

# «Дифференцирование головного мозга и матана»

Зарина Шарипова Б05-531

3 декабря 2025 г.



# Содержание

<b>1</b>	<b>Дифференцируем 1 раз</b>	<b>4</b>
1.1	Попробуем упростить выражение . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Дифференцируем 2 раз</b>	<b>5</b>
2.1	Попробуем упростить выражение . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Дифференцируем 3 раз</b>	<b>7</b>
3.1	Попробуем упростить выражение . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Значение 2 производной в точке</b>	<b>12</b>
<b>5</b>	<b>Значение выражения в точке</b>	<b>13</b>
<b>6</b>	<b>Разложим по формуле Тейлора в окрестности точки 1.000000</b>	<b>14</b>
<b>7</b>	<b>Чудесные графики чудесных функций!</b>	<b>15</b>

Дифференцирование - задача непростая, поэтому этот TEX окажется крайне полезным.

Было введено такое выражение:

$$\sin(15 \cdot x^3 + 3) + \cos(5 \cdot x + 2)^3$$



# 1 Дифференцируем 1 раз

Заметим, что

$$(x^3)' = 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1$$

Очевидно, что

$$(15 \cdot x^3)' = 0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1$$

Таким образом, получаем

$$(15 \cdot x^3 + 3)' = 0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0$$

Нетрудно получить, что

$$(\sin(15 \cdot x^3 + 3))' = \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0)$$

После нескольких тривиальных переходов

$$(5 \cdot x)' = 0 \cdot x + 5 \cdot 1$$

Проведя мысленный эксперимент, нетрудно убедиться, что

$$(5 \cdot x + 2)' = 0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0$$

В свете вышесказанного становится ясно, что

$$(\cos(5 \cdot x + 2))' = (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$

Интуитивно понятно, что

$$(\cos(5 \cdot x + 2))^3)' = 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^{(3-1)} \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$

Опуская промежуточные преобразования, приходим к

$$(\sin(15 \cdot x^3 + 3) + \cos(5 \cdot x + 2))^3)' = \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0) + 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^{(3-1)} \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$

Пристально взглядевшись, можно увидеть, что

$$\frac{df}{dx} = \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0) + 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^{(3-1)} \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$

## 1.1 Попробуем упростить выражение

Следовательно

$$\frac{df}{dx} = \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 0) + 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 + 0)$$

Отсюда непосредственно

$$\frac{df}{dx} = \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5$$

## 2 Дифференцируем 2 раз

Продолжая упрощения

$$(x^3)' = 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1$$

Упрощая выражение

$$(15 \cdot x^3)' = 0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1$$

Без особого труда видим

$$(15 \cdot x^3 + 3)' = 0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0$$

Легко проверить, что

$$(\cos(15 \cdot x^3 + 3))' = (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0)$$

По очевидным причинам

$$(x^2)' = 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1$$

Естественно следует

$$(3 \cdot x^2)' = 0 \cdot x^2 + 3 \cdot 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1$$

Приведём к виду

$$(15 \cdot 3 \cdot x^2)' = 0 \cdot 3 \cdot x^2 + 15 \cdot (0 \cdot x^2 + 3 \cdot 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1)$$

Проще всего записать

$$\begin{aligned} & (\cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2)' = \\ & (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot 3 \cdot x^2 + 15 \cdot (0 \cdot x^2 + 3 \cdot 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1)) \end{aligned}$$

В частности

$$(5 \cdot x)' = 0 \cdot x + 5 \cdot 1$$

Из проведённых выкладок

$$(5 \cdot x + 2)' = 0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0$$

Подставляя значения

$$(\cos(5 \cdot x + 2))' = (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$

С учётом этого

$$(\cos(5 \cdot x + 2)^2)' = 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^{(2-1)} \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$

Далее очевидно

$$(3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2)' = 0 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^{(2-1)} \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$

Вычислим по частям

$$(5 \cdot x)' = 0 \cdot x + 5 \cdot 1$$

Сокращая общие множители

$$(5 \cdot x + 2)' = 0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0$$

Упростив левую часть

$$(\sin(5 \cdot x + 2))' = \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$

Путём нетрудных преобразований

$$((-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2))' = 0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$

Заметим, что

$$((-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5)' = (0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot 5 + (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 0$$

Очевидно, что

$$\begin{aligned} & (3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5)' = \\ & (0 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^{(2-1)} \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot \\ & 5 + 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 \cdot ((0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot 5 + (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 0) \end{aligned}$$

Таким образом, получаем

$$\begin{aligned} & (\cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5)' = \\ & (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot 3 \cdot x^2 + 15 \cdot (0 \cdot x^2 + 3 \cdot 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot \\ & 1)) + (0 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^{(2-1)} \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + \\ & 2) \cdot 5 + 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 \cdot ((0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot 5 + (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 0) \end{aligned}$$

Нетрудно получить, что

$$\begin{aligned} \frac{df}{dx} = & (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot 3 \cdot x^2 + 15 \cdot (0 \cdot x^2 + 3 \cdot 2 \cdot \\ & x^{(2-1)} \cdot 1)) + (0 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^{(2-1)} \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot \\ & x + 2) \cdot 5 + 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 \cdot ((0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot 5 + (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 0) \end{aligned}$$

## 2.1 Попробуем упростить выражение

После нескольких тривиальных переходов

$$\begin{aligned} \frac{df}{dx} = & (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 0) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot 3 \cdot x^2 + 15 \cdot (0 \cdot x^2 + 3 \cdot \\ & 2 \cdot x^1 \cdot 1)) + (0 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^1 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 + 0)) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + \\ & 2) \cdot 5 + 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 \cdot ((0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 + 0)) \cdot 5 + (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 0) \end{aligned}$$

Проведя мысленный эксперимент, нетрудно убедиться, что

$$\begin{aligned} \frac{df}{dx} = & (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot \\ & (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 \cdot (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 5 \end{aligned}$$

### 3 Дифференцируем 3 раз

В свете вышесказанного становится ясно, что

$$(x^3)' = 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1$$

Интуитивно понятно, что

$$(15 \cdot x^3)' = 0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1$$

Опуская промежуточные преобразования, приходим к

$$(15 \cdot x^3 + 3)' = 0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0$$

Пристально взглядевшись, можно увидеть, что

$$(\sin(15 \cdot x^3 + 3))' = \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0)$$

Следовательно

$$((-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3))' = 0 \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) + (-1) \cdot \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0)$$

Отсюда непосредственно

$$(x^2)' = 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1$$

Продолжая упрощения

$$(3 \cdot x^2)' = 0 \cdot x^2 + 3 \cdot 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1$$

Упрощая выражение

$$(15 \cdot 3 \cdot x^2)' = 0 \cdot 3 \cdot x^2 + 15 \cdot (0 \cdot x^2 + 3 \cdot 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1)$$

Без особого труда видим

$$((-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2)' = (0 \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) + (-1) \cdot \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0)) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot 3 \cdot x^2 + 15 \cdot (0 \cdot x^2 + 3 \cdot 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1))$$

Легко проверить, что

$$(x^2)' = 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1$$

По очевидным причинам

$$(3 \cdot x^2)' = 0 \cdot x^2 + 3 \cdot 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1$$

Естественно следует

$$(15 \cdot 3 \cdot x^2)' = 0 \cdot 3 \cdot x^2 + 15 \cdot (0 \cdot x^2 + 3 \cdot 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1)$$

Приведём к виду

$$\begin{aligned} &((-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2)' = \\ &((0 \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) + (-1) \cdot \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0)) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot 3 \cdot x^2 + 15 \cdot (0 \cdot x^2 + 3 \cdot 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1))) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot (0 \cdot 3 \cdot x^2 + 15 \cdot (0 \cdot x^2 + 3 \cdot 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1)) \end{aligned}$$

Проще всего записать

$$(x^3)' = 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1$$

В частности

$$(15 \cdot x^3)' = 0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1$$

Из проведённых выкладок

$$(15 \cdot x^3 + 3)' = 0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0$$

Подставляя значения

$$(\cos(15 \cdot x^3 + 3))' = (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0)$$

С учётом этого

$$(2 \cdot x)' = 0 \cdot x + 2 \cdot 1$$

Далее очевидно

$$(3 \cdot 2 \cdot x)' = 0 \cdot 2 \cdot x + 3 \cdot (0 \cdot x + 2 \cdot 1)$$

Вычислим по частям

$$(15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x)' = 0 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x + 15 \cdot (0 \cdot 2 \cdot x + 3 \cdot (0 \cdot x + 2 \cdot 1))$$

Сокращая общие множители

$$(\cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x)' = (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0) \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x + \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x + 15 \cdot (0 \cdot 2 \cdot x + 3 \cdot (0 \cdot x + 2 \cdot 1)))$$

Упростив левую часть

$$\begin{aligned} &((-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x)' = \\ &((0 \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) + (-1) \cdot \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0)) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot 3 \cdot x^2 + \\ &15 \cdot (0 \cdot x^2 + 3 \cdot 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1))) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot (0 \cdot 3 \cdot x^2 + 15 \cdot (0 \cdot x^2 + 3 \cdot 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1))) + (-1) \cdot \\ &\sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0) \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x + \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x + 15 \cdot (0 \cdot 2 \cdot x + 3 \cdot (0 \cdot x + 2 \cdot 1)))) \end{aligned}$$

Путём нетрудных преобразований

$$(5 \cdot x)' = 0 \cdot x + 5 \cdot 1$$

Заметим, что

$$(5 \cdot x + 2)' = 0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0$$

Очевидно, что

$$(\cos(5 \cdot x + 2))' = (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$

Таким образом, получаем

$$(2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2))' = 0 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) + 2 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$

Нетрудно получить, что

$$(5 \cdot x)' = 0 \cdot x + 5 \cdot 1$$

После нескольких тривиальных переходов

$$(5 \cdot x + 2)' = 0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0$$

Проведя мысленный эксперимент, нетрудно убедиться, что

$$(\sin(5 \cdot x + 2))' = \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$

В свете вышесказанного становится ясно, что

$$((-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2))' = 0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$



Интуитивно понятно, что

$$((-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5)' = (0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot 5 + (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 0$$

Опуская промежуточные преобразования, приходим к

$$(2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5)' = (0 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) + 2 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot ((0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot 5 + (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 0)$$

Пристально взглядевшись, можно увидеть, что

$$(3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5)' = 0 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 3 \cdot ((0 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) + 2 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot ((0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot 5 + (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 0))$$

Следовательно

$$(5 \cdot x)' = 0 \cdot x + 5 \cdot 1$$

Отсюда непосредственно

$$(5 \cdot x + 2)' = 0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0$$

Продолжая упрощения

$$(\sin(5 \cdot x + 2))' = \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$

Упрощая выражение

$$((-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2))' = 0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$

Без особого труда видим

$$((-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5)' = (0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot 5 + (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 0$$

Легко проверить, что

$$(3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5)' = (0 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 3 \cdot ((0 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) + 2 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot ((0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot 5 + (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 0))) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot ((0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot 5 + (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 0)$$

По очевидным причинам

$$(5 \cdot x)' = 0 \cdot x + 5 \cdot 1$$

Естественно следует

$$(5 \cdot x + 2)' = 0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0$$

Приведём к виду

$$(\cos(5 \cdot x + 2))' = (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$

Проще всего записать

$$(\cos(5 \cdot x + 2))^2)' = 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^{(2-1)} \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$

В частности

$$(3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2))^2)' = 0 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^{(2-1)} \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)$$

Из проведённых выкладок



$$\begin{aligned} & 2 \cdot x^{(2-1)} \cdot 1)) + (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^{(3-1)} \cdot 1 + 0) \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x + \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x + 15 \cdot \\ & (0 \cdot 2 \cdot x + 3 \cdot (0 \cdot x + 2 \cdot 1))) + (0 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 3 \cdot ((0 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) + 2 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot \\ & x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot ((0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot \\ & x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot 5 + (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 0))) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot \\ & ((0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot 5 + (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 0) + (0 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 + 3 \cdot \\ & 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^{(2-1)} \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0)) \cdot (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 5 + 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 \cdot ((0 \cdot \\ & \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + (-1) \cdot ((-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 \cdot 1 + 0) \cdot 5 + \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 0)) \cdot 5 + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 0) \end{aligned}$$

### 3.1 Попробуем упростить выражение

Таким образом, получаем

$$\frac{df}{dx} = ((0 \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) + (-1) \cdot \cos(15 \cdot x^3 + 3)) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 0)) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot 3 \cdot x^2 + 15 \cdot (0 \cdot x^2 + 3 \cdot 2 \cdot x^1 \cdot 1))) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot (0 \cdot 3 \cdot x^2 + 15 \cdot (0 \cdot x^2 + 3 \cdot 2 \cdot x^1 \cdot 1)) + (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot x^3 + 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 0) \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x + \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot (0 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x + 15 \cdot (0 \cdot 2 \cdot x + 3 \cdot (0 \cdot x + 2)))) + (0 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 3 \cdot ((0 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) + 2 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 + 0)) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot ((0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 + 0)) \cdot 5 + (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 0))) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot ((0 \cdot \sin(5 \cdot x + 2) + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 + 0)) \cdot 5 + (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 0) + (0 \cdot \cos(5 \cdot x + 2))^2 + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^1 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 + 0)) \cdot (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 5 + 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 \cdot ((0 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + (-1) \cdot ((-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot (0 \cdot x + 5 + 0) \cdot 5 + \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 0)) \cdot 5 + (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 0))$$

Нетрудно получить, что

$$\begin{aligned} \frac{df}{dx} = & ((-1) \cdot \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + (-1) \cdot \\ & \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x + (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x + \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot \\ & 2 + 3 \cdot (2 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 5) \cdot (-1) \cdot \\ & \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 5 + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + \\ & 2) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 5 + 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \end{aligned}$$

После нескольких тривиальных переходов

$$\frac{df}{dx} = ((-1) \cdot \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x + (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x + \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 90 + 3 \cdot (2 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 5) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 5 + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 5 + 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

Проведя мысленный эксперимент, нетрудно убедиться, что

$$\begin{aligned} \frac{df}{dx} = & ((-1) \cdot \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + (-1) \cdot \\ & \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x + (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x + \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 90 + \\ & 3 \cdot (2 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 5) \cdot (-1) \cdot \\ & \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 5 + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + \\ & 2) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 5 + 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \end{aligned}$$

## 4 Значение 2 производной в точке

В свете вышесказанного становится ясно, что при  $x = 3.000000$

$$\begin{aligned} & (-1) \cdot \sin(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + \cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x + 3 \cdot 2 \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot (-1) \\ & \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5 + 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 \cdot (-1) \cdot \cos(5 \cdot x + 2) \cdot 5 \cdot 5 = 65148.435060 \end{aligned}$$

## 5 Значение выражения в точке

Интуитивно понятно, что при  $x = 1.000000$

$$\sin(15 \cdot x^3 + 3) + \cos(5 \cdot x + 2)^3 = -0.322493$$

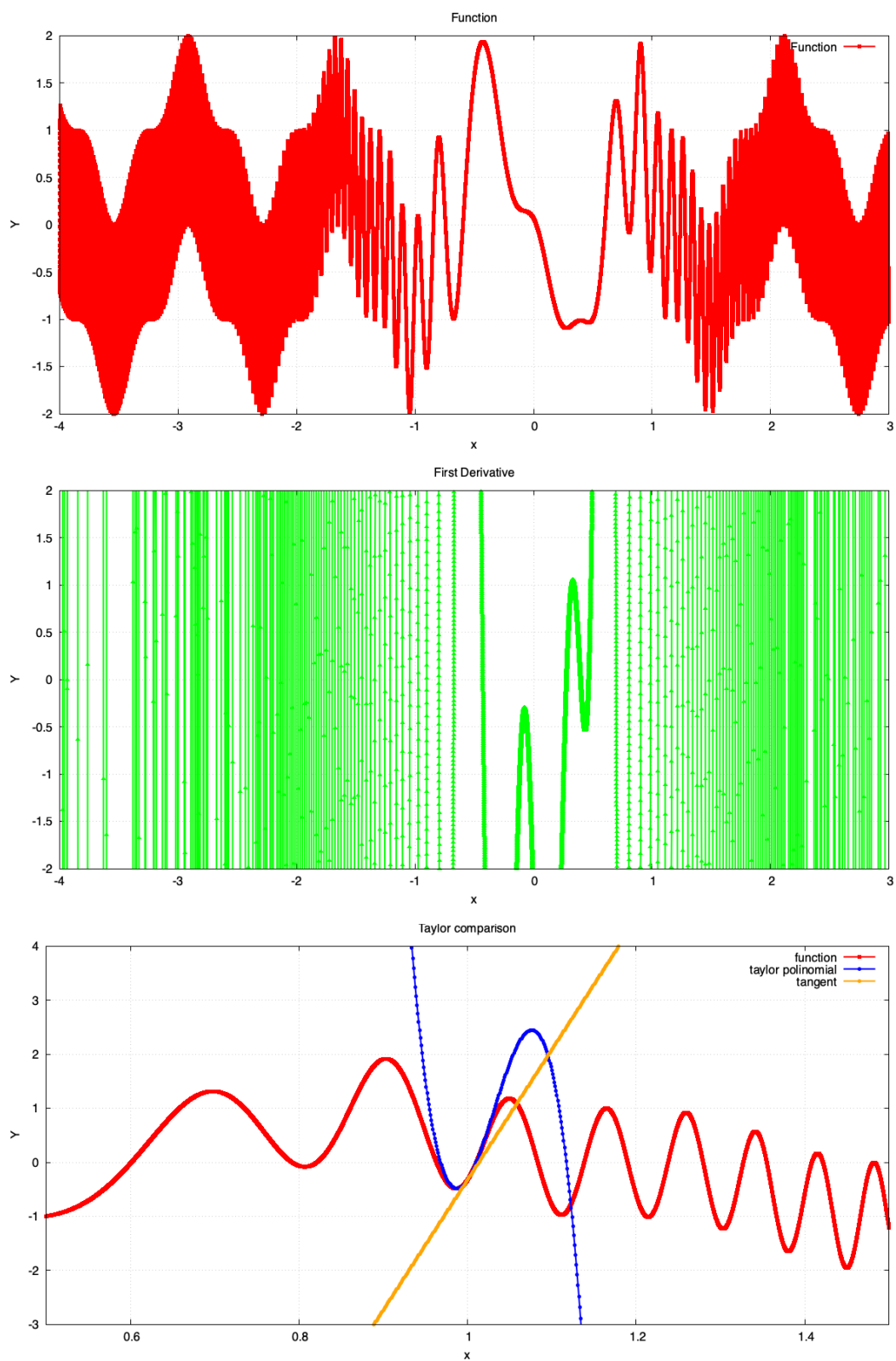
## 6 Разложим по формуле Тейлора в окрестности точки 1.000000

Опуская промежуточные преобразования, приходим к

$$\frac{df}{dx} = -0.322493 + 24.113093 \cdot (x - 1) + 798.425891 \cdot (x - 1)^2 + (-8369.985966) \cdot (x - 1)^3$$

$$f(x) = -0.322493 + 24.113093 \cdot (x - 1) + 798.425891 \cdot (x - 1)^2 + (-8369.985966) \cdot (x - 1)^3 + o((x - 1)^3)$$

## 7 Чудесные графики чудесных функций!



Красный:

$$\sin(15 \cdot x^3 + 3) + \cos(5 \cdot x + 2)^3$$

Зеленый:

$$\cos(15 \cdot x^3 + 3) \cdot 15 \cdot 3 \cdot x^2 + 3 \cdot \cos(5 \cdot x + 2)^2 \cdot (-1) \cdot \sin(5 \cdot x + 2) \cdot 5$$

Голубой:

$$-0.322493 + 24.113093 \cdot (x - 1) + 798.425891 \cdot (x - 1)^2 + (-8369.985966) \cdot (x - 1)^3$$



Теперь страшное слово под названием ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ пугает не так сильно.

Смелее закрывайте этот ТЕХ, и будет вам счастье!!

