

计算方法上机实习七

实习内容七 差分格式的构造和求解

1、已知某区域纬向风场 $u(u.xls)$ 和经向风场 $v(v.xls)$ ，用差分格式求解该区域的速度势函数及相应的辐散风分布，

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = -\nabla \cdot \vec{V} = -D \quad (1)$$

$$u' = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (2)$$

$$v' = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad (3)$$

步骤: 1) 根据给出 u, v 求出对应每个格点上的散度值 $D(i, j)$;

2) 构造二阶差分格式，采用超松弛迭代法求解泊松方程(1)，得到每个格点上的速度势函数 $\varphi(i, j)$ ，迭代公式为：

$$\begin{cases} R_{i,j}^{(v,v+1)} = \frac{\varphi_{i+1,j}^{(v)} + \varphi_{i,j+1}^{(v)} + \varphi_{i-1,j}^{(v+1)} + \varphi_{i,j-1}^{(v+1)} - 4\varphi_{i,j}^{(v)}}{(\Delta h)^2} - D_{i,j} \\ \varphi_{i,j}^{(v+1)} = \varphi_{i,j}^{(v)} + \frac{\alpha}{4} R_{i,j}^{(v,v+1)} \end{cases}$$

其中， $\Delta x = \Delta y = \Delta h = 0.25$, $\alpha = 1.6$

v 为迭代次数($v=0,1,2,\dots$)，迭代初始值可取为零，即 $\varphi_{i,j}^{(0)} = 0$

迭代的终止判据为 $\left| \varphi_{i,j}^{(v+1)} - \varphi_{i,j}^{(v)} \right|_{\max} < 10^{-7}$ 。

3) 用 $\varphi(i, j)$ 代入公式 (2) 和 (3)，分别求出辐散风分量，将势函数叠加辐散风场画出该区域的空间分布图。

说明： $u.xls$ 和 $v.xls$ 格式相同，第一行为 x 方向网格点，第一列为 y 方向网格点， (x,y) 位置的数值分别为对应网格点上的 u 值和 v 值。

另外需要注意，为避免边界上无法计算差分值的情况，可先将区域外扩一圈，在这一圈上，设 $u \equiv 0$, $v \equiv 0$ ，再按照三个步骤进行求解，计算完成后扣除最外圈的值再画图。

2、实习要求及实习报告

按以上要求完成实习内容，提交实习报告。实习报告包括：

编程流程图，源代码，运行结果（屏幕截图），分析报告正文（包括图形）。