校正输出反馈 (C5、C6)
  - ✓ 分析闭环系统稳定性、动态性能
- 验证并比较控制效果 (M2或M4+C1或C2....C6)



# 任务一：单级倒立摆系统

## 1.1 任务概述

## 1.2 系统模型

## 1.3 系统分析

## 1.4 系统设计与验证

## 1.5 虚拟实验平台验证（选）

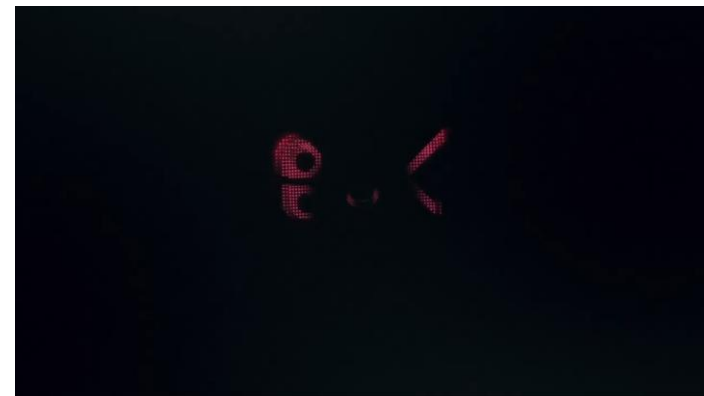
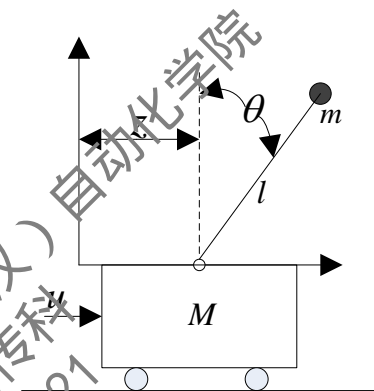
### 系统模型

- 建立机理非线性模型
  - ✓ 状态空间模型（M1）
  - ✓ 对应结构图模型（M2）
- 建立简化线性模型
  - ✓ 状态空间模型（M3）
  - ✓ 对应结构图模型（M4）
  - ✓ 传递函数模型（M5）
  - ✓ 对应结构图模型（M6）

# 单级倒立摆系统：模型

## □ 情景假设

- ✓ 倒立摆安装在小车上，重心在末端
- ✓ 对小车施加水平作用力实施控制
- ✓ 位移可测
- ✓ 忽略摆杆质量、摩擦力、风力等
- ✓  $M = 1\text{kg}$ ,  $m = 0.1\text{kg}$ ,  $l = 0.5\text{m}$



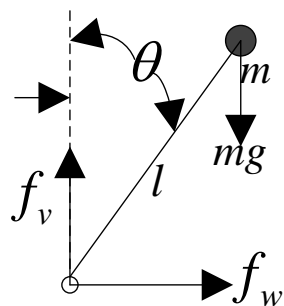
## □ 控制任务

- ✓ 任务一：摆杆开始保持垂直倒立位置A，某时刻出现微小角度偏差，控制其复位
- ✓ 任务二：摆杆开始保持垂直倒立位置A，控制其垂直倒立于另一个位置B

# 单级倒立摆系统：模型

## 建立机理非线性模型

### 摆杆动力学

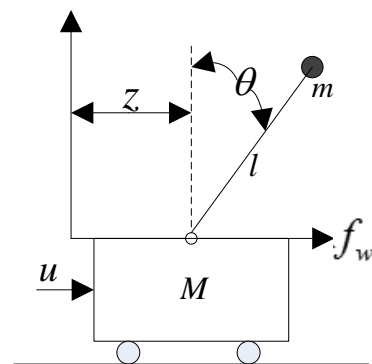


$$f_w = m \frac{d^2}{dt^2} (z + l \sin \theta)$$

$$f_v - mg = m \frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta)$$

$$f_v l \sin \theta - f_w l \cos \theta = J \frac{d^2 \theta}{dt^2} \approx 0$$

### 小车动力学



$$u - f_w = M \frac{d^2 z}{dt^2}$$

# 单级倒立摆系统：模型

## 建立机理非线性模型

$$\left. \begin{aligned} (1): f_w &= m \frac{d^2}{dt^2} (z + l \sin \theta) \\ (2): f_v - mg &= m \frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta) \\ (3): f_v l \sin \theta - f_w l \cos \theta &= 0 \\ (4): u - f_w &= M \frac{d^2 z}{dt^2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\xrightarrow{(1)+(2)+(4)} \left( \frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta) + g \right) \sin \theta = \left( \frac{d^2}{dt^2} (z + l \sin \theta) \right) \cos \theta \\ &\xrightarrow{(1)+(4)} u = m \frac{d^2}{dt^2} (z + l \sin \theta) + M \frac{d^2 z}{dt^2} \end{aligned}$$
$$x_1 = z, x_2 = \dot{z}, x_3 = \theta, x_4 = \dot{\theta}$$

### 要求：

1. 建模过程自行推导，报告中应有必要过程
2. 在simulink中搭出非线性模型

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{u + mlx_4^2 \sin x_3 - mg \sin x_3 \cos x_3}{M + m - m \cos^2 x_3} \\ x_4 \\ \frac{-u \cos x_3 + (M + m)g \sin x_3 - mlx_4^2 \sin x_3 \cos x_3}{(M + m)l - ml \cos^2 x_3} \end{bmatrix}$$

# 单级倒立摆系统：模型

## 建立简化线性模型

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{u + mlx_4^2 \sin x_3 - mg \sin x_3 \cos x_3}{M + m - m \cos^2 x_3} \\ x_4 \\ \frac{-u \cos x_3 + (M + m)g \sin x_3 - mlx_4^2 \sin x_3 \cos x_3}{(M + m)l - ml \cos^2 x_3} \end{bmatrix}$$

small  $\theta \Rightarrow x_3 \approx 0 \Rightarrow \sin x_3 \approx 0, \sin x_3 \approx x_3, \cos x_3 \approx 1 \Rightarrow y = z$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{u - mgx_3}{M} \\ x_4 \\ \frac{-u + (M + m)gx_3}{Ml} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{(M + m)g}{Ml} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{-1}{Ml} \end{bmatrix} u$$

$y = x_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0]x$

选做：用不同方法求线性模型，并比较异同

运行点线性化

结构图 +

Simulink线性化工具

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = ?$$

$G(s) = ?$

要求：

1. 自己完成推导，报告给出较完整过程
2. 给出对应的传递函数模型
3. 在simulink中搭出线性模型

# 任务一：单级倒立摆系统

## 1.1 任务概述

## 1.2 系统模型

## 1.3 系统分析

## 1.4 系统设计与验证

## 1.5 虚拟实验平台验证（选）

### 开环系统分析

- 分析系统响应
  - 绘制并比较M2, M4, M6的响应曲线
- 分析稳定性与性能
  - ✓ 经典控制方法（基于M5）
  - ✓ 现代控制方法（基于M3）
- 分析能控/能观性
  - ✓ 现代控制方法（基于M3）

# 单级倒立摆系统：分析

## □ 绘制并比较响应曲线

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{u + mlx_4^2 \sin x_3 - mg \sin x_3 \cos x_3}{M + m - m \cos^2 x_3} \\ x_4 \\ \frac{-u \cos x_3 + (M + m)g \sin x_3 - mlx_4^2 \sin x_3 \cos x_3}{(M + m)l - ml \cos^2 x_3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{(M + m)g}{Ml} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{-1}{Ml} \end{bmatrix} u$$

要求：

1. 设置微小的角度偏差、无控制输入
2. 绘制基于非线性系统模型的响应曲线，观察并分析各状态的演变过程
3. 绘制基于线性系统模型的响应曲线，观察并分析各状态的演变过程
4. 比较两种模型下响应曲线的异同，并分析原因

# 单级倒立摆系统：分析

## □ 分析稳定性与性能

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = ?$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{(M+m)g}{Ml} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{-1}{Ml} \end{bmatrix} u$$

$y = x_1$

要求：

1. 基于传递函数模型分析稳定性：极点分布法、Bode图法、Nyquist图法、等
2. 基于传递函数模型分析性能：幅值裕度、相角裕度、截止频率、等
3. 基于状态空间模型分析状态稳定性：李氏间接法、李氏直接法
4. 对比开环系统响应曲线，验证以上稳定性相关结论的正确性



# 单级倒立摆系统：分析

## □ 分析能控性和能观性

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{(M+m)g}{Ml} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{-1}{Ml} \end{bmatrix} u$$
$$y = x_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0] x$$

要求：

1. 分析系统的能控性和能观性：秩判据方法
2. 分析系统的能控性和能观性：约旦标准型判定方法

# 任务一：单级倒立摆系统

## 1.1 任务概述

## 1.2 系统模型

## 1.3 系统分析

## 1.4 系统设计与验证

## 1.5 虚拟实验平台验证（选）

### 系统设计及其验证

- 设计控制策略，实现摆杆出现小偏差后复位
  - ✓ 设计状态反馈控制器【SF】（C1）
  - ✓ 设计基于状态观测器的状态反馈【OSF】（C2）
- 设计控制策略，实现摆杆从A点到B点平衡
  - ✓ 设计SF或OSF + 单位比例增益输出反馈（C3、C4）
  - ✓ 设计SF或OSF + 带积分校正输出反馈（C5、C6）
  - ✓ 分析闭环系统稳定性、动态性能
- 验证并比较控制效果（M2或M4+C1或C2....C6）

# 单级倒立摆系统：设计及其验证

□ 任务一：设计**状态反馈(SF)**控制策略，实现摆杆出现小偏差后复位，即设计镇定控制器

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{(M+m)g}{Ml} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ \frac{1}{Ml} \end{bmatrix} u$$
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{u + mlx_4^2 \sin x_3 - mg \sin x_3 \cos x_3}{M + m - m \cos^2 x_3} \\ x_4 \\ \frac{-u \cos x_3 + (M + m)g \sin x_3 - mlx_4^2 \sin x_3 \cos x_3}{(M + m)l - ml \cos^2 x_3} \end{bmatrix}$$

**要求：**

1. 基于极点配置方法和线性模型，**设计状态反馈控制器**，实现原正常倒立摆杆出现微小角度偏离后复位
2. 基于**simulink平台验证**控制器效果：**简化线性系统 + 状态反馈控制器**
3. 基于**simulink平台验证**控制器效果：**原始非线性系统 + 状态反馈控制器**
4. 绘制**两类**闭环系统条件下的**响应曲线**，**比较异同**，**分析原因**

# 单级倒立摆系统：设计及其验证

□ 任务一：设计基于状态观测器的状态反馈（OSF）控制策略，实现摆杆出现小偏差后复位

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{(M+m)g}{Ml} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ Ml \end{bmatrix} u$$

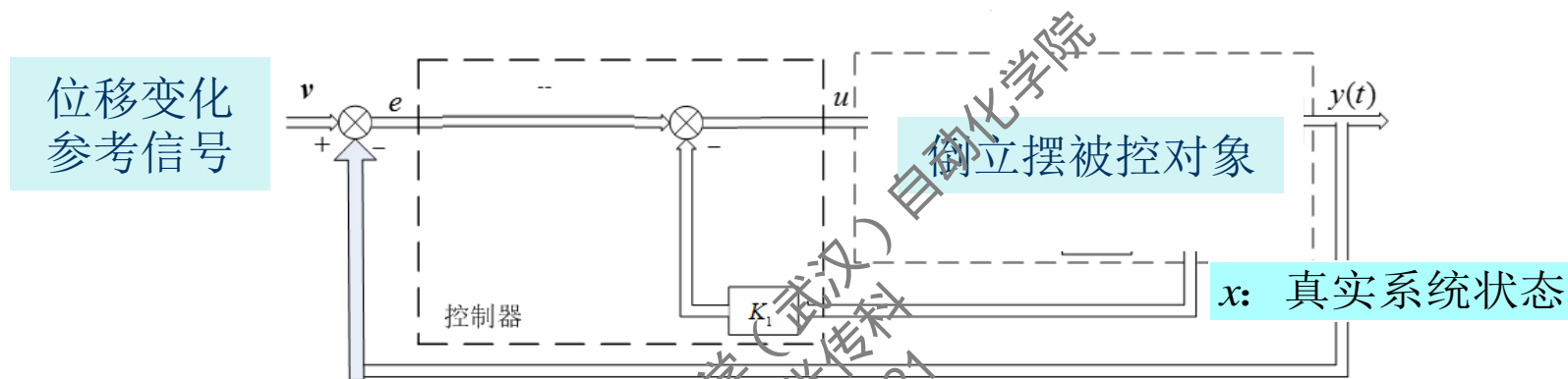
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{u + mlx_4^2 \sin x_3 - mg \sin x_3 \cos x_3}{M + m - m \cos^2 x_3} \\ x_4 \\ \frac{-u \cos x_3 + (M + m)g \sin x_3 - mlx_4^2 \sin x_3 \cos x_3}{(M + m)l - ml \cos^2 x_3} \end{bmatrix}$$

要求：

1. 基于极点配置方法和线性模型，设计基于状态观测器的状态反馈控制策略，实现原正常倒立摆杆出现微小角度偏离后复位
2. 基于simulink平台验证控制器效果：简化线性系统 + SF控制器或OSF控制器
3. 基于simulink平台验证控制器效果：原始非线性系统 + SF控制器或OSF控制器
4. 绘制四类闭环系统条件下的响应曲线，比较异同，分析原因

# 单级倒立摆系统：设计及其验证

□ 任务二：设计控制策略，实现摆杆从A点到B点（可简化看作，跟踪单位阶跃形式的位移信号）

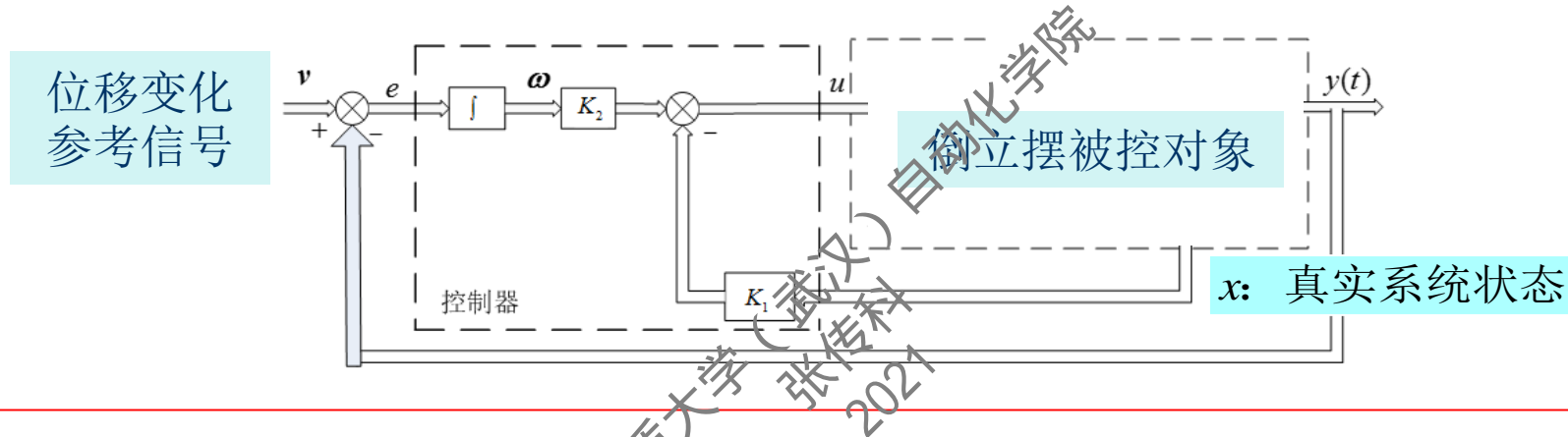


要求：

1. 在**原状态反馈**的基础上，引入**单位增益比例输出反馈**控制，实现跟踪位移信号
2. 基于极点配置方法和线性模型，设计状态反馈控制器增益 $K_1$
3. 基于simulink平台验证控制器效果：简化线性系统 + 控制策略
4. 基于simulink平台验证控制器效果：原始非线性系统 + 控制策略
5. 绘制两类闭环系统的输出响应曲线，比较异同与跟踪效果，分析原因

# 单级倒立摆系统：设计及其验证

□ 任务二：设计控制策略，实现摆杆从A点到B点（可简化看作，跟踪单位阶跃形式的位移信号）

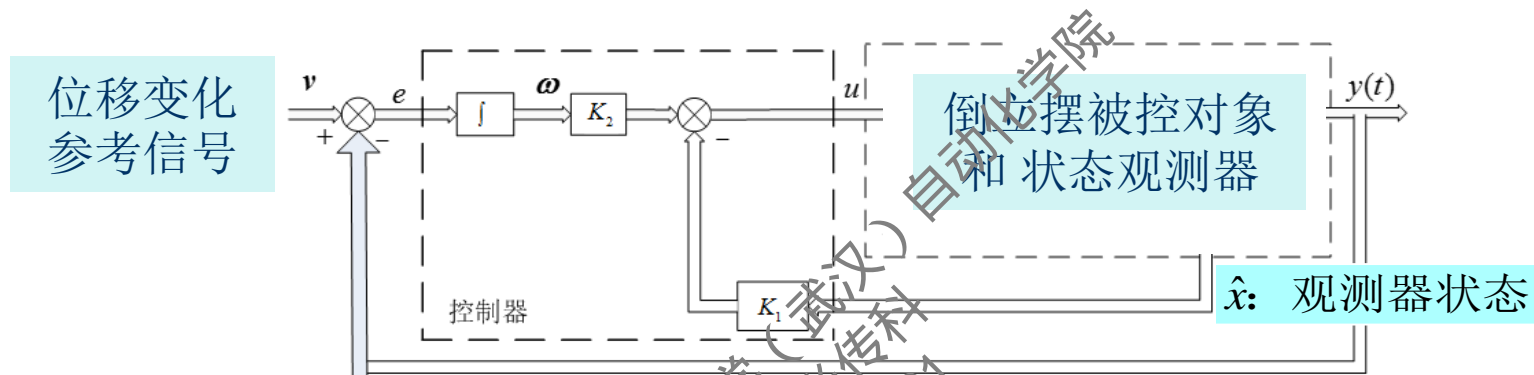


要求：

1. 在**原状态反馈**的基础上，引入**带积分校正**的**输出反馈**控制，实现跟踪位移信号
2. 基于线性模型，给定**超调量**和**过渡时间**要求，设计状态反馈控制器增益 $K_1$ 、积分增益 $K_2$
3. 基于simulink平台验证控制器效果：简化线性系统 + 控制策略
4. 基于simulink平台验证控制器效果：原始非线性系统 + 控制策略
5. 绘制两类闭环系统的输出响应曲线，比较异同与跟踪效果，分析原因

# 单级倒立摆系统：设计及其验证

□ 任务二：设计控制策略，实现摆杆从A点到B点（可简化看作，跟踪单位阶跃形式的位移信号）



选做：

1. 在基于状态观测器的状态反馈基础上，引入带积分校正的输出反馈控制，实现跟踪位移信号
2. 基于线性模型，给定超调量和过渡时间，设计状态反馈增益 $K_1$ 、积分增益 $K_2$ 、观测器增益 $G$
3. 基于simulink平台验证控制效果：简化线性系统或原始非线性模型 + 控制策略
4. 绘制两类闭环系统的输出响应曲线，比较异同与跟踪效果，分析原因

# 任务一：单级倒立摆系统

---

## 1.1 任务概述

## 1.2 系统模型

## 1.3 系统分析

## 1.4 系统设计与验证

## 1.5 虚拟实验平台验证（选）

### 虚拟平台验证（选做）

借助武汉大学开发的虚拟实验平台

所有课设任务完成后，想尝试的联系我

中国地质大学（武汉）自动化学院  
张传科  
2021



# 控制理论课程设计

---

一、概述

二、设计任务一

三、设计任务二

# 任务二：蔡氏混沌电路

## 2.1 任务概述

## 2.2 模型与分析

## 2.3 同步设计与验证

## 2.4 保密通信应用（选）

## 2.5 电路实现（选）

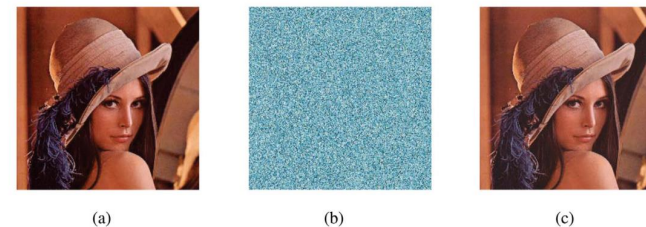
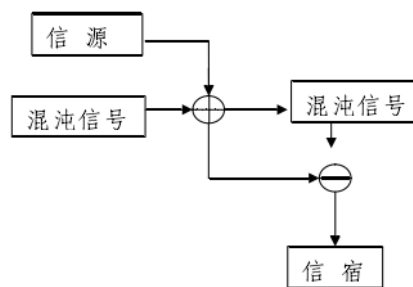
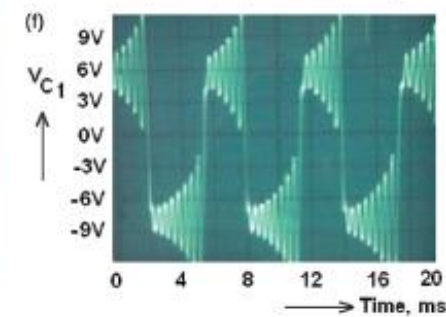
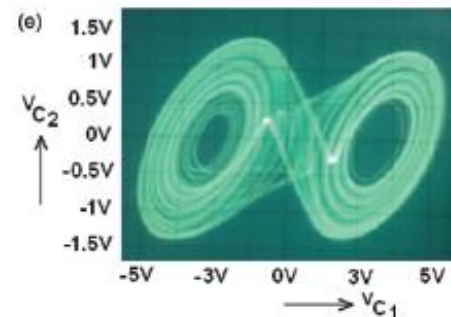
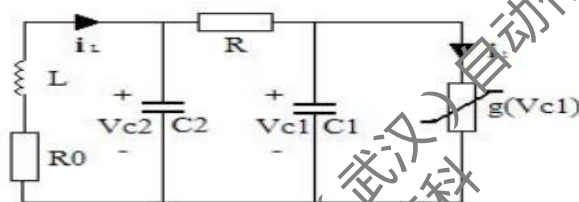


Fig. 7. (a) Original image. (b) Encrypted image. (c) Decrypted image.

# 单级倒立摆系统：任务概述

蔡氏电路的建模、混沌分析、同步设计、仿真验证、通信应用\*、硬件实现\*

## ①系统模型

- 建立机理非线性模型
  - 基于电学知识建立机理模型
  - 基于simulink搭建结构模型

## ②混沌现象分析

- 分析系统响应
  - 绘制并比较响应曲线和状态轨迹
  - 分析并获取混沌信号

## ③同构主从系统同步设计与验证

- 设计控制策略，实现同构主从系统同步
  - ✓ 相同结构的主系统和从系统，从系统加输出反馈控制
  - ✓ 建立控制器设计条件（李亚普洛夫理论）
  - ✓ 设计输出反馈控制器
  - ✓ 基于simulink验证控制效果
  - ✓ 尝试用其它控制器（PID、智能控制）实现同步控制（选）

## ④保密通信应用（选做）

- 基于混沌信号，实现保密通信
  - ✓ 利用主系统混沌信号加密
  - ✓ 利用被控从系统同步信号解密

## ⑤电子器件实现（选做）

- 系统的硬件实现与验证
  - 利用电子器件，搭建混沌系统和主从同步控制系统
  - 验证同步控制算法

# 任务二：蔡氏混沌电路

## 2.1 任务概述

## 2.2 模型与分析

## 2.3 同步设计与验证

## 2.4 保密通信应用（选）

## 2.5 电路实现（选）

### 系统模型

- 建立机理非线性模型
  - 基于电学知识建立机理模型
  - 基于simulink搭建结构模型

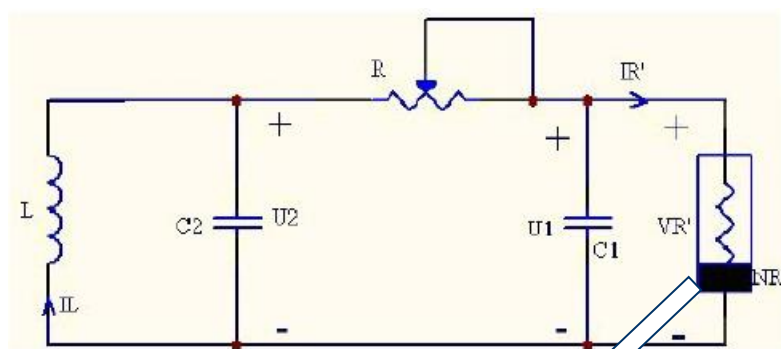
### 混沌现象分析

- 分析系统响应
  - 绘制并比较响应曲线和状态轨迹
  - 分析并获取混沌信号

# 单级倒立摆系统：模型与分析

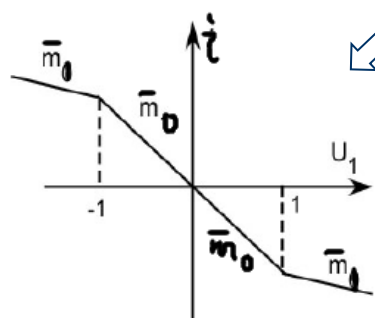
## 蔡氏电路模型

### ✓ 电路结构



$$\begin{cases} C_1 \frac{dU_1}{dt} = \frac{U_2 - U_1}{R} - h(U_1) \\ C_2 \frac{dU_2}{dt} = \frac{U_1 - U_2}{R} + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} = -U_2 \end{cases}$$

### ✓ 非线性元件



$$g(U_1) = \begin{cases} \bar{m}_1 U_1 + \bar{m}_0 - \bar{m}_1, & U_1 > 1 \\ \bar{m}_0 U_1, & |U_1| \leq 1 \\ \bar{m}_1 U_1 - \bar{m}_0 + \bar{m}_1, & U_1 < -1 \end{cases}$$

⇓

$$g(U_1) = \bar{m}_1 U_1 + \frac{\bar{m}_0 - \bar{m}_1}{2} (|U_1 + 1| - |U_1 - 1|)$$

$$\begin{cases} x_1 = U_1 \\ x_2 = U_2 \\ x_3 = R i_L \\ t = R C_2 \tau \\ a = \frac{C_2}{C_1} \\ b = \frac{R^2 C_2}{L} \\ m_0 = R \bar{m}_0 + 1 \\ m_1 = R \bar{m}_1 + 1 \\ h(x_1) = R g(x_1) + x_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a[x_2 - h(x_1)] \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 = -b x_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 9 \\ b = 14.28 \\ m_0 = -1/7 \\ m_1 = 2/7 \end{cases}$$

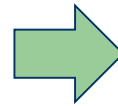
$$h(x_1) = m_1 x_1 + \frac{m_0 - m_1}{2} (|x_1 + 1| - |x_1 - 1|)$$

# 单级倒立摆系统：模型与分析

## 蔡氏电路模型

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a[x_2 - h(x_1)] \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 = -bx_2 \\ y = x_1 \end{cases}$$

$$h(x_1) = m_1 x_1 + \frac{m_0 - m_1}{2} (|x_1 + 1| - |x_1 - 1|)$$



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -am_1 & a & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a(m_0 - m_1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{|x_1 + 1| - |x_1 - 1|}{2}$$



$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + H\sigma(Dx) \\ y = Cx \end{cases}$$

要求：

1. 自行推导，报告应包含必要过程
2. 在simulink中搭出机理模型

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \sigma(Dx) = \frac{|x_1 + 1| - |x_1 - 1|}{2}, A = \begin{bmatrix} -am_1 & a & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -b & 0 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} -a(m_0 - m_1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = D = [1 \ 0 \ 0]$$

# 单级倒立摆系统：模型与分析

## □ 蔡氏电路混沌现象分析

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a[x_2 - h(x_1)] \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 = -bx_2 \\ y = x_1 \end{cases}$$

$$h(x_1) = m_1 x_1 + \frac{m_0 - m_1}{2} (|x_1 + 1| - |x_1 - 1|)$$



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -am_1 & a & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a(m_0 - m_1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{|x_1 + 1| - |x_1 - 1|}{2}$$
$$y = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

要求：

1. 基于simulink结构模型，观测状态响应曲线和状态轨迹
2. 选取不同初始状态，观测并比较状态响应曲线差异
3. 找出两组能得到混沌信号的初状，并观测微小初态偏差下的曲线差异

# 任务二：蔡氏混沌电路

## 2.1 任务概述

## 2.2 模型与分析

## 2.3 同步设计与验证

## 2.4 保密通信应用（选）

## 2.5 电路实现（选）

### 同构主从系统同步设计与验证

设计控制策略，实现同构主从系统同步

✓ 相同结构的主系统和从系统，从系统加输出反馈控制

✓ 建立控制器设计条件（李亚普洛夫理论）

✓ 设计输出反馈控制器

✓ 基于simulink验证控制效果

✓ 尝试用其它控制器（PID、智能控制）实现同步控制（选）



# 单级倒立摆系统：同步设计与验证

## 同构主从蔡氏电路同步控制

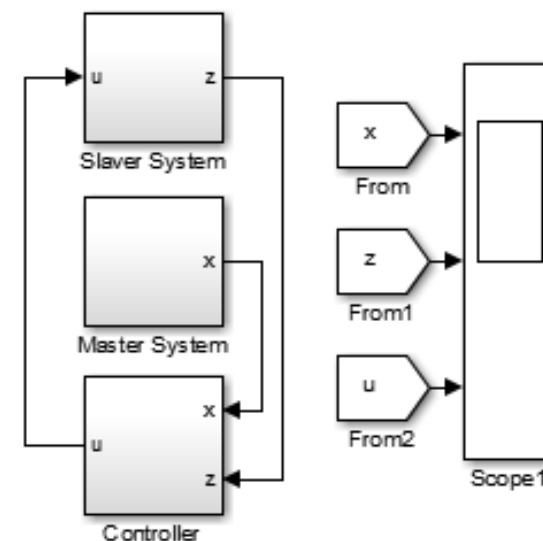
要求：

1. 具有相同结构的主系统M 和 从系统S（初态不同），通过设计控制器C，使得从系统状态跟踪主系统状态
2. 利用李亚普洛夫稳定性理论，建立控制器增益K应满足的条件（已给出，报告应含关键过程）
3. 利用LMI工具箱，求出控制器增益
4. 利用simulink，验证同步控制效果
5. 尝试其他类型控制（PID, 模糊控制，等），选做

$$\mathcal{M} : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + H\sigma(Dx(t)) \\ p(t) = Cx(t) \end{cases}$$

$$\mathcal{S} : \begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + H\sigma(Dz(t)) + u(t) \\ q(t) = Cz(t) \end{cases}$$

$$\mathcal{C} : u(t) = K(p(t) - q(t))$$



# 单级倒立摆系统：同步设计与验证

## 同步控制设计条件

$$\mathcal{M} : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + H\sigma(Dx(t)) \\ p(t) = Cx(t) \end{cases}$$

$$\mathcal{S} : \begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + H\sigma(Dz(t)) + u(t) \\ q(t) = Cz(t) \end{cases}$$

$$\mathcal{C} : u(t) = K(p(t) - q(t))$$

$$e(t) = x(t) - z(t)$$

$$y(De) = \sigma(Dx) - \sigma(Dz)$$

### 同步误差系统

$$\dot{e} = (A - KC)e + Hy(De)$$

### 非线性函数特性

$$\sigma(Dx) = \frac{|x_1 + 1| - |x_1 - 1|}{2}$$

$\Downarrow$

$$0 \leq \frac{\sigma(s_1) - \sigma(s_2)}{s_1 - s_2} \leq 1$$

$\Downarrow$

$$\frac{y(Dz)}{De} = \frac{\sigma(Dx) - \sigma(Dz)}{Dx - Dz} \in [0, 1]$$

$\Downarrow$

$$y^T(Dz)T[De - y(Dz)] + [De - y(Dz)]^T Ty(Dz) > 0, \text{ if } T = T^T > 0$$

$\Downarrow$

$$\begin{bmatrix} e \\ y(Dz) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & D^T T \\ TD & -2T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ y(Dz) \end{bmatrix} > 0$$

# 单级倒立摆系统：同步设计与验证

## 同步控制设计条件

$$V(e) = e^T(t)Pe(t), \quad P = P^T > 0$$



$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t)) &= 2e^T(t)P[(A-KC)e(t) + Hy(Dz(t))] \\ &= \begin{bmatrix} e(t) \\ y(Dz(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P(A-KC) + (A-KC)^T P^T & PH \\ H^T P^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ y(Dz(t)) \end{bmatrix} \quad (A) \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} e \\ y(Dz) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & D^T T \\ TD & -2T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ y(Dz) \end{bmatrix} > 0 \quad (B)$$



$$\dot{V}(e(t)) = (A) \leq (A) + (B)$$

$$\leq \begin{bmatrix} e(t) \\ y(Dz(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} PA - PKC + A^T P - C^T K^T P & PH + D^T W^T T \\ T^T WD + H^T P^T & -2T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ y(Dz(t)) \end{bmatrix}$$

$$\triangleq \begin{bmatrix} PA - PKC + A^T P - C^T K^T P & PH + D^T W^T T \\ T^T WD + H^T P^T & -2T \end{bmatrix} = (C)$$

且有  $V = PK$ , 则  $K = P^{-1}V$ , 带入 (C) 中得

$$\begin{bmatrix} PA - VC + A^T P - C^T V^T & PH + D^T W^T T \\ T^T WD + H^T P^T & -2T \end{bmatrix}$$

其中  $W = I$

此时若  $P > 0$ , 则有  $V(e(t)) > 0$ , (C)  $< 0$ , 则  $\dot{V}(e(t)) < 0$ , 由第二节中的稳定性判据原理, 可得此时系统是简介稳定的。



**Theorem 1.** Synchronization of master-slave system can be achieved by the controller  $u(t)$ , if there exist a symmetric matrix  $P$ , a diagonal matrix  $T$ , and any appropriate dimension matrix  $V$  such that the following LMIs holds

$$P > 0, \quad T > 0, \quad \begin{bmatrix} PA - VC + A^T P - C^T V^T & PH + D^T T \\ T^T D & -2T \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

and the control gain can be obtained as

$$K = P^{-1}V$$

要求:

1. 关键证明写入报告
2. 利用LMI求解K



# 任务二：蔡氏混沌电路

---

## 2.1 任务概述

## 2.2 模型与分析

## 2.3 同步设计与验证

## 2.4 保密通信应用（选）

## 2.5 电路实现（选）

### 保密通信应用（选做）

- 基于混沌信号，实现保密通信
  - ✓ 利用主系统混沌信号加密
  - ✓ 利用被控从系统同步信号解密

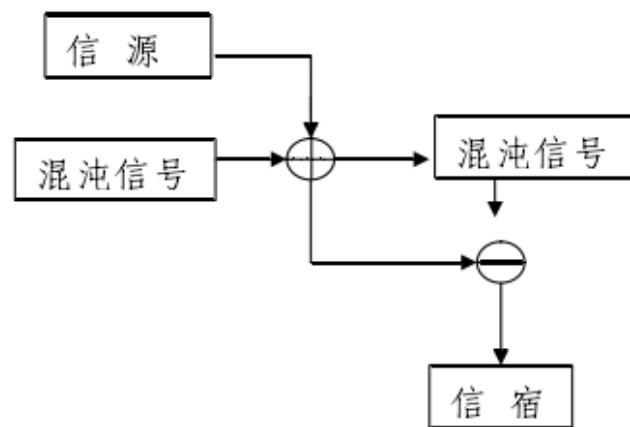
# 单级倒立摆系统：应用

## □ 保密通信应用

- 发送端：把混沌信号（主系统产生）加入待发信号中，加密
- 网络中：传输的混合信号（待发信号+混沌信号）
- 接收端：把收到混合信号去掉混沌信号（从系统产生），解密
- 需要控制从系统信号与主系统信号同步

要求：选做

1. 实现加密通信
2. 实现信号解密



(a)



(b)



(c)

Fig. 7. (a) Original image. (b) Encrypted image. (c) Decrypted image.

# 任务二：蔡氏混沌电路

---

## 2.1 任务概述

## 2.2 模型与分析

## 2.3 同步设计与验证

## 2.4 保密通信应用（选）

## 2.5 电路实现（选）

### 电子器件实现（选做）

- 系统的硬件实现与验证
  - 利用电子器件，搭建混沌系统和主从同步控制系统
  - 验证同步控制算法



## 单级倒立摆系统：硬件实现

## □ 电子元器件实现

### 要求（选做）：

1. 查文献
2. 析结构
3. 选器件
4. 搭电路
5. 观波形
6. 测算法
7. 画板子
8. 制板子
9. ....

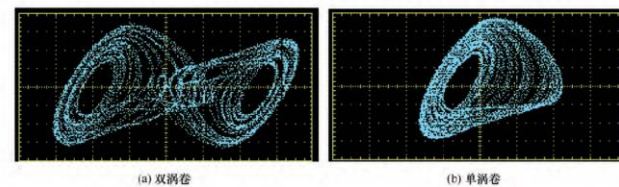
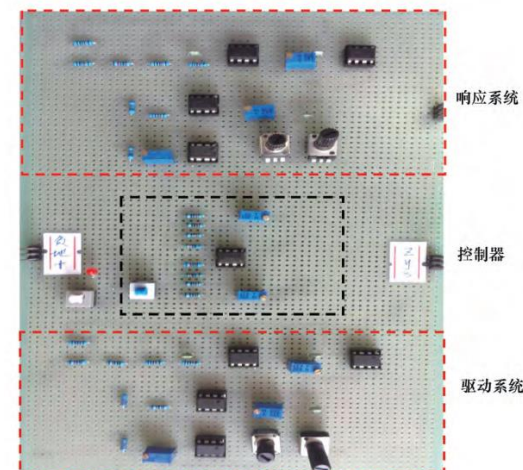
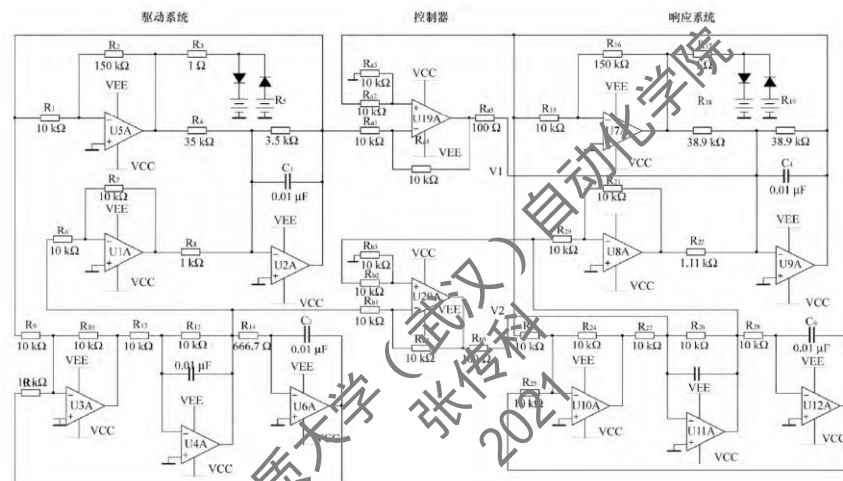


图 3 未加控制前驱动系统与响应系统的  $x-y$  相图

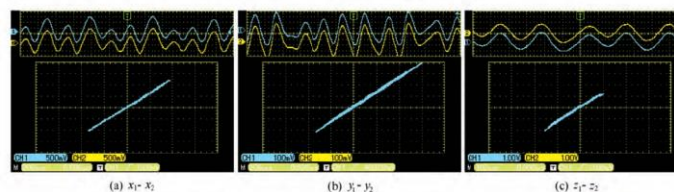


图 4 同步控制效果图



感谢同学们选择本系列课程！

讲的不好，请轻拍！

望经过课堂授课、课内实验、课程设计，均有所收获！

祝大家学业有成！