

## 计算方法上机实习四

### 实习内容四 病态线性方程组的求解

#### 1、上机实习二中的行星轨道 $b_0 + b_1x + b_2y + b_3xy + b_4y^2 = x^2$ 最小二乘拟合问题，

表 1:

$x$	1.02	0.95	0.87	0.77	0.67	0.56	0.44	0.30	0.16	0.01
$y$	0.39	0.32	0.27	0.22	0.18	0.15	0.13	0.12	0.13	0.15

表 2:

$\Delta x$	-0.0029	0.0007	-0.0082	-0.0038	-0.0041
$\Delta y$	-0.0033	0.0043	0.0006	0.0020	0.0044
$\Delta x$	0.0026	-0.0001	-0.0058	-0.0005	-0.0034
$\Delta y$	0.0009	0.0028	0.0034	0.0059	0.0024

- 1) 首先，只用表 1 的 10 个点来拟合轨道，并计算方程组系数矩阵的条件数；其次，假如  $x$  和  $y$  包含扰动  $\Delta x$  和  $\Delta y$ （表 2），对新的  $x$  和  $y$  重新拟合轨道；（要求：最小二乘法求解方程组时用 LU(主元)分解法）
- 2) 将 1) 拟合得到的两条轨道画在同一张图上，比较差异，并讨论扰动对轨道差异的影响。

#### 2、以希尔伯特矩阵为系数的线性方程组，其真解为 $(1, 1, \dots, 1)^T$ ，体会病态方程组求解的稳定性问题。

$$H_n = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \dots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \dots & \frac{1}{n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \dots & \frac{1}{2n-1} \end{pmatrix}$$

- 1) 给出条件数随矩阵的维数  $n$  增大的变化曲线；若分别取  $n=6, n=8, n=10, n=15$ ，用迭代法解方程组 (*Jacobi* 迭代和 *Gauss-Seidel* 二选一，根据收敛条件判断)，比较求解结果与真解；
- 2) 讨论用迭代法求解病态方程组时，是否与直接法存在相同的问题？如果存在差异，如何理解造成这种差异的原因。

#### 3、实习要求及实习报告

要求按以上过程完成实习内容，完成实习报告。实习报告包括：分析报告（包括图形），编程流程图，源代码，运行结果（屏幕截图）。