

**中国地质大学（武汉）**

**最优控制课程报告**

**学 院：**

**课 程：**

**指导老师：**

**学 号：**

**班 级：**

**姓 名：**

**2022年12月29日**

# 引言

### 1、报告要求

针对某个实际的被控系统（如导弹系统、电力系统、人造卫星等）对其进行建模，提出性能指标泛函（最短时间、最少燃料或最小控制能量），分别在控制变量不受约束和受到约束两种情形下，设计最优控制，调整系统的状态，使其按照所期望的状态进行运行，并达到性能指标要求，试绘制系统状态与控制输入曲线。

### 题目选择

设计一个导弹拦截系统，给定导弹的初始位置和被拦截物体的所在位置，设计最优控制，在最短时间内完成拦截。

# 问题描述

最短时间拦截且飞行中途经过一个点的问题，如下

|  |  |
| --- | --- |
| s.t. | (2.1) |

假设已知初始点状态、落点位置、经过点的位置，即

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.2) |

且未知。求解最优控制

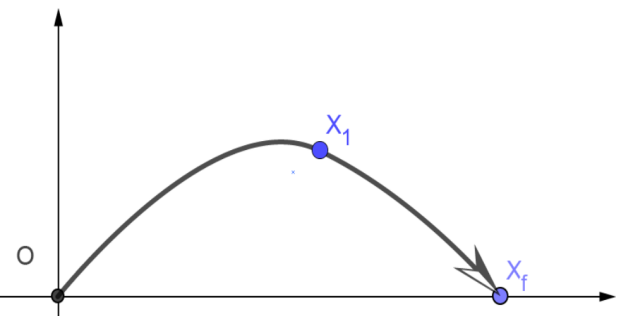


图 2.1 问题描述示意图

# 推导过程

首先写出哈密尔顿函数,协态方程

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.1) |

控制方程如下：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.2) |

可见只要求出协态变量就可以得到最优控制。对终端约束引入拉格朗日乘子,终端约束与终端时间满足：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.3) |

对内点约束引入拉格朗日乘子，内点约束满足：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.4) |

推导可得：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.5) |

在处连续，且可得连续。由于协态变量是分段的，在两个阶段都不变而只在处跳变，从时刻往前推导可以得到：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.6) |
|  | (3.7) |
|  | (3.8) |
|  | (3.9) |

另外，内点时间连续，即

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.10) |

把以上这些条件代入解析表达式进行数值求解，问题转化为参数最优化问题，需要满足微分方程约束以及代数方程约束:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3.11) |

# 实验结果及分析

经过如上间接法的推导过程，已经将原来的两点边值问题转化成参数寻优问题，只需要求解就可以得到最优控制。编写Matlab程序得到实验结果如下：

|  |  |
| --- | --- |
| 控制曲线 | 弹道曲线 |
| 图 4.1 控制曲线图 | 图 4.2 弹道曲线图 |

实验结果如图4.1和图4.2所示，可以看出导弹从初始位置开始，使用最短时间正确击中拦截目标，运行过程中的控制曲线如图4.1所示。由于在此设置的参数较少，模型比较容易收敛。间接法求解不一定适用于所有情况，难点在于如何猜测协态变量相关的参数，如果参数过多可能会出现无法收敛的问题。